

沿岸地域における多目的活動配分モデルの研究

A STUDY OF MULTIOBJECTIVE ACTIVITY ALLOCATION MODEL IN COASTAL AREA

柏谷 増 男*・天 野 光 三**

By Masuo KASHIWADANI and Kozo AMANO

1. はじめに

近年、地域計画において環境問題が重視され、それとともに多目的計画の認識が深まりつつある。特に、わが国の沿岸地域では、多種多様な活動が高密度に分布していること、潮流等による移流、拡散、あるいは生態系を通じての汚染物質の移動がみられることなどのため、異種活動間での利害対立が生じやすく、そのような認識に立った計画の推進が強く望まれている。

活動配分モデルは、地域計画のモデル化において重要な役割を果たすものであり、環境問題や多目的計画等の要請に応じてモデルの改良や新たな開発がなされてきた。そのような活動配分モデルの手法はさまざまである。ここで、計画の多目的性の表現方法に着目すると、沿岸地域を対象とした従来の活動配分モデルを以下のように大別できる。

- (i) 計画立案者の十分な討議と検討をもとにして、総合的な判断を下す方法
- (ii) プログラミングモデルとして定式化し、異種活動間の目的間関係を目的関数や制約条件で表現する方法
- (iii) あるシナリオに基づいた配分ルールを作り、判断基準に代替性を認めることにより、種々の代替案を作る立案プロセス型シミュレーションの方法

例をあげると、(i) に属するものには、運輸経済研究センター¹⁾、長崎県海洋利用基本調査会²⁾の研究、(ii) に属するものには、八十島・平田・河野・中村³⁾、Meta System Inc.⁴⁾の研究、また (iii) に属するものには、第五港湾建設局⁵⁾、天野・柏谷⁶⁾の研究がある。

本研究では、このうち、モデルの論理性が明確なプログラミングモデルについて考察することとする。プログ

ラミングモデルは、従来から活動配分モデルとしてよく用いられており、多目的計画のモデル化にもしばしば用いられている。プログラミングモデルは、論理性が明確であるという長所の反面、複雑な問題への対応性に欠ける面があり、複雑な問題を表現しようとするれば、それに応じて解を得ることがより困難となる。多種活動の同時配分、多目的性の明示、環境汚染の考慮の3点について従来のプログラミング型活動配分モデルをみることにしよう。上述の八十島らの研究³⁾は、環境汚染を制約条件に取り入れ、制約条件と目的関数とのパラメトリックな分析により目的間関係を明示化しているが、配分対象となる活動は、臨海工業のみである。多種活動の同時配分と環境汚染の考慮を取り入れたモデルとしては、大気汚染を扱った Werczberger のモデル⁷⁾があるが、このモデルは、計画の多目的性を表現していない。

環境汚染を考慮した多目的多種活動同時配分プログラミングモデルの開発を妨げている一つの要因は、解法上の難点と考えられる。しかしながら、整数計画等の近年の発達により、複雑なプログラミングモデルに対する効率的な解法が開発されつつあり、問題の数学的構造が簡明であればこうしたモデルの解を求めることは可能と思われる。

本研究は、環境汚染を考慮した多目的多種活動同時配分モデルを開発することを目的とし、まず、汚染物を排出する活動の種類が単一である場合について考察したものである。

本論文では、2. で、モデルが対象とする仮想的な沿岸地域活動配分問題を定式化する。3. では、2. で設定したモデルを分析し、その結果を用いて、すべてのパレート最適解を効率的に算出する方法を提案する。4. では、仮想海域を対象としたモデルの試算により、提案した方法の効率性を考察し、5. で結論を述べる。

* 正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部海洋工学教室

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

2. 問題の設定とモデル化

(1) 仮想的な沿岸地域活動配分問題

モデルの提示に先立って、モデルの対象となる活動配分問題を設定する。この問題は、ある一つのまとまった沿岸地域を取り上げ、汚染物を排出する活動と、それによって影響を受ける活動とを同時に配分する多目的計画問題である。いうまでもなく、この問題は一つの仮想の問題である。問題を構成する仮定を以下の a) から h) に示す。

a) ゴーニング

一つのまとまった沿岸海域を計画対象地域として取り上げる。なお、ここでいう沿岸海域は沿岸部の陸域と海域とを含むものとする。対象地域を総面積 s のメッシュに分割し、分割された各地区を添字 i または j で表わす。また、地区の総数を n とする。

b) 活動

汚染物を排出する活動は 1 種類とし、臨海工業とする。汚染物により影響を受ける活動の種類は特に限定されないが、モデルを簡明にするため 2 種類とし、それらを自然保護と海水浴場とする。活動を示す添字を k とし、 $k=1$ は自然保護、 $k=2$ は海水浴場、 $k=3$ は臨海工業を表わすこととする。活動の量は面積単位で表わされるとし、地区 i に配分される活動 k の量を x_i^k で表わす。

c) 立地適性指標値

各活動にとっての各地区の立地上の適性度が、地形、地質、交通などの条件により、前もって判定され、数値として表わされているものとする。この立地適性指標値は、各活動それぞれ自体にとっての適性度のみを表わすもので、汚染によって他活動に与える迷惑のような相互作用を考慮しているものではない。活動 k にとっての地区 i での立地適性度を表わす指標値を立地適性指標値 c_i^k で表わす。なお、この値の大小は、同じ活動の場合についてのみ、比較可能である。

d) 候補地と全候補地集合

活動配分は立地適性指標値を一つのよりどころとして行われる。このため、立地適性指標値の小さい地区を対象から除外したとしても配分結果は普通大きく変化しなく、またこのことは変数の数を減少させて演算をより容易にする。そこで、各活動に対してそれぞれ、立地適性指標値がある一定値以上の地区のみを各活動の配分対象地区とする。こうして選ばれた地区を候補地とよぶ。各活動ごとに、その活動にとっての域内のすべての候補地からなる集合を全候補地集合とよび \bar{L}^k で表わす。こ

で、臨海工業の全候補地集合は、自然保護もしくは海水浴場の全候補地集合と共通集合をもたないこととする。

e) 環境汚染に関する活動間の関係

自然保護や海水浴場にとっては、それらの活動が配分される地区はそれぞれの活動に適した水質を維持していることが必要である。ここでは、これらの活動にとっての汚染物の基準量の値を定めて p^1, p^2 で表わし、それぞれの活動はこの基準値より良好な水質をもつ地区にのみ配分されることとする。なお、 $p^1 < p^2$ とする。

一方、汚染物を排出する活動は臨海工業であり、地区 i に配分された臨海工業の活動量が x_i^3 のとき、その地区から他の地区 j へ到達する汚染物の量を $q_{ij}x_i^3$ で表わす。臨海工業以外の原因に起因する地区 j の汚染物の量を w_j^0 とし、地区 j での汚染物の総量を w_j で表わすと、次式が成立する。

$$w_j = \sum_i q_{ij}x_i^3 + w_j^0 \dots \dots \dots (1)$$

そこで、自然保護、海水浴場と臨海工業の間には、次式に示す関係が成立する。

$$\left. \begin{array}{l} w_j \leq p^k \Rightarrow x_j^k \geq 0 \\ w_j > p^k \Rightarrow x_j^k = 0 \\ x_j^k > 0 \Rightarrow w_j \leq p^k \end{array} \right\} (k=1, 2) \dots \dots \dots (2)$$

f) 同一地区内での排他関係

自然保護が配分される地区では、その地区内の自然生態系の保護のため他のすべての活動の配分は禁止する。なお、d) で述べたように、海水浴場と臨海工業についてもそれらが同一地区内に配分されることはない。

g) 利用可能空間

どの活動に対しても、各地区での利用可能空間の上限を地区総面積 s とする。

なお、通常の配分問題では、配分される活動量の地域全体での総量を示す条件式が与えられるが、本研究のモデル分析にとって、そのことは本質的に重要な点ではなく、考察に煩わしさを与えることになるので、この論文では取り上げないこととする。ただし、各活動量の総量の上限は全候補地集合の要素数によって暗黙に定められている。

h) 各活動ごとの目的関数

沿岸海域利用計画での個別活動の目的関数としてどのようなものが適当であるかということは、それ自身重要でかつ難しい問題である。しかしながら、本研究では、配分計画モデルの特性の研究が直接の目的であるため、目的関数の適否の議論は避け、目的関数は数式的に平易なものを用いることとした。

各活動にとって、一般に、より多くの地区に配分されることが、また立地適性指標値のより高い地区に配分されることが望まれる。このことから、ここでは、各活動

の個別目的を次式の f^k で表わすこととする。

$$f^k = \sum_j c_i^k x_i^k \dots\dots\dots (3)$$

(2) 変数に関する準備的考察

環境汚染の関係や同一地区内での排他関係の定式化を
考えよう。これらはいずれも、もしもかくかくであれば
しかじかであるという形、いわゆる if~then 型の関係
である。このような関係は、連続変数での定式化は困難
であるが、0-1 整数変数を用いれば線形式で表わし得
る⁶⁾。そこで、 x_i^1, x_i^2 を 0-1 整数として扱えるか否
かを検討してみよう。

いま、 $x_j^1 > 0$ とする。このとき x_j^1 の値の上限を定
める条件は利用可能空間の制約条件のみである。一方、
e), f), h) で述べたことからわかるように、 $x_j^1 > 0$ の
ときに $x_j^1 = s$ としても他の活動の目的関数になら影
響を与えない。しかもこのことは、自然保護の目的関数
の値を増加させる。したがって、この問題では $x_j^1 > 0$
のとき必ず $x_j^1 = s$ となる。ここで述べたことは、海水
浴場についてもまったく同様に成立するため、 $x_j^2 > 0$
ならば必ず $x_j^2 = s$ となる。

そこで、 x_i^k/s を改めて x_i^k と定義すると、 $k=1, 2$
については、変数が連続変数であると仮定しても、解は
必ず 0 か 1 の値しかとり得ない。したがって、問題を変
更することなく、 x_i^1, x_i^2 をそれぞれ 0-1 整数変数と扱
ってよいことがわかる。なお、 x_i^3 は 1 以下の非負連続
変数となる。また、これにあわせて、式 (3) の目的関数
をも f^k/s を改めて f^k と定義することとする。

x_i^1, x_i^2 を 0-1 整数変数とすると、式 (2) に示した
関係は次式で表わし得る。

$$\sum_j q_{ij} x_i^j + w_j^0 \leq p^k + a(1-x_j^k) \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 a は十分大きい正定数。

また、同一地区内での排他関係は、次式で表わされる。

$$x_i^1 + x_i^2 \leq 1 \dots\dots\dots (5)$$

$$x_i^k + x_i^3 \leq 1 \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots (6)$$

(3) モデルの定式化

これまでの仮定や準備的考察をふまえて、設定した仮
想的活動配分問題を定式化すると、それは、以下のよう
に表わされる。なお、このモデルをモデル A と名づけ
る。

モデル A

$$\max(f^1, f^2, f^3) \dots\dots\dots (7)$$

s.t.

$$f^k = \sum_j c_i^k x_i^k \quad (k=1, 2, 3) \dots\dots\dots (8)$$

$$\sum_j q_{ij} x_i^j + w_j^0 \leq p^k + a(1-x_j^k) \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots (9)$$

$$x_i^1 + x_i^2 \leq 1 \dots\dots\dots (10)$$

$$x_i^k + x_i^3 \leq 1 \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots (11)$$

$$0 \leq x_i^3 \leq 1 \dots\dots\dots (12)$$

$$x_i^k = 1 \text{ or } 0 \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots (13)$$

$$x_i^k = 0 \quad (i \in \bar{L}^k) \quad (k=1, 2, 3) \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 a は十分大きい正定数。

モデル A において、式 (7) はこの問題のベクトル形
目的関数を、式 (8) は各活動個別の目的関数を、それぞ
れ示している。式 (9) は環境汚染に関する活動間の関係
を表わす制約条件式である。なお、式 (9) を環境制約条
件式とよぶこととする。式 (10) は、自然保護と海水浴
場との排他関係を表わし、式 (11) は臨海工業と他の 2
活動との排他関係を表わしている。式 (12) は各地区で
の臨海工業の利用可能空間に関する制約式である。式
(13) は x_i^1, x_i^2 がいずれも 0-1 整数変数であることを
示し、式 (14) は候補地のみが活動配分計画の対象とな
ることを示している。

モデル A は、数学的形式からみれば、0-1 混合整数線
形多目的計画モデルといえる。このモデルは、問題の多
目的性を除けば、Werczberger のモデル⁷⁾によく似た形
を示している。

3. モデルの分析とバレート最適解算出法

(1) 準備的考察

多目的整数計画問題に対する一般的な解法は存在しな
い⁹⁾。しかし、混合整数計画問題に対して、許容な整数
変数を固定して連続変数のみに関する問題を解き、整数
変数の値を許容な範囲内で変えつつ全体の最適解を求め
る方法は、一般によく知られている¹⁰⁾。目的関数が単一
の場合、整数変数と連続変数とが加法的に分離可能な混
合整数計画では Bender の分割法¹¹⁾が著名であり、0-1
混合整数計画では Lemke と Spielberg とが効率のよ
い計算法を提案している¹²⁾。

Lemke と Spielberg の方法¹²⁾の概要は以下のとおり
である。まず、ある許容な 0-1 整数変数解を考え、それ
を固定すると、0-1 混合整数計画問題は一つの線形計画
問題に帰着する。この線形計画問題を解いたときに現わ
れる双対変数の値を用いると、現在の解を改良し得るよ
うな 0-1 整数変数許容解が存在する領域を示す条件式を
得ることができる。この条件により、検討する必要のな
い 0-1 整数変数許容解を大幅に削除することができる。
こうしてすべての 0-1 整数変数許容解にわたる探索が完

了するまでイテレーションを繰り返す。この探索法には Balas の方法¹³⁾が用いられている。そして、検討した許容解の中から最適なものを選び、それを最適解とする。この方法は、一つの最適解に到達するアルゴリズムではなく、検討すべき許容解を大幅に削除することにより、最適解算出のための計算を効率よく行おうとする方法である。

モデル A は多目的計画問題であり、この方法を直接適用することはできない。具体的にいえば、Lemke と Spielberg の方法¹²⁾での 0-1 整数変数許容解の探索に用いられる条件式に変わるものとして、新たな条件が必要となる。モデル A では、解を得ることはすべてのパレート最適解の算出を意味しており、この条件はパレート最適解を与え得る 0-1 整数変数許容解の探索に用いる条件、いいかえればパレート最適解を与え得ない 0-1 整数変数許容解集合を見出すための判定条件となる。もしも、そのような判定条件が得られるならば、分割計算法の多目的計画問題への拡張が可能となり、モデル A に対する効率的な解法が得られると期待される。

(2) 0-1 整数変数許容解

自然保護の配分を表わすベクトル x^1 と海水浴場の配分を表わすベクトル x^2 とをそれぞれ次式で定義する。

$$x^1 = (x_1^1, \dots, x_i^1, \dots, x_n^1) \dots \dots \dots (15)$$

$$x^2 = (x_1^2, \dots, x_i^2, \dots, x_n^2) \dots \dots \dots (16)$$

x^1, x^2 が許容であるためには、式 (10) と式 (14) とが満たされねばならない。

ここで、全候補地集合の部分集合を用いて 0-1 整数変数許容解を表わすことを試みる。まず、 \bar{L}^1 および \bar{L}^2 の部分集合をそれぞれ L^1, L^2 で表わす。 L^1 と L^2 との共通集合のある部分集合を L^{12} とし、 $H^k(L^1, L^2, L^{12})$ ($k=1, 2$) を次式で定義する。

$$H^1(L^1, L^2, L^{12}) = L^1 - L^1 \cap L^2 + L^{12} \dots \dots \dots (17)$$

$$H^2(L^1, L^2, L^{12}) = L^2 - L^{12} \dots \dots \dots (18)$$

いま、 i が $H^1(L^1, L^2, L^{12})$ に属しておれば $x_i^1=1$ 、そうでなければ $x_i^1=0$ として作った n 次元 0-1 整数変数ベクトルを $\hat{x}^1(H^1(L^1, L^2, L^{12}))$ とする。同様に、 i が $H^2(L^1, L^2, L^{12})$ に属しておれば $x_i^2=1$ 、そうでなければ $x_i^2=0$ として、 n 次元 0-1 整数変数ベクトル $\hat{x}^2(H^2(L^1, L^2, L^{12}))$ を作る。式 (10), (13), (14), (17), (18) より、 $\hat{x}^1(H^1(L^1, L^2, L^{12}))$ と $\hat{x}^2(H^2(L^1, L^2, L^{12}))$ とは、モデル A の 0-1 整数変数許容解であることがわかる。このように、 L^1, L^2 および L^{12} を指定すれば、それに応じて、モデル A の 0-1 整数変数許容解を得ることができる。

なお、今後、 L^1 と L^2 との組 (L^1, L^2) を L で表わし、 L^{12} の選び方を特に指定しない場合、すなわち任意

の L^{12} に対しては $H^k(L^1, L^2, L^{12})$ を単に $H^k(L)$ で表わすこととする。また、 $H^1(L)$ と $H^2(L)$ との組 $(H^1(L), H^2(L))$ を $H(L)$ で表わすこととする。したがって、このような意味で $\hat{x}^k(H^k(L^1, L^2, L^{12}))$ ($k=1, 2$) を $\hat{x}^k(H(L))$ ($k=1, 2$) で略示する。

$H^k(L^1, L^2, L^{12})$ の定義からわかるように、 L^{12} の種類の選び方によって、同一の L のもとで種々の $H(L)$ を作るができる。そこで、ある L のもとで作られるすべての $H(L)$ からなる集合を考え、それを $\mathcal{H}(L)$ で表わすこととする。

(3) 0-1 整数許容解が与えられたモデル A

モデル A において、0-1 整数許容解が与えられたとすると、そうすると、 f^1, f^2 の値は確定するため、目的関数は f^3 のみとなる。式 (9) は、 $k=1, 2$ のそれぞれについて、 $x_j^k=1$ の場合には右辺第 2 項がとれて x_i^3 ($i=1, \dots, n$) のみに関する制約式となり、 $x_j^k=0$ の場合には事実上意味をもたなくなり無視し得る。式 (10), (13) は不要である。式 (11) は x_i^1 と x_i^2 の値が決まっているため、 $x_i^3=0$ ($i \in H^1(L)$ or $H^2(L)$) で置き換えられ、式 (14) は $k=1, 2$ については不要で、 $x_i^3=0$ ($i \in \bar{L}^3$) となる。したがって、モデル A は、 x_i^3 ($i=1, \dots, n$) を変数とする一つの線形計画問題となる。

(2) で述べたように、0-1 整数変数許容解は $H(L)$ に応じて決められる。そこで、この線形計画問題も $H(L)$ に応じて定めることができ、これをモデル B($H(L)$) とよぶこととする。モデル B($H(L)$) は以下のようになる。

モデル B($H(L)$)

$$\max \sum_i c_i^3 x_i^3 \dots \dots \dots (19)$$

s.t.

$$\sum_j q_j x_j^3 + w_j^0 \leq p^k \quad (j \in H^k(L), k=1, 2) \dots \dots \dots (20)$$

$$0 \leq x_i^3 \leq 1 \dots \dots \dots (21)$$

$$x_i^3 = 0 \quad (i \in \bar{L}^3 \text{ or } i \in H^k(L) \quad (k=1, 2)) \dots \dots \dots (22)$$

臨海工業の配分を表わすベクトル x^3 を次式で定義する。

$$x^3 = (x_1^3, \dots, x_i^3, \dots, x_n^3) \dots \dots \dots (23)$$

0-1 整数変数許容解 $\hat{x}^1(H(L)), \hat{x}^2(H(L))$ が与えられたときにモデル B($H(L)$) を解いて得られる解を $\hat{x}^3(H(L))$ で表わす。次に、 $(\hat{x}^1(H(L)), \hat{x}^2(H(L)), \hat{x}^3(H(L)))$ の組を $\hat{x}(H(L))$ で表わすこととする。明らかに $\hat{x}(H(L))$ は問題 A の許容解である。なお、許容解 $\hat{x}^k(H(L))$ に対する目的関数の値を $f^k(\hat{x}^k(H(L)))$ で表

わし, $f^1(\hat{x}^1(H(L))), f^2(\hat{x}^2(H(L))), f^3(\hat{x}^3(H(L)))$ の組をベクトル $f(\hat{x}(H(L)))$ で表わすこととする。

(4) パレート最適性に関する許容解相互の関係

(1) で述べたように, モデル A のある許容解 $\hat{x}(H(L))$ を得たとき, モデル B($H(L)$) の解に伴う双対変数の値を用いて, パレート最適解を与えないような 0-1 整数変数許容解の領域を見出すことができる。ここでは, その判定に役立つと思われるいくつかの関係を導く。なお, これらの関係の証明は付録に示す。

a) 不要な 0-1 整数変数許容解の除去に関する関係

ある $H(L)$ のもとでモデル B($H(L)$) を解いたときの解に伴って得られる式 (20) の双対変数の値を $v_j^k(H(L))$ とする。このとき, $v_j^k(H(L))$ の値に応じて, 以下に示す 2 つの集合を $k=1, 2$ のおのおのについて作る事ができる。

$$\bar{M}_a^k(H(L)) = \{j | v_j^k(H(L)) > 0, j \in H^k(L)\} \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots(24)$$

$$\bar{M}_b^k(H(L)) = \{j | v_j^k(H(L)) = 0, j \in H^k(L)\} \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots(25)$$

ここで $M_a^k(H(L))$ を $\bar{M}_a^k(H(L))$ の任意の部分集合, $M_b^k(H(L))$ を $\bar{M}_b^k(H(L))$ の任意の部分集合とそれぞれ定めると, 次の関係が得られる。

関係 1

$H^k(L)$ を次式で定義し $H'(H(L)) = (H^1(H(L)), H^2(H(L)))$ を考える。

$$H^k(H(L)) = H^k(L) - M_b^k(H(L)) \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots(26)$$

このとき, $H(L) \ni H'(H(L))$ ならば, 次式が成立する。

$$f(\hat{x}(H(L))) \geq f(\hat{x}(H'(H(L)))) \dots\dots\dots(27)$$

関係 1 は, $H'(H(L))$ に対応する 0-1 整数変数許容解のもとではモデル A のパレート最適解が存在しないことを示している。関係 1 は $H(L)$ 相互についての関係式であるが, このことを, 候補地集合の作成という意味ではより上位にある L 相互の関係を拡張することを試みよう。

ある一つの L が与えられているとし, これを L_0 で表わす。関係 1 での $H^k(H(L))$ に習って $L'(H(L_0))$ を式 (28) で定義し, L_0 のもとで作成得るすべての $L'(H(L_0))$ の集合 (ただし L_0 自身を除く) を $\mathcal{L}(L_0)$ と名づけ, 式 (29) で示す。

$$L'(H(L_0)) = (L^1(H(L_0)), L^2(H(L_0))) \quad \text{ただし, } L^k(H(L_0)) = L_0^k - M_b^k(H(L_0)) \quad (k=1, 2) \dots\dots\dots(28)$$

$$\mathcal{L}(L_0) = \{L'(H(L_0)) | H(L_0) \in \mathcal{R}(L_0), L'(H(L_0)) \ni L_0\} \dots\dots\dots(29)$$

このとき, $\mathcal{L}(L_0)$ に属する L のもとで作られる $H(L)$ と L_0 のもとで作られる $H(L)$ とについて, 次の関係が成立する。

関係 2

ある L_0 が与えられたとき, $\mathcal{L}(L_0)$ に属する L' に対して定義されるいかなる $H(L')$ に対しても,

$$f(\hat{x}(H(L_0))) \geq f(\hat{x}(H(L'))) \dots\dots\dots(30)$$

となる $H(L_0)$ が $\mathcal{R}(L_0)$ に存在する。

関係 2 は, $\mathcal{L}(L_0)$ に属する L' のもとで作られるいかなる $H(L)$ についても, それに対応するモデル A の許容解はパレート最適解になり得ないことを示している。すなわち, 0-1 整数変数許容解の探索に際して, $\mathcal{L}(L_0)$ に属する L を除去してもよいといえる。

b) モデル B($H(L)$) の解に関する関係

$\mathcal{R}(L)$ に属する $H(L)$ 相互について, モデル B($H(L)$) の解に関する考察を行う。 $\mathcal{R}(L)$ に複数個の $H(L)$ が含まれることは, L^1 のとり方, つまり $L^1 \cap L^2$ の要素のうち, どれを自然保護に配分し, どれを海水浴場に配分するかによるものである。同一の地区 j での $k=1, 2$ それぞれについての環境制約条件式 (9) について考える。2. (1), e) で述べたように, $p^1 < p^2$ である。したがって, ある許容解 $\hat{x}(H(L))$ のもとで $k=1$ に関して式 (9) が成立しておれば, 必ず $k=2$ に関しても式 (9) は成立する。つまり, $k=1$ の式 (9) に対して $k=2$ の式 (9) は冗長な制約式となっている。このことから, $L^1 \cap L^2$ に属する地区 j を自然保護に配分した $H(L)$ のもとでモデル B($H(L)$) を解いたとき, 解 $\hat{x}^3(H(L))$ に伴う式 (20) の双対変数の値が 0 ならば, そのような地区を海水浴場に配分した $H(L)$ を考えても $\hat{x}^3(H(L))$ の値は変わらないことがわかる。このことをまとめると次のようになる。

ある L のもとで, 次式に示すような $H^*(L)$ を作り, これを L の代表的な $H(L)$ とよぶ。

$$H^*(L) = (H^1(L), H^2(L)) = (L^1, L^2 - L^1 \cap L^2) \dots\dots\dots(31)$$

モデル B($H^*(L)$) を解き, 次式に示す集合 $\bar{N}(L)$ を作り, その部分集合を $N(L)$ とする。

$$\bar{N}(L) = (L^1 \cap L^2) \cap \bar{M}_b^1(H^*(L)) \dots\dots\dots(32)$$

$N(L)$ を変えることによりいくつかの $H(L)$ を作る事ができる。それらの集合を $\mathcal{R}_N(L)$ とよび, 次式で表わす。なお $\mathcal{R}_N(L)$ は, $\mathcal{R}(L)$ の部分集合となっている。

$$\mathcal{R}_N(L) = \{(H^1(L), H^2(L)) = (L^1 - N(L), \dots\dots\dots(33)$$

$$L^2 - L^1 \cap L^2 + N(L), N(L) \in \bar{N}(L)\} \\ \dots\dots\dots(33)$$

このとき、次の関係が成立する。

関係 3

$\mathcal{R}_N(L)$ に属する任意の $H(L)$ と $H^*(L)$ とについて、次式が成立する。

$$\hat{x}^3(H^*(L)) = \hat{x}^3(H(L)) \dots\dots\dots(34)$$

次に関係 3 に関する一つの特殊な場合を考える。それは、 $\bar{N}(L)$ が $\bar{M}_b^1(H^*(L))$ に属する場合、すなわち、問題としている L のもとでモデル $\mathbf{B}(H^*(L))$ を解いたとき、 $\bar{M}_b^1(H^*(L))$ が $L^1 \cap L^2$ のすべての要素を含んでいた場合である。このとき、 $\mathcal{R}_N(L) = \mathcal{R}(L)$ となり、次に示す関係 3' が成立する。

関係 3'

$$L^1 \cap L^2 \subset \bar{M}_b^1(H^*(L)) \dots\dots\dots(35)$$

ならば、 $\mathcal{R}(L)$ に属する任意の $H(L)$ と $H^*(L)$ とについて次式が成立する。

$$\hat{x}^3(H^*(L)) = \hat{x}^3(H(L)) \dots\dots\dots(36)$$

関係 3 より、モデル $\mathbf{B}(H^*(L))$ の解を求めておけば、 $\mathcal{R}_N(L)$ に属する $H(L)$ についてはモデル $\mathbf{B}(H(L))$ の計算をする必要がないことがわかる。

次に、 $\mathcal{R}(L)$ に属する $H(L)$ のうち $\mathcal{R}_N(L)$ に属さないものについて考える。このような $H(L)$ に対する $\hat{x}^3(H(L))$ は $\hat{x}^3(H^*(L))$ とは異なる。したがってモデル $\mathbf{B}(H(L))$ を解く必要が生じるが、そのような $H(L)$ は、他のどれかの検討すべき L にとっての $\mathcal{R}_N(L)$ に属している。このことを次に述べる。

いま、 $L_0 = (L_0^1, L_0^2)$ において、 $\mathcal{R}(L_0)$ に属し、 $\mathcal{R}_N(L_0)$ に属さない $H(L_0)$ を考える。式 (31)~(33) より、そのような $H(L_0)$ を構成している $H^2(L)$ には、 $L_0^1 \cap L_0^2$ に属し、かつ $\bar{M}_a^1(H^*(L))$ に属する地区が存在しているはずである。そのような地区の一つを i^* とする。 i^* と L_0 とを用いて、次式に示す L_1 を作る。

$$L_1 = (L_1^1, L_1^2) = (L_0^1 - i^*, L_0^2) \dots\dots\dots(37)$$

そうすると、いま問題としている $H(L_0)$ は $\mathcal{R}(L_1)$ に属している。 i^* は $\bar{M}_a^1(H^*(L_0))$ に属するため、 L_1 は $\mathcal{L}(L_0)$ には含まれていなく、除去されてはいない。そこで、 $\mathcal{R}(L_0)$ に属して $\mathcal{R}_N(L_0)$ に属さない $H(L_0)$ については、 L_0 に関して考えるのではなく、式 (37) に示した L_1 に関して考えることとする。 $H(L_0)$ が $\mathcal{R}_N(L_1)$ にもやはり属さないという事態も考えられるが、その場合は、ここで述べている L_0 と L_1 との関係を繰り返してゆけば、 $\bar{L}^1 \cap \bar{L}^2$ の要素数が有限である限り、必

ずどれかの L に関する $\mathcal{R}_N(L)$ に属することとなる。

以上のモデル $\mathbf{B}(H(L))$ の解に関する関係をまとめると、次のようになる。検討すべき L のもとで作られるすべての $H(L)$ は、他の L をも含めてどれかの $\mathcal{R}_N(L)$ に属することになり、 $H^*(L)$ に対するモデル $\mathbf{B}(H(L))$ の解は $\mathcal{R}_N(L)$ に属する $H(L)$ に対するモデル $\mathbf{B}(H(L))$ の解に等しい。したがって、0-1 整数変数許容解の探索において、モデル $\mathbf{B}(H(L))$ は $H^*(L)$ についてのみ解けばよい。

(5) すべてのパレート最適解を含む許容解集合の効率的探索法

a) 木型探索法

整数計画法ではしばしば木型探索法が用いられるが、ここでは Balas の探索法¹³⁾を参考にして木型探索法を作る。

節 点

一つの 0-1 整数変数許容解は $H(L)$ で表わし得る。しかしながら、(4), a) で述べたように、パレート最適解を与え得ない 0-1 整数変数許容解の除去は、 $H(L)$ 相互の比較よりむしろ L 相互の比較により行う方が容易であり、また演算量の大部分を占められると思われる L.P. 問題の計算は各 L について一度行えばよい。これらのことより、木型探索の節点は L で表わすこととする。初期節点は $L = (\bar{L}^1, \bar{L}^2)$ とする。

分枝方法

ある L のもとで作られる $H^*(L)$ について一つの許容解 $\hat{x}(H(L))$ が得られたとする。このとき、次に検討すべき L は $\mathcal{L}(L)$ に属さない L であり、分枝変数は $\bar{M}_a^k(H^*(L))$ に属する地区 i となる。新しい節点は、現在の L から分枝変数である i の一つを取り除くことによって得られる。具体的な分枝ルールを次に示す。

- (i) $\bar{M}_a^k(H^*(L))$ に含まれる要素を除去する。
- (ii) $\bar{M}_a^k(H^*(L))$ に含まれる要素数が複数の場合にはどれを選んでよい。また $\bar{M}_a^1(H^*(L))$, $\bar{M}_a^2(H^*(L))$ のうちどれから選んでもよい。
- (iii) 除去すべき要素の数は、 $k=1, 2$ にわたってただ一つとする。

一回の分枝により、一つ以上の新しい節点が生じる。このため、探索の途中では、モデル A の許容解がまだ算出されていないような節点がいくつか存在する。そのような節点を活性節点とよぶ。

終端節点

$\bar{M}_a^1(H^*(L))$, $\bar{M}_a^2(H^*(L))$ がともに空集合となる節点では、関係 2 からわかるように、それ以上の分枝を行ってもパレート最適解は得られない。このよう

な節点を終端節点とよぶ。また、ある活性節点 L がすでに許容解を算出した節点、あるいは他の活性節点であるような L_0 についての $\mathcal{L}(L_0)$ に含まれている場合がある。たとえば、ある節点 L_0 から L_1 と L_2 との2つの節点が分枝され、 L_2 からさらに L_3 が分枝されるが、 L_3 は実は $\mathcal{L}(L_1)$ に属していたという場合が考えられる。この場合も、以後の分枝を続ける必要がなく、この節点をも終端節点とよぶ。

b) 節点での許容解 $\hat{x}(H(L))$ の算出法

(4), b) で述べたように、各節点 L での許容解の算出は、 $\mathcal{X}_N(L)$ に属する $H(L)$ についてのみ行えばよい。まず、 $H^*(L)$ を作り、モデル $\mathbf{B}(H^*(L))$ を解いて $\hat{x}^3(H^*(L))$ を求め、 $\hat{x}^1(H^*(L))$ と $\hat{x}^2(H^*(L))$ とをあわせて $\hat{x}(H^*(L))$ を得る。 $\mathcal{X}_N(L)$ に属する他の $H(L)$ については、 L^2 を順次決めて $H(L)$ を作り、(2) で述べた方法で $\hat{x}^1(H(L))$, $\hat{x}^2(H(L))$ を算出し、 $\hat{x}^3(H^*(L))$ とあわせて $\hat{x}(H(L))$ とすればよい。

c) 検討すべき許容解集合の探索手順

以上の a), b) での考察をまとめると探索手順を示すことができる。図-1 は、その手順を示したものである。以下に、その手順を箇条書きして述べる。

- (i) 節点 L の初期値として $L=(\bar{L}^1, \bar{L}^2)$ を与える。
- (ii) 節点 L に対する代表的な $H(L)$ すなわち $H^*(L)$ を作る。
- (iii) モデル $\mathbf{B}(H^*(L))$ を解き、 $\hat{x}^3(H^*(L))$, $\bar{M}_a^k(H^*(L))$ ($k=1, 2$) を求める。 $\bar{M}_a^1(H^*(L))$, $\bar{M}_a^2(H^*(L))$ がともに空集合であれば (vii) へ移り、そうでなければ (iv) に移る。

(iv) $\mathcal{X}_N(L)$ に属するすべての $H(L)$ を求め、 $H^*(L)$ をも含めて $\mathcal{X}_N(L)$ に属するすべての $H(L)$ に対する許容解 $\hat{x}(H(L))$ を得る。

(v) 分枝ルールにより、新しい節点を作る。新節点が終端節点であるか否かを検査し、終端節点であれば除去し、そうでなければ活性節点として留保しておく。

(vi) 活性節点が存在しておれば、そのうちの一つを選び (ii) へ移る。そうでなければ探索を終える。

(vii) 許容解 $\hat{x}(H^*(L))$ を求め、(vi) へ移る。

(6) すべてのパレート最適解の算出

ここに示した探索法は、モデルAのすべての許容解の中からパレート最適となる可能性をもつ許容解集合を効率よく取り出そうとするものであり、得られた許容解集合にはパレート最適解以外のものも含んでいる。求めた許容解集合からパレート最適解を取り出す方法は、普通の相互比較によって行う。このとき、以下に示す2段階の検討を行うと効率的である。

第1段階は、同一の分枝節点に応じて得られる許容解すなわち、同一の $\mathcal{X}_N(L)$ に含まれる許容解についての相互比較である。この検討は、 f^3 の値が同一であり、相互に比較すべき許容解の数が少ないため、容易に行い得る。この段階でパレート最適でない判断された許容解は削除され、残りは第2段階に移る。第2段階ではそれら全体にわたっての相互比較を行い、パレート最適解でないものを除去する。

4. 試算結果とその考察

提案した問題の特性をより具体的に理解するために、一つの仮想地域に対する計算例を示す¹⁾。対象をまったくの仮想的地域とすることは結果の考察を平板的にするおそれがあるため、ここでは、実際の地域によく似た仮想地域を設けることとした。そこで、沿岸地域計画に関する種々のデータが整備されている三河湾地域に着目し、三河湾地域に似た仮想地域を作成した。なお、本研究で用いるデータは、三河湾地域での現況データと必ずしも一致しておらず、試算で対象とする地域はあくまで一つの仮想地域であることを断っておく。

(1) 試算に用いたデータ

試算に用いたデータについて説明する。

- (i) 対象海域を 1 km 間隔でメッシュ化したゾーンングを用いる。
- (ii) 活動は、自然保護、海水浴場、臨海工業とする。
- (iii) 立地適性指標値と全候補地集合

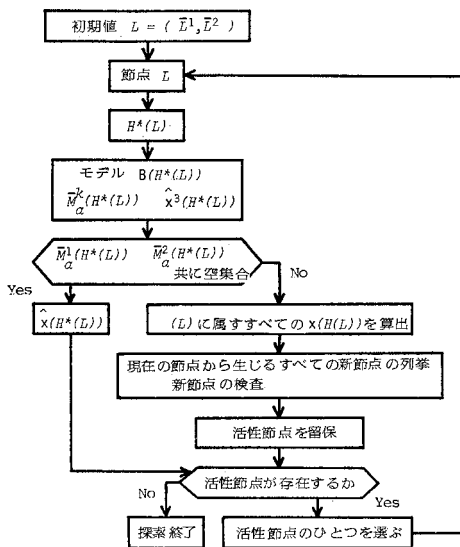


図-1 検討すべき許容解集合の探索手順

立地適性指標値は、自然保護については1か0かで表わされ、臨海工業と海水浴場とについては10点が満点

になるような整数値点数で与えられているものとする^{15),16)}。対象地域での各活動の候補地とそこでの立地

適性指標値の値は図-2に示すとおりである。

図からわかるように、候補地の数は、自然保護、海水浴場、臨海工業についてそれぞれ16, 13, 14である。このうち、 \bar{L}^1 と \bar{L}^2 との共通集合の要素数は3である。

(iv) 汚染物の量はCOD濃度(単位 p.p.m.)で表わし、 p^1, p^2 の値を法による環境基準により、それぞれ1 p.p.m., 2 p.p.m.と定める。

(v) q_{ij} の値は、以下の方法で定めた。まず、汚染物の排出地での定常状態でのCOD濃度は、全工業業種に対する用地1 km²当たり平均COD排出量^{17),18)}が深さ5 m, 面積1 km²の海域で均等に混合された状態と仮定して、1.67 p.p.m.とした。他地区への汚染物の移動については、三河湾地域を対象とした水理模型実験の結果¹⁹⁾を参考にして、算定式を作成した。その結果、 q_{ij} の値は次式で与えることとした。

$$q_{ij} = \begin{cases} 1.67(1 - \alpha_i y_{ij}) & (y_{ij} \leq 1/\alpha_i \text{ のとき}) \\ 0 & (y_{ij} \geq 1/\alpha_i \text{ のとき}) \end{cases} \dots\dots\dots (38)$$

ここで α_i は*i*の位置によって決まるパラメーターで、地区*i*が湾の西部にある場合には $\alpha_i = 0.043$ 、湾の東部にある場合は $\alpha_i = 0.06$ とする。また y_{ij} は地区*ij*間の距離(単位 km)を示す。

(vi) w_j^0 の値は、この地域の海域の現状のCOD濃度²⁰⁾を参考にして与えることとした。各候補地での w_j^0 の概略的な値を図-3に示す。

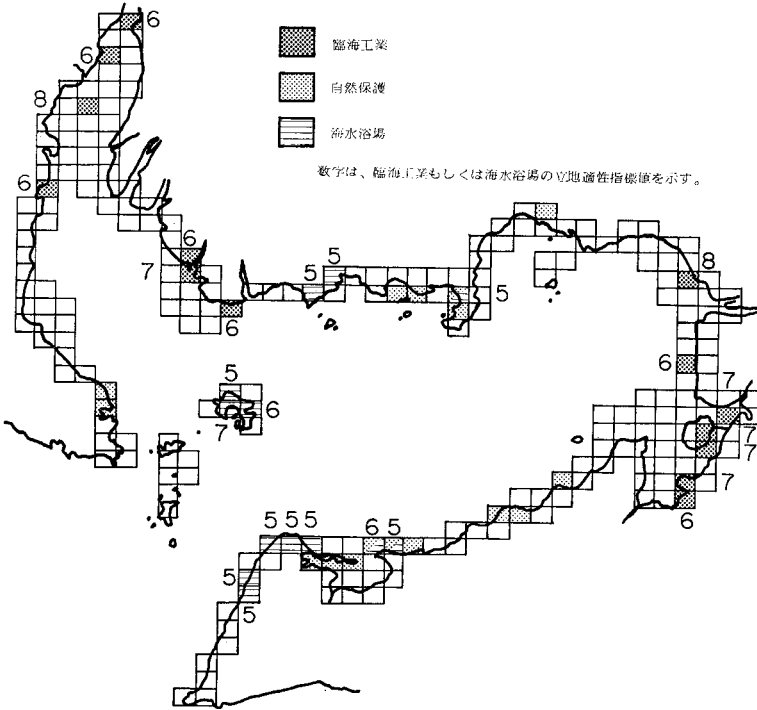


図-2 候補地と立地適性指標

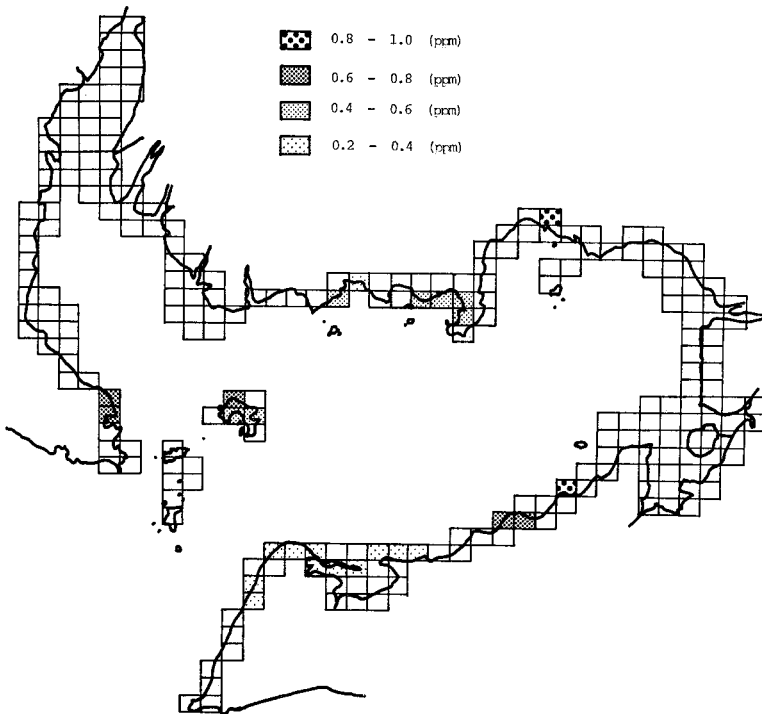


図-3 自然保護および海水浴場の候補地での w_j^0 の値

(2) 試算の結果

a) パレート最適解の算出過程

この問題に、提案したパレート最適解算出法を適用してすべてのパレート最適解を求めた。以下に、その算出過程に関する結果を述べる。なお、今回の試算では、全体的な計算プログラムを作らず、各節点 L での、L.P. 問題 $B(H^*(L))$ のみを計算機で解いた。なお、他の作業は人間の判断で十分賄えた。

まず、 L の初期値として (\bar{L}^1, \bar{L}^2) を与えたのち、3. (5), e) に述べた探索手順に沿って、この問題のすべてのパレート解を含む許容解集合の探索を実施した。探索の終端となる節点は、海水浴場の候補地 4 地区で構成される L であり、このとき、臨海工業はすべての候補地にわたってその利用可能空間の上限まで配分されていた。この間に検討した節点の総数は 152 であった。なお、L.P. 問題を解くための計算時間は、FACOM-230-75 を用いて、1 問題当たり約 5 秒であった。

各節点 L に対応する集合 $\mathcal{X}_N(L)$ の決定は、 L^1 と L^2 との共通集合の要素を調べ、さらにそれらが $\bar{M}_a^k(H^*(L))$ に属するかどうかを調べるという簡単な組合せ論的考察により、容易になし得た。各 $\mathcal{X}_N(L)$ の要素数は、152 個の節点のうち、71 節点で 8、27 節点で 4、20 節点で 2 となり、残りの 34 節点では 1 であった。したがって、この探索法において、パレート最適解発見のために以後検討すべきと認められた実行可能解の数は、それらの積和の値すなわち 750 である。

次に、この 750 の実行可能解から、問題のすべてのパレート最適解を算出した。パレート最適解の算出に際しては、3. (6) に述べたように 2 段階の検討を行った。第 1 段階での検討の結果、 $\mathcal{X}_N(L)$ に属する要素数が 8、4 の場合に対して、それぞれ 4 個、1 個の許容解がパレート最適解とはなり得ないと認められた。第 1 段階で除去された解の数は 371 である。第 2 段階では、残りの 439 個の解の相互比較を行い、98 個のパレート最適解が得られた。

以上で、試算例として与えた問題のパレート最適解がすべて求められた。その総数は 98 である。なお、パレ

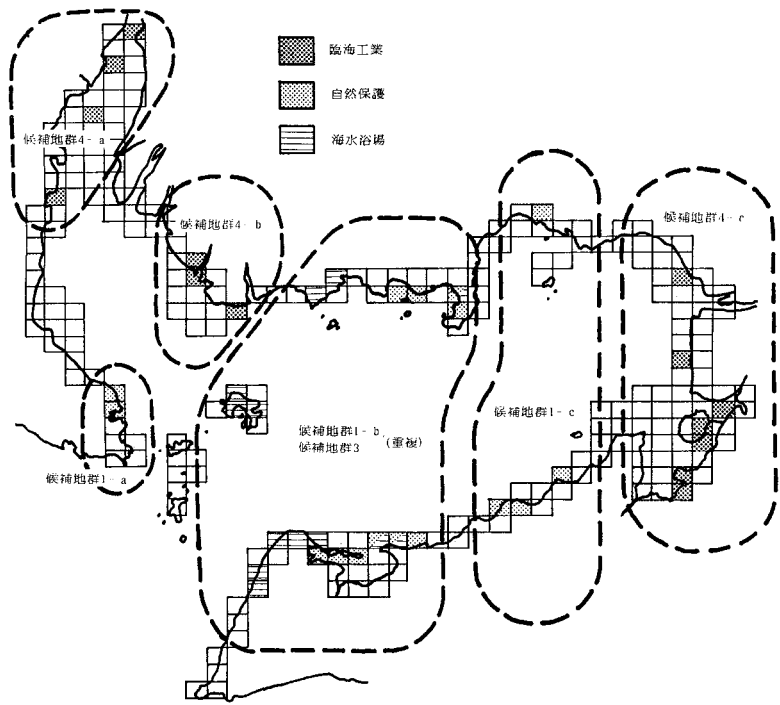


図-4 候補地群の空間的分布状況

ート最適解を与えた節点の数は 45 であった。

b) L.P. 問題の解およびパレート最適解に関する考察

モデル A のパレート最適解や提案した探索法はいずれも、対象とする沿岸地域での各活動の候補地の分布特性と密接な関係をもっていると考えられる。ここでは、主として候補地の分布特性との関係を考えたうえで、計算した L.P. 問題の解やパレート最適解について考察を行う。

図-4 は、配分結果の空間的分布特性をみるために、各活動ごとに候補地をいくつかの候補地群にまとめたものである。各節点での $H^*(L)$ についての配分結果を、自然保護の空間的分布特性に従って分類すると、次のようになる。

- (i) 候補地群 1-a, 1-c それぞれについて、少なくとも 1 地区に配分されている。……グループ A
- (ii) 候補地群 1-a には配分されない。1-c では少なくとも 1 地区に配分されている。…グループ B
- (iii) 候補地群 1-a では少なくとも 1 地区に配分されるが 1-c には配分されない。……グループ C
- (iv) 候補地群 1-a にも 1-c にも配分されない。……グループ D

表-1 は、各節点グループについて、配分結果を候補地群ごとにまとめたもので、各グループ内での配分面積の最大値と最小値、および平均値を示している。この表

表一 各節点グループについての候補地群別の配分結果

(単位, km²)

節点グループ	候補地群											節点数			
	自然保護			海水浴場	臨海工業										
	1-a, (2)	1-b, (10)	1-c, (4)	3, (13)	4-a, (4)	4-b, (3)	4-c, (7)								
A	1	2	10	1	4	13	0.81	1.10	0	0	0.09	1.44	12		
	1.50			2.17			0.95		0		0.94				
B	0		0	10	1	4	4	13	3.21	4	0	3	0	1.44	105
			6.82		1.99		8.11		3.93		1.10		0.92		
C	1	2	10	0		13	0.81	1.1	0		7		2		
	1.50						0.95								
D	0		0	10	0		4	13	3.21	4	0	3	6.37	7	33
			5.12				7.61		3.94		1.37		6.97		

注) ます目内左上に最小値, 右上に最大値, 下に平均値を示す。ます目内単一数字は最大値と最小値とが同じ値の場合を示す。候補地群名中, () 内は候補地数を示す。

から, 次のことがわかる。

(i) 候補地群 1-a に自然保護が少なくとも 1 地区配分されれば, 臨海工業の候補地群 4-a での配分面積は小さく (グループ A, C), 逆に, 1-a に配分されなければ, 4-a での配分面積は大きい (グループ B, D)。

(ii) 候補地群 1-c に自然保護が少なくとも 1 地区配分されれば, 臨海工業の候補地群 4-c での配分面積は小さく (グループ A, B), 逆に, 1-c に配分されなければ, 4-c での配分面積は大きい (グループ C, D)。

このように, 配分結果には, 自然保護の候補地群と臨海工業の候補地群との間に 2 つの対応する関係がみられる。

図-5 は, 各節点での $H^*(L)$ について, 自然保護の評価値 f^1 の値と臨海工業の評価値 f^3 の値とを示したものである。図中, 丸印はパレート最適解を与えた節点を, また, ×印はそうでない節点をそれぞれ示しており, 図中の数字は探索時の節点番号, 英字は上に述べた節点グループを示している。図から, 次のことがわかる。

(i) 全体としては, f^1 の値と f^3 の値とは代替的な関係を示す。

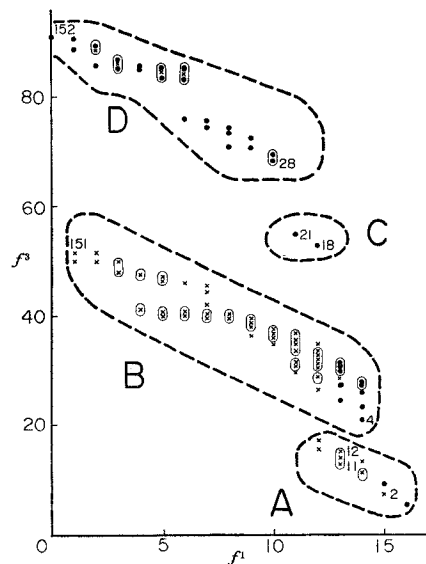
(ii) f^1 の値が 12 から 1 の値域では, 各 f^1 の値に対して, グループ B の点とグループ C および D の点とがある。

(iii) f^3 の値については, グループ間のギャップが大きい。

(iv) パレート最適でない節点のうち, 大部分は節点 4 もしくは節点 18 にパレート最適の意味で支配されている。

この (i)~(iv) の点について 補足説明を以下に加える。

(i) の点について, f^2 との関係とを述べると, f^1 と f^2 については, 海水浴場の候補地が自然保護の候補地とほ



注) 〇印内の点は, その範囲内の一部の点のみを示している。

図-5 各節点での $H^*(L)$ に対する f^1 (自然保護) の値と f^3 (臨海工業) の値

ぼ同じような場所にあるため, 一方が大きくなれば他方も大きくなるという関係がみられる。 f^2 と f^3 については, 代替的な関係がみられる。

(ii) の点について, 探索時の節点の分枝状況を述べる。分枝状況は, おおまかに節点グループについてみると, A → B の系列と A → C → D の系列とがみられ, この 2 つの節点系列が, 図-5 に現われている。前者の節点系列では, 候補地群 1-c のうち少なくとも 1 地区には自然保護が必ず配分されており, 後者の節点系列では候補地群 1-c には自然保護は配分されない。このような節点系列での相違が候補地群 1-c と 4-c との関係を通じて, f^3 の値の相違として現われている。

次に (iii) について考える。各グループの橋渡しとなる節点の前後関係は, A に属する節点 2 から B に属する

節点 4 への分枝, A に属する節点 11 もしくは 12 から C に属する節点 18 への分枝, C に属する節点 21 から D に属する節点 28 への分枝である. なお, グループ B からグループ C もしくは D への分枝もみられた. その代表的なものは, 図のグループ B の節点 151 からグループ D の節点 152 への分枝である. このように, グループ間の橋渡しとなる分枝の前後では, f^3 の値は大きく変わっている. このことは, 先に述べた自然保護の候補地群と臨海工業の候補地群との対応関係が非常に明瞭なことを示している. そして, この際の f^3 の値の大きい変化が, (iv) に述べたことの背景となっている. この試算例では, 4-c の候補地群の候補地数が全体の候補地数の半数であり, かつその候補地にポテンシャル値の高いものがみられるため, 節点 18 はグループ B に属する多くの節点をパレート最適の意味で支配することとなっている. なお, 節点 18 はグループ B に属する 92 節点を支配し, 節点 4 はグループ A に属する 9 節点を支配している.

以上に述べたように, この例では各候補地の分布特性, すなわち自然保護の候補地群 1-a と臨海工業の候補地群 4-a との位置関係, および自然保護の候補地群 1-c と臨海工業の候補地群 4-c との位置関係は, 配分結果の空間的分布状況, 探索時の節点系列, 解のパレート最適性等に非常に大きい影響を与えている.

(3) 提案した方法の効率性に関する考察

ここでは, 試算例の結果をふまえて, 提案したパレート最適解算出法の効率性についての考察を行う.

a) 許容解の要約度

提案した許容解探索法は, 直接的には, 対象とする問題の 0-1 整数変数許容解をより少数のものに限って検討しようとするものである. このことを試算例でみると, 0-1 整数変数許容解の総数は $2^{13} \cdot 2^{10} \left(\sum_{i=0}^3 C_i \cdot 2^{2^i-1} \right)$, すなわち約 2 億あまりであるのに対し, 提案した探索法で検討した 0-1 整数変数許容解 $H(L)$ の数は 750 であり, かなりの要約がなされているといえる. とところで, この探索法での検討すべき $H(L)$ の数は, 各分枝節点 L での $\mathcal{X}_N(L)$ の要素数の総和である. $\mathcal{X}_N(L)$ に属する $H(L)$ に対する $\mathfrak{z}^*(H(L))$ の値は同一であり, $\mathfrak{z}^*(H(L))$ ($k=1, 2$) の値は L が与えられたときの簡単な組合せ問題と考えられる. したがって, この探索法の効率性を考える場合に最も重要な点は, 節点の数である.

節点の数は, 関係 2 からわかるように, モデルの環境制約条件式 (9) の性格に大きく関係している. このことは, 直接的には, ある L のもとで L.P. 問題 $\mathbf{B}(H^*(L))$ を解いたとき, その場合の活性な (active) 制約条件式を除けば, 次にどの制約式が活性となるかという制

約式間の関係を指している. この制約式は自然保護や海水浴場の各候補地について作られ, それらの候補地と臨海工業の候補地との位置関係を表わしている. したがって, 活性制約式の順序関係は, 候補地の空間的分布状況に強く依存している. つまり, 0-1 整数変数許容解の総数に対する節点数の割合が大きい小さいかは, 活性制約式の順序関係が, モデル $\mathbf{B}(H(L))$ に示される L.P. 問題の解となる端点の位置にかかわらない一般性をどの程度もつかにかかっている. そして, その順序関係は, 候補地の分布状況により決まるものである.

次に, 要約の効率性を知る手がかりについて考えよう. 考えられる一つの手がかりは, 環境制約式間の冗長な関係である. というのは, 冗長な関係式をもつ制約式間での活性制約式の順序関係は, 端点の位置にかかわらない不変性をもつからである. なお, 試算例では, 探索に入る前の事前の検査により, 次のことがわかった. 環境制約条件式数 29 のうち活性制約式となり得るものは 25 であり, それらのペア総数 300 のうち, 113 のペアに冗長な関係がみられた. 冗長なペアの割合は約 38% であった. 冗長な制約式の割合と許容解の要約度との関係に明確な関係を見出すことはできないが, その割合が大きい場合に要約度が高まることは一般に期待してよからう.

b) 検討した実行可能解の数とパレート最適解の数

試算例では, 検討すべき実行可能解の数が 750 であるのに対してパレート最適解の数は 98 であり, また, 計算した L.P. 問題の数 152 に対してパレート最適解を与えた L.P. 問題の数は 45 であった. この結果をみれば, パレート最適解の発見のために検討した実行可能解や計算した L.P. 問題には, 結果的にみて不要のものがかなり含まれているといえよう.

L.P. 問題の数について考えると, 試算例では, 図-6 に示した節点 18 が, 他の 93 個の節点に対して支配的であったということが, 結果的に不要ものを多く生じた大きな原因といえる. このことは, (2), (b) で述べたように, 候補地群間の明瞭な対応関係と, ある候補地群に全体の半数の候補地があるという試算例の候補地の分布特性に基づくもので, 必ずしも, 試算例のように効率性が低くなるとはいえないと思われる.

このように, 実行可能解からパレート最適解を算出する場合に高い効率を期待し得るとはいえない. しかし, 演算の面で見ると, この間の演算内容は比較的簡単であるので, この点での効率性の低さは全体的な演算量にさほど影響しないと考えられる.

c) 他のパレート解算出法との比較

多目的 0-1 混合整数計画問題でのすべてのパレート最適解を算出した例は, 著者の知る限りでは, 見当たらない

い。一般的な解法はなく、モデルAは、その数学的構造が簡明なためうまく解くことができた特殊な問題というべきかもしれない。そのため、ここでは、特別な解法が考えられない場合に用いられると思われるパラメトリックに0-1混合整数計画問題を解く方法との比較を試みることにする。

これは、モデルAの $k=1, 2$ に対する目的関数が離散的な値をもつことに着目し、 f^1, f^2 の下限値の組を与えて、それらをモデルAの制約条件に加えたうえで、 f^3 を最大化する0-1混合整数計画問題を解くものである。 f^1, f^2 の下限値の組数が有限であるため、それらの考え得るすべての組に対してその問題の解を求めると、それらの解の中に、モデルAのすべてのパレート最適解を見出すことができる。

この方法を試算例に適用することを考えると、自然保護については0から16までの17種類の f^1 が、海水浴場については20から69までの範囲の36種類の f^2 がそれぞれ考えられる。したがって、 f^1 と f^2 との下限値の組数、つまり解くべき0-1混合整数計画問題の数は612となる。この方法は、本研究で提案した方法に比べて、より多くの変数を必要とし、個々の問題はより複雑で、しかもより多数の問題を解かねばならない。したがって、試算例についていえば、提案した方法は、パラメトリックに0-1混合整数計画問題を解く方法よりも有利といえる。

しかしながら、本研究で提案した方法が、LemkeとSpielberg¹²⁾に代表される単一目的混合整数計画法の分割計算法を多目的計画問題に応用したものであることを考えると、上に述べた効率性は、分割計算法の効率性が現われているにすぎないのかもしれない。いいかえれば、本論文は、単一目的の混合整数計画問題における分割計算法の有効性が多目的計画問題でも発揮されることを示した一例ともいえる。

5. おわりに

本研究は、沿岸海域のような環境汚染やそれに伴う計画の多目的性が重視される場合の活動配分モデルに関して、一つの多目的多種活動同時配分モデルを提案するとともに、そのパレート最適解を算出する方法について考察したものである。

提案したモデルは、以下のような特色をもっている。

(1) 汚染物を排出する活動とそれによって影響を受ける活動との同時配分モデルである。

(2) 環境汚染に対する考慮は、環境基準値を用いることにより、if~then型の制約条件式としてモデルに取り入れられている。

(3) 多目的計画モデルである。

環境汚染や多目的計画の考慮は、沿岸海域のように、環境汚染に伴う利害対立が予想される場合の活動配分計画モデルに寄せられる重要な要請である。提案したモデルは、この2つの要請に応え得る多種活動同時配分モデルであるという点で、従来のものに比べてより有意義であるといえる。

提案したモデルは、0-1混合整数型線形多目的計画問題である。この問題を解くことは、すべてのパレート最適解を算出することを意味するが、整数変数を含む多目的計画問題の一般的解法は存在しない⁹⁾。そこで、本研究では、単一目的関数の0-1混合整数計画問題に対する分割計算法であるLemkeとSpielbergの考え方¹²⁾を多目的計画問題に応用することにより、このモデルを解く方法を提案した。

この方法は、木型探索法の形で、パレート最適解となり得る0-1整数変数許容解を順次与え、全体の許容解集合から検討すべきより少数の許容解集合を効率的に選出し、それらの中からパレート最適解を見出すのである。

この方法の効率性のよさについては、多目的0-1混合整数計画問題の解法がほとんどみられないため、軽々には論じられないが、単一目的の0-1混合整数計画問題での分割計算法の効率性のよさを考えると、かなりの効率性をもつものと思われる。試算例の結果では、0-1整数変数許容解の数が約2億余であるのに対して、検討すべき許容解の数は750であり、かなりの要約がなされたといえる。演算量については、複雑な計算は152個のL.P.問題を解くことに限られており、実用上問題はないと思われる。

解法の面からみると、提案したモデルで最も重要な役割を果たすものは環境制約条件式であり、許容解を要約する際の効率性の良否は候補地の分布特性に強く関係している。試算例のように、いわゆる開発系活動の候補地といわゆる保全系活動の候補地とが空間的に分離され、かつ各活動の候補地が群集しているような場合には要約度は高いと思われる。なお、この方法の効率性を事前に知るための一つの手がかりは、モデルに現われる環境制約条件式相互に冗長な関係が生じる度合であり、その度合が大きい場合には高い要約度を期待し得る。

解法に関する結論をまとめると、提案した方法は、許容解の要約の面でかなり効率的であり、演算も容易で、試算例程度の問題であれば、すべてのパレート最適解を算出することは実用上差し支えないと思われる。

すべてのパレート最適解を算出し得ることは、多目的性が重視される計画問題では重要な意義をもつ。その一つは、意思決定者が、彼もしくは彼らにとって最も望ま

しい代替案を“正しく”選び得ることである。というのは、すべてのパレート最適解が得られない場合には、意思決定者は、計画技術者の提示したいくつかの代替案から最も望ましいものを選ぶこととなるが、それは、提出されたいくつかの代替案のうちの最良なものであって、すべての許容解にわたる最良な解とは限らないからである。もう一つの意義はすべてのパレート最適解を知ることにより、複数の目的関数相互の関係を正しく認識し得ることである。このことは、意思決定者が複数で利害対立が生じやすい場合には、自他の利害関係をはっきり知ることによって疑念を少なくし、協調的な態度に向かわせる効果を期待し得るため、特に有意義と思われる。

今後の研究課題については、海域利用計画という大きい問題に対しては多くのものが考えられるが、本研究に直接関連するものに限ると、主要なものは次の2点と思われる。

第一は、提案したモデルでは汚染物を排出する活動が1種類であるが、それを複数種類に拡張することである。第二は、変数の数が多大になった場合の効果的な方法をモデルの構成法や解法にわたって考察することである。

最後に、本研究の試算例を作成するための基礎データを提供していただいた運輸省第五港湾建設局の方々に、深く感謝の意を表す次第である。

付 録

(1) 関係1の証明

式(26)より、 $\hat{x}^k(H'(H(L))) \leq \hat{x}^k(H(L))$ ($k=1, 2$)、よって、 $f^k(\hat{x}^k(H'(H(L)))) \leq f^k(\hat{x}^k(H(L)))$ ($k=1, 2$) (等号は $M_b^k(H(L))$ が空集合のときにのみ成立)。また、線形計画法の双対定理より、 $f^3(\hat{x}^3(H'(H(L)))) = f^3(\hat{x}^3(H(L)))$ 。ゆえに、 $H(L) \ni H'(H(L))$ ならば、式(27)が成立する。

(2) 関係2の証明

任意の $L'(L' \in \mathcal{L}(L_0))$ を取り上げる。式(25)、(28)より、 L^1, L^2 はそれぞれ、ある同一の $H(L_0)$ のもとの活性な環境制約条件式に対応する地区集合である。ここで $p^1 < p^2$ より、 $L^1 \cap L^2 = \phi$ 、よって $H^1(L') = L^1, H^2(L') = L^2$ となる。一方、 $H^1(L) \cap H^2(L) = \phi$ より、 $M_b^1(H(L_0)) \cap M_b^2(H(L_0')) = \phi$ 。よって $(M_b^1(H(L_0)) + H^1(L')) \cap (M_b^2(H(L_0)) + H^2(L')) = \phi$ 。このことは $M_b^k(H(L_0)) + H^k(L')$ ($k=1, 2$) が $H(L_0)$ の分割であることを示しており、 $H^k(L') = H^k(L_0) - M_b^k(H(L_0))$ と表わし得る。式(29)より、 $H(L') \ni H(L_0)$ 。よって、 $f(\hat{x}(H(L'))) \geq f(\hat{x}(H(L)))$ 。

(3) 関係3の証明

$N(L) \subset \bar{M}_b^1(H^*(L))$ より、モデル $\mathbf{B}(H^*(L))$ の解はモデル $\mathbf{B}(L^1 - N(L), L^2 - L^1 \cap L^2)$ の解と同じである。一方、 $p^1 < p^2$ より $\sum_i q_{ij} \hat{x}_i^j + w_j^0 \leq p^1$ ならば、 $\sum_i q_{ij} \hat{x}_i^j + w_j^0 < p^2$ 。よって、モデル $\mathbf{B}(L^1 - N(L), L^2 - L^1 \cap L^2)$ の解はモデル $\mathbf{B}(L^1 - N(L), L^2 - L^1 \cap L^2 + N(L))$ の解と同じものとなり、式(34)が成立する。

参 考 文 献

- 1) 運輸経済研究センター：福島県臨海空間開発計画調査，昭和48年3月。
- 2) 長崎県海洋利用基本調査委員会：長崎県海洋利用基本調査，昭和50年3月。
- 3) Yasojima, Y., H. Kono, Y. Nakamura and M. Hirata: Programming Model for "Big Push" Project, Considering Industrial Pollution, The Third International Pacific Regional Science Conference, 1973.8.
- 4) Meta System Inc.: An Operational Framework for Coastal Zone Management Planning, 1975.1.
- 5) 運輸省第五港湾建設局：伊勢湾海域部総合利用計画策定のための基礎報告書(Ⅲ)，昭和52年3月。
- 6) 天野光三・柏谷増男：海面利用計画モデルに関する一提案，土木学会誌，59巻，10号，pp. 18~24，昭和49年。
- 7) Werczberger, E.: A Mixed-Integer Programming Model for the Integration of Air-Quality Policy into Land Use Planning, Papers of the Regional Science Association, Vol. 33, pp. 141~154, 1974.
- 8) Dantzig, G.B.: On the Significance of Solving Linear Programming Problems with Some Integer Variables, Econometrica, Vol. 28, No. 1, pp. 30~44, 1960.
- 9) Nijkamp, P.: A Multi-Criteria Analysis for Project Evaluation, Papers of the Regional Science Association, Vol. 35, pp. 87~111, 1975.
- 10) 志水清孝：システム最適化理論，コロナ社，昭和51年6月。
- 11) Benders, J.F.: Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems, Numerische Mathematik Vol. 4, No. 3, pp. 238~252, 1962.
- 12) Lemke, C.E. and K. Spierberg: Direct Search Algorithms for Zero-One and Mixed-Integer Programming, Operations Research, Vol. 15, No. 5, pp. 892~913, 1967.
- 13) Balas, E.: Discrete Programming by the Filter Method, Operations Research, Vol. 15, No. 5, pp. 915~957, 1967.
- 14) 柏谷増男・横川雄二：海域利用計画シミュレーションモデルに関する基礎的研究，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集，第4部，pp. 173~174，昭和52年10月。
- 15) 坂田政彦：多目的沿岸利用計画に関する一考察，愛媛大学工学部卒業論文，pp. 10~11，昭和52年3月。
- 16) 運輸省第五港湾建設局：伊勢湾海域部総合利用計画策定のための基礎報告書(Ⅱ)，昭和51年3月。
- 17) 通産省大臣官房調査統計部：昭和48年工業統計表，大蔵省印刷局，昭和51年9月。
- 18) 通産省大臣官房調査統計部：昭和48年産業公害分析用産業関連表，昭和51年5月。
- 19) 運輸省第五港湾建設局：伊勢湾水理模型実験場報告，昭和50年10月。
- 20) 運輸省第五港湾建設局：伊勢湾海域部総合利用計画策定のための基礎報告書(Ⅰ)，昭和50年3月。