

最大荷重設計による骨組構造の最適化

OPTIMIZATION OF STRUCTURAL SYSTEMS USING
MAXIMUM LOAD DESIGN

長谷川 彰 夫*・阪 上 精 希**・松 浦 聖***

By Akio HASEGAWA, Seiki SAKAUE and Sei MATSUURA

1. ま え が き

数理計画法の一環としての最適化の手法が開発され、工学の諸分野にその応用が試みられてから、すでに久しく、構造工学の分野でも、構造物あるいは構造要素の最適設計の問題として広く注目を浴びて現在に至っている。しかし、構造工学の分野における最適化手法の応用は、常に、構造強度の評価や構造解析の手法を包含する問題となり、それぞれの項目の複雑さや計算機演算の運用の問題ともからんで、実用化がきわめて難しく、いまだ個別的な問題に対する研究の域にとどまっているのが、大勢的な意味では、現状といえよう。

構造物の最適設計は、基本的に次の 3 つの段階に区分することができる。

- 1) 構造部材の断面の最適化(これを Level 1 の最適化とよぶ)
- 2) 骨組構造の構成部材断面配分の最適化 (Level 2)
- 3) 骨組構造の配置 (Layout) の最適化 (Level 3)

第 1 の構造部材の断面の最適化は、具体的には、部材長が与えられたときの最適断面の決定問題であり、柱、はり、単純プレート・ガーダー等の断面設計に係る。第 2 の骨組構造の構成部材断面配分の最適化では、荷重系、構造システム(トラス、フレーム等)を与えたときの、構成部材相互の最適断面配分の決定が問題となる。第 3 の骨組構造の配置の最適化は、荷重、載荷点、支持力や支持点などを空間上に与えたときの、空間上の骨組配置の最適化の問題であり、最適な荷重伝達機構を合理的に見つけ出すネットワークの問題ともいえよう。

構造物の最適設計を厳密に行うとすれば、これらの 3 つの段階区分は明確に分離できるものでなく、お互いに

連係した形で取り扱う必要があるのは当然である。しかし、最初から、すべての段階を同時に考慮した最適化は、現段階において事実上不可能であるばかりでなく、効率的な最適化の実施という意味でも得策ではない。実際には、各段階における最適化の方法論の展開とその結果による最適特性の把握に努め、得られた因果関係を効果的に各段階の連係において利用するのが適当であろう。

著者らは、すでに構造最適化の新しい手法として、最大荷重設計のアルゴリズムを提唱し¹⁾²⁾、その有用性を論じてきた。最大荷重設計では、最小荷重設計とは逆の立場に立ち、“重量一定のもとで適用可能荷重を最大にする構造系は力学的に最適である”という考え方のもとに、定式化を進め、その最終的なアルゴリズムを制約条件をもたない単なる多変数関数の極値問題に帰着した。

この最大荷重設計の手法を鋼構造物の最適設計に応用し、前述のいわゆる Level 1 の最適化すなわち鋼構造物部材断面の最適化の範囲で、柱、はり-柱³⁾や 2 軸対称プレート・ガーダー⁴⁾について適用し、すでに一定の成果を得た。しかし、Level 1 の最適化においては、単一部材を対象とするため、骨組構造解析の演算を事実上、必要としない。したがって、最大荷重設計の手法をさらに一般化してゆくためには、構造解析演算の繰返しを含む Level 2 の最適化すなわち、骨組構造の構成部材断面配分の最適化に対する適用を検討しなければならない。

本報告では、最大荷重設計による骨組構造の最適化について検討する。初めに、骨組構造の最適化に対する最大荷重設計のアルゴリズムの適用について、マトリックス構造解析と結びつけて説明する。次に、Level 1 の断面の最適化とこの Level 2 の骨組構造の最適化をいかに有機的に連係させ、整理すべきかについて検討する。最後に、骨組構造の数値計算例として、簡単な不特定トラスを取り上げ、具体的に、結果に関し、検討を加える。

* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 土木工学科

** 正会員 工修 新日本製鐵(株)

*** 正会員 工博 名古屋工業大学教授 土木工学科

2. 骨組構造の最適化の方法

(1) 最大荷重設計の適用

Fig. 1 に示すような節点位置と複数の静的な荷重系 $P = \{P_1, P_2, \dots, P_k\}$ が与えられた骨組構造を考える。使用鋼種が与えられているとすると、この構造系の設計条件は次のように与えられる。

$$D_j(P, X) \leq C_j(P, X) \quad (j=1, n) \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 D_j は荷重系による設計項目 j に対する構造応答を示す設計関数、 C_j は設計項目 j に対する制限値を示す規定関数、 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ は幾何学的独立変数である。

複数の荷重系 P は、比例荷重により与えられるものとする、

$$P = \{P_1, P_2, \dots, P_k\} = P \cdot \{P_1/P, P_2/P, \dots, P_k/P\} \\ = P \cdot \{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_k\} = PQ \dots\dots\dots(2)$$

と表現できる。ここで Q は定数ベクトルとなり、 P は単一の荷重変数である。したがって、式 (1) は

$$D_j(PQ, X) \leq C_j(PQ, X) \dots\dots\dots(3)$$

となる。すでに報告したように²⁾、一般の実用構造設計では、 D_j は荷重に関し、線形応答を示し、 C_j は荷重に依存しない場合がほとんどであることから、それらを仮定すると式 (3) は

$$P \leq \frac{C_j(Q, X)}{S_j(Q, X)} \equiv P_j(Q, X) \dots\dots\dots(4)$$

とまとめられる。ここで S_j は注1)

$$S_j \equiv S_j(Q, X) \equiv D_j/P \dots\dots\dots(5)$$

で与えられ、荷重 P に依存しない。 S_j は単位荷重系 ($P=1$) に対する構造物の応答を示す構造解析関数である。 P_j は式 (4) で定義される設計項目 j の状態能力関数である。

幾何学的独立変数 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ から、最大荷重設計における重量一定の条件を用いて独立変数 1 個を

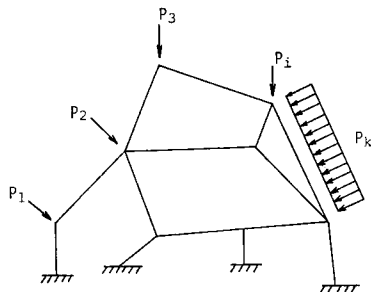


Fig. 1 A Structural System.

注 1) 文献 2) では記号として A を用いたが、本報告では他の記号との混同を避けるため S を用いる。

消去した有意な独立変数 $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_{m-1}\}$ を用いると、式 (4) から最大荷重設計の最終的アルゴリズムは、Level 1 の最適化の場合と同様に、

$$P_{\max} = \text{Max}_Y \{ \text{Min}_j P_j(Q, Y) \} \quad (j=1, n) \dots\dots(6)$$

となる。これは、制約条件をもたない単なる多変数関数の極値問題である。ここで P_{\max} は与えられた骨組構造に対する適用可能最大荷重である。骨組構造の最適化では、式 (6) により目的関数 P の最大値すなわち適用可能最大荷重を探索するとともに、最大荷重 P_{\max} を与える幾何学的独立変数 Y を求めることが課題となる。

(2) マトリックス構造解析の適用

式 (6) を用いて骨組構造の最適化を行う場合、状態能力関数 P_j の値を定量的に評価しなければならない。式 (4) より P_j を決める要因は、規定関数 C_j と構造解析関数 S_j となるが、このうち、 C_j は、許容応力、限界応力等で設計基準により陽に与えられているため、評価は簡単である。問題は、構造解析関数 S_j の評価であり、骨組構造の注目点における応力や変形等の構造応答であることから、構造解析の操作を通さなければならない。

対象とする骨組構造に作用する荷重系 P は、式 (2) に示したように

$$P = PQ$$

で与えられる。単位荷重系 Q に対し、骨組構造の剛性方程式は、

$$Q = KU \dots\dots\dots(7)$$

で与えられる。ここで K は全体の剛性行列で要素の剛性行列 k_i と座標変換行列の関数、 U は全体座標系での節点変位である。式 (7) の剛性方程式を解いて未知節点変位 U を求め、この結果を要素に還元することにより、構成部材の局所座標系での断面力 f_i および節点変位 u_i が求まる。

実用構造設計に用いる構造解析は一般に微小変位理論に従っており、剛性行列等も衆知の式で与えられる⁴⁾が、最適化計算における関数関係の明確な表現を目的として、無次元表示でまとめると、Fig. 2 に示す構成部材 i の要素剛性方程式は次のようになる。

$$\bar{F}_i = \bar{k}_i \bar{u}_i \dots\dots\dots(8)$$

ここで

$$\bar{F}_i = \{V_{i1}/\sigma_y l^2, M_{i1}/\sigma_y l^3, N_{i1}/\sigma_y l^2, V_{i2}/\sigma_y l^2, \\ M_{i2}/\sigma_y l^3, N_{i2}/\sigma_y l^2\} \dots\dots\dots(9 \cdot a)$$

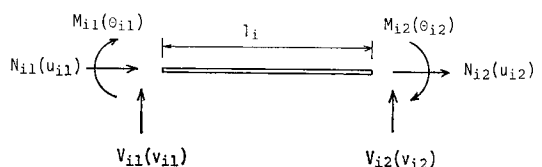


Fig. 2 A Member Element.

$$\bar{u}_i = \{v_{i1}/l, \theta_{i1}, u_{i1}/l, v_{i2}/l, \theta_{i2}, u_{i2}/l\} \dots (9 \cdot b)$$

$$\bar{k}_i = \bar{k}_i(l_i/l, g_y, A_i/l^2, I_i/l^4)$$

$$= \begin{bmatrix} 12 a_i(l_i/l)^{-1} & -6 a_i & 0 \\ -6 a_i & 4 a_i(l_i/l) & 0 \\ 0 & 0 & b_i \\ -12 a_i(l_i/l)^{-1} & 6 a_i & 0 \\ -6 a_i & 2 a_i(l_i/l) & 0 \\ 0 & 0 & -b_i \\ -12 a_i(l_i/l)^{-1} & -6 a_i & 0 \\ 6 a_i & 2 a_i(l_i/l) & 0 \\ 0 & 0 & -b_i \\ 12 a_i(l_i/l)^{-1} & 6 a_i & 0 \\ 6 a_i & 4 a_i(l_i/l) & 0 \\ 0 & 0 & b_i \end{bmatrix} \dots (9 \cdot c)$$

ただし、 $a_i = (l_i/l)^{-2} \cdot g_y^2 \cdot I_i/l^4$, $b_i = (l_i/l)^{-1} \cdot g_y^2 \cdot A_i/l^2$
 ここで、 g_y は鋼種を表わす定数で $g_y = \sqrt{E/\sigma_y}$, l_i , A_i , I_i はそれぞれ部材 i の部材長、断面積、断面 2 次モーメントである。 E , σ_y はそれぞれヤング率、降伏応力である。 l は任意の基準長である。節点力および節点変位の記号は Fig. 2 に示すとおりである。分布荷重を受ける場合の部材内部の断面力や変位は、等価節点力を導入して得られた節点力や節点変位を用いて容易に求めることができる。

式 (5) の構造解析関数 S_j は、このようにして求められた単位荷重系に対する断面力 f_i , 変位 u_i そのものまたは応力等に換算した値によって与えられる。規定関数 C_j とともに構造解析関数 S_j を評価できれば、式 (4) により状態能力関数 P_j が、幾何学的独立変数 Y の関数として数値的に決定し、式 (6) の極値問題に対し、数理的最適化の手法を利用することにより、最適解を求めればよい。

(3) 数理的最適化の手法

式 (6) に与えるような制約条件をもたない多変数関数の極値を数値的に求める手法は、非線形計画法の分野で種々開発され、多くの工学に 응용されている。マトリックス構造解析を伴わない Level 1 の最適化では、著者らは直接探索法の一つであるシンプレックス法(線形計画法におけるシンプレックス法とはまったく関係がない)を用いた²⁾。しかし、ここで対象としている Level 2 の最適化では、マトリックス構造解析を伴うため、できるだけ少ない繰り返し回数で最適化を行う必要がある。さらに、目的関数が $\text{Min } P_j(Y)$ で与えられ、導関数が不連続となる性質をもつため²⁾、導関数を用いた勾配法は利用できない。したがって、ここでは、直接探索法の一つでシンプレックス法より探索点が少なく、数理ア

ルゴリズムは若干複雑ながら、効率的と思われる Powell の共役方向法⁵⁾を用いた。この方法を進める過程で、1 方向探索も必要とされるがここでは、1 変数最適化の手法として効率的な Fibonacci の探索法⁵⁾を用いた。

3. 断面の最適化と骨組構造の最適化

骨組構造の最適化を実施するに際し、構成部材断面の個々の寸法等を独立変数にとれば、計算はきわめて複雑かつ非効率的となり、断面の最適化と骨組構造の最適化は事実上、分離できない。これら 2 つの最適化を分離するには骨組構造構成部材の断面を単一の変数によって代表させることが考えられ、重量が最適化の大きな要因となることから、その変数として断面積を選ぶのが好ましいであろう。ここでは、断面積を連係要因と考えて、断面の最適化と骨組構造の最適化を有機的に分離させ、最適特性を把握する具体的な方法論について検討する。

(1) 構造部材断面の最適化 (Level 1)

文献 2), 3) において、柱、はり-柱や 2 軸対称プレート・ガーダーについて、

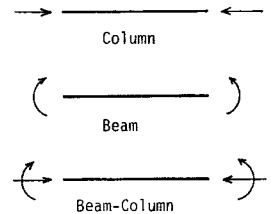


Fig. 3 に示すような構造部材の断面の最適化では設計条件として
 1) 部材の全体崩壊 (柱、はりの座屈やその関連など)

2) 板要素の局部座屈崩壊 (フランジ、ウェブなどに対する圧縮、曲げ、せん断およびその関連など)

3) 必要に応じ、たわみ制限 (はりやプレート・ガーダーなど) などを考える必要がある。これらを考慮した最適化の結果は、最大荷重設計のアルゴリズムのもとでは、Fig. 4 のようにまとめられ、関係諸量は、無次元量として

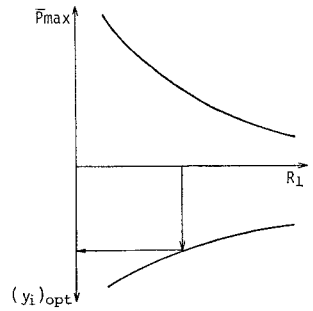


Fig. 4 $R_1 - \bar{P}_{\max} - (y_1)_{\text{opt}}$ Characteristics.

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}_{\max} \quad (\text{たとえば} = P_{\max}/\sigma_y l^2) \quad \text{適用可能最大荷重} \\ R_1 = l^2/A \quad \text{一般化細長比} \\ Y_{\text{opt}}(y_1, y_2, \dots) \quad \text{最適形状変数 (たとえば幅厚比)} \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

で与えられる。部材長 l を与えた場合の断面の最適化で

は、重量一定は $R_1=一定$ と等価となる。

この結果を用いれば、個々の部材の設計に関しては、部材長 l と断面積 A を与えることにより、最適形状変数 Y_{opt} が確定されることになる。

Level 2 の最適化する骨組構造の最適化では、断面を表わす変数として断面積のみを用いることが好ましいことを前に述べた。しかし、前節で論じたように、構造解析や応力評価あるいは、座屈による制限値等が、骨組構造の最適化に関与する関係で、断面積以外の断面定数の評価が不可避免的に必要となる。これらの断面定数を断面積 A で表現することについては、次のように、断面積と結びつける定数 $\alpha, \beta, r, \xi, \eta$ を定義する³⁾。

$$A = \alpha I^{1/2}, A = \beta W^{2/3}, I_w = rI, i = \xi r_w, A_w = \eta A \dots \dots \dots (11)$$

ここで、 I は強軸に関する断面 2 次モーメント、 W はその断面係数、 I_w は弱軸に関する断面 2 次モーメント、 r_w はその断面 2 次半径、 i ははりの耐荷力に関する換算断面 2 次半径、 A_w はせん断力を受け持つウェブ断面積である。

H 形断面柱およびはり-柱に対してすでに報告したように³⁾、最適断面におけるこれらの係数は、Level 1 の最適化から容易に求められ、一般に、Fig. 5 に示すように、一般化細長比 $R_1 = l^2/A$ の関数として与えられる。最適係数 $\alpha, \beta, r, \xi, \eta$ の評価において留意すべき事柄として次のことがあげられる。

- 1) 骨組構造の最適化を実施する場合、最初は R_1 が未確定のため、一定近似値を採用する必要がある。
- 2) R_1 の変化に対し、最適係数の変動が少なければ、一定近似値を部材の特性値として利用できる。
- 3) R_1 の変化に対する最適係数の変動が激しい場合には、骨組構造の最適化の繰返し計算が必要とされよう。

(2) 骨組構造の最適化 (Level 2)

骨組構造の最適化では、重量 (または体積) 一定のもとでの適用可能最大荷重を与える構成部材断面配分の最適化を課題とする。Fig. 1 に示したような与えられた骨組配置 l_i と荷重配置 P_i のもとで、構成部材断面積の最適比率を求める。式 (6) の最大荷重設計のアルゴリ

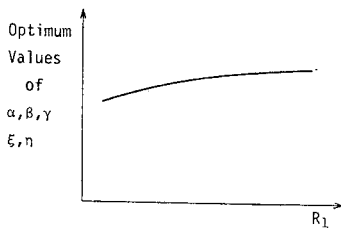


Fig. 5 Optimum Shape Characteristics.

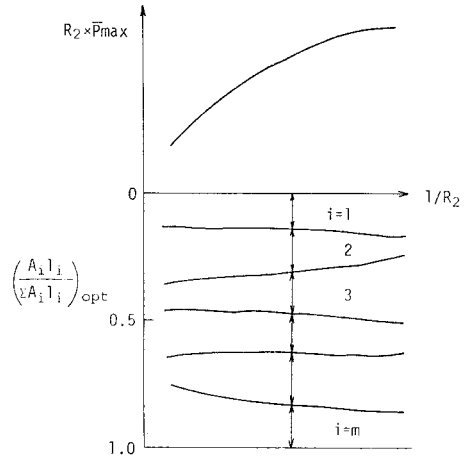


Fig. 6 $1/R_2 - R_2 \cdot \bar{P}_{max} - (r_i)_{opt}$ Characteristics.

ズムを適用するに際し、独立変数 X は、各部材の断面積 $X = (A_1, A_2, \dots, A_m)$ で与える。重量一定を体積一定と解釈し、その条件を用いれば、 $A_1 \sim A_m$ のうち、1 変数のみ従属し、有意な独立変数 Y は $Y = (A_1, A_2, \dots, A_{m-1})$ となる。

断面の最適化の場合と類似して、最適化の結果は Fig. 6 のようにまとめられ、無次元化された関係諸量は

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}_{max} \text{ (たとえば } = P_{max}/\sigma_y l^2 \text{)} & \text{ 適用可能最大荷重} \\ R_2 = 1/\sum \bar{A}_i \bar{l}_i & \text{ 総体積の逆数 } \text{ (ここで } \bar{A}_i = A_i/l^2, \\ & \bar{l}_i = l_i/l, l \text{ は任意の基準長)} \\ (r_i)_{opt} = (A_i l_i / \sum A_i l_i)_{opt} & \text{ 構成部材最適体積比率} \\ R_2 \times \bar{P}_{max} \text{ (たとえば } = \frac{P_{max}}{\sum A_i l_i} \frac{l}{\sigma_y} \text{)} & \text{ 単位体積当たり最大荷重} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

で与えられる。基準長 l を与えた場合の骨組構造の最適化では、重量一定の条件は、 $R_2=一定$ と等価となる。さらに、骨組配置 l_i が与えられているから、最適化の結果として得られる構成部材最適体積比率は、最適断面比率を決定するものと考えてよい。この結果を用いれば、骨組構造の最適化に関しては、骨組配置 l_i と構造総体積 $\sum A_i l_i$ を与えることにより、構成部材の最適体積比率 $(r_i)_{opt}$ が確定されることになる。

この骨組構造の最適化では、断面積 A_i のみを独立変数とするが、構造解析等で必要とされる他の断面定数に関しては、前項で検討したように、断面の最適化の結果を用いて評価することができる。このようにして、Level 1 の最適化と Level 2 の最適化の有機的連係が確保される。この骨組構造の最適化では、断面積 A_i のみを変数としているにもかかわらず、Level 1 の成果としての式 (11) で与えられる最適係数を用いることにより最適

断面形状の特性が十分反映されていることに注意する必要がある。

骨組構造の最大荷重設計による最適化を行うにあたり、式(6)の状態能力関数 P_j を評価する必要のある設計項目 j としては、応力レベルによる設計の場合、構成部材の軸応力、曲げ応力、せん断応力や節点の変位などがあげられよう。この場合、柱やはり要素など、部材としての耐荷力特性は、規定関数 C_j の評価において考慮される。

(3) 個別的最適化を行う場合の手順

断面の最適化については、文献 2), 3), 骨組構造の最適化については、後述の数値計算例において考察するように、Fig. 4 および Fig. 6 のようにまとめられた最適化の結果は、特定の構造物に対する個別的な最適化に対してというより、構造部材、構造系の総合的最適特性の把握に役立つものといえる。

しかし、一方、最小重量設計的な考え方で、荷重の絶対量を与えたうえで、最小重量(体積)を求める最適化も、個別的最適化において必要とされよう。この場合にも、最大荷重設計による最適化の結果として求めた Fig. 4 および Fig. 6 を利用することができる。

具体的な手順をここにまとめてみよう。

- 1) 対象とする構造系の骨組配置と荷重配置を与える。
- 2) Fig. 6 に示す最適特性のもとになる Fig. 7 に与えるような $R_2 - \bar{P}_{max} - (A_i l_i / \sum A_i l_i)_{opt}$ の関係を求める (Level 2 の計算)。
- 3) この結果をもとに

荷重 $given \rightarrow \bar{P}_{max} \rightarrow R_2 \rightarrow (A_i l_i / \sum A_i l_i)_{opt}$ を求める。得られた R_2 の値より、式(12)から構造系総体積 $\sum A_i l_i$ および個々の構成部材体積 $A_i l_i$ が確定

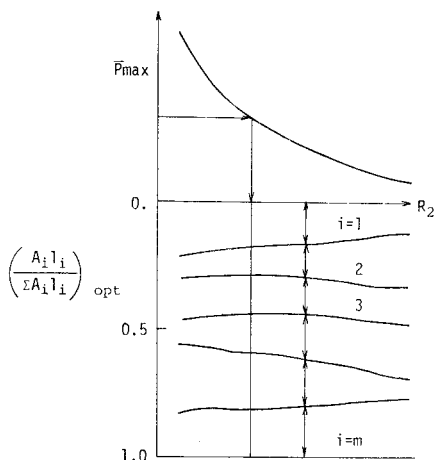


Fig. 7 $R_2 - \bar{P}_{max} - (r_i)_{opt}$ Characteristics.

する。骨組配置を与えているため、部材長 l_i は一定であり、結果的に個々の部材の最適断面積 A_i が決まる。

4) 各構成部材の l_i, A_i が決定しておれば、最適な一般化細長比 $R_i = l_i/A_i$ が各部材について求まり、Level 1 の断面の最適化の結果である Fig. 4 を用いて簡単に、幅厚比などの最適形状変数 Y_{opt} が求まる。

以上に述べたような方法論をもとに、断面の最適化を十分に考慮したうえで、Level 2 の骨組構造の最適化を実施することができる。ここでは、骨組配置を与えているため、まえがきで述べたような Level 3 の最適化すなわち骨組配置のネットワークの最適化は対象としていない。最小重量設計に基づく骨組配置の最適化は、すでにある程度試みられている⁶⁾が、最大荷重設計の考え方に基づく Level 3 の最適化は今後の課題となろう。

4. 数値計算例

(1) 計算の対象

これまで述べた最大荷重設計の手法を用いて、骨組構造の最適化を行うことができる。骨組構造としては、トラス、連続はり、フレーム構造等が一般に対象となる。最適設計の対象が静定構造でかつ設計項目が応力(断面力)のみである場合は、全応力設計が最適化の目安となるため、特に構造解析の繰り返しを伴う Level 2 の最適化を事実上、必要とせず、Level 1 の断面の最適化に帰着できる。ここでは、最も簡単な例ながらも、Level 2 の最適化の本質的な要因をすべて含む例として、Fig. 8 に示す不静定のトラスを取り上げ、構成部材の座屈崩壊や変位制限を考慮して、最適化を行う。

Fig. 8 の骨組配置と荷重配置を与えたうえでの構成部材最適体積比率を求める最大荷重設計のアルゴリズムは、式(12)の無次元量を用いて式(6)を具体化し、

$$\bar{P}_{max} = \text{Max}_{\bar{A}_i} \{ \text{Min}_j \bar{P}_j(\bar{A}_i) \} \dots \dots \dots (13)$$

となる。ここでは、個々の部材長が同一のため、基準長 l はその値とする。トラスの総重量一定すなわち式(12)の $R_2 = \text{一定}$ のため、7 部材の断面積 ($m=7$) のうち、1 部材の断面積が、たとえば

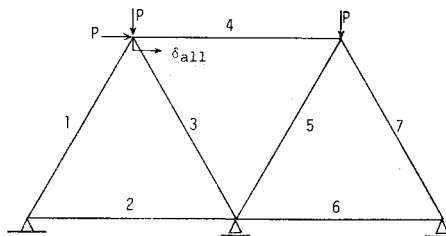


Fig. 8 A Statically Indeterminate Truss.

$$\bar{A}_7 = (1/R_2 - \sum_{i=1}^6 \bar{A}_i \bar{l}_i) / \bar{l}_7$$

となり、有意な独立変数は 6 個 ($m-1=6$) となる。

状態能力関数 \bar{P}_j の評価に必要な設計項目は構成部材の許容軸方向応力 ($j=1\sim 7$) と指定した節点の許容変位 (ここでは Fig. 8 に示した点で $j=8$) の合計 8 個である。

式 (4) で与えるように、状態能力関数の分子となる規定関数 \bar{C}_j として、軸方向圧縮応力に関しては現行道路橋示方書⁷⁾で採用している基本耐荷力曲線を安全率 1.7 で割った

$$\bar{C}_j = \frac{1}{1.7} \cdot \frac{\sigma_u}{\sigma_y} = \frac{1}{1.7} \times \begin{cases} 1.0 & (\lambda_j \leq 0.2) \\ 1.0 - 0.545(\lambda_j - 0.2) & (0.2 < \lambda_j \leq 1.0) \\ 1.0 / (0.773 + \lambda_j^2) & (\lambda_j > 1.0) \end{cases} \dots\dots\dots (14)$$

を用いる。ここで $j=1\sim 7$ のうち、式 (14) は圧縮部材に対して考えられ、 λ_j は各部材の細長比で

$$\lambda_j = (1/\pi g_j) \cdot (l_j/r_j) \dots\dots\dots (15)$$

で与えられる。 r_j は弱軸に関する断面 2 次半径である。引張応力の \bar{C}_j は単に $\bar{C}_j=1/1.7$ とする。許容変位 δ_{all} としては、ここでは

$$\bar{C}_8 = \delta_{all}/l = 1/1000 \dots\dots\dots (16)$$

を採用する。

状態能力関数の分母となる構造解析関数 \bar{S}_j は

$$\left. \begin{aligned} \bar{S}_j &= \sigma_j/\sigma_y = \bar{f}_j/\bar{A}_j \quad (j=1\sim 7) \\ \bar{S}_j &= u_j/l = \bar{u}_j \quad (j=8) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

と評価される。ここで、 $\bar{f}_j = N_j/\sigma_y l^2$ 、 $\bar{A}_j = A_j/l^2$ であり、 \bar{f}_j 、 \bar{u}_j は、構造解析の結果、得られる断面力と変位で、2. (2) で述べたマトリックス構造解析を用いて直接、計算される。

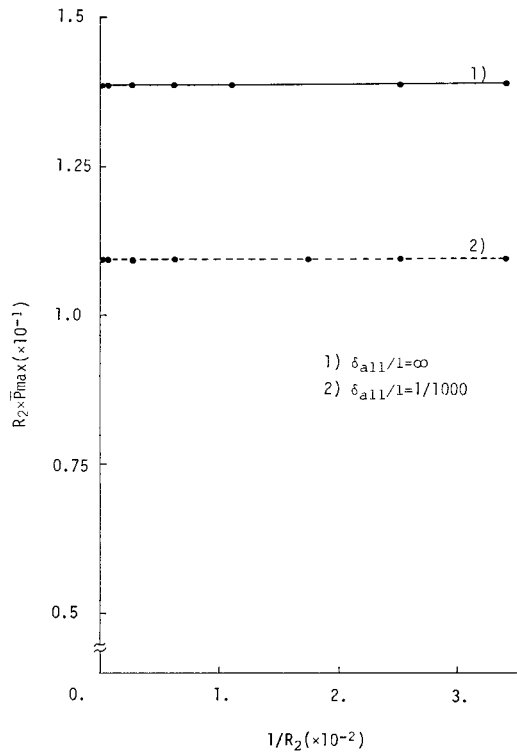
3. (1) に述べたように、構造解析や規定関数の評価においては、断面積以外の多くの断面定数を与える必要が一般にあるが、軸力部材からなるトラスでは、式 (11) に与えた最適係数のうち、式 (15) の断面 2 次半径 r_j を決めるために、 α と r の値のみが必要となる。ここでは、2 軸対称 H 形断面を用いる。文献 3) によれば、柱の場合、これらの最適係数の値は、一般化細長比 R_1 の値にほぼ無関係で一定となり

$$\alpha \doteq 0.93, r \doteq 0.9 \dots\dots\dots (18)$$

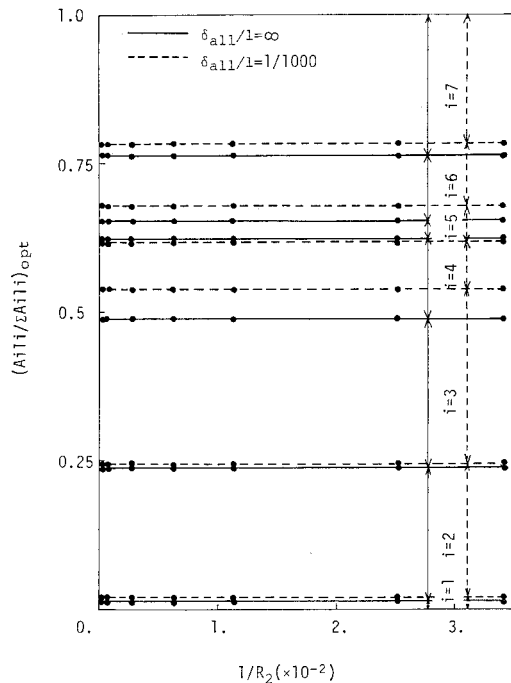
が得られているので、ここではその値を用いる。また、本計算例では鋼種 SS41 とし、 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ($2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$)、 $\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ (235 MPa) を用いた。

(2) 結果の提示と検討

2. (3) で触れた Powell の共役方向法を用いて Fig. 8



(a) $1/R_2-R_2 \times \bar{P}_{max}$ Relations.



(b) $1/R_2-(r_i)_{opt}$ Relations.

Fig. 9 Results of Optimization (Without Bucking Constraint).

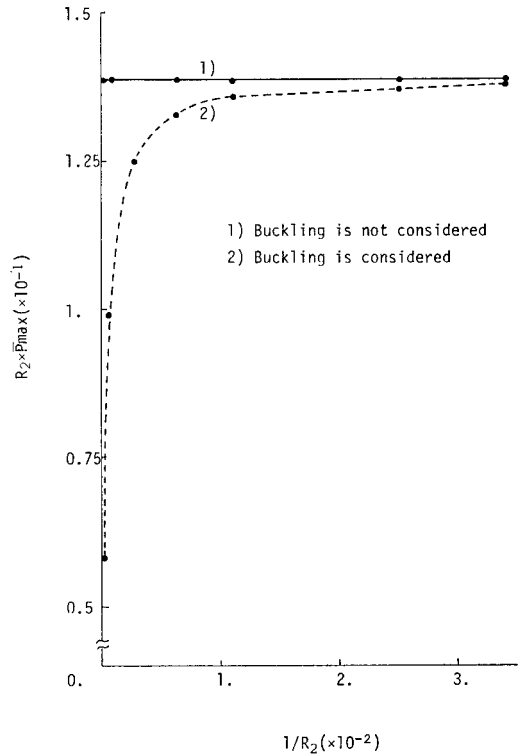
の不静定トラスの最適化を実施した。最初に、座屈を考慮せず、圧縮部材に対しても、式(14)を単に $\bar{C}_j = 1/1.7$ とした場合の計算結果を Fig. 6 の具体的な例として Fig. 9 に示す。Fig. 9 では、変位制限の有無による相違を比較しており、Fig. 9 (a) では、トラス総体積 $1/R_2 = \sum \bar{A}_i \bar{l}_i$ と単位体積当たり最大荷重 $R_2 \times \bar{P}_{max}$ の関係、Fig. 9 (b) では、 $1/R_2$ と構成部材最適体積比率 $\bar{A}_i \bar{l}_i / \sum \bar{A}_i \bar{l}_i$ の関係を示す。

この結果によれば、変位制限の有無にかかわらず、単位体積当たり最大荷重、最適体積比率ともに、総体積に無関係にほぼ一定となる。これは軸力のみを受ける部材の集合を対象とし、かつ座屈を考慮していないために、すべての構造特性が断面積 A_i によって支配されることに起因する。このような一定特性は、最適体積比率が荷重の絶対量または構造系総体積の絶対量に無関係に決まることを示し、応用上、きわめて有利な特性である。

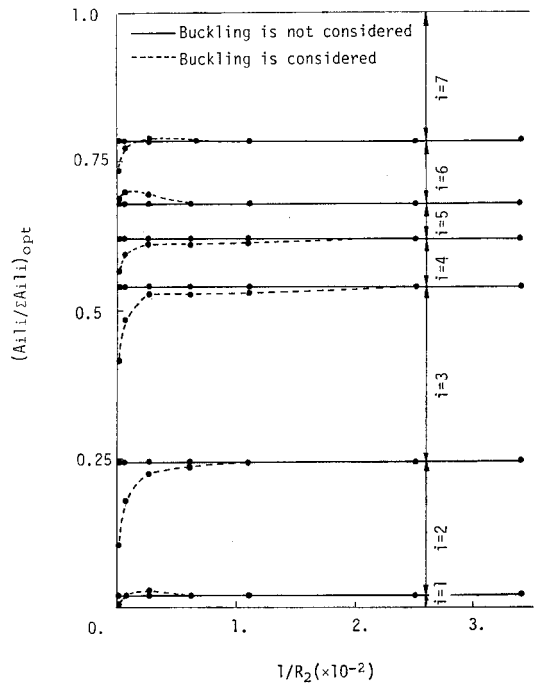
変位制限を考慮することにより、最適特性の結果は異なっており、この計算例における変位制限値が、最適解を支配したことを示している。変位制限を考慮しない場合、 $1/R_2$ の値と無関係に、単に全部材が全応力となり、結果的に全応力設計が最適解を与えた。変位制限を考慮した場合、 $1/R_2$ の値と無関係に、変位制限値 $1/1000$ で最適解が決まり、Fig. 8 に示す 3, 5 部材で全応力となったが、他の部材の応力には余裕があった。

次に、座屈を考慮した場合の結果を、しない場合と比較して、Fig. 10 に示す。ここでは、変位制限を考慮していない。式(14)に与える形で座屈崩壊を考慮した結果、単位体積当たり最大荷重、最適体積比率ともに、総体積 $1/R_2$ の値によって変化する。 $1/R_2$ の値が小さくなるとともに、構造系はスレンダーとなり、座屈による圧縮部材の許容応力の低下が著しくなる。その結果、Fig. 10 (a) に示すように単位体積当たり最大荷重は急激に減少する。 $1/R_2$ が大きくなると、構造系はマッシブとなり、座屈による許容応力の低下は少なく、座屈を考慮しない場合の結果に漸近する。Fig. 10 (b) に示すように、座屈の影響を強く受ける領域では、最適体積比率も、 $1/R_2$ の値によって変化する。

座屈を考慮した場合には、断面積のほかに断面定数として、断面 2 次半径を必要とした。式(11)からも明らかのように、このような断面定数は、一般に断面積と線形関係にならない。Fig. 10 の例にみられるような $1/R_2$ の値に対する最適値の変動性は、このように、断面積以外の断面定数が関与してくることがおもな原因となっていると考えられる。したがって、トラス以外の連続はりやフレーム構造などでは、軸力のほかに曲げやせん断が関与するため、座屈を考慮しない場合においても、このような最適値の変動性が現われることが予想される。



(a) $1/R_2 - R_2 \times \bar{P}_{max}$ Relations.



(b) $1/R_2 - (r_i)_{opt}$ Relations.

Fig. 10 Results of Optimization (Without Deflection Constraint).

Table 1 An Example of Slenderness Ratio Proportions.

$1/R_2$ ($\times 10^{-2}$)	0.02	0.07	0.28	0.63	1.12	2.5	3.45
λ_1	9.13	2.64	1.18	0.93	0.71	0.47	0.39
λ_2	2.40	1.00	0.45	0.29	0.21	0.14	0.12
λ_3	1.34	0.72	0.36	0.25	0.19	0.12	0.11
λ_4	1.90	1.20	0.69	0.45	0.34	0.23	0.20
λ_5	2.15	1.22	0.69	0.51	0.40	0.27	0.23
λ_6	3.48	1.47	0.66	0.41	0.31	0.20	0.17
λ_7	1.45	0.84	0.43	0.29	0.21	0.14	0.12

Remarks : Compression Members : $i=3, 4, 5$ and 7

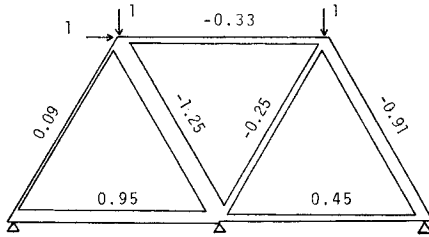


Fig. 11 An Example of Optimum Configurations (Positive Values being Tension Members).

座屈を考慮した場合の最適状態における式 (15) の細長比 λ_j を **Table 1** に示す。この表より、最適状態での構成部材の細長比の具体的な分布を知ることができる。とともに、細長比の値から、逆に、総体積 $1/R_2$ の値の実用トラスとの対応など定量的な内容を知ることが可能となる。

同様に、 $1/R_2=0.63 \times 10^{-2}$ での座屈を考慮した場合の最適状態における各部材の断面比率を模式的に、**Fig. 11** に示し、合わせて、荷重 $P/\sigma_y l^2=1.0$ としたときの各部材の軸力 $N/\sigma_y l^2$ の値を示す。**Fig. 11** は **Fig. 10** の特定のたて軸 $1/R_2=Const.$ における最適特性を示すものとして、視覚的にわかりやすい。

以上、最大荷重設計による骨組構造の最適化の例として、簡単な不静定トラスを取り上げ、説明した。2. (2) で述べたマトリックス構造解析の一般的表現を用いることにより、さらに複雑なトラス、連続はり、多層フレーム等にこの方法を適用することは可能である。

5. 結 論

骨組の軸線配置と荷重配置が与えられた骨組構造の最適化を、最大荷重設計のアルゴリズムを用いて行う方法論を与えた。最適化は断面形状の最適化 (Level 1) と骨組構造構成部材の断面配分の最適化 (Level 2) に有機的に分離した。断面形状の最適化はすでに検討されているので、ここでは、Level 2 の断面配分の最適化を、

骨組構造の最適化として扱った。最適化の理念としては、最大荷重設計を用い、骨組構造の最適化に不可欠な構造解析の繰り返しには、マトリックス構造解析を無次元的に処理して導入した。数理的最適化の手法としては、Fibonacci 法を組み合わせた Powell の共役方向法を適用した。

骨組構造の最適化の手法の開発をふまえて、部材の断面積を連係要因に選び、断面の最適化と骨組構造の最適化を分離させた際の最適構造特性を把握する具体的な方法論を展開した。さらに、最小重量設計的な発想から、特定の荷重を与えた場合の最小重量および最適幾何学量を求める手順に、ここで得た結果が利用できることを示した。

骨組構造の最適化の例として、簡単な不静定トラスを取り上げ数値計算を行った。圧縮部材の座屈崩壊を含んだ応力制限や、特定の節点における変位制限を考慮して最適化を実施し、具体的に最適構造特性について検討した。ここでの計算例は、簡単な不静定トラスに限ったが、本報告で展開した方法論は一般的であり、連続はりや多層フレームなど任意の骨組構造に適用可能である。

謝 辞：本研究を進めるに際し、東京大学 西野文雄教授のご指導を得た。本研究の一部は文部省科学研究費の援助を受けた。使用した計算機は、名古屋大学大型計算機センター FACOM M-200 である。ここに記して感謝する。

参 考 文 献

- 1) Hasegawa, A., W.B. Hall and N.C. Lind : Maximum Load Design of Cold Formed Steel Channel Beams, Proc. of ASCE, ST Div., Vol. 104, No. ST 7, pp. 1093~1107, July, 1978.
- 2) 長谷川彰夫・小桜義隆・松浦 聖 : 最大荷重設計による 2 軸対称プレート・ガーダーの最適化, 土木学会論文叢告集, 第 310 号, 1981 年 6 月.
- 3) 長谷川彰夫・岡崎光央・松浦 聖 : 最大荷重設計による柱およびはり一柱の最適特性, 第 27 回構造工学シンポジウム講演集, pp. 1~10, 1981 年 2 月.
- 4) たとえば, Jenkins, W.M. : Matrix and Digital Computer Methods in Structural Analysis, McGraw-Hill, 1969.
- 5) たとえば, Jacoby, S.L.S., J.S. Kowalik and J.T. Pizzo : Iterative Methods for Nonlinear Optimization Problems, Prentice-Hall, 1972.
- 6) Shiraishi, N., H. Furuta and K. Ikejima : Configurational Optimization of Framed Structural Systems, Proc. of the 29th Japan National Congress for Applied Mechanics, pp. 85~91, 1979.
- 7) 日本道路協会 : 道路橋示方書・同解説, II 鋼橋編, 丸善, 昭和 55 年.

(1981.6.15・受付)