

都市鉄道の継目衝撃音の発生機構に関する研究

STUDY ON NOISE GENERATION MECHANISM IN URBAN
RAILWAY DUE TO RAIL JOINT IMPACT

角 知 憲*

By Tomonori SUMI

1. はじめに

都市鉄道の列車騒音の最も支配的な成分の一つは、レール継目において、車輪とレールが衝突することにより、両者の接触点付近から発生する騒音（以下、継目衝撃音とよぶ）である¹⁾。本論文は、この継目衝撃音の音源対策を考えるための手掛りを与えることを目的とし、その発生機構を考察するものである。

レール継目は、軌道構造の弱点の一つである。したがって、これまで、まず軌道の保守ないしは破壊の防止という観点から継目衝撃の問題が取り上げられ^{2),3)}、ついで軌道の動特性に関する研究が理論的、実験的に進められるとともに^{4),5)}、継目衝撃音の発生の問題が取り扱われるようになってきた^{1),6)}。しかし、従来の研究は、継目衝撃音の音源とその発生機構の解明を行っておらず、その点でいずれも定性的ないし断片的な理解にとどまっているといえる。

本論文では、騒音領域の高周波微小振動を扱うことを前提として、一定の不整を有するレール継目を車輪が走行する場合の両者の接触点の内力の変動成分を推定する方法を考察する。次に、これを実際の都市鉄道に適用して、発生する騒音を計算し、実測結果と対比して妥当性を検証したうえ、音源対策を行った場合を想定して、その効果の予測を試みている。

2. 車輪とレールの相互作用と解析上の仮定

車輪とレールの相互作用という観点から、継目衝撃の現象は時間的に2つに分けて考えることができる。その第1は、車輪が走行方向に対して継目の手前側のレール（以後、上手レールとよぶ）の端に達したときから、走行方向側のレール（以後、下手レールとよぶ）に接触す

るまでの期間であり、従来の研究の多くが扱っているように、レールに一定の継目不整を与えて、車輪が下手レールに衝突する際の両者の運動状態を決定することが興味を中心となる。

第2は、車輪が下手レールに接触して以後、両者の間で衝撃が交換される狭い意味での衝突の期間である。

継目不整の形状と走行速度の大きさによっては、車輪が継目で一時的にレールと離れることがあるので、この第1と第2の期間を、ひとまとめに考察することはきわめて困難である。そこで、第2の期間の初期条件を第1の期間の運動の終りの状態に一致させて、現象としての連続性を保持したうえで、2つの期間について別個の取扱いをすることにする。

以下の3., 4. において、第1, 第2の期間についての考察を順に行うが、その際、理論的取扱いをするうえで置いた基本的な仮定を示すと次のようである。

- 1) 騒音領域の周波数の微小振動を取り扱う。したがって車輪系、軌道系とも線形である。
- 2) 下手レールと車輪の間の衝撃の継続時間は十分短く、走行速度も大きくないので、この間、車輪が走行することの影響は無視できる。
- 3) 軸ばねのばね定数は十分小さく、台枠側ばりは、騒音領域の周波数では十分振動絶縁されており、側ばりを車輪系の固定点とみなすことができる。

3. 継目遊間通過中の車輪、軌道の挙動と衝突速度

(1) 軌道の変位回復運動と臨界速度

前に述べた第1の期間について考える。

図-1 に示すように、継目不整が上り段で、

$$h \geq R - (R^2 - L^2)^{1/2} \dots \dots \dots (1)$$

の場合には、車輪が上手レール端を通過する前に下手レ

* 正会員 工博 東京大学講師 工学部土木工学科

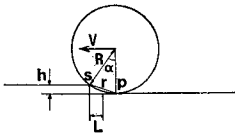


図-1 レールと車輪の衝突(1)

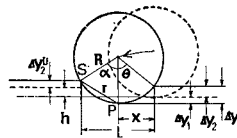


図-2 レールと車輪の衝突(2)

ール端に接触する。ここに、 h ：上り段高さ、 R ：車輪半径、 L ：継目遊間、である。

それ以外の場合は、車輪が上手レール端を通過するとともに、軌道は輪重による変位を回復する運動を起こす。しかし走行速度が大きくない場合には、車輪は下手レールに接するまで上手レール端との接触を保ち続ける。この場合、図-2を参照すれば、

$$dy = dy_1 + dy_2 \dots\dots\dots(2)$$

$$dy = R(1 - \cos \theta) \dots\dots\dots(3)$$

である。ここに、 dy_1 ：車輪変位、 dy_2 ：レールの変位回復量、 θ ：図示した角度、である。さらに、走行速度を V 、車輪が上手レール端に達して以後の経過時間を t とすれば同図中の x は、

$$x = Vt = R \sin \theta \dots\dots\dots(4)$$

となる。 θ が小さい場合、 $dy \ll R$ 、 $dy \ll x$ という性質を利用して、式(3)、(4)から θ を消去すれば、次式を得る。

$$dy \approx V^2 t^2 / 2R \dots\dots\dots(5)$$

次に、上手レールと車輪の接触点内力の変化を輪重抜きの形で模式的に表わすと図-3の $F_D(t)$ のようになると考えられる。これを図の破線で示す荷重 F_0

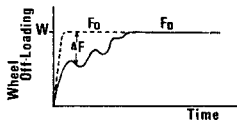


図-3 上手レール端の輪重抜け模式図

(t) と、 $F_0(t)$ からのずれ $\Delta F(t)$ とに分けて表わす。すなわち、

$$F_D(t) = F_0(t) - \Delta F(t) \dots\dots\dots(6)$$

である。 $F_0(t)$ は、車輪が上手レール端でレールから離れてしまう場合に考えられる内力変化で、車輪・レールの接触面の径と V の比で決まる立ち上がり時間をもつが、 V が十分大きければ、大きさ W のステップ関数に近い。ここに、 W は輪重である。

式(6)の入力に対する車輪、レールの応答は、

$$dy_1 = A_1(t) - \Delta x_1(t) \dots\dots\dots(7)$$

$$dy_2 = A_2(t) - \Delta x_2(t) \dots\dots\dots(8)$$

である。ここに、 $A_1(t)$ 、 $A_2(t)$ ：図-2の車輪最下点 P および上手レール端のステップ応答、 $\Delta x_1(t)$ 、 $\Delta x_2(t)$ ：同じく $\Delta F(t)$ に対する応答、である。 $\Delta x_1(t)$ 、 $\Delta x_2(t)$ およびその時間微分は、 $t=0$ 、 $t \rightarrow \infty$ でゼロとなるので、変位、速度、加速度のフーリエ変換を X 、 V 、 α とするとき、次のような関係を満たす。

$$V(\omega) = i\omega X \dots\dots\dots(9)$$

$$\alpha(\omega) = -\omega^2 X \dots\dots\dots(10)$$

式(10)により、 $\Delta x_1(t)$ 、 $\Delta x_2(t)$ は、周波数応答関数を用いて、次のように表わすことが可能となる。

$$\Delta x_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_W \Delta F e^{i\omega t} d\omega \dots\dots\dots(11)$$

$$\Delta x_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_R \Delta F e^{i\omega t} d\omega \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 ΔF ： $\Delta F(t)$ のフーリエ変換、 ω ：円振動数、 H_W 、 H_R ：P 点および上手レール端の周波数応答関数、である。式(2)に(5)、(7)、(8)各式を用いることにより次のように表わせる。

$$V^2 t^2 / 2R = A_1(t) + A_2(t) - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (H_W + H_R) \Delta F e^{i\omega t} d\omega \dots\dots\dots(13)$$

$A_1(t)$ 、 $A_2(t)$ もフーリエ積分表示が可能である。また、式(13)左辺は $t \approx 0$ と考えてよいので、たとえば、

$$t^2 = \sin(t^2)$$

とおくことにより、

$$\sin(t^2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\omega^2/4 + \pi/4) e^{i\omega t} d\omega$$

のように表現すれば、式(13)から ΔF を求めることができる。

車輪が上手レール端に接触し続ける場合、両者の相対加速度は式(5)から V^2 に比例することがわかる。一方、車輪および上手レール端の加速度は式(6)中の $\Delta F(t) \rightarrow 0$ の場合が上限であり、 V が大きくなると、車輪は下手レールに接触する前に式(5)を満たすことができず、上手レールから離れるようになる。 V がある程度大きければ $\Delta F(t)$ は十分小さく、式(7)以後の各式中、 $\Delta x_1(t)$ 、 $\Delta x_2(t)$ を省略した形で取り扱って十分と考えられるので、本論文では便宜的な基準として臨界速度を定義し、それ以上の V に対しては $\Delta F(t)$ を省略し、それ以下では常に式(5)の関係を満たすものとみなすことにする。これは従来の研究が軌道に少数の自由度を与えたうえ、車輪が厳密に上手レール端で空中に飛び出す速度と定義しているのとは多少異なる^{3),6)}。

具体的な定義は後に述べる。

(2) 衝突速度

a) 継目不整が上り段で式(1)を満たす場合

車輪は、静止座標系でみると、図-1のP点を中心として V/R の角速度で回転している。PS間の距離を r 、 α を図示の角度とし、 α は微小であるとするれば、車輪周上の点Sの垂直方向速度 v_{w0} は、次のように与えられる。

$$v_{w0} \approx Vr/R \dots\dots\dots(14)$$

$$r \approx R \sin \alpha \approx (2hr)^{1/2}$$

b) 上記以外の場合で臨界速度以下の場合

式 (8) と同様に、下手レールの応答 Δy_2^D を

$$\Delta y_2^D = A_2^D(t) - \Delta x_2^D(t) \dots\dots\dots (15)$$

とする。ここに上添字 D は上手レール端の入力に対する下手レールの応答を意味する。継目板が十分強固に締結され、その剛性もまた十分大きい場合は Δy_2^D と Δy_2 は一致するものとみなして差し支えない。図-2 を参照して、PS 两点の高さの差は、

$$h + \Delta y' = R(1 - \cos \alpha) \dots\dots\dots (16)$$

と表わせる。ただし $\Delta y' = \Delta y_1 + \Delta y_2^D$ である。

一方、水平方向の距離について、 $t \leq L/V$ において次の関係がある。

$$r \approx L - Vt = R \sin \alpha \dots\dots\dots (17)$$

$h \ll R$, $\Delta y' \ll R$ を考慮し、式 (16), (17) から α を消去すれば、

$$\Delta y' = r^2/2 R - h \dots\dots\dots (18)$$

のとき、車輪は下手レールに衝突する。 $t > L/V$ では $r=0$ とすればよい。衝突時の車輪、レールの速度 v_{W0} , v_{R0} は、式 (18) から求まる時刻を用いて、

$$v_{W0} = \Delta \dot{y}_1 + Vr/R \dots\dots\dots (19)$$

$$v_{R0} = \Delta \dot{y}_2^D \dots\dots\dots (20)$$

と求められる。ここに、 $\dot{}$ は時間微分を意味する。

c) 臨界速度以上の場合

前に述べたところに従って、(7), (8), (15) 各式の $\Delta x_1(t)$, $\Delta x_2(t)$, $\Delta x_2^D(t)$ をともに零とおく。したがって式 (16) は、

$$h + A_1(t) + A_2^D(t) = R(1 - \cos \alpha) \dots\dots\dots (21)$$

と表わされる。また、式 (18)~(20) は、次のようになる。

$$A_1(t) + A_2^D(t) = r^2/2 R - h \dots\dots\dots (22)$$

$$v_{W0} = \Delta \dot{A}_1(t) + Vr/R \dots\dots\dots (23)$$

$$v_{R0} = \Delta \dot{A}_2^D(t) \dots\dots\dots (24)$$

ところで、車体の動揺周期は車輪が継目を通過するのに要する時間に比べて十分長く、その間の W の変化は無視できる。また、車輪は面内剛性が十分大きいので、面内の弾性変形を無視して車輪系をばね質量系で近似する。

さらに、 W による軸ばねの静的圧縮変位量は、車輪変位 Δy_1 、あるいは $A_1(t)$ に比べて十分大きく、ばね力の変化は無視し得る。したがって、車輪のステップ応答は、

$$A_1(t) = (1 + M/m)gt^2/2 + V\theta_0 t \dots\dots\dots (25)$$

と表わせる。ここに、 M : 1 輪当たり車体質量、 m : 車輪質量、 g : 重力加速度、 θ_0 : 上手レールの継目落ち角(下向きが正)である。

なお、以上の考察は、垂直面内の運動のみを扱った。

レール継目では、水平方向の不整、ないしは車輪接触

面軌跡の不連続が存在するが、水平方向の挙動は両者の接触面に平行な運動であるので、衝突の条件を記述するうえでは考慮する必要がない。

4. 衝撃力

(1) 衝撃応答と衝撃力

2. に述べた第 2 の期間の初期条件は次のとおりである。

- 1) 車輪、軌道が、おのおのある速度をもつ。
- 2) 車輪、軌道が、おのおのある残留変位をもつ。
- 3) 車輪、レールの接触点内力は零である。

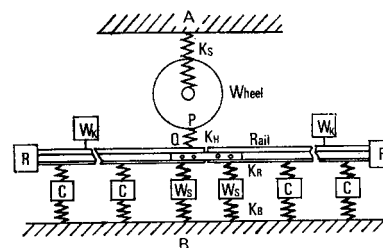
このうち、1), 2) は、前章の解析の結果として与えられる。このような初期条件に対する系の応答は、図-4 に示すモデルに対して、

- (i) 車輪、レールに所要の初速度を与える。
- (ii) 軸ばねのみに初期圧縮変位を与え、初速度零で解放する。
- (iii) 軌道に初期変位を与え、初速度零で解放する。

という 3 つの場合の応答を重ね合わせて求めることができる。車輪、または軌道に対する衝撃入力を考えるという意味で、車輪とレールの接触点の弾性変形を表わすばね(以後、接触変形ばねとよぶ)のばね力を考えることにする。このばね力と前述の $F_0(t)$ のいずれもが車輪とレールの相互作用の力である。両者には、車輪が継目遊間を越えて下手レールに接触するのに要するだけ時間的なずれがある。また、継目板の剛性が小さい場合には、前者が下手レール上に、後者が上手レール端に対する入力であることを考慮して、軌道の応答を取り扱う必要がある。

(2) 衝突速度の効果

v_{W0} , v_{R0} は前章に示した車輪、レールの応答に含ま



A : side frame
 B : subgrade
 K_S : suspension spring
 K_H : spring due to contact deformation
 K_R : rail pad
 K_B : ballast
 W_K : stiffness of another wheel
 C : stiffness of concrete sleeper
 W_S : stiffness of wooden sleeper
 R : stiffness of boundary due to bending wave radiation

図-4 衝撃力解析モデル

れるすべての周波数成分の和としての速度である。しかし、ステップ応答に含まれる各次の固有振動成分の大きさは、後述の式 (50) が示すように、 $B_j/\omega_{R_j}^2$ に比例する。ここに、 B_j ：周波数応答関数を式 (49) のように近似したときの j 次固有振動の重みづけ、 ω_{R_j} ： j 次固有円振動数、である。

周波数応答関数が後に示す 図-17 のようであれば B_1 を著しく超える $B_j(j \geq 2)$ は存在しないから、ステップ応答では、第 1 次固有振動成分が最も強調される。さらに、臨界速度以下の場合も、入力の上立ち上がり時間がステップ入力より増大して高周波成分が、さらに小さくなる傾向にあるので、 v_{W_0} 、 v_{R_0} が車輪、軌道のおおのの最低次の固有振動成分によって与えられると近似できる。そこで、静止している 図-4 のモデルに対し、軸ばね・車輪系、軌道系、おのおの独立の場合の一次固有モードに一致する速度分布が得られるよう、所要の大きさと分布をもつインパクト入力が $t=0$ で加えられるものとする。

$t > 0$ における車輪、軌道の運動は、おのおの固有振動と、接触変形ばねのばね力に対する応答の和で与えられる。

P 点の変位を $x_P(t)$ 、Q 点のそれを $x_Q(t)$ とすると、

$$x_P(t) = x_{P_0}(t) + \Delta x_P(t) \dots\dots\dots (26)$$

$$x_Q(t) = x_{Q_0}(t) + \Delta x_Q(t) \dots\dots\dots (27)$$

となる。ここに、 $x_{P_0}(t)$ 、 $x_{Q_0}(t)$ ：P 点、Q 点の一次固有振動成分の変位、 $\Delta x_P(t)$ 、 $\Delta x_Q(t)$ ：接触変形ばねのばね力に対する変位、である。 $\Delta x_P(t)$ 、 $\Delta x_Q(t)$ は式 (9)、(10) の関係を満たすので、ばね力 $F_1(t)$ と、P 点、Q 点の周波数応答関数 H_W 、 H_{RD} を用いて次のように表わすことができる。

$$\Delta x_P(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_W F_1 e^{i\omega t} d\omega \dots\dots\dots (28)$$

$$\Delta x_Q(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{RD} (-F_1) e^{i\omega t} d\omega \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 $F_1(t)$ を接触変形ばねのばね力とすると、

$$F_1 = \int_0^{\infty} F_1(t) e^{-i\omega t} dt \dots\dots\dots (30)$$

である。 $F_1(t)$ は、ばねの圧縮方向を正にとった。

車輪系、軌道系おのおのの固有円振動数を ω_{P_n} 、 ω_{Q_n} とすると、 $x_{P_0}(t)$ 、 $x_{Q_0}(t)$ は、次のように表わせる。

$$x_{P_0}(t) = \frac{v_{W_0}}{\omega_{P_n}} \sin \omega_{P_n} t = \frac{v_{W_0}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \omega t}{\omega_{P_n}^2 - \omega^2} d\omega \dots\dots\dots (31)$$

$$x_{Q_0}(t) = \frac{v_{R_0}}{\omega_{Q_n}} \sin \omega_{Q_n} t = \frac{v_{R_0}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \omega t}{\omega_{Q_n}^2 - \omega^2} d\omega \dots\dots\dots (32)$$

一方、 $F_1(t)$ の定義は、接触変形ばねのばね定数を K_H とすると、次式で表わせる。

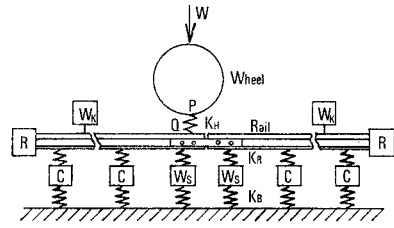


図-5 軸ばね荷重の衝撃効果

$$F_1(t) = K_H(x_Q(t) - x_P(t)) \dots\dots\dots (33)$$

式 (26)、(27) に (28)、(29)、(31)、(32) 各式を代入し、式 (30) とともに式 (33) に用いて整理すると、次式を得る。

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (K_H^{-1} + H_{RD} + H_W) F_1 e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{v_{W_0}}{\omega_{P_n}^2 - \omega^2} - \frac{v_{R_0}}{\omega_{Q_n}^2 - \omega^2} \right) \cos \omega t d\omega \dots\dots\dots (34)$$

上式右辺の $\cos \omega t$ の代わりに $e^{i\omega t}$ と書いても変わりはない。さらに、騒音領域の高周波振動を扱うことから、 $\omega_{P_n}^2 \ll \omega^2$ 、 $\omega_{Q_n}^2 \ll \omega^2$ と仮定すれば、次式を得る。

$$F_1 = -K_T v_{T_0} / \omega^2 \dots\dots\dots (35)$$

ここに、 $K_T = (K_H^{-1} + H_{RD} + H_W)^{-1}$ 、 $v_{T_0} = v_{W_0} - v_{R_0}$ である。

(3) 軸ばねのばね力の効果

軸ばねのばね定数は十分小さいので、 W による圧縮変位は十分大きく、車輪の運動中のばね力も常に W に等しいと考えてよい。したがって、軸ばねのみに初期圧縮を与えて解放する問題は、図-5 に示すようなレール上に車輪を載せたモデルに、ステップ荷重 $W 1(t)$ が加えられる問題と解することができる。ここに $1(t)$ は単位ステップ荷重である。

図-5 の形の車輪の周波数応答関数を H_W' とする。

ステップ荷重 $1(t)$ のフーリエ変換 F_S は、 $\omega \neq 0$ として、

$$F_S = \frac{1}{i\omega}$$

であるから、車輪応答変位のフーリエ変換 X_P は、

$$X_P = H_W' W_0 / i\omega \dots\dots\dots (36)$$

となる。接触変形ばねのばね力 F_2 は、車輪を拘束する軌道側のステイフネス K' にこの応答をかけたものであるから、

$$F_2 = K' X_P = K' H_W' W_0 / i\omega \dots\dots\dots (37)$$

である。ここに、 $K' = (K_H^{-1} + H_{RD})^{-1}$ 、 $H_W' = 1 / (K' - m\omega^2)$ である。

(4) 軌道残留変位の効果

ここで取り扱うべきモデルは、軸ばね、接触変形ばね

のばね力がつり合いを保ったまま、軌道にのみ初期変位 x_0 を与えるものであるが、軸ばねのばね定数がレール頂面の剛性、接触変形ばねのばね定数に比べて十分小さいことから、図-4 の P 点、Q 点ともに x_0 の変位を与えることで近似する。

(2) の考察と同様に、式 (26)、(27) が成立する。ただし、 $x_{P_0}(t)$ 、 $x_{Q_0}(t)$ は、

$$x_{P_0}(t) = x_0 \cos \omega_{P_n} t = \frac{x_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{-\omega \sin \omega t}{\omega_{P_n}^2 - \omega^2} d\omega \dots\dots\dots (38)$$

$$x_{Q_0}(t) = x_0 \cos \omega_{Q_n} t = \frac{x_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{-\omega \sin \omega t}{\omega_{Q_n}^2 - \omega^2} d\omega \dots\dots\dots (39)$$

である。したがって式 (34) の代わりに次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (K_T)^{-1} F_3 e^{i\omega t} d\omega \\ &= \frac{x_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega_{Q_n}^2 - \omega_{P_n}^2}{(\omega_{P_n}^2 - \omega^2)(\omega_{Q_n}^2 - \omega^2)} i\omega e^{i\omega t} d\omega \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

F_3 は、接触変形ばねのばね力のフーリエ変換である。再び、 $\omega_{P_n}^2 \ll \omega^2$ 、 $\omega_{Q_n}^2 \ll \omega^2$ 、 $\omega_{P_n}^2 \ll \omega_{Q_n}^2$ と仮定すれば、次式を得る。

$$F_3 = i\omega_{Q_n}^2 K_T x_0 / \omega^3 \dots\dots\dots (41)$$

5. 周波数応答関数の計算方法と臨界速度の定義

(1) 周波数応答関数の計算方法

以上の考察には、車輪、レールの周波数応答関数が現われる。ところで、騒音発生という観点から、4. の計算は、コンプライアンスの大きい横方向の挙動を含めて計算する必要があり、実質的に三次元モデルの応答関数が要求される。また、継目では軌道構造に著しい不連続性がある振動特性に大きな影響を与えるので、これを考慮する必要がある。そこで、以上のような要求に比較的容易に応えられる数値解析モデルを使用し、等価剛性を用いて複雑な系の周波数応答関数を求める方法を採用する。まず、図-6 に示すように、いくつかのサブシステムを直列に合成してできる全体系に対し、その最後のサブシステムに入力される場合を考える。図中、 S_1, S_2, \dots は、サブシステム 1, 2, \dots を、 F_i, X_i は i 番目のサブシステムの上に加えられる荷重と変位

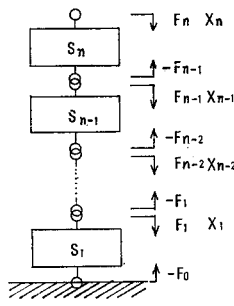


図-6 直列サブシステム分割

を意味する。

サブシステム i の慣性特性を m_i 、剛性特性を K_i とすると、サブシステムごとの運動方程式は、系に対する定常加振を考えると、次のように表わせる。

$$\begin{cases} F_n \\ -F_{n-1} \end{cases} = \begin{pmatrix} -m_n \omega^2 + K_n & -K_n \\ -K_n & K_n \end{pmatrix} \begin{cases} X_n \\ X_{n-1} \end{cases} \\ \dots\dots\dots \\ \begin{cases} F_1 \\ -F_0 \end{cases} = \begin{pmatrix} -m_1 \omega^2 + K_1 & -K_1 \\ -K_1 & K_1 \end{pmatrix} \begin{cases} X_1 \\ X_0 \end{cases} \dots\dots\dots (42)$$

いま、系全体の境界条件として $X_0=0$ を仮定すると、

$$F_1 = (-m_1 \omega^2 + K_1) X_1 \equiv k_1 X_1 \dots\dots\dots (43)$$

$$-F_0 = -K_1 X_1 \dots\dots\dots (44)$$

である。 k_1 をサブシステム 1 の等価剛性とよぶ。

サブシステム 2 については、次のようである。

$$\begin{cases} F_2 \\ -F_1 \end{cases} = \begin{pmatrix} -m_2 \omega^2 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{pmatrix} \begin{cases} X_2 \\ X_1 \end{cases} \dots\dots\dots (45)$$

(43)、(45) 両式を加え合わせると、

$$F_2 = [-m_2 \omega^2 + K_2 - K_2 (K_2 + k_1)^{-1} K_2] X_2 \equiv k_2 X_2 \dots\dots\dots (46)$$

とすることができる。同様に、 F_i, X_i について、

$$F_i = k_i X_i$$

が成立したとすれば、 F_{i+1} と X_{i+1} の間にも再び、

$$F_{i+1} = [-m_{i+1} \omega^2 + K_{i+1} - K_{i+1} (K_{i+1} + k_i)^{-1} K_{i+1}] X_{i+1} \dots\dots\dots (47)$$

が成立する。すなわち、 $S_1 \sim S_i$ を直列につないだ系の等価剛性を S_{i+1} の数値的境界条件として与えることにより、式 (47) のように、 $S_1 \sim S_{i+1}$ 系の等価剛性、および、その逆の関係である周波数応答関数を求めることができる。

図-5 の軌道モデルでは、1 締結ごとにレール、まくらぎ、道床の 3 つが直列系となるものと考えられることができる。むろん、まくらぎ以下の系は各締結ごとに、相互に並列であり、並列系では等価剛性を単に加え合わせればよいことは自明である。車輪系は、軸ばね、車軸、車輪に 3 分割して取り扱うことができる。

(2) 臨界速度の定義

臨界速度は前述のように、式 (6) の $\Delta F(t)$ を無視するか、車輪が常に上手レール端に接触し続けるとみなして $\Delta F(t)$ を計算するかの便宜的な基準である。そこで、車輪が上手レール端を通過してから下手レールに接するまでの時間の半分に近い時点を考え、それ以後の車輪、レールの自由振動の加速度の上限値が、接触を続けるに必要な相対加速度に一致する場合を臨界速度と定義す

る。自由振動の加速度の上限値は、次のようにして求める。

① 式(22)を用いて車輪が上手レール端を通過してから下手レールに接するまでの時間 $2t_a$ を求める。式(22)はステップ的輪重抜きを仮定しているの、車輪、レールの変位回復量の上限を意味し、したがって $2t_a$ の下限である。

② t_a まで車輪とレールの接触が保たれたとすると、両者の相対変位は式(13)左辺より $V^2 t_a^2 / 2R$ 、相対速度は $V^2 t_a / R$ である。車輪の加速度の上限は変位によらず、 $(1+M/m)g$ であるから、 t_a 以後の加速度は、レールの残留変位を最大においたものが上限である。すなわち、車輪変位 u_w は最大値をとって次のように与える。

$$u_w = (1+M/m)gt_a^2/2$$

レール変位 u_R 、速度 v_R 、車輪速度 v_w は次のようになる。

$$u_R = V^2 t_a^2 / 2R - u_w$$

$$v_R = V^2 t_a / R - v_w$$

$$v_w = (1+M/m)gt_a$$

③ $t=t_a$ 以後のレール自由振動は初速度 v_R 、初期変位 $u_0 - u_R$ の自由振動を考える。

以上の取扱いは、レール、車輪の加速度の上限を考えているので、臨界速度では $t=t_a$ の時点で車輪はすでに上手レール端を離れているといえる。

具体的には、レールの周波数応答関数を次のような関数で近似する。

$$H_R = A_0 \frac{\prod^m (\omega_{Ai}^2 - \omega^2)}{\prod^n (\omega_{Rj}^2 - \omega^2)} \dots (48)$$

ここに、 A_0 ：定数、 ω_{Ai} ：反共振点の円振動数、 ω_{Rj} ：共振点の円振動数、である。 n を m より1つ多く選べば、上式は次のように展開することができる。

$$H_R = A_0 \sum_{j=1}^n \frac{B_j}{\omega_{Rj}^2 - \omega^2} \dots (49)$$

ここに、 B_j は所要の定数である。

したがって、大きさ W のステップ入力に対する応答は、

$$\frac{W}{\pi} \int_0^\infty H_R \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega = A_0 W \sum_{j=1}^n \frac{B_j}{\omega_{Rj}^2} (1 - \cos \omega_{Rj} t) \dots (50)$$

となる。また、大きさ P のインパルス入力に対する応答は、

$$\frac{P}{\pi} \int_0^\infty H_R \cos \omega t d\omega = P A_0 \sum B_j \sin \omega_{Rj} t \dots (51)$$

となる。上式の時間微分を v_R と等置して P を決定すれば、初速度 v_R の自由振動を求めることができる。

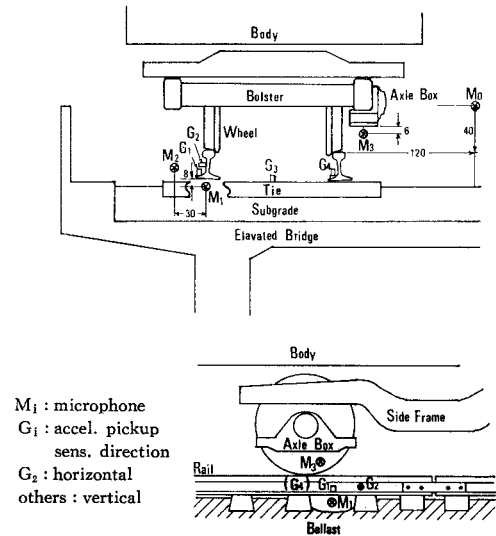
(50)、(51) 両式を加え合わせて初速度、初期変位を与えた自由振動を求めることができる。

6. 音源の推定と数値計算

(1) 音源の推定

車輪、軌道のモデルを具体的に設定するため、実際の都市鉄道について継目衝撃音の音源を実験的に推定する。

例として取り上げたのは、東京都営地下鉄三田線の高架区間(泉岳寺起点 21.745 km)で、列車速度は約 50 km/h である。三田線は、全列車とも同型車で編成され、保守状態も良好であって、同一地点での測定にはばらつきが少なく、複雑な統計処理を必要としないこと、レール頂面から高さ 40 cm、レール内側面から軌間外方 1.2 m の点を基準点とし、この点の実測騒音に基づいて、騒音の伝播を実用上十分な精度で予測できることが判明している¹⁾。そこで、軌道、および車両の走り装置のおもな要素の振動と近傍騒音を測定し、基準点での騒音と比



M_j : microphone
 G_1 : accel. pickup sens. direction
 G_2 : horizontal
 others : vertical

図-7 振動・騒音の測定点(単位: cm)

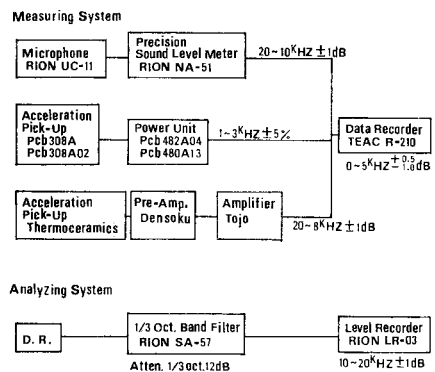


図-8 測定、分析システム

較して、その要素の音源としての重要性を判断することにした。

図-7 に、振動、騒音を測定した点のうち、おもなものを示す。また、図-8 に、測定・分析システムのブロック図を、使用した機器の型式、性能とあわせて示す。

音の放射と伝播を取り扱う場合、音響放射率と指向性が問題になるので、次のような仮定によって、これに対処することにした。

- 1) 音響放射率はすべての周波数において1とする。
- 2) 音の指向性は小さいけれども、無指向性ではない。したがって、

- ① 音源の大きさに比べて十分近い距離では距離減衰を無視して、次式を用いる。

$$P = \rho c v \dots\dots\dots (52)$$

- ② 音源の大きさに比べて十分遠い距離では、

$$W_s = \rho c v_e^2 S^1 \dots\dots\dots (53)$$

として音響出力を求めたうえ、指向性を無視して、次式を用いる。

$$L = PWL - 20 \log d - 11 \text{ (点音源)} \dots\dots\dots (54)$$

$$L = PWL + 10 \log \frac{1}{d} \left(\tan^{-1} \frac{l}{2d} \right) - 8$$

(有限線音源).....(55)

- ③ 音源の近傍騒音と他の点の騒音の比較には、無指向性面音源からの距離減衰を用いる。たとえば、円板車輪の場合、円形面音源を考えると次のようである。

$$L = PWL - 3 + 10 \log \{ \ln |1 + D/2d|^2 \} \dots\dots\dots (56)$$

ここに、 P ：音圧、 K ：音響放射率、 ρc ：空気の固有音響抵抗、 v ：音響放射面の振動速度、 S ：同じく面積、 W_s ：音響出力、 L ：音圧レベル、 PWL ：パワーレベル、 d ：音源と受音点の距離、 l ：線音源の長さの半分、 D ：面音源の直径、であり、添字 e は実効値を意味する⁷⁾。

振動データは、加速度計で測定し、1/3 OCT. 分析を行ったうえ、各バンドの中心周波数をその帯域の平均的周波数とみなして速度スペクトルに換算し、式(52)~(55)に適用した。

レール垂直方向振動(図-7の G_1)に、このような処理を行って式(52)に適用し、レール下面の実測騒音(M_1)と比較して、図-9に示す。以後、実測した振動または音

圧を他の点の音圧に換算したものを推定値とよぶ。

同様にレールの垂直、水平両方向の振動(G_1, G_2)とまくらぎの振動(G_3)から式(55)によって M_2 の位置の音圧レベルを計算し、それらの和と実測値を対比して図-10に示す。

同じ推定値の和を基準点の位置で実測値と比較したものを図-11に示す。

車輪の振動計測は困難であるので、車輪至近距離の M_3 の実測騒音を、車輪を円形面音源として基準点に換算し実測値と比較して図-12に示す。車輪近くにある軸箱、プレーキリンクなどの振動をも計測し、 M_3, M_0 の点に与える音圧をも検討したが、いずれも大きな影響はないと判断できた。

なお、図-10の測定は供用期間7年を経た軌道で行い、図-11は碎石を交換、再整備した軌道で測定したので、図-10の G_3 が図-11のそれに比べ、200 Hz以下の帯域で著しく大きい。これは交換前は碎石の劣化により、まくらぎが緊密に支持されておらず、交換後と振動性状が異なるためではないかと考えられる。しかし、この相違以外、碎石交換による振動と騒音の対応関係に大きな変化はみられない。また、図-12の測定は、車体にマイクを装着して走行させるため本線を使用できず、軌道構造が著しく異なる試運転線を使用した結果である。

図-9~12より、次のようにいうことができる。

- 1) M_1 はレール下面に近く、道床以外の他の音源からは遮蔽される位置にあって、レール下面の放射音をよくとらえていると推定できる。図-9によれば、振動か

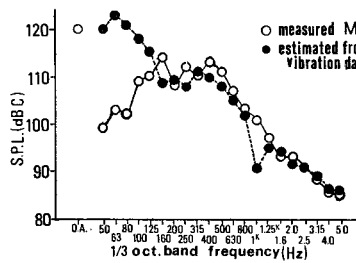


図-9 レール下面の音

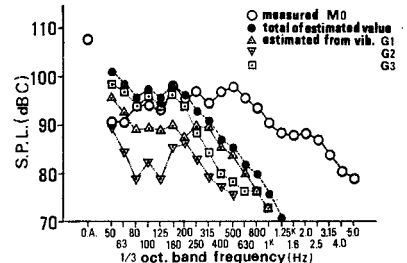


図-11 基準点騒音と軌道騒音

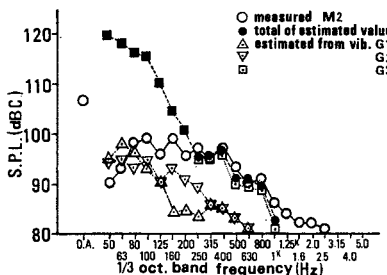


図-10 レール側方の音

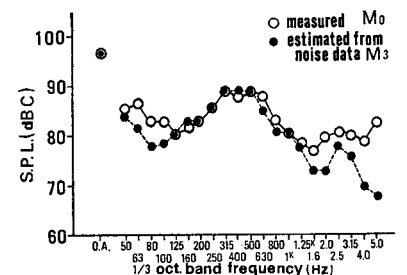


図-12 基準点騒音と車輪騒音

らの推定値と実測値はほぼ一致しており、加速度スペクトルから放射音を求める手法は妥当なものと考えられる。

2) 図-10によれば、 M_2 の実測値とレール、まくらぎの振動からの推定値はおおむね一致し、 M_2 に対してほかに優勢な音源は存在せず、 M_2 が軌道の発生する騒音(以後、軌道騒音とよぶ)を代表すると考えてよい。なお、図-9, 10において、低周波で推定値が過大になる原因の一つは、音響放射率を一律に1としたためである¹¹⁾。

3) 図-11によれば、200 Hz以下の帯域では軌道騒音が基準点騒音に見合う値であるが、250 Hz以上では過小であり、ほかに優勢な音源が存在すると考えられる。

4) 図-12によれば、 M_3 の音源を車輪と仮定した結果は、実測値にきわめて近く、車輪が主要な音源である可能性が大きい。

以上のように、継目衝撃音では、200 Hz以下では軌道、それ以上では車輪が音源である可能性が強い。

人間の聴覚は、250 Hz以上の帯域に対してより鋭敏であるので、以後の計算では、車輪の発生する騒音(以下、車輪騒音とよぶ)を主として取り上げる。

(2) 数値計算

a) 車輪・レールの位置関係と継目不整

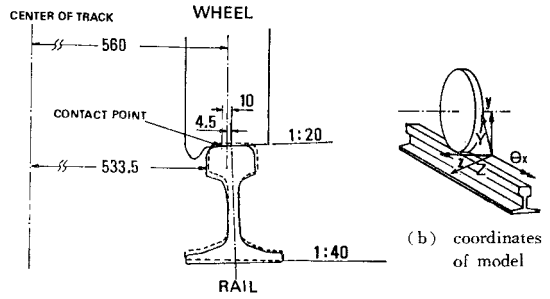
三田線当該区間の軌道構造、および車両諸元の概要を、表-1, 2に示す。また、列車通過時のレール頭部の実測移動量は、軌間内方へ1.5 mmであった。さらに、レール頂面にガムテープを貼って車輪圧痕を調べたとこ

表-1 三田線(泉岳寺起点 21.745 km, 下り線)の概要

レール	50 N
まくらぎ	一般: PCN-II型 (149×240×2000) 継目: 木まくらぎ (並II 140×200×2100)
締結装置	二重弾性締結 PC IV型
軌道	ばね定数 100 t/cm (9.8×10 ⁸ N/cm)
砕石	1号砕石 単位容積重量 1.6 t/m ³ 以上
継目線形	かけ継 直線, 勾配 ±0
高架橋	鉄筋コンクリート3スパン連続ラーメン

表-2 三田線車両概要

型式	6000型
編成	$M_1C+M_2+M_1+M_2+M_1+M_2C$
自重	M_1C 37 t, M_1 36.5 t, M_2C 35.5 t, M_2 35 t
定員	先頭車 150人, 中間車 170人
台車中心間距離	13 600 mm
固定軸距	2 200 mm
車輪直径	860 mm (新造時), 780 mm (摩耗時)
ばね下重量	1 530 kg/1軸
軸ばね	1台車当たり 323 kg/mm (3.17×10 ⁸ N/mm) ダンパー 10 kg sec/cm (98 N sec/cm)



(a) contact of wheel and rail

図-13 車輪・レールの接触関係と使用する座標系

ろ、その中心は、レール中心線から軌間内方へ約1 cmであった。

以上を総合して、車輪、レールの位置関係を図-13(a)に示す。図中、破線はレールが当初設置された状態を、実線は変位した状態を示す。図のように、車輪・レールの接触面中心に対する車輪ウェブの偏心量は5.5 mmである。車輪のねじり剛性がレールのそれより十分大きいため、レールは車輪踏面に沿うまでねじられるので、以後の計算は同図(b)に示した $\theta_x \cdot Y \cdot Z$ 座標系を使用する。ただし、後述の車輪周波数応答関数のみは $\theta_x \cdot y \cdot z$ 系で表示した。

次に、1 mの鋼尺と厚みゲージ、および機械式増幅機構をもつペン書き波状摩耗測定器を使用して、継目不整を実測した。結果は図-14に示すが、これは現場付近数か所の継目不整として平均的なものであった。

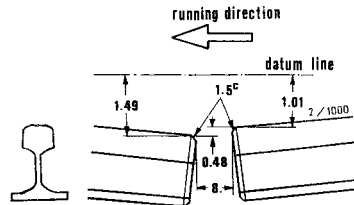


図-14 レール不整の実測結果(単位: mm)

b) 軌道のモデルと周波数応答関数

都営三田線の軌道について、レールの周波数応答関数を求めるために用いたモデルは次のようである。

① 入力

軌道構造は左右対称である。輪軸系は車軸が左右非対称であるが、後述のようにこの影響は大きくないので、両者の相互作用による入力も左右対称とする。

② レールと継目板

AREA 100 lb レールは、3 kHz以下ではレール断面内変形を無視できる⁸⁾。50 N レールの諸元は AREA 100 lb と近いので、2 kHz程度までを考えることにして、断面内変形を無視し、はりとして扱う。ただし、高周波振動を取り扱う点に配慮し、せん断変形の影響を考

慮して、Timoshenko はりとした。

継目板とレールは理想的には面接触なので、垂直面内の相対運動は無視した。長手方向には、相対運動を自由とする場合と完全に拘束する場合を両方計算した。

③ モデル境界

実測によれば、継目衝撃による高架橋スラブの振動はまくらぎ、したがって道床上面の数十分の1であったの

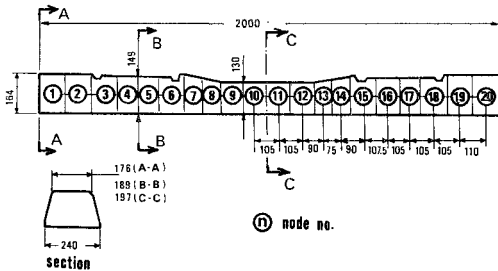


図-15 コンクリートまくらぎ概形とモデル分割

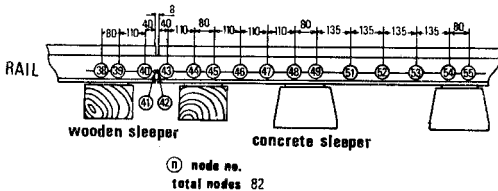


図-16 レール継目概形とモデル分割

表-3 軌道関係入力データ

レール	断面積	64.05 cm ²
	垂直方向断面二次モーメント	1 960 cm ⁴
	横方向断面二次モーメント	322 cm ⁴
	極二次モーメント	201 cm ⁴
	曲げねじり抵抗	1.0×10 ⁴ cm ⁴
	垂直方向せん断変形係数	0.36
	横方向せん断変形係数	0.31
	単位長さ当たり重量	0.5 kg/cm
単位長さ当たり慣性モーメント	0.031 1 kg sec ² /cm (0.305 kg cm)	
継目板 (1本分)	断面積	32.94 cm ²
	垂直方向断面二次モーメント	303.2 cm ⁴
	横方向断面二次モーメント	56.56 cm ⁴
	極二次モーメント	96.16 cm ⁴
	曲げねじり抵抗	3.7×10 ³ cm ⁴
	垂直方向せん断変形係数	0.49
	横方向せん断変形係数	0.45
	単位長さ当たり重量	0.26
単位長さ当たり慣性モーメント	0.0108 kg sec ² /cm (0.106 kg cm)	
レールパッド	垂直方向ばね定数	100 t/cm (9.8×10 ⁵ N/cm)
	横方向ばね定数*	10 t/cm (9.8×10 ⁴ N/cm)
コンクリート まくらぎ	中央部断面二次モーメント (A)	3.99×10 ³ cm ⁴
	締結部断面二次モーメント (B)	5.99×10 ⁴ cm ⁴
	端部断面二次モーメント (C)	7.58×10 ⁸ cm ⁴
ヤング率	鋼	2.1×10 ⁶ kg/cm ² (2.06×10 ⁷ N/cm ²)
	コンクリート**	4×10 ⁴ kg/cm ² (3.9×10 ⁶ N/cm ²)
	木材**	4×10 ⁴ kg/cm ² (3.9×10 ⁶ N/cm ²)

* 文献 18) より平均的に垂直方向ばね定数の 10% を採用した。

** 文献 19) に従った。

で⁹⁾、これを無視し、高架橋スラブを剛な基礎とする。また、衝撃の継続時間はごく短く⁹⁾、その間にレールの遠い方の端で反射された曲げ波が戻ってくることはない。レール長手方向の境界は、実際上無限遠にある。そこで、弾性支承上の半無限はりを考え、その原点に入力して曲げ波を放射する場合の等価剛性を解析的に計算し、数値的境界条件として与えた。

軌道は、道床、まくらぎ、レールの3つのサブシステムに分割し、レール頂面の周波数応答関数を計算した。

図-15, 16 にまくらぎ、レールのモデル、表-3 に、これに対する入力データを示す。なお、砕石道床は実験結果から¹⁰⁾、みかけのヤング率 1.47×10^6 N/cm²、機械損失係数 0.15 の砕石柱と考え、その上端の等価剛性を解析的に計算して、まくらぎに対する拘束条件とした。

レールパッドの物性値の周波数依存性は SBR ラバーの 25°C における変化¹¹⁾に基づいて、これを 4 次式で近似し、

$$K_R = K_{R0}(0.024 f_L^4 - 0.16 f_L^3 + 0.37 f_L^2 - 0.144 f_L + 1)$$

$$\eta = 0.105(0.044 f_L^4 - 0.24 f_L^3 + 0.44 f_L^2 - 0.104 f_L + 1)$$

と与えた。ここに、 K_R : レールパッドのばね定数、 K_{R0} : 同じく静的ばね定数、 η : 損失係数、 $f_L = \log f$ 、 f : 周波数、である。

周波数応答としては、上手レール端に入力した場合の上手、下手レール端、および衝撃時の平均的車輪位置¹²⁾に入力したときのその点の応答が必要であるが、試算によれば、その三者で大差ないと判断できたので、最後のもののみを使用した(図-16 の節点 40)。

図-17 に、レール頂面の周波数応答関数のうち、3, 4. の解析に主要な役割を果たす Y 方向入力に対する Y 方向の応答の計算結果(継目板剛結の場合)を示す。

c) 車輪のモデルと周波数応答関数

輪軸系に対しても、左右対称な入力を仮定した。

また、車輪は円板車輪であって微小変位の範囲では面内、面外の挙動の連成効果は小さいこと、車軸の曲げ剛性は十分大きく、車輪の連成効果に与える影響も小さいと考えられることから、この連成効果を無視した。

輪軸系は車軸・軸ばね系と車輪に分け、前

注) 走行速度 50 km/h で衝撃の継続時間 5 msec⁹⁾ とすると、車輪はこの間に 7~8 cm 走行するので、下手レール端から 4 cm の点を平均的な車輪位置とした。

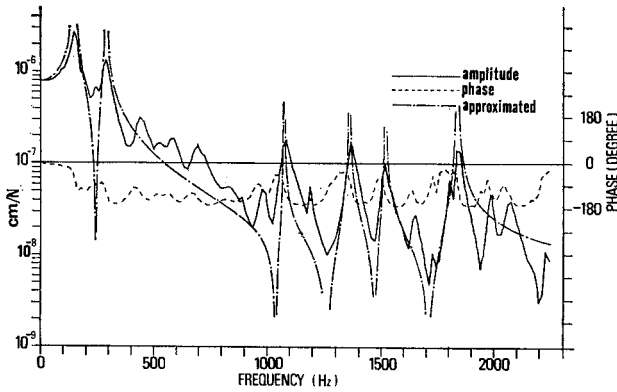


図-17 レールの周波数応答関数 (Y方向)

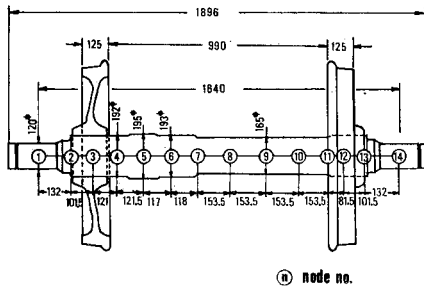


図-18 車軸概形とモデル分割

表-4 輪軸関係入力データ

	断面二次モーメント	断面積	せん断形状係数 ²⁰⁾	極二次モーメント
車軸 (120φ)	$1.02 \times 10^8 \text{ cm}^4$	113 cm^2	0.847	使用せず
(165φ)	3.64×10^8	214	0.847	
(192φ)	6.67×10^8	290	0.847	
(195φ)	6.95×10^8	296	0.847	
タイヤ (面外)	882	56	0.822	280 cm^4 ²¹⁾
(面内)	130	56	0.822	280
1軸当たり軸ばね定数 (y 方向)	800 kg/cm		(7.84 kN/cm)	
(z 方向)	1970 kg/cm		(19.3 kN/cm)	
(θ _x 方向)	$5.08 \times 10^8 \text{ kg} \cdot \text{cm} / \text{rad}$		($4.98 \times 10^4 \text{ kN} \cdot \text{cm} / \text{rad}$)	
ダンパー減衰係数	20 kg·sec/cm		(196 N·sec/cm)	
車軸付加質量 (節点 3, 12)	$4.6 \times 10^{-2} \text{ kg sec}^2 / \text{cm}$		(45 kg)	
(節点 5)	$8.0 \times 10^{-2} \text{ kg sec}^2 / \text{cm}$		(78 kg)	

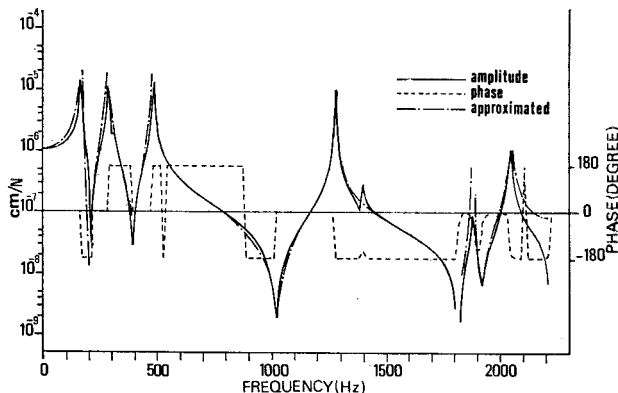
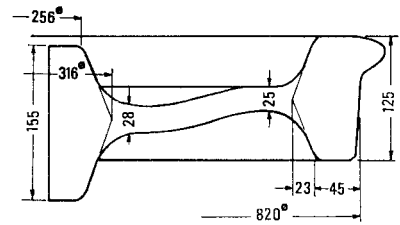
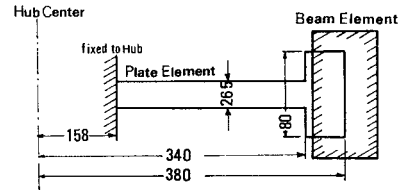


図-20 車輪の周波数応答関数 (面外方向)



(a) cross section



(b) cross section of model

図-19 車輪断面の概形とモデル化

者の車輪はめ合い部の等価剛性を計算して、これを後者の輪心部に対する数値的境界条件として与えた。

車輪の計算では、面内、面外について、おのおの縁ばりつき三角形要素を使用する有限要素プログラム(東大・大型計算機センターのライブラリ・プログラム Y 6 AA 01, および 02 を目的に沿うよう改造したもの)を使用した。

図-18, 19 に計算に使用した車軸, 車輪の概形と計算モデルを, 表-4 に入力データを示す。

図-20 に車輪の周波数応答特性のうち, 車輪騒音の発生に関係の深い横方向入力に対する面外応答の計算結果を, また, 図-21 には, 485 Hz の卓越振動モードの計算結果を示す。これらは, 実車輪の起振実験結果¹²⁾や, きしみ音の卓越振動数¹³⁾と比較的よく適合している。

なお, 車軸の主歯車取付け位置の偏心の

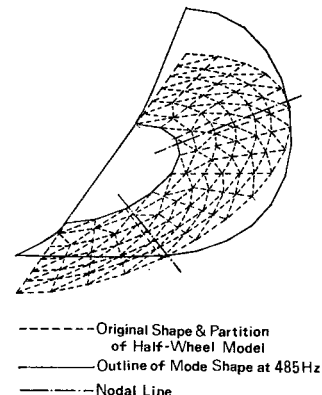


図-21 半車輪モデルの分割と振動モード

ため、左右輪の振動特性に差が現われるが、計算によると、その差は面外の最低次の卓越振動数が多少異なる程度であり、1/3 OCT. バンドスペクトルで評価する限り問題にはならない。

d) 衝突速度と残留変位

5. (2) に述べた方法に従って臨界速度を計算する。

図-17 に示すレールの周波数応答関数を、表-5 に示した共振、反共振周波数を用いて近似し(近似形を 図-17 中に一点鎖線で示した)、臨界速度を決定すると約 32 km/h となる。列車走行

表-5 レールのY方向の共振, 反共振周波数

共振周波数	反共振周波数
150 Hz	220 Hz
290	1040
1080	1270
1370	1480
1530	1720
1870	

速度の実測結果は、45~50 km/h であったので、車輪が上手レール端を通過してからのレールの挙動は、輪重抜けに対するステップ応答とみなすことができる。ステップ応答の解析は、前述のような周波数応答関数の近似式によっても可能であるが、近似による精度の低下を避けるため、周波数応答関数が数値的に与えられていることを利用して数値的に求めてみた。具体的には、十分周期の長い連続矩形波入力に対する応答を計算した。矩形波の周期は、入力零の半周期の間に、前の周期の残留応答が十分減衰するように選び、入力の立ち上がり以後の応答を近似的にステップ応答と考えればよい。継目不整は 図-14 に準じて下り段目違い 0.5 mm, 上手レール端下り勾配 2/1 000 とした。図-22 に計算結果を示す。同図において、破線が上手レール端の輪重抜けに対応するステップ荷重であり、右側のスケールを使用する。実線は下手レール端、一点鎖線は車輪最下点の垂直方向の位置を示すもので、両者とも左のスケールを使用する。輪

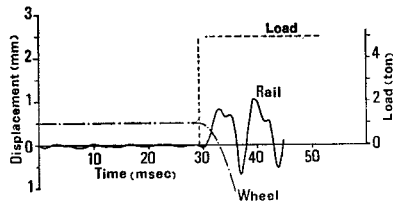


図-22 車輪、レールのステップ応答計算結果

表-6 車輪、レール衝突時状態の計算結果

	継目板剛結の場合	継目板滑動自由の場合
車輪の滞空時間	1.8 ms	1.8 ms
レール Y 方向残留変位	0.01 cm	0.01 cm
レール Y 方向速度	47.8 cm/s	47.6 cm/s
レール Z 方向速度	-11.0 cm/s	-11.5 cm/s
レール θ_x 方向速度	-0.82 rad/s	-0.64 rad/s
車輪 y 方向速度	-23.4 cm/s	-23.4 cm/s
車輪 z 方向速度	-1.56 cm/s	-1.56 cm/s
車輪 θ_x 方向速度	-0.03 rad/s	-0.03 rad/s

重抜けとともに、車輪は落下運動を開始し、レールは跳ね上がってきて、両者の軌跡が交差したときが車輪とレールの衝突である。この状態を式 (22)~(25) によって計算すると 表-6 のようになる。

図-22 は継目板剛結の場合を示したが、表-6 に示すように、レール長手方向の相対運動を許してもほとんど変化はない。

衝撃力の計算には垂直方向以外の速度も使用するの、次のような仮定により、輪重抜けに対する車輪の水平方向の応答を計算した。

- 1) 定常状態で走行中の車輪とレール間の、進行方向に直角な転がり・滑り摩擦は十分小さい。
- 2) 車輪とレールの接触面によるモーメントの伝達は無視できる。
- 3) したがって、水平方向の接触点内力は、車輪踏面のくさび効果のみによって定まる。

このとき、車輪の周波数応答関数は、図-20 の一点鎖線のように近似し、式 (50) を用いてステップ応答を求めた。

e) 衝撃応答と騒音

表-6 の計算結果を用い、式 (42) の衝撃力を求めて下手レールに入力し、図-7 の G_1, G_4 点(断面の対称軸から偏心量 4 cm) の応答を計算して 1/3 OCT. バンドごとに加算して補遺に示した補正を行った結果を、実測データと比較して 図-23 に示す。このとき、接触変形ばねのばね定数は次のようにして与えた。

レール上の車輪圧痕の実測例から¹⁴⁾、三田線の条件に

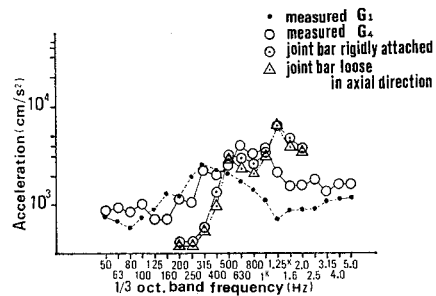


図-23 レールの Y 方向振動加速度計算結果

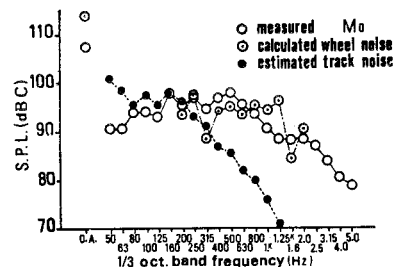


図-24 継目衝撃音の構成

近い輪重 5 t の場合を採用する。これを一辺 1.5 cm の矩形で近似し、円筒と平面の接触と考えれば Y 方向のばね定数 2.94×10^7 N/cm となる¹⁵⁾。また、直径 1.5 cm の円とみなせば、Z 方向 1.38×10^7 N/cm、 θ_x 方向 8.8×10^6 Ncm/rad. を得る¹⁶⁾。

同様に車輪の応答を計算し、面外方向の速度応答から放射音を計算し、実測値と比較して 図—24 に示す。

放射音の計算は次のように行った。

車輪面上に所要の面積要素 ΔS_i を考える。任意の面積要素と受音点間の行路差が、音の波長に比べて十分小さければ、行路差による音の干渉は無視できる。

ΔS_i が単位時間に半空間へ放射する音のパワー ΔW_{ai} は、 v_i をその振動速度（ピーク値）として⁷⁾、

$$\Delta W_{ai} = \rho c v_i^2 \Delta S_i / 2 \dots\dots\dots (57)$$

距離 d の点に到達する音の強さ ΔI_i は、

$$\Delta I_i = \Delta W_{ai} / 2 \pi d^2 \dots\dots\dots (58)$$

一方、 ΔI_i はその点の音圧 ΔP_i （ピーク値）を用いて、

$$\Delta I_i = \Delta P_i^2 / 2 \rho c \dots\dots\dots (59)$$

式 (57)~(59) から、

$$\Delta P_i = \rho c v_i (\Delta S_i / 2 \pi d^2)^{1/2} \dots\dots\dots (60)$$

図—21 に示した車輪の分割節点ごとに面積要素を考え、振幅最大の節点に対する各点の振動の位相差を φ_i として、各面積要素から放射される音圧の和を求めると、

$$P_t = \sum_{i=1}^N \Delta P_i \cos \varphi_i \\ = \rho c (2 \pi d^2)^{-1/2} \sum_{i=1}^N v_i (\Delta S_i)^{1/2} \cos \varphi_i \dots\dots (61)$$

ここに、 P_t ：車輪騒音の音圧、 N ：節点数、である。

図—24 には、(1) で述べた軌道騒音の推定値もあわせて示した。図—23、24 および 表—6 によれば、次のようにいうことができる。

- 1) レール応答、車輪騒音とも、ほぼ実測値に見合う計算結果を与えている。
- 2) レールと継目板を、剛結としても長手方向に自由に動くとしても計算結果に大差はない（図—24 では、後者の計算結果を表示しなかった）。
- 3) 継目衝撃音は、250 Hz 以上の帯域は車輪、それ以下では軌道をおもな音源とすると考えてよい。
- 4) 衝突速度に対して、継目遊間における輪重抜けによりレールが跳ね上がってくるための成分が優勢である。
- f) 考察および今後の課題

図—23 に示すレール加速度は、計算値と測定値は平均的レベルは近いものの、測定値のスペクトルは、計算値より低周波領域で大きく、高周波で小さく、全体としてフラットな形であり、特に左レールでその傾向が強い。

このような傾向を生じる原因については、現在のところ必ずしも判然としない。しかし、

- 1) レール、継目板をはじめ、軌道要素をすべて新品に交換し、継目板の締結を確かめたりうえで測定したレール加速度は、計算結果に近いスペクトルを示した²²⁾。
- 2) レールと継目板の間にゴム板を挿入し、意図的に継目板とレールの協同作用を排除した実験では、図—23 の左レールを思わせるフラットなスペクトルを得た²³⁾。

ことから、継目板とレールの垂直面内の相対運動がこのような相違をもたらす原因の一つではないかと考えている。この相対運動は、軌道の振動特性に影響を与えるとともに、車輪が上手レール端にきたときに、上手レール端の変位が下手レール端より大きくなり、継目不整の形が変化するという問題につながる。しかし、いまのところ、この点を考慮していないことを考えれば、図—23、24 の結果は一応満足すべきものと考えられる。

7. 軌道、車輪への対策と効果の予測

(1) レールパッドの弾性増加

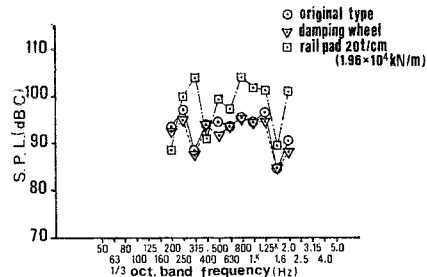
比較的容易に実行できる軌道改修の方法として、レールパッドのばね定数を低下させる方法が考えられる。

そこで、ばね定数を現用のものの 1/5 の 20 t/cm (1.96×10^6 N/cm) に低下させた場合の計算を行ってみた。

前述の方法に従い、レールと車輪の衝突時の状態を計

表—7 車輪、レール衝突時状態の計算結果
(レールパッド 20 t/cm)

車輪の滞空時間	2.2 m s
レール Y 方向残留変位	0.08 cm
レール Y 方向速度	85.2 cm/s
レール Z 方向速度	-2.67 cm
レール θ_x 方向速度	0.41 rad/s
車輪 y 方向速度	-26.8 cm/s
車輪 z 方向速度	-0.76 cm/s
車輪 θ_x 方向速度	0.21 rad/s



図—25 騒音対策効果の予測

算して、表-7 に示す。また、同様に車輪騒音を計算して図-25 に示す。図中、⊙印は現用パッド、□印が低ばね定数パッドの場合である。

図によれば、500 Hz 以下の帯域で、卓越周波数が多少変化するとともに、一般的にレベルが上昇していることがわかる。その理由としては、

- 1) 車輪とレールの衝突速度が増加すること
- 2) 大部分の周波数領域でレールの周波数応答特性がそれほど変化しないこと

が挙げられる。したがって、車輪騒音に限定すれば、単に、レールパッドのばね定数を低下させるだけでは減音効果が期待できないばかりか、衝突速度を増加させる点で逆効果であるということが出来る。

(2) 車輪の防振処理

基本的には板材である車輪に粘性材料を貼付して、振動を減衰させる方法が考えられる。その場合、材料の性能や実車輪に対する適用性の問題から、車輪ウェブに対して0.1を大きく上回る機械損失係数を与えることはきわめて困難である。そこで、仮想的な条件として、粘性材料による重量増加は無視できるものとして、車輪ウェブに0.1、タイヤに0.02の損失係数を与えて計算してみた。結果は図-25 に▽印で示してある。一部の帯域で、2~3 dBの低下がみられるものの、ほとんど変化がない。

その理由として、次のような点が考えられる。

- 1) 音圧レベルの大きい帯域には、車輪の音響出力特性にピークがあるものと、車輪とレールの相互作用による入力大きいものがあるが、後者の場合、防振処理によって、ほとんど影響されない。
- 2) 前者の場合でも、車輪は、レールとの接触によって、もともとある程度の減衰性を有するので、防振処理を施してもきわだった効果として認められない。

なお、車輪は防振処理によって衝撃応答の継続時間が確実に短くなる。この計算では継続時間の変化を無視したので、実際には、図より大きな効果が計測されることはあり得る(補遺参照)。

8. 結 論

本論文は、都市鉄道騒音の支配的な成分の一つである継目衝撃音の発生機構を明らかにし、これを改善するための手掛りとするを目的としたものである。

本論文によって明らかになったことは次のようである。

- (1) 本論文に示した継目衝撃のモデルによって、騒

音領域の周波数の車輪、軌道の衝撃応答を取り扱うことができる。

(2) 代表的な都市鉄道の場合、継目衝撃音の中・高周波領域では車輪を音源とし、低周波領域では軌道を音源とする成分が支配的である。

(3) 騒音レベルを支配する車輪とレールの衝突速度は、継目における微小なレール不整とともに、軌道の動特性によって決定される要素が大きい。

9. あとがき

この研究に際し、東京大学工学部 土木工学科 松本嘉司教授、筑波大学構造工学系 西岡 隆助教授に、懇切なるご指導を受けた。また、九州工大開発土木工学科 渡辺義則助教授には有益なるご助言をいただいた。

さらに、東京都交通局工務部、車両部の関係各位、特に、工務部軌道課の小村大器、藤井常晴、近藤文雄、青野聖司、田口 昇の各氏、ならびに国鉄委託研究生 速水政彦氏、および東京大学土木工学科 大嶋孝二助手、田代宏宏技官には、煩さな実験や各種技術資料の収集に、あるいは数値計算に真剣なるご支援、ご協力を得た。付記して感謝の意を表する。

補遺：実測データの処理と計算値の補正

騒音、振動の測定データは、1/3 OCT. バンドフィルタを介してレベルレコーダに出力した。レベルレコーダの衝撃入力に対する応答特性は指示騒音計のそれに等しい。

図-26 はトーンバーストに対する指示騒音計の応答を示すものである¹⁷⁾。トーンバーストを実効値整流し、対数圧縮すれば孤立矩形波となるが、同図の応答曲線はダンピングを有する1自由度振動系に孤立矩形波が入力

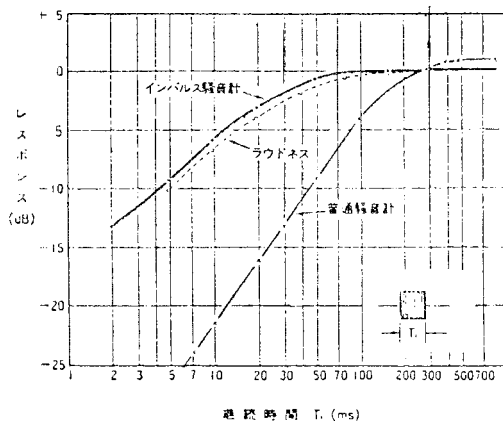
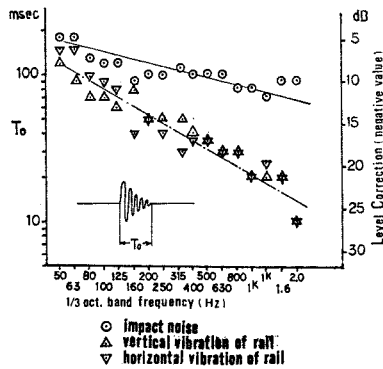


図-26 単一バースト信号に対するレスポンス¹⁷⁾



図—27 衝撃応答の実測継続時間とレベル補正值

される場合の応答で類推できる。特に、矩形波の継続時間が短い場合には、矩形波の与えるインパクトに比例する応答を示すと解することができる。

音圧、振動加速度の実測波形は、おおむね衝撃により励起された自由減衰振動の形をとるが、これを整流、対数圧縮すればのこぎり波、もしくは三角波となり、同一の継続時間をもつ矩形波の半分のインパクトを与える。

図—27 は、実測波形を電磁オシロに出力し、その立ち上がりから減衰してノイズレベルになるまでを読み取ったものである。同図右側の縦軸は、前述のような観点から、読み取った時間の半分のトーンバーストに対する補正值を与えるように作成したものである。

本文中に示した実測値は、すべて本図に相当する過小評価を受けていることになるので、計算結果にも本図によって補正を加え、実測値との対比を行った。

参考文献

- 1) 松本嘉司・小沢康人・渡辺義則：都市鉄道の騒音発生に関する研究，土木学会論文報告集，No. 262，pp. 101～112，1977年6月。
- 2) 八十島義之助：継目衝撃に関する研究，土木学会論文集，No. 51，1957年。
- 3) 佐藤 裕：軌道に加わる垂直衝撃圧力，鉄道技術研究報

告 16，1958年。

- 4) 佐藤吉彦：軌道に生ずる高周波振動とその考察，土木学会論文集，No. 77，1961年11月。
- 5) 小野一良・伊藤義男：衝撃に対する砂利道床軌道の応答について，土木学会論文報告集，No. 249，1976年。
- 6) Ver, I.L. et al.: Impact noise generation by wheel and rail discontinuities, Proc. inter-noise '75, pp. 77～84, 1975.
- 7) 日本音響材料協会：騒音対策ハンドブック，pp. 6, 279, 253～255, 技報堂，1966年。
- 8) Bender, E.K. and Remington, P.J.: The influence of rail on train nose, J. Sound and Vib. Vol. 37, No. 3, 1974.
- 9) 渡辺義則：地下鉄都営6号線高架線部振動測定データ，未発表資料，1975年。
- 10) 大嶋孝二・松本嘉司・速水政彦：碎石道床の動力学的特性の研究，第33回土木学会年次学術講演会講演概要集IV，pp. 242～243，1978年。
- 11) Snowdon, J.C.: Vibration and shock in damped mechanical systems, pp. 7～18, John Wiley & Sons, Inc., 1968.
- 12) Kohler, G.R.: An investigation of rail car wheel vibration, Proc. inter-noise '75, pp. 105～108, 1975.
- 13) 角 知憲：車輪の軋み音と防音車輪の効果の測定結果，東京都交通局車両部内部資料，1975年。
- 14) 八木 明：レールの摩耗について（第1回），鉄道線路5-8，1958年。
- 15) 副島吉義・米持政忠：精密測定（機械工学講座9），p. 2，共立出版，1975年。
- 16) Mindlin, R.D.: Compliance of elastic bodies in contact, J. Applied Mech., 1949.
- 17) リオン（株）：最近の音響計測器，1975年。
- 18) 峯村芳郎：軌道パッドの圧縮変形および横バネ常数試験，鉄道技研速報 No. 59-200，1959年6月。
- 19) 佐藤 裕：軌道力学，p. 191，鉄道現業社，1972年。
- 20) Goldsmith, W.: Impact, p. 37, Edward Arnold LTD., 1960.
- 21) チモシェンコ（鶴戸口英善ほか訳）：材料力学 上巻，p. 283より概算，東京図書，1979年。
- 22) 角 知憲・大塚俊介：広島電鉄宮島線における軌道振動測定結果，未公表資料，1980年。
- 23) 松本嘉司・角 知憲・大塚俊介：鉄道のレール継目における車輪とレールの相互作用，東京大学工学部紀要 A, No. 19, 研究報告，1981年。

(1980.10.13・受付)