

セメントの水和と内部水の粘性からみた
コンクリートのクリープ特性CREEP OF CONCRETE IN THE LIGHT OF HYDRATION OF
CEMENT AND VISCOSITY OF INTERNAL WATER河角 誠*・関 慎吾**・笠原 清***・栗山武雄****
By Makoto KAWASUMI, Shingo SEKI, Kiyoshi KASAHARA
and Takeo KURIYAMA

1. まえがき

コンクリート大ダムや原子炉用 PC 容器および PC 橋梁のような重要な構造物の解析・設計と安全性の評価のためには、コンクリートのクリープを定量的に把握し、一般的な表示を行っておかなければならない。

そのためには、地道な実験結果の蓄積に加え、クリープの微視的機構に注目する必要がある。この観点に立ち、さきに、高温クリープの実験に関連し、水の粘性とセメントの水和を考慮に入れたクリープ・モデルを提出した^{1),2)}。

今回、密封セメント・ペーストの水和測定を行い、クリープ・データをこのモデルによって、具体的に解析できるようになったので、その結果を報告する。

本来ならここで、コンクリートのクリープ研究の展望を述べるべきであるが、それは Neville の大著³⁾に譲り、ただ、筆者らは T.C. Powers による硬化したセメント・ペーストの内部構造の描写から大きな影響を受けたこと、また以下に述べる観点に立った研究は、ほとんどみられないことを申し添えておく。

2. セメントの水和

水中養生セメント・ペースト（中庸熟ポルトランド・セメント）の結合水量の測定結果から、常温でのセメントの水和進行を次式で表わせることをすでに示した^{1),2)}。

$$\frac{dC_H(t)}{dt} = k_0(1-n)t^{-n}(W - rC_H(t))(C - C_H(t)) \quad \dots\dots\dots(1)$$

* 正会員 (財) 電力中央研究所土木技術研究所 (現工博)
** 正会員 工博 日本大学教授理工学部次長 理工学研究所長
*** 正会員 (財) 電力中央研究所土木技術研究所
**** (財) 電力中央研究所土木技術研究所

ただし、 $C_H(0)=0$, $0 < n < 1$ 。

ここに、 t :セメント・ペーストの材令 (日)、 C :セメント・ペースト 1 m^3 中のセメント量 (kg/m^3)、 W :ペースト 1 m^3 中の水量 (kg/m^3)、 $C_H(t)$:ペースト 1 m^3 中の材令 t 日までに水和したセメント量 (kg/m^3)、 k_0 、 n :水和を表わすパラメーター、 r :完全結合水量 (1g のセメントを完全に水和させるのに必要な水量) (g/g)。

式 (1) の解は、

$$\frac{C_H(t)}{C} = R_H(t) = \begin{cases} \frac{1 - \exp\{(\tau C - W)k_0 t^{1-n}\}}{1 - \frac{C}{W} \exp\{(\tau C - W)k_0 t^{1-n}\}} & \dots\dots\dots(2) \\ (W/C \cong \tau) \\ \frac{\tau k_0 t^{1-n}}{\frac{1}{C} + \tau k_0 t^{1-n}} & (W/C = \tau) \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

ここに、 $R_H(t)$ はセメントの水和進行率である。

今回、試験管密封養生した普通および中庸熟ポルトランド・セメント・ペーストの結合水量を $20 \sim 80^\circ\text{C}$ の範囲で、表-1 に示す条件によって、重量法で測定した (測定法は文献 3) 参照。なお、その概略を述べれば、密封養生したセメント・ペーストを所定の材令で粉碎し、ふるい分け、デシケータで真空乾燥し、電気炉で強熱

表-1 セメントの結合水量の測定条件

セメントの種類	普通ポルトランド・セメント	中庸熟ポルトランド・セメント
製造工場	日本セメント埼玉工場	小野田セメント藤原工場
水セメント比 (W/C)	40%	
養生方法	試験管密封養生	
養生温度 ($^\circ\text{C}$)	20, 30, 40, 50, 60, 70, 80	
標準測定材令 (日)*	3, 5, 7, 14, 28, 56, 91, 98, 182, 365, 546, 553, 735	

* ただし後期材令で、高温のものほど化合物の膨張作用によって、試験管が破裂するものが出るので測定から除外した。

し、この間消失した水分を結合水量としたものである)。式(2)、(3)でのあてはめの際、完全結合水量は、前回は水中養生の場合として $r=0.37$ (37%) を採用し、その根拠を詳述した³⁾。今回の密封養生の場合は $r=0.37$ と 0.25 で解析を行った(前回 $r=0.37$ としたのは、水中養生についてのセメントの専門家の意見に従ったからであり、今回 $r=0.25$ を加えたのは、ここで示す密封養生の場合、これが測定された結合水量の上限値であったからである。そして両者を、一応完全結合水量の上下

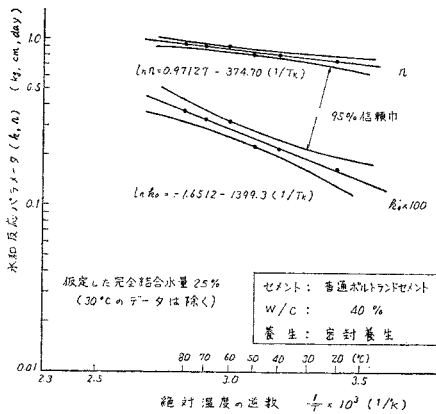


図-1 セメントの水和パラメーターの温度依存性 (普通ポルトランド・セメント)

表-2 セメントの水和パラメーター*

		[cm, kg, day]			
		普通ポルトランド・セメント		中庸熱ポルトランド・セメント	
完全結合水量 (%)		25	37	25	37
k_0	(CONSTK)	(-1.6512)	(-3.5284)	(0.070604)	(-2.1608)
	COFFK	0.19182	0.02935	1.0732	0.11523
	CLINK	-1399.3	-978.97	-1985.0	-1450.5
n	(CONSTN)	(0.97127)	(0.61146)	(1.4727)	(0.97453)
	COFFN	2.6413	1.8431	4.36099	2.6499
	CLINN	-374.70	-234.24	-537.53	-354.27

* CONSTK=ln(COFFK), CONSTN=ln(COFFN)

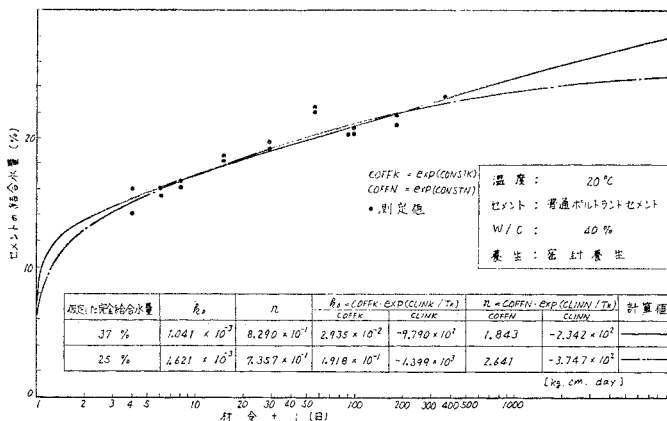


図-2 20°Cにおけるセメントの水和(実測と計算)

の限界と考えたわけである)。

その結果式(1)中の k_0 と n は次のような温度依存性を示した。

$$k_0 = \text{COFFK} \exp(\text{CLINK}/T_K) \dots \dots \dots (4)$$

$$n = \text{COFFN} \exp(\text{CLINN}/T_K) \dots \dots \dots (5)$$

ここに、COFFK (> 0), CLINK (< 0), COFFN (> 0), CLINN (< 0) は定数で、 T_K は絶対温度 (°K) (図-1, 表-2 参照)。恒温槽には冷凍装置が付属しておらず、30°C の槽は夏期にはこの温度を超えることがあったので、解析からは除外した。図-2 には、20°C でのあてはめの例を、図-3~4 にはすべての測定温度での計算値をまとめて示す。高温養生の効果は初期には著しいが、やがて低温養生のものに追い越されていく。普通セメントの方が中庸熱セメントよりも水和が速いことも示されている。

ここで、標準温度 T_1° (たとえば 20°C) のもとで t_1 日間養生したのと同じ水合度と T_2° では何日で到達できるかを等価水和材合 (t_{eq}) と名づけることにすれば、

$$t_{eq} = \left(\frac{k_1}{k_2} \right)^{\frac{1}{1-n_2}} t_1^{\frac{1-n_1}{1-n_2}} \dots \dots \dots (6)$$

となる。ただし k_1 と n_1 , k_2 と n_2 はそれぞれ T_1° と T_2° における水和パラメーターである。この関係を図-5 に示す。

温度変化のある場合、式(1)で t を陽に含んだまま温度条件を入れて積分し、階段状温度上昇下の水和解と実験値とを比較したところ、計算値は実験値に十分には追従できなかった。そこで(2)、(3)両式の解を用い、式(1)の右辺から t を消去して、温度変化のある場合も扱える水和解行式(7)、(8)を得た。

$$\frac{dC_H(t)}{dt} = \begin{cases} k_0 i^{1-n} (1-n) \left[\frac{1}{rC-W} \right. \\ \left. \cdot \ln \left(\frac{1-C_H(t)/C}{1-rC_H(t)/W} \right) \right]^{-\frac{n}{1-n}} \\ \cdot [W-rC_H(t)][C-C_H(t)] \\ (W/C \neq r) \dots \dots \dots (7) \\ k_0 i^{1-n} (1-n) \left(\frac{C_H(t)}{W} \right)^{-\frac{n}{1-n}} \\ \cdot [W-rC_H(t)][C-C_H(t)] \frac{1}{(W/C=r) \dots \dots \dots (8)} \end{cases}$$

この式を、 $0 \leq t < t_1$ のとき $T = T_1^\circ$ ($k_0 = k_1, n = n_1$), $t \geq t_1$ のとき $T = T_2^\circ$ ($k_0 = k_2, n = n_2$) の条件で解けば、 $t \geq t_1$ の解は、

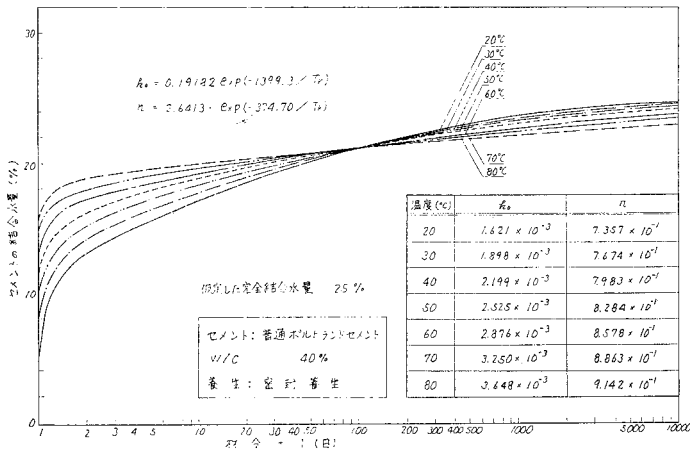


図-3 各温度におけるセメントの水和 (a) (普通ポルトランド・セメント)

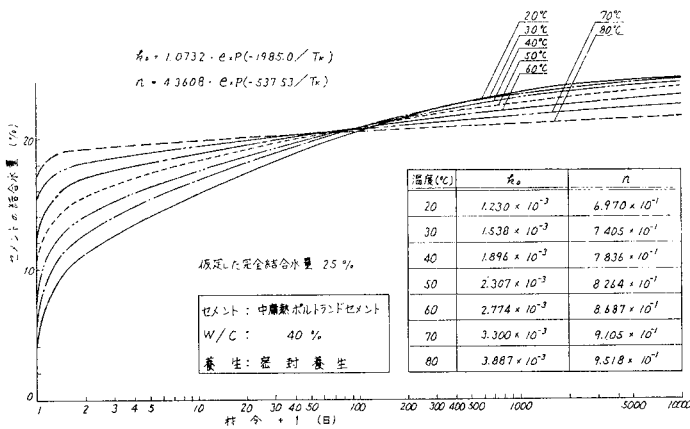


図-4 各温度におけるセメントの水和 (b) (中庸熱ポルトランド・セメント)

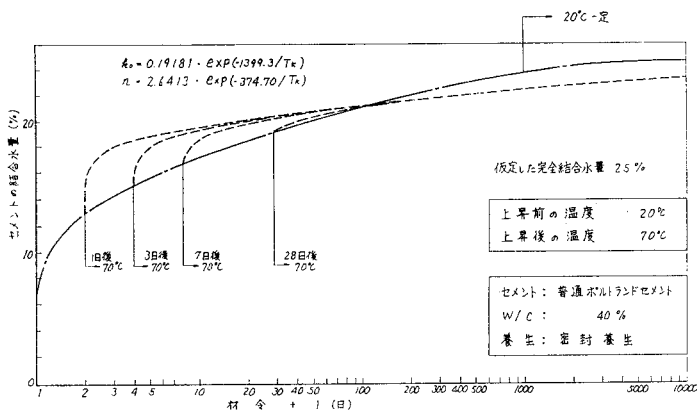


図-6 階段状温度変化のもとでのセメントの水和

$$\frac{C_H(t)}{C} = R_H(t) = \frac{1 - \exp[(rC - W)k_2(t - t_1 + l_{eq})^{1-n_2}]}{1 - r \frac{C}{W} \exp[(rC - W)k_2(t - t_1 + l_{eq})^{1-n_2}]}$$

$$(W/C \neq r) \dots \dots \dots (9)$$

となる。ただし l_{eq} は式 (6) で定義した等価水和材令で

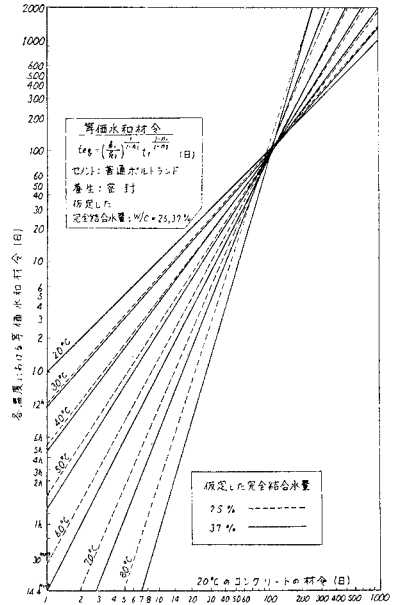


図-5 標準養生に対する各温度での等価水和材令

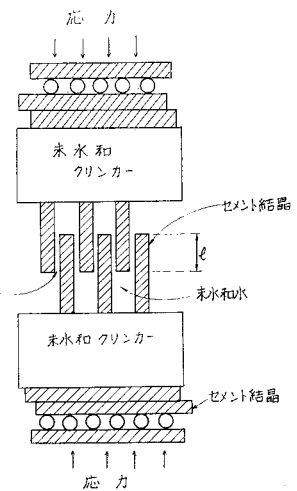


図-7 水の粘性とセメントの水和を考慮したセメント・ペーストの一次元レオロジー・モデル

ある。図-6 には種々の材令で温度を階段状に上昇させた場合の計算例を示す。今後、精密な測定方法を用いてこの方程式の適合性を確かめる必要がある。

3. セメントの水和と内部水の粘性を考慮したコンクリートのレオロジー・モデル

密封したコンクリートを対象として、図-7 に示すモデルを考え、下記の仮定に基づきレオロジー方程式を求

めた^{1),2)}。

(1) 水和の進行に伴い結晶の数は増加するが、大きさは不変であることを示した Powers & Brownyard の実験結果⁴⁾を採用し、カルシウム・ハイドロシリケートの針状結晶を円柱で近似する。

(2) 微小時間 dt 後のクリープひずみの増分 ($d\epsilon_c$) は応力が大きいほど、結晶間の水の層の厚さ ($2d$) が増加するほど大きくなる。他方、この増分は隣接する結晶の接触長さ (l)、水の粘性 (η) と結晶の数 (m) が増加するほど小さくなる。

(3) コンクリートのクリープは、コンクリート中のペースト量に近似的に比例する。

クリープ回復は無視したが、それは解析し得るデータが少なく、またこの成分は君島・北原⁵⁾の実験結果などから比較的小さいと思われ、さらに Wittmann⁶⁾ のような生粋の物理学者や Parrot⁷⁾ のようなセメント化学に造詣の深い人々がコンクリートのクリープの主体は非回復性であるとしているからである。クリープ回復のデータが整った暁には、T.C. Powers¹⁰⁾ と Bažant¹¹⁾ の熱力学的理論による回復成分を用いて、下記のモデルを改良できるであろう。

上記の仮定のもとで、

$$d\epsilon_c \propto d^3 \sigma^q dt / \eta^2 l^a$$

となる (既報^{1),2)} では $q=2$ の場合のみを考えた。他方、結晶の長さを h 、半径を r として、荒い近似で、

$$d \propto V_{UW} / 2 \pi r h m$$

また、 $m \propto V_{HC} + V_{HW} \propto V_{HC}$ 、 $l \propto \epsilon_c$ 、

ここに、 V_{UW} ：未水和水の体積、 V_{HC} ：水和したセメントの体積、 V_{HW} ：セメントと化合した水の体積。

応力変化のない場合にはクリープひずみは応力に比例するとして (これは応力が過大でないときに実験的に認められている)、 $a+1=q$ 、さらに $q=1$ のとき、このモデルが Maxwell モデルに一致するように、 $q=s$ とする。

ここで、

$$\eta_*(t) \equiv \eta [V_{HC} / V_{UW}]^{p/q} / (q A_1)^{1/q} \dots \dots \dots (10)$$

ここに A_1 はペースト量と骨材の種類によって定まる定数。

とおけば、この $\eta_*(t)$ は $q=1$ のとき粘性係数と一致するので、これを $q \neq 1$ のとき、擬似粘性係数とよぶことにする。密封コンクリートの弾性係数が材令とともに変化するときには、階段状の応力変化を加えた場合、“弾性”ひずみ成分も階段状に変化し、弾性係数が材令につれて増加しても、荷重を押し返すことはないので、瞬間変形部分は歪弾性的であると考えべきであるから、圧縮応力と圧縮ひずみを正とすると、任意の圧縮応力状態のもとでのひずみを表わす次式を得る。

$$\epsilon(t-t_1) = \int_{t_1}^t \frac{1}{E_i(s)} \frac{d\sigma(s)}{ds} ds + \left[\int_{t_1}^t \left(\frac{\sigma(s)}{\eta_*(s)} \right)^q ds \right]^{1/q} \dots \dots \dots (11)$$

ここに、 t ：コンクリートの材令 (日)、 t_1 ：載荷時の材令 (日)、 $\epsilon(t-t_1)$ ：載荷後 $(t-t_1)$ 日における弾性ひずみとクリープひずみの和、 $\sigma(s)$ ：材令 s 日における応力 (kgf/cm^2)、 $E_i(s)$ ：材令 s 日における瞬間弾性係数 (kgf/cm^2) (この係数は、載荷直後の瞬間ひずみと、載荷応力から求めた弾性係数である)。

一定温度のもとでの $\eta_*(t)$ を具体的に表わせば、

$$\eta_*(t) = \begin{cases} \frac{\eta}{(q A_1)^{1/q}} \left(\frac{\rho_W}{\rho_C} \right)^{p/q} \left[\frac{1 - \exp\{(rC - W) k_0 t^{1-n}\}}{WC - r} \right]^{p/q} & (W/C \neq r) \dots \dots \dots (12) \\ \frac{\eta}{(q A_1)^{1/q}} \left(\frac{\rho_W}{\rho_C} \right)^{p/q} (k_0 C)^{p/q} t^{(1-n)p/q} & (W/C = r) \dots \dots \dots (13) \end{cases}$$

ここに、 ρ_W と ρ_C はそれぞれ水とセメントの密度である。上記の式において、温度による水の粘性の変化は、

$$\eta = A_v \exp(E/RT) \dots \dots \dots (14)$$

によって表わされる。ここに、 T ：絶対温度 ($^{\circ}\text{K}$)、 E ：内部水の活性化エネルギー、 R ：気体定数、 A_v ：定数。

このモデルの検討から、重ね合わせ法がクリープ回復を過大評価する原因は、Boltzmann の重畳積分の中に応力非線形粘性成分を含ませるため、本来非回復の成分を回復成分とみなすことになるからであると考えられた。

4. モデルから得られるクリープ曲線式

式 (11) で $\sigma=1 (t \geq t_1)$ とおいて、載荷後 $(t-t_1)$ 日における単位応力当たりのクリープひずみ $\epsilon_c(t-t_1)$ として次の式 (15)~(17) を得る。

$$\epsilon_c(t-t_1) = \begin{cases} A_4 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \left\{ \int_{t_1}^t \left[\frac{WC-r}{1 - \exp\{(rC-W) k_0 s^{1-n}\}} \right]^p ds \right\}^{1/q} & (W/C \neq r) \dots \dots \dots (15) \\ A_4 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \left[\left(\frac{1}{k_0 C} \right)^p \frac{1}{(1-n)p-1} \cdot \{ t_1^{1-(1-n)p} - t^{1-(1-n)p} \} \right]^{1/q} & (W/C = r, \text{かつ } (1-n)p-1 \neq 0) \dots \dots \dots (16) \\ A_4 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \left[\left(\frac{1}{k_0 C} \right)^p \ln \left(1 + \frac{t-t_1}{t_1} \right) \right]^{1/q} & (W/C = r, \text{かつ } (1-n)p-1 = 0) \dots \dots \dots (17) \end{cases}$$

ここに、 t ：コンクリートの材令 (日)、 T ：コンクリートの絶対温度 ($^{\circ}\text{K}$)、 C ：セメント・ペースト 1 m^3 中のセメント量 (kg/m^3)、 W ：セメント・ペースト 1 m^3 中の水量 (kg/m^3)、 A_4 、 p 、 q ：クリープ定数。ただし、 A_4

は骨材の種類やペースト量によって決まり、温度にはあまり影響されないものと考えられる。

ここで式(17)を $W/C \approx \tau$ のときも近似式として使うことを考え、このときこれを“最簡単近似式”，また

最も一般的な式(15)を“積分型”とよぶ。図-8には最簡単近似式をあてはめた結果を示す。なお図中の A_s は、

$$A_s = A_4 \exp(-E/RT) \cdot (1/k_0 C)^{p/q} \dots (18)$$

である。また式(15)~(17)は後述のようにべき関数式に密接に関係があるので、次の式(19)をあてはめた結果を図-9に示す。

$$\epsilon(t-t_1) = 1/E_i + a(t-t_1)^b \dots (19)$$

ここに、 a ：載荷材令によって決まるパラメーター、 b ：定数。これらの式は個々の曲線の近似としてはきわめてよくあてはまっているので、積分型曲線を求める過程で必要になるクリープ曲線の微分値の計算に利用した。

図-10には黒部第4ダム・コンクリートに積分型クリープ曲線をあてはめた結果を示す。これを求める際に、 k_0 と n は水和実験から、 q の初期値としては最簡単近似式の q を、実験曲線の微分値はべき関数式と最簡単近似式のうちあてはまりのよい方から求め、残りの定数 A と $p(A = A_4 \exp(-E/RT))$ を最小自乗法で求め、これよりGaussの積分法を用いて、クリープひずみを計算し、ひずみ偏差の自乗和を最小にする A, p, q を q の逐次微小変化によって求めた。倍精度計算によれば、 q を有効数字6桁まで決定できた。なお、あてはまりの程度を示すため次式から求まる d_{CRP} をひずみ偏差指標と名づけた。

$$d_{CRP} = \sqrt{\sum_{i=2}^N [C_i(t_i) - C_{calc}(t_i)]^2 / (N-1)} \dots (20)$$

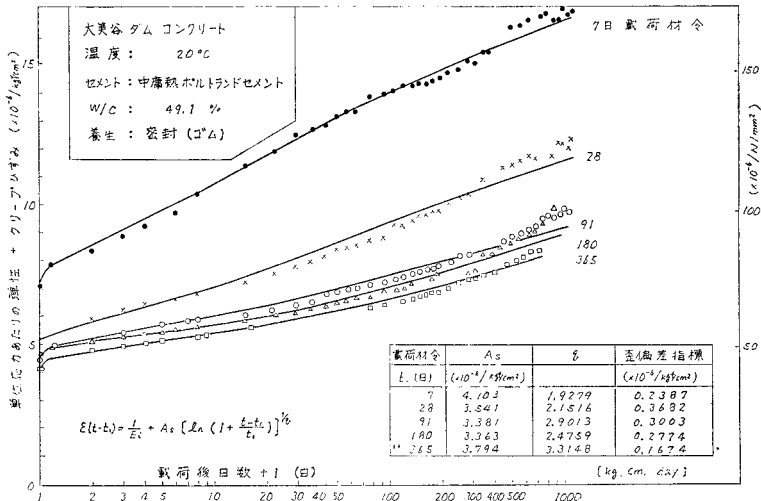


図-8 最簡単近似式によるクリープ曲線のあてはめ

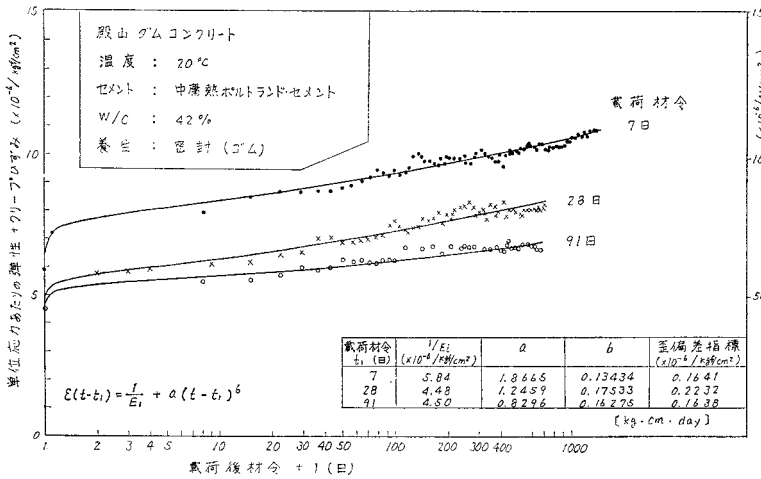


図-9 べき関数式によるクリープ曲線のあてはめ

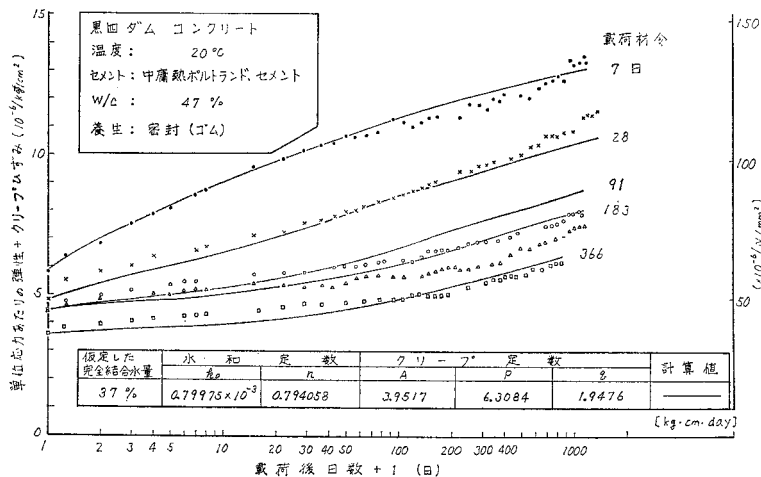


図-10 積分型クリープ曲線のあてはめ

ここに、 $C_i(t_i)$ ：材令 t_i 日におけるクリープひずみの測定値、 $C_{cali}(t_i)$ ：同計算値、 N ：データ数。ただし載荷直後のひずみには誤差がないとして、測定したひずみから載荷直後のひずみを差し引いて、クリープひずみの測定値とした。

なお供試体は直径 15 cm、高さ 60 cm の円柱形で、中心にゲージ長 25 cm のカールソン型ひずみ計を埋め込み、ゴムシールし、油圧装置で載荷した。温度は 20°C 一定で供試体 2 本のひずみの平均値を、無載荷供試体 2 本のひずみで補正し、力学的ひずみを求めた。

式 (15) は水セメント比の影響も表わしているので、ペースト量を一定とし、水セメント比を変化させた実験を行い、 $W/C=40\%$ の実験から求めたクリープ・パラメーター A, p, q によって、 $W/C=35, 50\%$ のクリープ曲線を計算し、実験値とともに 図-11 に示した。この場合、供試体は 0.2 mm の銅板でシールしたものである。

なお式 (17) は $q=1$ のとき、米国開拓局の対数式⁸⁾ に類似したものとなる。ただし実際には q はすでにみたように 2~3 程度である。

特殊な場合のクリープ曲線は、

- (1) 載荷直後——いずれの場合もクリープひずみは $(t-t_1)^{1/q}$ に比例する。
- (2) 載荷後長期間経過したとき
 - (a) セメントが過剰 ($rC-W > 0$) の場合はクリープは停止する。
 - (b) 水分が過剰 ($rC-W < 0$) の場合は $\epsilon_c(t-t_1) \rightarrow (t-t_1)^{1/q} / \eta_*(\infty)$ (21)
 - (c) $rC-W=0$ のとき——クリープひずみは一定値に近づくか (式 (16)), クリープ速度が零に近づく (式 (17)。実験的に $(1-n)p-1 > 0$ が一般的である)。

このモデルによれば、クリープの最終的な挙動はコン

クリート中に水分が残っているか否か (W/C) によって決まる。これは完全に乾燥したコンクリートではほとんどクリープが生じないという Hannant の結果⁹⁾ に対応する。

以上の吟味から、このモデルのクリープ式はべき関数にきわめて関係が深いことがわかる。事実べき関数式は、Straub (1930)⁶⁾, Shank (1935)⁶⁾, Browne & Blundell (1969)⁶⁾ らによって用いられ、最近 Bažant⁹⁾ は次のべき関数式を提案し、精力的にあてはめを行っている。

$$\epsilon(t-t_1) = \frac{1}{E_0} + \frac{\phi_1}{E_0} t_1^{-m_B} (t-t_1)^{n_B} \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 ϕ_1, m_B, n_B は定数。この式はモデルから特殊な場合として得られ、この式の成立範囲も、 n_B と m_B の具体的な値も明らかとなる (すなわち $n_B=1/q, m_B=(1-n)p/q$)。 m_B は載荷時の材令へのクリープの依存性を表わす。

5. 他のクリープ計算法との関係

上記のモデルによる計算法はその特別な場合として、時間硬化法¹²⁾ とひずみ硬化法¹²⁾ を含んでいる。時間硬化法では時間の経過が硬化の原因となると考えている。これは水和の進行によってコンクリートが硬化することに関連づけられる。一方ひずみ硬化法では、ひずみによって材料が硬化して、それ以後のひずみの進行を妨げると考えており、硬化したセメント・ペーストに圧縮力が加えられることにより、セメントの水和による微小な針状結晶のからみ合いが増加して、クリープの進行が妨げられることを表わしていると解釈される。したがってコンクリートのクリープではこれら 2 つの現象が同時に起こっているとみるのが妥当であろう。以下モデルとの関連を調べる。

(1) 時間硬化法・クリープ速度法との関連性

Odqvist と Hult¹²⁾ によれば、時間硬化法は

$$d\epsilon_c/dt = A_H \sigma^{L_H} t^{-\lambda} \dots (23)$$

によって表わされる。ここに A_H, L_H, λ は定数。金属クリープでは $\lambda < 1$ とされており、これは式 (23) の積分のために必要である。コンクリートの場合は式 (13) で $q=1$ としたときに $\lambda=(1-n)p \geq 1$ の場合が現われる。この場合もコンクリー

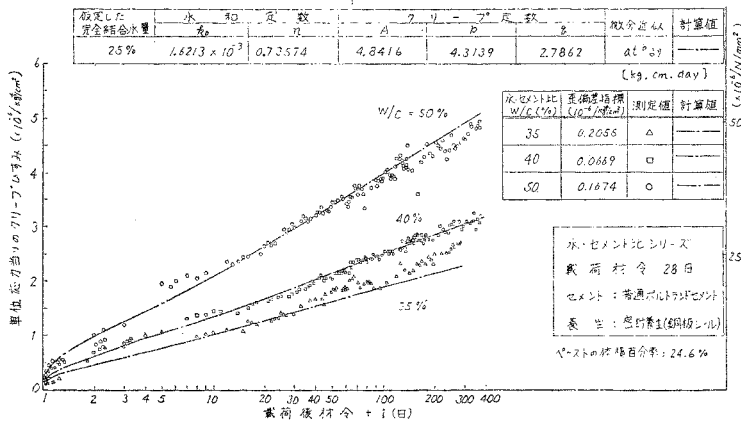


図-11 $W/C=40\%$ のクリープ実験から求めたクリープ定数による $W/C=35, 50\%$ のクリープひずみと実測値

トでは積分の下限 t_1 は零になれないので (コンクリートは硬化していない), 式 (23) は積分可能となる.

式 (11) 中のクリープ成分で $q=1$, かつ $\eta_*(t) = t^p/A_H$ とすれば, ここで示したモデルは時間硬化モデルで $L_H = 1$ とした場合と一致する. このとき応力を一定にした場合のクリープひずみは応力に比例する. これは $W/C = r$ で, $\eta_*(t)$ が式 (13) で表わせる場合である. 時間硬化の定義を拡張して, $d\epsilon_c/dt = g(\sigma, t)$ とすれば, $W/C = r$ のときも $q=1$ である限りモデルは時間硬化モデルに一致する.

Neville の表現⁹⁾に従い, さらに瞬間変形部分を弾性的だとすれば, クリープ速度法は次式で表わされる.

$$\epsilon(t-t_1) = \int_{t_1}^t \frac{1}{E_i(s)} \frac{d\sigma}{ds} ds + \int_{t_1}^t \sigma \frac{dC_{sp}}{dt} ds \dots (24)$$

ここに, C_{sp} は単位応力当たりのクリープである. 上式を微分して $dC_{sp}/dt = 1/\eta(t)$ とおくことにより, 式 (24) は時変数レオロジー・パラメーターを有する Maxwell モデルの式であることがわかる. そしてこれは式 (11) で $q=1$ とした場合そのものである. これは Dischinger 法でもある.

(2) ひずみ硬化法との関連性

ひずみ硬化法は次式で表わされる.

$$d\epsilon_c/dt = B_H \sigma^{m_H} \epsilon^{-\mu} \dots \dots \dots (25)$$

ここに, B_H, m_H, μ は定数. クリープひずみが一定載荷応力に比例するように $m_H = \mu + 1$ とし, 式 (25) を書き直すと,

$$\frac{d}{dt} (\epsilon_c^{\mu+1}) = (\mu+1) B_H \sigma(t)^{\mu+1} \dots \dots \dots (26)$$

式 (11) で $\eta_*(t) = \text{const.}$ とし, 式 (26) と比較すれば, モデルは水和完了後ひずみ硬化法を表わすことがわかる.

なおひずみ硬化法は英国電力庁によって Oldbury 原子力発電所の PC 压力容器の解析に¹³⁾, また青柳らによって同じ構造物を対象とした構造実験の解析¹⁴⁾に用いられている.

以上 (1), (2) から, ここで示したモデルは $q=1$ のとき水和の進行中はクリープ速度法 (時間硬化法の特殊形) となり, 水和完了後はひずみ硬化法を表わすことがわかった. そして水和粘性モデルはこのような制限なしに用いることができる.

図-12 には図中に示す階段状応力変化を加えた場合のクリープの実測値と計算値を示す. 計算に用いた A, p, q と瞬間弾性係数は, 並行して行った一定応力の $\sigma = 75 \text{ kgf/cm}^2$ (7.355 N/mm²) クリープ試験 (材令 29, 50, 71 日で載荷) から求めたものである. この場合ひずみは, たとえば $t_3 = 71$ 日以後では, $t_1 = 29, t_2 = 50$ 日として,

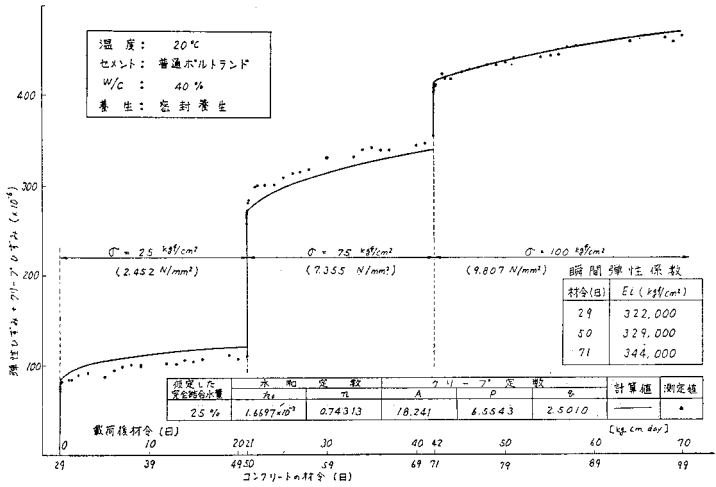


図-12 階段状応力変動下のクリープ

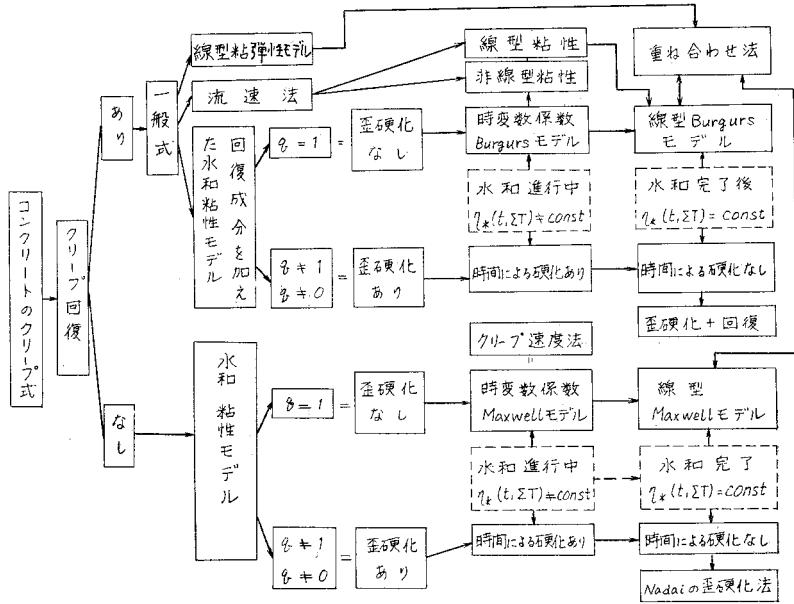


図-13 各種クリープ計算法の相互関係

$$\begin{aligned} \epsilon(t-t_1) = & \frac{\sigma_1}{E_i(t_1)} + \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{E_i(t_2)} + \frac{(\sigma_3 - \sigma_2)}{E_i(t_3)} \\ & + \left[\int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\sigma_1}{\eta_*(s)} \right)^q ds + \int_{t_2}^{t_3} \left(\frac{\sigma_2}{\eta_*(s)} \right)^q ds \right. \\ & \left. + \int_{t_3}^t \left(\frac{\sigma_3}{\eta_*(s)} \right)^q ds \right]^{1/q} \dots \dots \dots (27) \end{aligned}$$

図-13 には種々のクリープ計算法の相互関係を示す。

6. 水和・粘性モデルと温度との関係

実験的に、コンクリートのクリープの温度による変化は、水の粘性係数の逆数の温度変化と同じオーダーである^{1),2)} (表-3 参照)。モデルでは式 (11)~(14) から、水和完了後はクリープひずみは水の粘性係数の逆数に比例する。またこのモデルでは、温度の上昇により水和が促進し、クリープを減少させるはずであるのに実際にはクリープが増加する現象を矛盾なく表わすことができる。任意の温度変化のもとでの水和進行の式が確立すれば、式 (11) からその場合のひずみが自動的に計算できる。

表-3 各温度における水の粘性係数 (η) の逆数と目標載荷材令 98 日の密封コンクリートのクリープひずみの比較^{1),2)}

(相対値)			
温 度 (°C)	20	40	70
粘性係数の逆数 (η^{-1})	1.00	1.68	2.70
載荷後 71 日におけるクリープひずみ	1.00	1.79	2.80

7. 引張りクリープへの拡張

これまでの考察では、結晶の初期接触長さは零 ($l=0$) と仮定してきたので、モデルが最初に引張り応力を受けるならば、前掲の図-7 からただちに破壊する。そこで理論を引張りにも拡張するために $l=l_1$ ($t=t_1$) と仮定し、対応する“潜在ひずみ”を ϵ_0 とする。その場合、 $\sigma(t) \geq 0$ (圧縮) のとき、 $d\epsilon_c \geq 0$ 、また $\sigma(t) \leq 0$ (引張り) のとき $d\epsilon_c \leq 0$ と仮定し、 $\epsilon_c + \epsilon_0 \geq 0$ でありさらに $\epsilon_c(0) = 0$ であることを考慮すると、

$$\begin{aligned} \epsilon(t-t_1) = & \int_{t_1}^t \frac{1}{E_i(s)} \frac{d\sigma(s)}{ds} ds - \epsilon_0 \\ & + \left[\epsilon_0^q + \int_{t_1}^t \text{sgn}(\sigma) \left| \frac{\sigma(s)}{\eta_*(s)} \right|^q ds \right]^{1/q} \\ & + \sum_{i=1}^m \frac{1}{\eta_{vi}} \int_{t_1}^t \sigma(s) \exp[-(t-s)/\lambda_i] ds \end{aligned} \dots \dots \dots (28)$$

ただし、

$$\text{sgn}(\sigma) = \begin{cases} -1, & (\sigma < 0) \\ 0, & (\sigma = 0) \dots \dots \dots (29) \\ 1, & (\sigma > 0) \end{cases}$$

ここでは形式的に m 個の Voigt 要素を直列に加えて、クリープ回復性成分を表現した。ただし λ_i は i 番目の Voigt 要素の緩和時間 (η_{vi}/E_{vi})、 E_{vi} 、 η_{vi} は各 Voigt 要素の弾性係数と粘性係数を表わす。

ここで t が十分大きな場合を考える。そのとき、 $\eta_*(t) = \eta_*(\infty) = \text{const.}$ であるから、圧縮クリープは $\sigma(t) = \sigma_+ = \text{const.} > 0$, ($t \geq t_1$) を式 (28) に代入し、クリープ回復性成分ははぶいた場合には、

$$\begin{aligned} \epsilon(t-t_1) = & \frac{\sigma_+}{E_i(\infty)} - \epsilon_0 \\ & + \left[\epsilon_0^q + \left(\frac{\sigma_+}{\eta_*(\infty)} \right)^q (t-t_1) \right]^{1/q} \dots \dots \dots (30) \end{aligned}$$

引張りクリープは、 $\sigma(t) = \sigma_- = \text{const.} < 0$, ($t \geq t_1$) として、

$$\begin{aligned} \epsilon(t-t_1) = & \frac{\sigma_-}{E_i(\infty)} - \epsilon_0 \\ & + \left[\epsilon_0^q - \left(\frac{|\sigma_-|}{\eta_*(\infty)} \right)^q (t-t_1) \right]^{1/q} \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

図-14 にこれらの式による圧縮クリープと引張りクリープの形状の相違を示す。このモデルでは、圧縮応力のもとでのクリープは有限の速度で開始し、その速度は時間とともに減少するが、引張りの場合は圧縮クリープと同じ速度で始まったクリープは、ひずみ $-\epsilon_0$ に達したとき速度は無限大となり、破壊する。実は、これらの曲

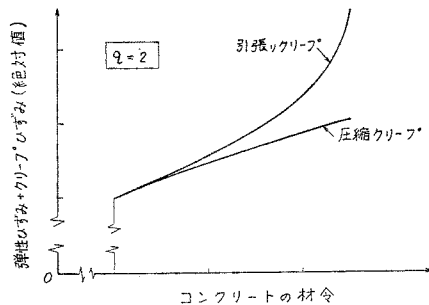


図-14 圧縮と引張りクリープ曲線の形状の相違 (回復性成分を除く)

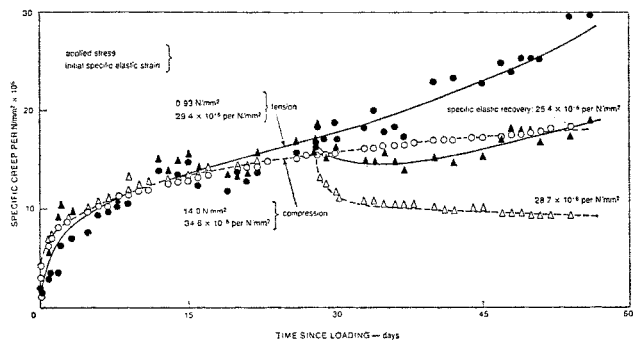


図-15 Brooks & Neville¹⁵⁾ の実験にみる圧縮と引張りクリープ曲線の相違 (水中養生・材令 28 日載荷 56 日除荷)

線は初期抵抗を考慮しなかった場合のクリープ曲線の2つの分枝を表わしている。なお図-15には Brooks & Neville¹⁵⁾の実験結果を示す。図-14に回復性成分を加えれば、これときわめて類似したものとなる。

このモデルでは、クリープは一定応力のもとでも応力に比例しない。圧縮の場合 $t-t_1 \rightarrow 0$ のとき、ひずみは σ^q に比例するが、時間の経過とともに初期抵抗の影響は消失し、応力 σ に比例するようになる。引張りの場合 $t-t_1 \rightarrow 0$ のとき、ひずみはやはり σ^q に比例するが、時間の経過とともにその非線形性は拡大され、載荷応力の大きいものから一定のひずみ ($-\epsilon_0$) に達したときに破壊していく。

引張りクリープの破断時間は(水和完了後)、

$$t-t_1 = \eta_*^q(\infty) \epsilon_0^q / \sigma^q \dots \dots \dots (32)$$

となるが、まったく同形の式が金属クリープの分野で異なった考えから求められ、一般に受け入れられている¹²⁾。

引張りと圧縮が組み合わさった応力履歴のときも矛盾が生じないことは容易に確かめられる。

8. 結 論

内部水の粘性とセメントの水和を考慮したコンクリートのレオロジー・モデルはかなり広範なコンクリートのクリープ挙動を説明することができ、載荷材令や水セメント比の影響等については、実験値を相当によく表わせることがわかった。また提案したモデルは、ひずみ硬化法やクリープ速度法を特殊な場合として含んでいる。

このようにコンクリートのクリープの研究に微視的観点を導入していくことはきわめて必要であることが確認された。

最近、施工上ポンプクリートの使用が増加し、コンクリート中のモルタル分が多くなり、クリープが増大し、今後ますます安全性の確保のため、クリープ問題が重要な位置を占めるようになって考えられる。さらにデータを蓄積し、クリープ回復や乾燥クリープを含むように理論を拡張してゆきたいと考えている。

終わりにあたり、故佐藤常三・神山一両教授に厚くお礼申し上げます。また種々ご配慮いただいた電力中央研究所 垣谷正道局長・同土木技術研究所 千秋信一所长・安田正幸部長・阿部博俊・青柳征夫両室長・田辺忠顕前室長はじめ同所の皆様に感謝いたします。また卒論学生として実験に協力された日下野弘・田村幹夫・斉智清

秀・北沢秀幸・秋山憲朗・江村芳郎・高見沢仁治・新開千弘の諸氏の協力なしには、この論文は決して世に現われ得なかったであらう。

参 考 文 献

- 1) Seki, S. and M. Kawasumi : Creep of concrete at elevated temperatures, Concrete for Nuclear Reactors, ACI SP-34, Vol. 1, pp. 591~638, 1970.
- 2) 河角 誠・関 慎吾・笠原 清・栗山武雄 : 高温度下におけるコンクリートのクリープ, 電力中央研究所 技術第二研究所報告, 研究報告: 72018, 1973年3月.
- 3) 関 慎吾・笠原 清・栗山武雄・河角 誠 : セメントの水和進行率から求まるコンクリートの有効セメント水比と圧縮強度との関係について, 土木学会論文集, 第146号, pp. 38~46, 1967年10月.
- 4) Czernin 著・徳根吉郎訳 : 建設技術者のためのセメント・コンクリート化学, 技報堂, 1969年.
- 5) 君島博次・北原義浩 : マスコンクリートのクリープ進行と回復, 電力中央研究所技術研究所所報, Vol. 14, No. 6, pp. 117~123, 1964年4月.
- 6) Neville, A.M. : Creep of Concrete, Plain, Reinforced, and Prestressed, North-Holland Publishing Co., 1970.
- 7) Parrot, J.M. : A study of basic creep in relation to phase change in cement pastes, RILEM Colloquium: Creep of Concrete, Precirculated Notes, April 1978.
- 8) 米国内務省開拓局編・近藤泰夫訳 : コンクリートマニュアル(第8版), 国民科学社, 1978年.
- 9) Bažant, Z.P. and E. Osman : On the choice of creep function for standard recommendations on practical analysis of structures, Cement and Concrete Research, Vol. 5, pp. 129~138, 1975.
- 10) Powers, T.C. : Mechanisms of shrinkage and reversible creep of hardened cement paste, The Structure of Concrete and its Behaviour under Load, Proc. of Int. Conf. London, pp. 319~344, Sep. 1965.
- 11) Bažant, Z.P. : Thermodynamics of interacting continua with surfaces and creep analysis of concrete structures, Nuclear Engineering and Design, Vol. 20, pp. 477~505, 1972.
- 12) オドクヴィスト・ハルト共著・村上澄男訳 : クリープ強さの理論, 培風館, 1967年.
- 13) Carmichael, G.D.T. and I.W. Hornby : The strain behaviour of prestressed concrete pressure vessels, Magazine of Concrete Research, Vol. 25, No. 82, pp. 5~16, March 1973.
- 14) 青柳征夫・大沼博志・川崎道夫 : 温度勾配を与えたプレストレストコンクリートはりに関する実験的研究, 電力中央研究所技術第二研究所報告, 研究報告: 70003, 1970年8月.
- 15) Brooks, J.J. and A.M. Neville : A comparison of creep, elasticity and strength of concrete in tension and in compression, Magazine of Concrete Research Vol. 29, No. 100, pp. 131~141, September 1977.

(1981.4.10・受付)