

# 降雨条件の変動による単位図の変化について

正員 工学博士 石原 藤次郎\*  
准員 金丸 昭治\*\*

## ON THE VARIATIONS OF UNIT HYDROGRAPH RESULTED FROM THE VARIATIONS OF RAINFALL CONDITIONS

(Trans. of JSCE, No. 32, March 1956)

*Dr. Eng. Tojiro Ishihara, C. E. Member and Akiharu, Kanamaru C.E. Assoc. Member.*

**Synopsis** In this paper, we have considered the variations of unit hydrograph resulted from the variations of areal and hourly distributions of rainfall in Japanese river basins, and proposed a method to make clear the effects of the variations of rainfall conditions on the unit hydrograph.

Applying the method, as proposed herein, to the YURA RIVER, we obtained such satisfactory results as it would be able to suggest many noticeable points about the application of unit hydrograph method to Japanese rivers.

**要旨** この論文では、わが国河川の単位図が降雨の地域的、時間的分布の変動によつて変化する事実について考察を加え、その変化の実態を明らかにするための一計算法を提案した。その計算結果を由良川に適用した結果はかなり良好であつて、わが国における単位図法適用上示唆するところが少なくないことがわかつた。

### 1. 緒言

わが国の河川では従来の慣用法によつて求めた単位図が出水状況の変化とともに異なつてくるということは、すでに前報告<sup>1)</sup>で指摘したとおりでである。その根本の原因が流出現象の非線型性にあることはいうまでもなく、わが国のような急勾配の中小河川ではその影響が大きく、単位図法の従来の概念がそのまま適用されがたいことを示唆するものである。立神博士<sup>2)</sup>が木曾川の流出現象の解析において中洪水以上を対象とされたのは注目すべき点であつて、上述の非線型要素の影響をなるべく少なくして従来の便利な単位図法を踏襲し、工学的実用性を高めるためであると考えられる。しかし単位図法の適用範囲を拡げ、その精度を高めるためには従来の概念を水文諸条件の変動に応じていかに修正すべきかを確かめ、出水状態に応じた適切な単位図を用いることが必要である。こうした意味から、本文では水文諸条件の変動による単位図の変化に重点をおいて、わが国河川へのより合理的な単位図法の適用を試み、その適合性を由良川における詳細な水文資料にもとづいて検討したのであるが、工学的実用性を重視し従来の概念をなるべく踏襲したことはいうまでもない。従つて流出現象の非線型性そのものについては、単位図法とは別の立場から論議を進めるつもりである<sup>3)</sup>。

さて単位図に変化をもたらす原因は、前報告<sup>1)</sup>にも述べたように、降雨の地域的及び時間的分布の変動だけでなく、山腹斜面などの出水遅滞能力の変動なども相当の影響を与える。特に流域の地被状態の急激な変化、例えば山火事のあつたような場合は、その影響はなかなか顕著である<sup>4)</sup>。しかしこうした地被状態の変化は一般に非常に緩慢であつて、主として有効雨量の大小に影響するから、しいていば山腹斜面を流下して河道に達するまでの流出の減衰に関係し、単位図の変化には直接の影響を与えないと考えてよいようである。この点については改めて、次報で論ずることとし、ここでは降雨条件の変動による単位図の変化を考察し、あくまでも単位図法の立場から精度向上を目的とした計算法について説明する。そのために単位図とこれに変化をもたらす単一洪水波との関係を明らかにし、ついで単一洪水波と降雨条件との関係を論じ、もつて降雨条件の変動による単位図の変化を把握することにした。

さて由良川における三つの基地観測所の平均雨量  $X$  と流域平均雨量  $Y$  について統計的な計算を行つた結果つぎの回帰曲線と相関係数  $r=0.99$  を得た。

$$Y=1.11X-1.73\pm 13.0\cdots\cdots(1)$$

この結果は一連降雨の総量に関して、三つの基地観測所の平均雨量から流域平均雨量を相当の信頼度をもつて計算できることを示すものである。単位図法の適用にあつては、必ずしも降雨が流域に一樣に分布することは必要でなく、常に同じような地域的分布をすることが望ましいが、由良川の場合、上に得た結果だけは降雨の地域的分布が常に同じであるとはいはれないが、各地域ごとの降雨の相対比に左右され、さらに流域の形によつて複雑な流出曲線を生ずると思われるが、由良川については特別な降雨発生機構

\* 京都大学教授，工学部土木工学教室

\*\* 京都大学助手，同上

の場合を除くと、大体同じ分布をするとみてさしつかえないようであり、単位図の変化は主として降雨程度の変動に左右されるものと考えられる。これらについては、のちに由良川における観測資料にもとづいた計算結果をあげて、具体的に説明するつもりである。

2. 降雨条件の変動による単位図の変化

(1) 河川の流出現象に関する考察 河川の流出現象の解析にあたって、山腹斜面の出水制御能力がどのような役割を果たしているかということは、最も重要な問題の一つであると同時に、また最も解決の困難な問題である。米国南カリフォルニア州の San Gabriel Mountains 内のある流域では、1953年に山火事があったため、1954年1月の出水は山火事以前の出水にくらべて、最大流量で百数十倍、総流出量で3~4倍になったということである<sup>4)</sup>。これらの数字については疑問の点があるにしても、山腹斜面の出水制御能力が想像以上のものであることは明らかである。われわれの研究室における研究結果によると<sup>5)</sup>、山腹斜面の Manning の粗度係数  $n$  を有効雨量に関して 0.3 程度の大きい値にとるべきことがわかつている。これらの事実は、単位図法適用に当って、斜面での出水制御現象の取扱いに對し再検討すべきものが少なくないことを示すが、その詳細な水文学的研究は次報にゆずり、ここではつぎのような仮定のもとに計算を進めることにした。

すなわち、流域内の任意地点の単位面積に降つた降雨が、最短距離にある流路に到達するまでの時間は、流域内でほぼ一様とみてさしつかえない。したがつてここでの計算結果が時間的にくいちがう場合は、各地域からの流下距離には関係なく、各地域からの流出を時間的に等しく平行移動して実測値と合致させ、この移動時間を山腹斜面での遅滞と考えてもよい。しかしここで用いた方法が計算の都合上、支川の合流によつて洪水波の伝播速度が増大する効果を加味していないことを考えると、出水の遅れは、山腹斜面で増大し合流によつて短縮されるという結果になる。したがつて両者が互いに消し合うものと仮定し、一応両者の効果を考慮の外においたとも考えうるわけである。

つぎに流路に出てからの流下現象であるが、速水博士の洪水流の理論によると<sup>6)</sup>、流路上流端の水位  $h_0$  が単位時間  $\Delta t$  だけ一定値を保ち、それが  $x$  だけ流下して下流端に達した場合の水位  $(H-H_0)$  の時間的配分は次式で与えられる。

$$\frac{H-H_0}{h_0} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\mu t}}} \exp\left\{\frac{\omega x}{2\mu} - \xi^2 - \frac{(\omega/2\mu)^2 x^2}{4\xi^2}\right\} d\xi \dots\dots\dots (2)$$

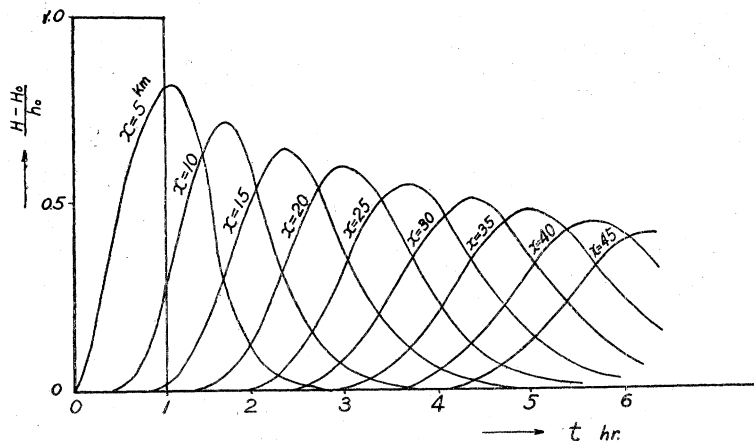
ただし、上式においては、

$$\left. \begin{aligned} t \leq 0 \text{ にて } (H-H_0)/h_0 &= 0 \\ t > 0 \text{ にて } (H-H_0)/h_0 &> 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)_a$$

$$\left. \begin{aligned} t \leq \Delta t \text{ にて } (H-H_0)/h_0 &= 0 \\ t > \Delta t \text{ にて } (H-H_0)/h_0 &< 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)_b$$

として得られる二つの値を合成して所要の値を求める。ここに水位はいずれも定常状態の水面から上の深さを測

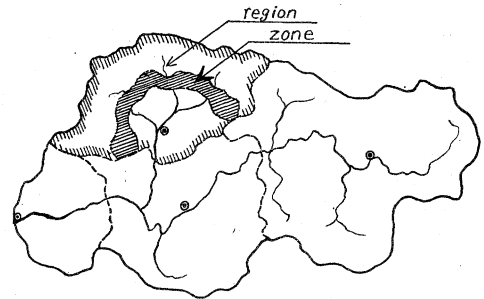
図-1 各  $x$  についての経過時間と  $(H-H_0)/h_0$  との関係  
Fig. 1 Relation between the elapsed time and the height ratio  $(H-H_0)/h_0$  at each value of  $x$ .



るものとし、 $\mu = \{Hu/2(i - \theta H/\theta x)\} + \eta$  ( $\eta$ : 水平交換係数) の値は他の水文諸条件の変化とともに多少変動するが、ここでは  $\mu$  の値を一応一定とし、洪水の伝播速度  $\omega = (3/2)u$ 、および  $x$  を与えた場合の上式の各計算値を  $3/2$  乗して流量の型に換算されるものとする。そしてこれらの値にある定数を乗じて、得られた曲線の単位時間ごとの縦距の和が1になるようにすれば、その曲線は与えられた  $\omega$  および  $x$  の下における単位面積当りの単位流出量曲線と考えることができる。いま  $\omega = 2 \text{ m/sec}$ 、 $\mu = 10^7 (\text{c.g.s})$  として、各  $x$  について  $(H - H_0)/h_0$  の値を計算した一例を示すと、図-1 のようである。

(2) 降雨の地域的分布に変動がある場合の単位図法 流域全体をある巾の地帯で分割し、一つの地帯境界線上のどの点からも下流端までの流下距離が等しいようにして、その地帯の両境界線からの流下距離の平均値を  $x_0$  とする。このようにして  $x = x_0$ 、 $\omega = \omega_0$  が与えられたときの(2)式のあらゆる曲線は、 $x = x_0$  の地帯に  $\omega = \omega_0$  を生ぜしめるような降雨が単位時間継続した場合の下流端における単位図をあらわすことになり、各地帯からのものを合成すると、流域全体に一樣に  $\omega = \omega_0$  を生ぜしめる降雨があつた場合の単位図が得られることになる。実際には各分割地域にそれぞれ少なくとも一つの自記雨量計が存在するようにして、その地域内の降雨量はこの自記雨量計のそれで代表せしめ、上述のようにして分割地域内の各地帯からの流出を合成して、その地域からの流出とするわけである。図-2 はわれわれの由良川試験流域を示したもので、自記雨量計の関係から流域を四つの地域に分割している。

図-2 由良川試験流域  
Fig. 2 Experimental catchment basin of Yura River



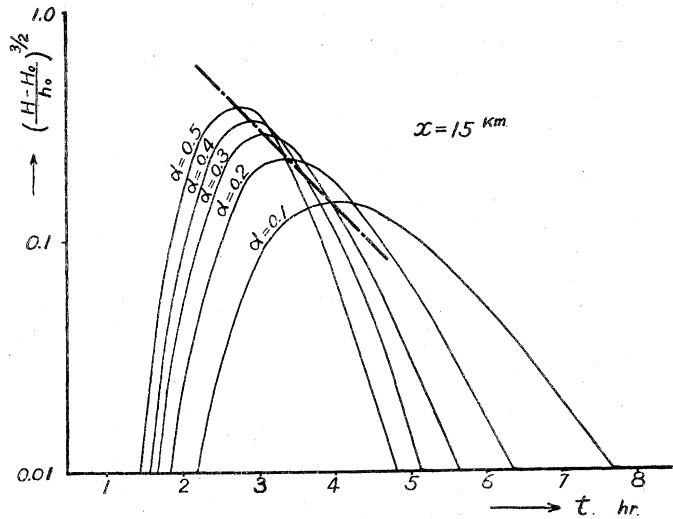
(3) 降雨の時間的分布に変動がある場合の単位図法 単位時間有効雨量  $r$  (以下では単に単位雨量と記述することにする) の変化によつて  $\omega$  が変化するものとし、ある地帯の単位面積からの流出量  $q$  は単位時間内ではその地帯の降雨強度に比例し、流出量は水深の  $3/2$  乗に比例するものと仮定しよう。一方、(2)式では  $\omega = (3/2)u$ 、 $u \propto h^{1/2}$  としているから、結局

$$r/r_0 = q/q_0 = (h/h_0)^{3/2} = (\omega/\omega_0)^3,$$

$$\therefore \omega = \omega_0 \alpha^{1/3}, \text{ ただし } \alpha = r/r_0, r_0: \text{基準雨量} \dots \dots \dots (4)$$

となる。これを(2)式の計算に加味すると、降雨強度の比  $\alpha$  の変動による単位図の変化が、一応近似的に把握されると考えてよい。図-3 は一例として  $x = 15 \text{ km}$  の場合を示したものであるが、計算の便宜上  $\omega_0 = 2 \text{ m/sec}$ 、すなわち  $\omega = 2\alpha^{1/3}$  とし、 $\alpha$  に種々の値を与えて単位面積当りの単位流出量曲線が計算されている。同様の計算を  $x$  の他の値についても実施し、ピークの値と遅れの時間との関係を求めて、 $x$  および  $\alpha$  をパラメーターとしてプロットしたのが 図-4 である。

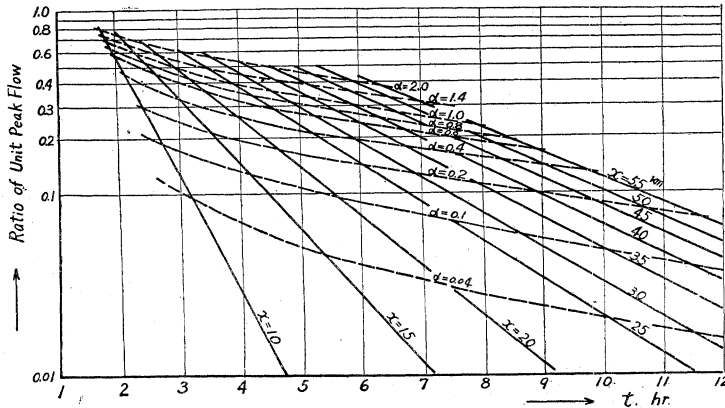
図-3  $\alpha$  の変動による単位図の変化  
Fig. 3 Variation of unit hydrograph resulted from the variation of  $\alpha$ .



ここで注意すべきことは、 $r_0$  と  $\omega_0$  とをそれぞれ独立に決定できることである。 $\omega_0$  は  $\alpha = 1$ 、すなわち  $r = r_0$  のときの  $\omega$  の値であつて  $r_0$  の値にかかわらず  $r = r_0$  ならば  $\omega = \omega_0$  となるわけである。ところが実際河川では、その河川特有の  $\omega_0$  と  $r_0$  とが対応するはずであるから、その流域内の降雨記録から判断して最も好都合な基準雨量  $r_0'$  (例えば  $10 \text{ mm/hr}$ ) を決定し、実測した各単位時間雨量  $r$  と  $r_0'$  との比を  $\beta$  とし、この基準雨量  $r_0'$  に対応する  $\omega_0$  の値を  $\omega_0'$  とすれば、(4)式と同様に

図-4 ピーク流量比と遅れの時間との関係

Fig. 4 Relation between the ratio of unit peak flow and the lag time.



$$\omega = \omega_0' \beta^{1/3}, \text{ ただし } \beta = r/r_0' \text{ ..... (4')}$$

となる。いま  $r_0'$  の降雨があつた場合を考えると、(4') 式にて  $\beta=1$  であるから  $\omega = \omega_0'$  となるが、 $\omega_0 = 2 \text{ m/sec}$  として計算したときの (4) 式によれば  $\alpha$  に  $r_0'/r_0 = k_1$  の値を入れて  $\omega = \omega_0 k_1^{1/3}$  となる。

この研究では同一河川では  $\alpha$  または  $\beta$  のみによつて  $\omega$  が変化し、 $\omega$  が等しければ同一の単一洪水波形が得られると考えている。したがつて (4') 式の場合を改めて計算することなく、 $\omega_0 = 2 \text{ m/sec}$  とした (4) 式の場合の計算値をそのまま利用するためには、 $r_0'$  の降雨があつた場合について (4') および (4) の両式から求めた二つの  $\omega$  の値が等しいことを必要とし、

$$\omega_0' = \omega_0 k_1^{1/3}, \therefore \omega = \omega_0 k_1^{1/3} \beta^{1/3} = \omega_0 (k_1 \beta)^{1/3}$$

とすればよい。このことは  $\alpha = k_1 \beta$  とおけば、 $\omega_0 = 2 \text{ m/sec}$  とした場合の計算値をそのまま利用できることを意味し、任意降雨  $r$  の場合は  $r/r_0' = \beta$ 、 $r_0' = r_0 k_1$  であるから  $r/r_0 k_1 = \beta$ 、 $r/r_0 = k_1 \beta = \alpha$  となつて同様の結果が得られる。

実際の計算においては  $r_0$ 、したがつて  $k_1$  の値をどうして決定するかが問題であるが、つぎのようにすれば  $k_1$  第1近似値を推定することができる。すなわち、まず下流端より距離  $x$  だけ離れた上流の地帯の降雨によるピークが、下流端に到達する時間を求める。いま (2) 式において

$$\left. \begin{aligned} \exp \left\{ \frac{\omega x}{2\mu} - \xi^2 - \frac{(\omega/2\mu)^2 x^2}{4\xi^2} \right\} &= f(\xi), \\ x/2\sqrt{\mu t} &= g(x,t), \quad t' = t - \Delta t \end{aligned} \right\} \text{ ..... (5)}$$

とすれば、(3) 式の条件から洪水波形は

$$\int_{g(x,t')}^{g(x,t)} f(\xi) d\xi \text{ ..... (6)}$$

によつて与えられる。従つて、時刻  $t$  におけるピークの位置は (6) 式を  $t$  について偏微分し

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_{g(x,t')}^{g(x,t)} f(\xi) d\xi \right\} = 0 \text{ ..... (7)}$$

を解くことにより得られる。すなわち

$$\int_{g(x,t')}^{g(x,t)} \frac{\partial}{\partial t} f(\xi) d\xi + f\{g(x,t), x\} \frac{\partial g(x,t)}{\partial t} - f\{g(x,t'), x\} \frac{\partial g(x,t')}{\partial t} = -\frac{1}{\sqrt{t^3}} f\{g(x,t), x\} + \frac{1}{\sqrt{t'^3}} f\{g(x,t'), x\} = 0 \text{ ..... (8)}$$

となり、次の関係式が得られる。

$$x^2 = \omega^2 \Delta t - 6\mu \log\{(t-\Delta t)/t\} t(t-\Delta t)/\Delta t \text{ ..... (9)}$$

この関係を図示したのが 図-5 である。

いま最大単位時間雨量  $r_b$  の生じた時刻から流出量曲線のピークまでの時間を  $t_b$  とし、このピークに支配的影響を及ぼす  $r_b$  のあつた地帯までの距離 (降雨が流域に一樣に分布したときは流域重心までの距離) を  $x_b$  とすれば、これらを 図-5 の横軸及び縦軸上にとつて対応する  $\alpha$  の値  $\alpha_b$  が求められるこの  $\alpha_b$  は前に述べたように、

$$\alpha_p = \beta_p k_1, \text{ ただし } \beta_p = r_p / r_0 \dots\dots (10)$$

でなければならないから、 $k_1 = \alpha_p / \beta_p$  が計算されるしたがって各単位時間雨量  $r$  の  $r_0$  に対する比  $\beta = r / r_0$  を計算し、これに  $k_1 = \alpha_p / \beta_p$  を乗ずると、 $\alpha = k_1 \beta$  として  $\omega_0 = 2 \text{ m/sec}$  とした場合の各  $\beta$  に対する  $\alpha$  の値が求められるはずである。以上は  $k_1$  の第1近似値として  $k_1 = \alpha_p / \beta_p$  を用いたわけであり、 $\omega_0 = 2 \text{ m/sec}$  の場合を計算しておけば、各河川に対し一々計算する必要がなく非常に便利である。

また各河川で  $r_0$  を等しくとり、 $r = r_0$  のときを考えると、 $\omega = \omega_0 k_1^{1/3} \beta^{1/3}$  で  $\beta = 1$  としたときに相当し、(2)式における仮定から、

$$\omega = \omega_0 k_1^{1/3} \alpha u_0 \propto \sqrt{i/n} \dots\dots (11)$$

となる。したがって各河川ごとに異なる縦断勾配  $i$  の  $1/2$  乗は上述の  $k_1$  の  $1/3$  乗に比例することになり、実測記録から  $k_1$  を求めると、その河川の勾配、粗度係数などの影響が含まれることになる。逆に勾配、粗度係数などの各要素と  $k_1$  との関係を、多くの河川の実測結果から求めることができれば、水文資料のない河川の単位図も求めることができ、わが国河川の総合単位図についても、かなり精度の高いものが期待されようである。

3. 由良川の出水に対する考察

過去4年間にわたる由良川試験流域(図-2)の水文観測資料にもとづいて、以上述べた方法の適合性を検討した。このためにまず  $\beta = 1$  としたときの  $\alpha$  の値  $k_1$  を試算的に求めて  $k_1 = 0.1$  を得た。

図-6 降雨強度の変動による単位図の変化(由良川)

Fig. 6 Variation of unit hydrographs resulted from the variation of rainfall intensity (the Yura River).

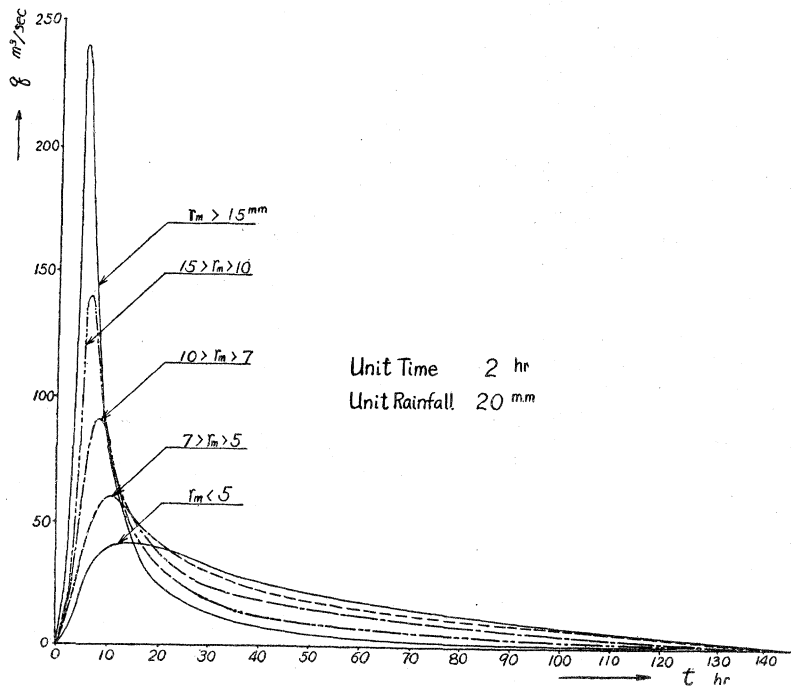
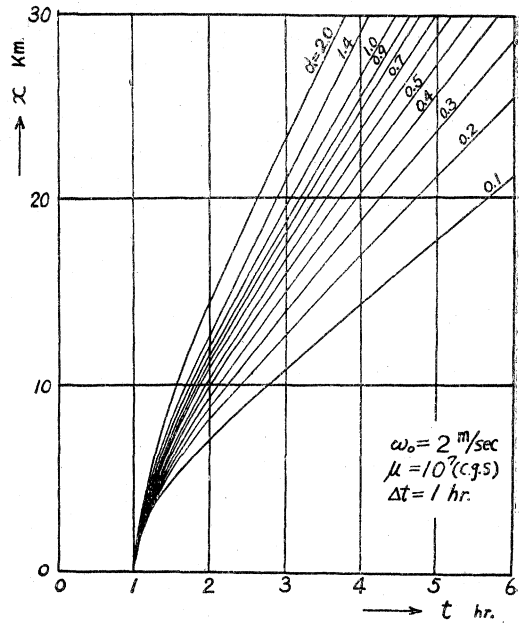


図-5 ピークの到達時間  $t$  と流下距離  $x$  との関係  
Fig. 5 Relation between the arrival time of unit peak flow,  $t$ , and the river mileage from the downstream limit,  $x$ .



いま、流域全体一様に降雨が分布しているとして、流域全体に対する単位流出量曲線を計算したのが図-6である。これは降雨の地域的分布に変動のない場合であつて、変動のある場合は図-7 のようである。すなわち、図中①は下流から上流に向つて降雨強度が小さくなつたとした場合、③は反対に大きくなる場合、②はこれら両者の中間の場合である。由良川では大体において②、③の場合が多く、前線移動ともなる局地的豪雨の場合は①の形をとることもある。したがつて由良川における単位図の変化は、主として降雨強度の変動が支配的影響を与えるものと考えられ、緒論のところでも説明しておいたとおりである。

図-7 降雨の地域的分布の変動による単位図の変化 (由良川)  
 Fig. 7 Variation of unit hydrographs resulted from the variation of areal distribution of rainfall (the Yura River)

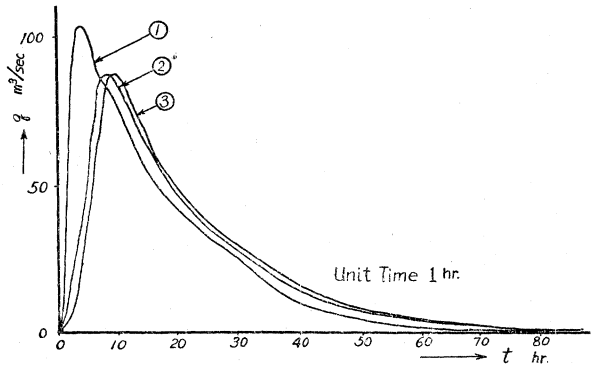
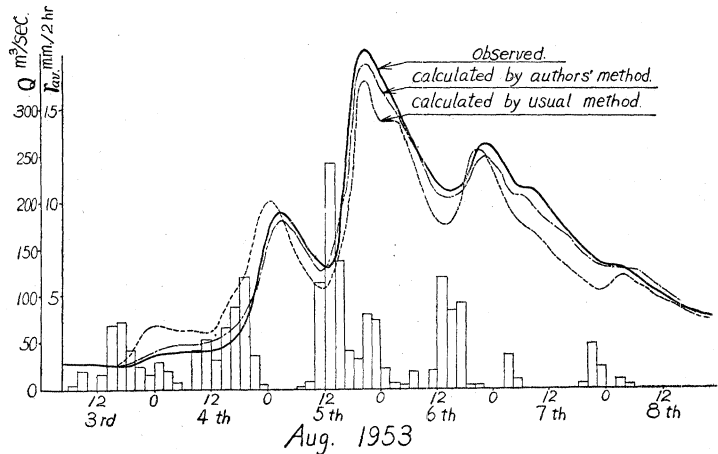


図-8 は昭和28年8月3~9日の洪水について、本論文で提案した単位図法を適用した結果であるが、従来より慣用された方法によるものにくらべて非常に良好であつて、単位図法の立場から精度向上を目的としたわれわれの計算法の適合性を実証する一例といつてよい。

図-8 著者らの単位図法による昭和28年8月3~9日の由良川洪水の解析  
 Fig. 8 Flood analysis of the Yura River at Aug. 3-9, 1953, unit-hydrograph method.



4. 結言

わが国のような急勾配の中小河川では、一つの単位図によつてすべての出水を解析することは、ほとんど不可能と考えられる。出水を支配する各要素の変動に伴つて、単位図を変化させざるを得ないようであるが、ここでは降雨の地域的および時間的分布の変動による単位図の変化を算定する一方法を提案した。

その結果によると、降雨の地域的分布が大体一様とみなされる場合は、主として降雨強度の変動に応じて単位図を変化させればよく、単位面積についての一例を示したのが図-3である。この場合各曲線のピークの軌跡は片対数紙で直線になるが、その勾配はおもにその河川の流路延長に対する流域の面積分布によつて定まるようである。また降雨の地域的分布に変化があるときは、各支流からの流出に時間的ずれを生じて、下流端における流出曲線は複雑になるが、降雨強度の変動によつてそれぞれ変化する各地帯からの流出を合成すれば、かなりはつきりと解析することができよう。なお、これらの研究成果をわが国における多くの河川に適用することによつてわが国河川に適合した総合単位図を作製できる見とおしをつけることができた。

本研究では工学的実用性を重視し、なるべく従来の単位図法の概念を踏襲したから、流出現象の非線型性の立場からさらに論議すべき点が少なくないが、由良川洪水に対する良好な適合性は本計算法の実用性がある程度裏付けるものと考えられる。

本研究は文部省試験研究費および京都府の援助によつて行つたものであり、中川博次、瀬尾貞甚その他の学生諸君の協力にまつものが少なくない。これらの関係方面に深謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) 石原藤次郎・金丸昭治：わが国における単位図の特性について，土木学会誌，第41巻，第3号(昭.31.3)
- 2) 立神弘洋：木曾川洪水の水文学的研究，昭.29.4.

- 3) 末石富太郎：特性曲線法による出水解析について，土木学会論文集，第28号，昭.30.9。  
 4) J.D. Sinclair and E.L. Hamilton：Streamflow reaction of a fire-damaged watershed, Proc. ASCE, Vol.81, No.629, 1955.  
 5) 速水頌一郎：洪水流の理論について，土木学会水工学論文集，昭.28.3。

(昭. 30. 8. 25)

昭和31年3月25日印刷

土木学会論文集

定価120円(〒20円)

昭和31年3月31日発行

第32号

編集兼発行者	東京都千代田区大手町2丁目4番地	中川一美
印刷者	東京都港区赤坂溜池5番地	大沼正吉
印刷所	東京都港区赤坂溜池5番地	株式会社技報堂

東京中央郵便局区内 千代田区大手町2丁目4番地

発行所	社団法人	土木学会	電話(20)3945・4078
			振替東京16828