

橋脚井筒の耐震計算に関する振動加算係数について¹⁾

正員 後 藤 尚 男*

ON THE ADDITIONAL COEFFICIENT OF VIBRATIONS FOR EARTHQUAKE-PROOF COMPUTATION OF BRIDGE PIERS AND WELL CONSTRUCTIONS

(Trans. of JSCE, No. 32, March 1956)

Hisao Gotō, C.E. Member

Synopsis In order to figure out the values in dynamic states of bridge piers by the theory of vibrations, quite elaborate computations are required. If they are obtainable by adding a certain quantity to the static computed values the computations may become much simpler and easier. In this paper the author remarked an additional coefficient of vibrations D and studied it basing on practical data of the earthquake-proof computations of bridge piers. First, using an analog computer he obtained the transient solutions of a fundamental vibration of bridge piers under an assumed design earthquake motion: single cosine wave motion. He, then, applied some statistical considerations to the results above given an defined D_d which can be used in the practice design of earthquake-proof constructions.

要 旨 橋脚井筒の振動理論にもとづく動計算値は静計算値にどれほど加算を行えば求まるかという問題、すなわち静計算値に対する動計算値の加算係数 D を究明しようとしたものである。著者はまず橋脚井筒の耐震計算に関する具体的な資料を基礎として、設計仮定地動：孤立余弦波をうけた場合の橋脚井筒 1 次振動の過渡解を Analog Computer で計算して、この結果から D を算出した。しかしながらこの D は相当大きな値となるので、更に若干の統計的な考察を行うことによつて、耐震設計上採用すべき実用的な D_d を決定しようとした。

1. 振動加算係数 D の定義

一般に構造物の振動問題を論ずる場合には、その振動計算値が静計算値の何 % 増しになるかということが実際上きわめて重要である。すなわち高級難解な振動理論解もその計算値を静力学的な計算値と比較して初めて重要な意義をもつという場合がかなり多い。著者はこれまで耐震設計に寄与するという目的で、しばしば橋脚ないし井筒の振動性状を論じ、特に前論文²⁾においては動計算値の静計算値に対する比を α で表わして、この α に関する一計算例を行つた。本文ではこれをさらに一般的に拡張して広範囲の振動加算係数 D を決定しようとするものである。ここで本文の D を次式で定義する。

$$\left. \begin{aligned} 1+D &= \text{動計算値/静計算値} = \alpha, \\ \therefore D &= \alpha - 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

前論文では式 (1) の α を動倍率係数として用いたが、その呼称が振動計器の倍率と混同しやすいので本文では D を用いることとした。すなわち α と D は本質的には相違なく、従つて D は橋梁、鉄道等における衝撃係数そのものに相当するわけである。

2. 橋脚井筒 1 次振動の基礎式

橋脚井筒構造の振動特性は弾性動揺であり、かつその 1 次が支配的であるということは著者が実例をもつてすでに前論文²⁾において厳密に証明したとおりである(同論文表-5 に明示)従つて前論文の図-1(1)に対して 1 次のみをとると、振動変位 y は正規函数 u と時間函数 q との積として式 (2) で表わされる。

$$y_1 = u_1 q, \quad y_2 = u_2 q \dots\dots\dots (2)$$

ただし添字 1 は地中部(井筒)、添字 2 は地上部(橋脚躯体)を表わす。しからば位置のエネルギー V 、運動のエネルギー T 、散逸函数 F 及び地震動 $e(t)$ に対する一般力 Q はそれぞれ次のようにかける。

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \left\{ w_1 a_1 \int_0^d u_1^2 dx_1 + w_2 a_2 \int_0^h u_2^2 dx_2 + W u_c^2 \right\} q^2 \equiv \lambda q^2, \\ T &= \frac{1}{2g} \left\{ w_1 a_1 \int_0^d \dot{u}_1^2 dx_1 + w_2 a_2 \int_0^h \dot{u}_2^2 dx_2 + W \dot{u}_c^2 \right\} \dot{q}^2 \equiv \mu \dot{q}^2, \\ F &= \frac{\varepsilon}{g} \left\{ w_1 a_1 \int_0^d u_1^2 dx_1 + w_2 a_2 \int_0^h u_2^2 dx_2 + W u_c^2 \right\} \dot{q}^2 \equiv 2 \varepsilon \mu \dot{q}^2, \\ Q &= -\frac{1}{g} \left\{ w_1 a_1 \int_0^d u_1 dx_1 + w_2 a_2 \int_0^h u_2 dx_2 + W u_c \right\} \ddot{e}(t) \equiv -z \lambda \ddot{e}(t) / g \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

* 京都大学助教授、工学部土木工学教室

式 (3) で V に対しては外力仕事を考え、 F に対しては粘性減衰のみを考えている。記号は λ, μ のほかはすべて前論文と同一である。式 (3) を Lagrange の運動方程式に代入すると、

$$\mu \ddot{q} + 2\epsilon\mu \dot{q} + \lambda q = -\lambda \dot{e}(t)/g$$

ゆえに振動数を n とすると次の基礎式をうる。

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\epsilon \frac{dq}{dt} + n^2q = -n^2/g \cdot \frac{d^2\dot{e}(t)}{dt^2} \dots\dots\dots (4)$$

3. 計算地震動の仮定と基礎解

(1) 地震動 $e(t)$ の仮定 一般に $e(t)$ を簡単に表わすことは困難であるが、前論文では主要動部分を重視して単一な正弦連続波 $e \sin pt$ を対象とした。しかし静止している物体に変位による強制動 $f(t)$ が突然に作用したときの初期条件は厳密には $t=0$ で $y=0$ であるが $\dot{y} = -\dot{f}(t) \neq 0$ である³⁾。そこで本文では取扱いを簡単にするため一応 $t=0$ で $y=0$ かつ $\dot{y}=0$ とならせるために $e \cos pt$ をとり、しかもその1周期のみを対象とする。しからば計算地震動 $e(t)$ は次式で表わされる。

$$e(t) = e \cos pt, \quad \ddot{e}(t) = -ep^2 \cos pt, \quad 0 \leq pt \leq 2\pi \dots\dots\dots (5)$$

式 (5) を式 (4) に代入すると、

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\epsilon \frac{dq}{dt} + n^2q = n^2\alpha_0 \cos pt, \quad \alpha_0 = ep^2/g \dots\dots\dots (6)$$

こゝに α_0 はいうまでもなく震度である。

(2) 基礎解 式 (6) の解は $t=0$ で $q=\dot{q}=0$ であることを考慮すると容易に次式で与えられる。

$$q = \frac{n^2\alpha_0}{\sqrt{(n^2-p^2)^2 + 4p^2\epsilon^2}} \left[\cos\left(pt - \tan^{-1} \frac{2p\epsilon}{n^2-p^2}\right) - \frac{e^{-\epsilon t} p}{n^2\sqrt{(n^2-p^2)^2 + 4p^2\epsilon^2}} \left\{ \frac{1}{\sigma} (n^2-p^2-2\epsilon^2) \sin \sigma t - 2\epsilon \cos \sigma t \right\} \right], \dots\dots\dots (7)$$

$$\sigma = \sqrt{n^2 - \epsilon^2}, \quad 0 \leq pt \leq 2\pi$$

一方 q の静値 q_s は式 (7) で $p \rightarrow 0, \epsilon \rightarrow 0, \cos(\) = 1$ とおくと当然 $q_s = \alpha_0$ となる。従つて q の時間 t に対する最大値を q_m で表わすと、

$$1 + D = y_{d,m}/y_s = q_m/q_s = q_m/\alpha_0 \dots\dots\dots (8)$$

となる。従つて D を求めるためには q_m 従つて式 (7) の q の過渡領域における最大値を計算すればよい。

4. Analog Computer による q の演算

式 (7) から q_m を一義的に算出することは困難で、一般には例えば前論文の図-5 のように相当の労力を払つて $q-t$ 曲線を計算してその最大値を求めねばならない。そこで本文ではこの $q-t$ 曲線の計算に非常に高い能率をもつ Analog Computer (電子管式相似演算器) を使用した。

(1) 原式の変数変換 式 (6) を一般的に計算するには n, p, ϵ の3個を変化させねばならないので、この変化量を2個に減ずるため、式 (6) において $pt = \tau$ という変換を行うと、

$$\frac{d^2q}{d\tau^2} + 2\frac{\epsilon}{p} \frac{dq}{d\tau} + \left(\frac{n}{p}\right)^2 q = \left(\frac{n}{p}\right)^2 \alpha_0 \cos \tau \dots\dots\dots (9)$$

となる。ここで対数減衰率を δ_d 、地震動 (T_p) と固有振動 (T_n) との周期比を $T_p/T_n = r$ とすると、式 (9) の各係数は、

$$\left. \begin{aligned} 2\frac{\epsilon}{p} &= 2\frac{\delta_d}{T_n} \frac{T_p}{2\pi} = \frac{\delta_d}{\pi} \frac{T_p}{T_n} = \frac{\delta_d}{\pi} r, \\ \left(\frac{n}{p}\right)^2 &= \left(\frac{T_p}{T_n}\right)^2 = r^2, \quad \left(\frac{n}{p}\right)^2 \alpha_0 = r^2 \alpha_0 \equiv E_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)_1$$

式 (9)₁ を式 (9) に代入すると、

$$\frac{d^2q}{d\tau^2} + \frac{\delta_d}{\pi} r \frac{dq}{d\tau} + r^2 q = E_0 \cos \tau, \quad E_0 = r^2 \alpha_0 \dots\dots\dots (10)$$

すなわち n, p, ϵ に対する式 (6) は無次元化された2個の δ_d と r によつて式 (10) で表わされた。

(2) r と δ_d との決定 著者がこれまで振動実験及び理論計算を行つて確認した実在橋脚井筒の固有周期は $T_n = 0.08 \sim 0.4$ sec 程度である。これに対して地震動は震害と関係があると考えられる値として $T_p = 0.16 \sim 2.4$ sec 程度を対象とする。しからば $r = T_p/T_n = 0.16/0.4 \sim 2.4/0.08 = 0.4 \sim 30$ となる。いふまでもなくこの $r = 0.4 \sim 30$ は、 $T_n = 0.1 \sim 0.3$ sec とすれば $T_p = 0.12 \sim 3.0$ sec となり、 $T_n = 0.05 \sim 0.5$ sec とすれば $T_p = 0.2 \sim 1.5$

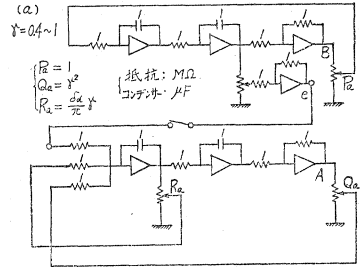
sec となる。次に δ_d に関しては著者が実在橋脚水平方向の振動実験で推定した値は橋脚井筒の寸法にはほとんど関係なく、粘土と土砂との混合した地盤で $\delta_d=0.50\sim 0.55$ 、土砂と砂利との混合した地盤で $\delta_d=1.00\sim 1.10$ 程度となつている⁴⁾。一方、建築研究所で行われた地盤表面上下方向の振動実験から求められた減衰常数 h から $\delta_d=2\pi h$ を算出すると、載荷面の大きさにはほとんど関係なく表土、ローム、砂、砂利でそれぞれ $\delta_d=0.53, 0.41, 1.29, 1.25$ となつている⁵⁾。この比較的明瞭な2つの事実から $\delta_d/\pi=0\sim 0.4$ とした。こうして決定した12個の r と5個の δ_d とを組合わせてえられる式(10)の係数值は表-1に示したとおり $12 \times 5 = 60$ 組となる。

(3) 演算の実習 使用した Analog Computer は京都大学工学研究所内に設置されている、I.D.A., 低速度型⁶⁾、式(10)の演算実施のために組まれた結線回路図は 図-1(a) に示したとおりで

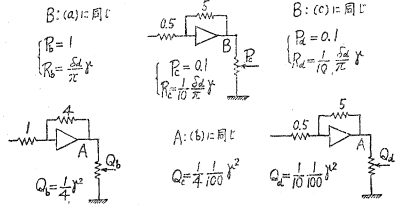
表-1 計算資料: r と δ_d/π に対する δ_{dr}/π の値

区分 No.	(a)												(b)												(c)												(d)																			
	0.4			0.6			0.8			1			1.3			2			3			4.5			6			10			17			30																						
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12								
0.16	0.36	0.64	1	1.69	4	9	20.3	36	100	289	900	0.16	0.36	0.64	1	1.69	4	9	20.3	36	100	289	900	0.16	0.36	0.64	1	1.69	4	9	20.3	36	100	289	900	0.16	0.36	0.64	1	1.69	4	9	20.3	36	100	289	900									
①	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0							
②	0.1	0.31	0.04	0.06	0.08	0.1	0.13	0.2	0.3	0.45	0.6	1	1.7	3	0.1	0.31	0.04	0.06	0.08	0.1	0.13	0.2	0.3	0.45	0.6	1	1.7	3	0.1	0.31	0.04	0.06	0.08	0.1	0.13	0.2	0.3	0.45	0.6	1	1.7	3	0.1	0.31	0.04	0.06	0.08	0.1	0.13	0.2	0.3	0.45	0.6	1	1.7	3
③	0.2	0.63	0.08	0.12	0.16	0.2	0.26	0.4	0.6	0.9	1.2	2	3.4	6	0.2	0.63	0.08	0.12	0.16	0.2	0.26	0.4	0.6	0.9	1.2	2	3.4	6	0.2	0.63	0.08	0.12	0.16	0.2	0.26	0.4	0.6	0.9	1.2	2	3.4	6	0.2	0.63	0.08	0.12	0.16	0.2	0.26	0.4	0.6	0.9	1.2	2	3.4	6
④	0.3	0.94	0.12	0.18	0.24	0.3	0.39	0.6	0.9	1.35	1.8	3	5.1	9	0.3	0.94	0.12	0.18	0.24	0.3	0.39	0.6	0.9	1.35	1.8	3	5.1	9	0.3	0.94	0.12	0.18	0.24	0.3	0.39	0.6	0.9	1.35	1.8	3	5.1	9	0.3	0.94	0.12	0.18	0.24	0.3	0.39	0.6	0.9	1.35	1.8	3	5.1	9
⑤	0.4	1.26	0.16	0.24	0.32	0.4	0.52	0.8	1.2	1.8	2.4	4	6.8	12	0.4	1.26	0.16	0.24	0.32	0.4	0.52	0.8	1.2	1.8	2.4	4	6.8	12	0.4	1.26	0.16	0.24	0.32	0.4	0.52	0.8	1.2	1.8	2.4	4	6.8	12	0.4	1.26	0.16	0.24	0.32	0.4	0.52	0.8	1.2	1.8	2.4	4	6.8	12

図-1 Analog Computer の演算結線図



(b) $\gamma = 1.3, 2$ (c) $\gamma = 3 \sim 17$ (d) $\gamma = 30$



ある。この Analog Computer で演算を行うためには式(10)左辺の係数 δ_{dr}/π 及び r^2 がいずれも1より小でなければならない。ところがこの両値はすでに表-1 で与えられたとおり1より大きい範囲がかなり含まれている。したがってこの1より大きい範囲をすべて1以下にするために次の方法をとつた。すなわち式(10)でさらに $10\tau = z$ という変換を行うと次式をうる。

$$\frac{d^2q}{dz^2} + 0.1 \frac{\delta_d}{\pi} r \frac{dq}{dz} + 0.01 r^2 q = E' \cos 0.1z, E' = 0.01 r^2 \alpha_0 \dots (11)$$

式(11)では明らかに第2項の係数值は δ_{dr}/π の $1/10$ となつた。この $0.1\delta_{dr}/\pi$ は表-1の(c), (d)欄に対応して表-2の(c), (d)欄に記入したとおり1.2以外はすべて1以下となつている。一方、式(10)の第3項の係数值 r^2 は式(11)では $0.01r^2$ で $1/100$ となつたが、表-1の r^2 の欄でみると $0.01r^2 = 2.89, 9.00$ の両者はなお1より大きい。したがって r^2 に対してはすべて $r^2 < 1$ となるように r^2/s をとつた。これら δ_{dr}/π と r^2 との両係数值の縮小に対する結線図は 図-1 に示した。すなわち表-1(a) に対しては 図-1(a), 表-1(b), (c), (d) に対しては 図-1(a) の A と B の部分のみを 図-1(b), (c), (d) のように結線を部分的に変えた。この結果 図-1 の結線図に対して表-2 の係数值 Q, R を用いればよいことになる。演算は表-2 の同一の Q に対して δ_{dr}/π を変化させて No. ①②③④⑤ の順序に行つた。かくして式(10)または式(11)の外力 $E_0 \cos \tau, E_0' \cos 0.1z$ に対する解 q がインクがきオシロによつて 図-2, 図-3 に示したとおり \bar{E} と \bar{q} または \bar{E}' と \bar{q}' として直接記録される。これら記録紙上の \bar{E}, \bar{q} から E, q を求めるには \bar{E} と \bar{q} との同一電圧に対する較正值 δ_0 と δ_0' を用いて、 $E = \bar{E}/\delta_0, q = \bar{q}/\delta_0'$ として算出すればよい。なお 図-2, 図-3 に示した数例のうち 図-3 のみは製図の便宜上実記録の横軸のみを $1/4$ 短縮してかいたものである。

5. 動的加算係数 D の算定

(1) $1+D$ の算出 図-2 において q の記録紙上の値 \bar{q} の最大値 \bar{q}_m は $\delta_d = 0$ の場合を除くと、すべて弧立余弦波外力の作用終了直後: 図-2, または作用開始直後: 図-3 に生じている。この \bar{q}_m から $1+D$ を算出す

表-2 演算に用いた式(10), 式(11)左辺の係数值

区分 結線図	(a)												(b)												(c)												(d)											
	0.4~1			0.42			0.023			0.051			0.09			0.25			0.723			0.9			1			4			400			1000														
	1)~4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)	11)	12)	1)~4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)	11)	12)	1)~4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)	11)	12)	1)~4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)	11)	12)												
0 ①	表-1(a)			表-1(b)			0			0			0			0			0			0			0			0			0																	
0.31 ②	表-1(a)			表-1(b)			0.03			0.05			0.06			0.1			0.17			0.3			0.3			0.3																				
0.63 ③	表-1(a)			表-1(b)			0.06			0.09			0.12			0.2			0.34			0.6			0.6			0.6																				
0.94 ④	表-1(a)			表-1(b)			0.09			0.14			0.18			0.3			0.51			0.9			0.9			0.9																				
1.26 ⑤	表-1(a)			表-1(b)			0.12			0.18			0.24			0.4			0.68			1.2			1.2			1.2																				

図-2 Analog Computer によるインク書き
オシロの記録 (1)

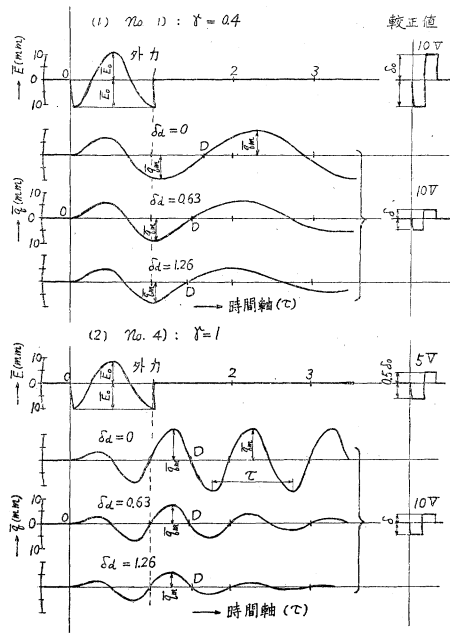
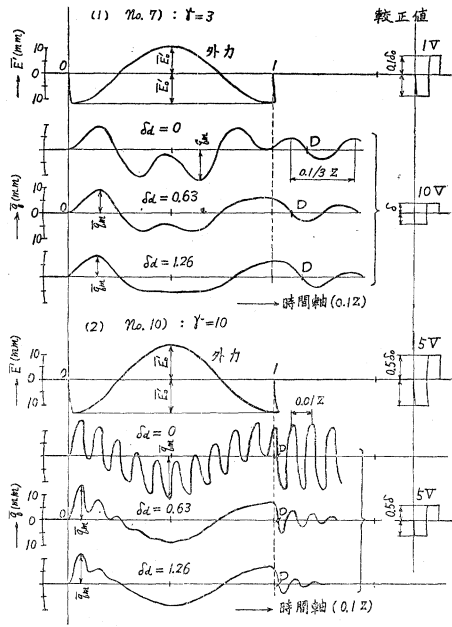


図-3 同上 (2)



るには図-2 従つて表-2(a), (b) に対しては式 (8) 及び式 (10) の $\alpha_0 = E_0/r^2$ という関係から次式を用いばよい。

$$1+D = \frac{q_m}{\alpha_0} = \frac{q_m}{E_0} r^2 = \frac{\bar{q}_m/\delta}{E_0/\delta_0} r^2 = \frac{\bar{q}_m}{E_0} \frac{\delta_0}{\delta} r^2 \dots (12)$$

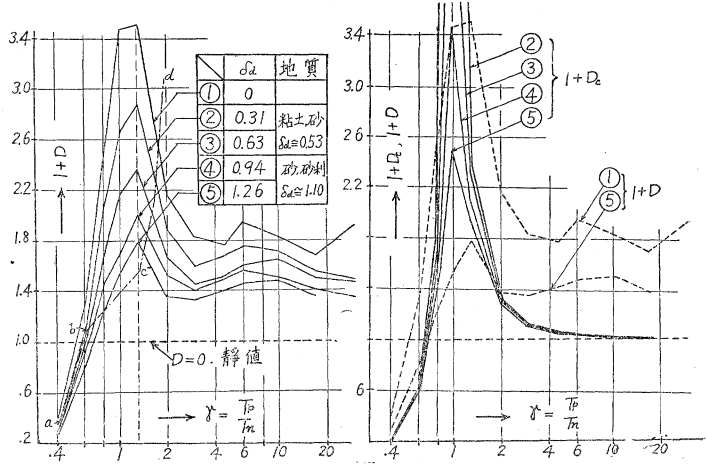
同様に図-3 従つて表-2(c), (d) に対しては式 (8) 及び式 (11) の $\alpha_0 = 100 E'/r^2$ から式 (13) をうる。

$$1+D = \frac{q_m}{\alpha_0} = \frac{q_m}{E_0'} \cdot 0.01 r^2 = \frac{\bar{q}_m}{E_0'} \frac{\delta_0}{\delta} \cdot 0.01 r^2 \dots (13)$$

ここで $\bar{q}_m, \bar{E}_0, \bar{E}_0', \delta, \delta_0$ はすべて図-2, 3 のとおり記録紙上にかかる値であるので、与えられた r に対して式 (12), 式 (13) から容易に $1+D$ を算出することができる。

(2) $1+D$ と r との関係 図-2, 3 の記録から式 (12) または式 (13) で算出した $1+D$ の値を r に対して図示したのが図-4 である。この図から次のことがわかる。1) $r < 0.6$ を除くとすべて $D > 0$ でかつ D の最大値は $r = 1.3$ 付近にあることが注目される。2) 図-4 の右上にかいた表から橋脚基礎の最も一般的な地盤として代表的に③の $\delta_d = 0.63$ をとると、これに対する $1+D$ と r との折線図から $0.8 < r < 2$ 以外では $D \approx 0.6$ となつている。3) 図-4 の中にかいた

図-4 r と $1+D$ との関係 図-5 $1+D_c$ と $1+D$ との比較



破線 abcd の左側領域では \bar{q}_m が図-2 のように外力の作用終了直後の一極大点に生じ、同破線より右側領域では \bar{q}_m が図-3 のように外力の作用開始直後第一の立ち上り頂点に生じている。これから概略的には $r > 2$ のときは図-3 の型式、 $r < 2$ のときは図-2 の型式に属することがわかる。

(3) 定常解に対する $1+D_c$ と $1+D$ との比較 3 及び 4 では単一弧立余弦波 $e \cos pt$ ($0 \leq pt \leq 2\pi$) に対する解 q から $1+D$ を決めたが、単一連続余弦波 $e \cos pt$ を受

けた場合の $pt \rightarrow \infty$ の解すなわち定常解における最大値 q_{mc} は周知のとおり式 (7) で [] 内の第1項=1, 第2項=0 であるから,

$$q_{mc} = n^2 \alpha_0 / \sqrt{(n^2 - p^2)^2 + 4 p^2 \varepsilon^2} \quad \therefore 1 + D_c = n^2 / \sqrt{(n^2 - p^2)^2 + 4 p^2 \varepsilon^2}$$

となる。従つて式 (9)₁ の $n/p = r, 2\varepsilon/p = \delta_d r/\pi$ を用いると $1 + D_c$ は次式でかける。

$$1 + D_c = r^2 / \sqrt{(r^2 - 1)^2 + (\delta_d r/\pi)^2} \dots\dots\dots (14)$$

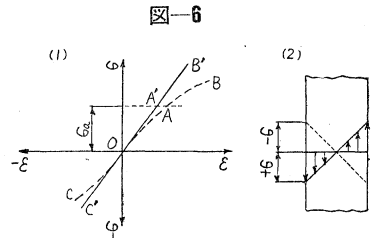
図-4 の $1 + D$ と同一の r と δ_d に対して式 (14) の $1 + D_c$ を計算してこれを横軸 r に対して図示し, かつ $1 + D_c$ と $1 + D$ とを対比したのが図-5 である。同図から明らかとなり $r > 2$ では $1 + D$ が $1 + D_c$ よりはるかに大きく, かつ $r < 2$ でも両者の間には相当の差がある。このことから簡単のためという理由で $1 + D_c$ を $1 + D$ の代りに用いることは当をえていないということはいうまでもない。

6. D に関する統計学的考察

$1 + D$ に関する図-4 の結果はたとえば図-2, 3 に示した一連の \bar{q} -時間曲線のうちの最大値 \bar{q}_m に対する値でこれ以上大きな値は起つていないから危険率 0% に相当する。このように一瞬間のみしか起らない \bar{q}_m を対象として, 図-4 の $1 + D$ を設計計算にそのまま用いることは実際問題としてあまりにも大きな断面を必要とする。したがつて若干の危険率を犯しても図-4 より若干小さい D すなわち D_d を統計的に算出しようとするものである。

(1) 統計的取扱以上の仮定

一般にコンクリートの σ - ε 関係は図-6(1) の COAB で示されるが, ここで対象としているのは設計計算 (たとえば震度 $\alpha_0 = 0.2$) であるので, 破壊より以前のおおむね許容応力 σ_a 以下になるような断面寸法がとられている。このことから \bar{q}_m は図-6(1) の OA をあまり大きくは超過しないので, 通常の計算通り曲線 OAB, OC を直線 OA'B', OC' で近似し, かつ C'O'B' をも直線と仮定し, 線型の問題として式 (6) から出発したわけである。このことから振動応力はいうまでもなく図-6(2) のとおり $|\sigma| = |\sigma|$ となるので, これに応じて図-2, 3 の $-\bar{q}$ と $+\bar{q}$ とは等価的で, かつその大きさに1次比例し意義を有することになる。



次に図-2, 3 の \bar{q} -時間曲線から \bar{q} の頻度分布, 累加曲線等をかくが, この場合 \bar{q} の横軸に関する下限は外力の作用開始点すなわち図-2, 3 の横軸 O 点, 上限は外力の作用終了後 \bar{q} -時間曲線が初めて横軸と交わる $\bar{q} = 0$ すなわち図-2, 3 の D 点をとつた。こうして決めた OD 間を記録紙上の目盛を利用して横軸上を等間隔に分割し, この分割点に対する \bar{q} を図-2 の OD 間からは 30~35 個, 図-3 の OD 間からは 60~70 個を標本値として取り出し, かつこの各標本値 \bar{q} の時間的な作用順序は無関係であると考えた。以上より結局 1) \bar{q} は D に対してその大きさに比例した意義を有し, 2) \bar{q} の正負は等価的であり, 3) かつ \bar{q} の有効作用区間を OD と考えて, 4) \bar{q} は時間に一様性を有するという各仮定を行つたわけである。

(2) 危険率をとまう $1 + D_d$ の算出

上記 (1) の各仮定にもとづいて標本値 \bar{q} に関する頻度分布 $\bar{q}-f(\bar{q})$ をかいた一例を図-7 に示した。この図-7 から累加曲線 $\bar{q}-F(\bar{q})$ を求めればよいが, 本文では実用上図-7 を直接用いず表-3 記入の方法によつた。すなわち表-3 で総個数 N 個の標本値 \bar{q} を絶対値の小なるものから大なるものに並べた順序を i とすると, \bar{q}_i に対する超過確率 $F(\bar{q}_i)$ は次式で与えられる⁷⁾。

$$F(\bar{q}_i) (\%) = \left(i - \frac{1}{2} \right) \times 100 / N \dots\dots\dots (15)$$

表-3 にはこの式 (15) を用いて演算値 \bar{q} から $F(\bar{q})$ を求めた一例を示している。この $\bar{q}-F(\bar{q})$ 関係を図示

図-7 頻度分布 $\bar{q}-f(\bar{q})$ の一例

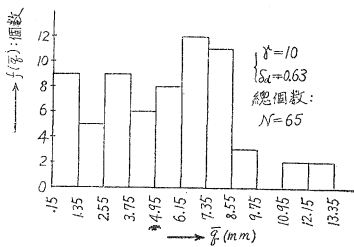
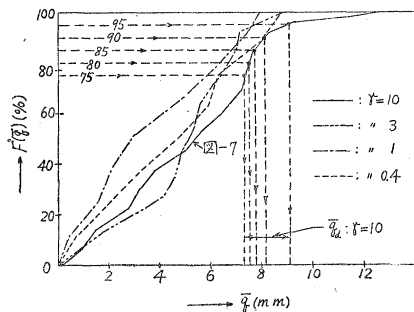


図-8 累加曲線 $\bar{q}-F(\bar{q})$ の数例 ($\delta_d = 0.63$)



すると図-8の実線のように累加曲線がかかれる。なお図-8には他の3つの場合をも同時に記入した。危険率5, 10, 15, 20, 25%に対する \bar{q} は同図の点直線のように縦軸の $F(\bar{q})=95, 90, 85, 80, 75\%$ に対する \bar{q}_d を横軸上にとればよい。この \bar{q}_d から式(12)または式(13)を用いると、 $1+D_d$ は次の式(16)または式(17)で与えられる。

$$1+D_d = \frac{\bar{q}_d}{E_0} \frac{\delta_0}{\delta} r^2 = (1+D)\bar{q}_d/\bar{q}_m \dots \dots (16)$$

$$1+D_d = \frac{\bar{q}_d}{E_0'} \frac{\delta_0}{\delta} 0.01 r^2 = (1+D)\bar{q}_d/\bar{q}_m \dots \dots (17)$$

(3) $1+D_d$ の算出結果 式(16), 式(17)から $1+D_d$ を算出したものうち危険率 $F'(\bar{q})=100-F(\bar{q})=10, 25\%$ を代表的に図示すると図-9及び図-10をうる。これらを図-4と比較すると $1+D_d$ は $1+D$ より相当小となり、特に $r>2$ では $D_d \approx 0$ で

$D_d < 0$ のところもあることが注目される。同一の $\delta_d=0.63$ に対する各危険率の $1+D_d$ を図-11に示したが、この図から $F'(\bar{q})=0$ から5%になると $r>3$ の区間で $1+D_d$ がいちじるしく小となっている。このことは r が大きくなると、図-3または図-8から明らかのように \bar{q}_m に接近した大きな \bar{q} は非常に少しか起つていないことから容易に諒解されるところである。

7. 単一弧立余弦波以外の場合
3~6では地震動としてはもつぱら単一弧立余弦波($1T_b$)のみを対象としたが、次にこれ以外の簡単な2, 3の場合を取扱つてみる。

(1) $1/2 T_b, 2 T_b, 3 T_b$ 余弦波 上述の $1 T_b$ と全く同一の初期条件($t=0$ で $y=\dot{y}=0$)したがつて $q=\dot{q}=0$)を用いて $1/2, 2, 3$ 余弦波: $1/2 T_b, 2 T_b, 3 T_b$ を外力にとつた場合の演算記録の一例を図-12に示した。同図には比較の便宜上各 T_b に対する \bar{q} -時間曲線を同一の r ごとに重複させてかいた。これらのうちで $1 T_b$ に対する \bar{q} -時間曲線は図-2, 3の $\delta_d=0.63$ に対する \bar{q} -時間曲線と全く同一である。図-12(1)の $1/2 T_b$ と T_b とを比較すると、 $r=0.4, 1$ に対しては $\bar{q}_{m1/2} < \bar{q}_{m1}$ であるが、 $r=3, 10$ に対しては両者が一致している。次に図-12(2)の $2 T_b, 3 T_b$ と T_b とを比較すると、 $r=0.4$ では $\bar{q}_{m1} > \bar{q}_{m2} > \bar{q}_{m3}$ の3者が一致しているが、 $r=1$ では共振現象が起るため $\bar{q}_{m1} < \bar{q}_{m2} < \bar{q}_{m3}$ となつている。 $r=3, 10$

表-3 演算値 \bar{q} (mm)から累加曲線 $\bar{q}-F(\bar{q})\%$ 作成の一例

($r=10, \delta_d=0.63$)

\bar{q}	$F(\bar{q})$	\bar{q}	$F(\bar{q})$	\bar{q}	$F(\bar{q})$	\bar{q}	$F(\bar{q})$
1	0.2	18	2.8	35	5.6	53.1	7.5
2	0.2	19	3.1	36	6.1	53	7.5
3	0.7	20	3.2	37.0	6.1	54	7.7
4	0.8	21	3.6	38	6.3	55	7.7
5	0.9	22	3.7	39	6.4	56	7.8
6	0.9	23	3.7	40	6.6	60.8	7.9
7	1.0	24	3.8	41	6.8	58	8.0
8	1.0	25	3.8	42	6.9	59	8.2
9	1.1	26	4.0	43	7.0	60	8.3
10	1.5	27	4.0	44	7.1	61	8.6
11	1.6	28	4.4	45	7.2	62.4	8.7
12	1.7	29	4.6	46	7.2	63	9.3 (96.2)
13	2.2	30	5.0	47	7.2	64	11.2 (97.7)
14	2.4	31	5.2	48	7.3	65	12.8 99.2
15	2.7	32	5.2	49	7.3		
16	2.8	33	5.6	50	7.4	76.1	
17	2.8	34	5.6	51	7.4		

$N=65$
 $F(\bar{q})=(\frac{N}{n})^{100}\%$

図-9 r と $1+D_d$ との関係 ($F'(\bar{q})=10\%$)

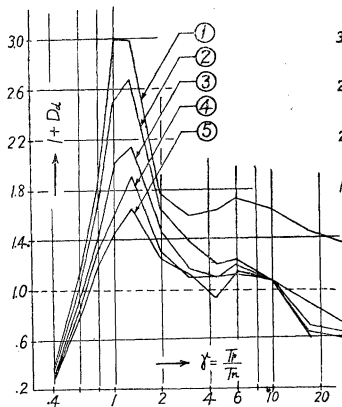


図-10 同左 ($F'(\bar{q})=2.5\%$)

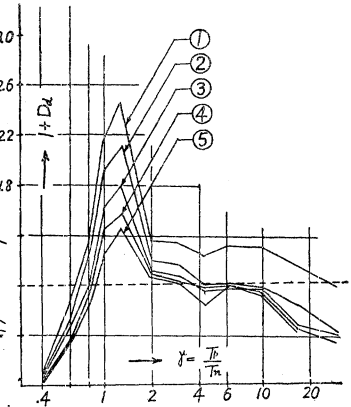


図-11 $1+D_d$ 相互間の比較 ($\delta_d=0.63$)

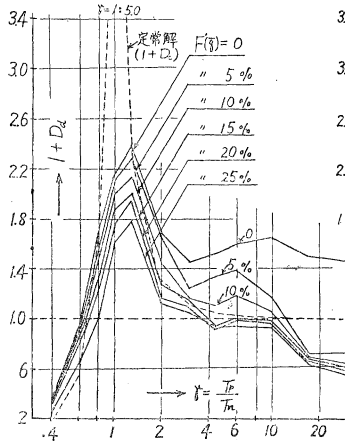
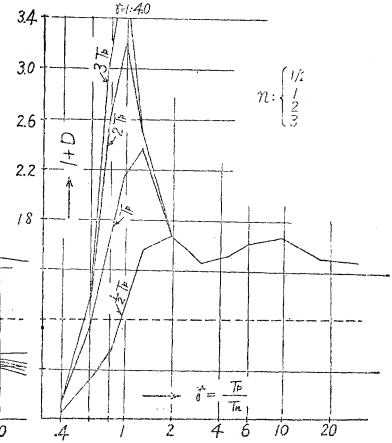


図-13 nT_b に対する $1+D$ の比較 ($\delta_d=0.63$)



が、 $r=3, 10$ に対しては両者が一致している。次に図-12(2)の $2 T_b, 3 T_b$ と T_b とを比較すると、 $r=0.4$ では $\bar{q}_{m1} > \bar{q}_{m2} > \bar{q}_{m3}$ の3者が一致しているが、 $r=1$ では共振現象が起るため $\bar{q}_{m1} < \bar{q}_{m2} < \bar{q}_{m3}$ となつている。 $r=3, 10$

では $2T_b$ 後半及び $3T_b$ を省略したが、 $\bar{q}_{m2}, \bar{q}_{m3}$ はたとえ $2T_b, 3T_b$ 作用の開始及び終了直後に生じても、これは $t=0$ 直後に生ずる \bar{q}_{m1} より若干小であるかまたはほとんど相等しくなっている。従つてこの場合には実質上 $\bar{q}_{m2}, \bar{q}_{m3} \cong \bar{q}_{m1}$ とみなしてもよいといふことができる。

(2) nT_b に対する $1+D$ の比較 上記の nT_b ($n=1/2, 1, 2, 3$) に対する \bar{q}_n の最大値 \bar{q}_{mn} に対する $1+D$ を 5. (1) の式 (12), 式 (13) から算出してこれらを一括図示したのが 図-13 である。この図から $r < 2$ のときは n すなわち余弦波の連続作用数が大となると $1+D$ は順次大きくなり、その最大頂点の位置が $r=2$ より次第に $r=1$ に接近してゆくが、 $r > 2$ ではこの範囲内の n に対しては $1+D$ は n の値に関係せずほとんど同一の値を示していることが注目される。

(3) 初期条件の影響 本文ではすべて初期条件は $t=0$ で $q=0, \dot{q}=0$ を考えたが、一般に $t=0$ で $q \neq 0, \dot{q} \neq 0$ の場合 $1+D$ と r との関係が本文の場合とどの程度異なるか、特にこうした場合に本文より大きな $1+D$ が算出されはしないかどうか懸念される。これに対しては $t=0$ で q_0, \dot{q}_0 を各種各様に与えて演算を行えばわかることであるが、これは実際問題として非常な労力を要する。そこで1例として 図-12 (2) の $2T_b$ における第2波は第1波の作用終了時の q 及び \dot{q} を初期条件としているということに注目してみる。このような q, \dot{q} が初期条件として与えられた場合の第2波= $1T_b$ 波による \bar{q}_m を $\bar{q}_{m'}$ とすると、図-12 (2) の $r=0.4, 1, 3, 10$ に対して順次 $\bar{q}_{m1}' = \bar{q}_{m1}, \bar{q}_{m2}' = \bar{q}_{m2}, \bar{q}_{m3}' < \bar{q}_{m3}, \bar{q}_{m1}' = \bar{q}_{m2} \cong \bar{q}_{m1}$ となっている。したがつてこの一例によると与えられた初期条件のいかんによつては $r < 2$ に対して $1T_b$ でも 図-13 の $3T_b$ に相当する $1+D$ をとりうることはあるが、 $r > 2$ に対しては $q_0 \neq 0, \dot{q}_0 \neq 0$ の初期条件のときの $1+D'$ は 図-13 の $1+D$ を最大限と考へてもほぼ間違ひなからうと考えられるが、このことは 図-12 (2) 以外の一般的な場合に対してもおおむね共通していふことであろうと推定される。

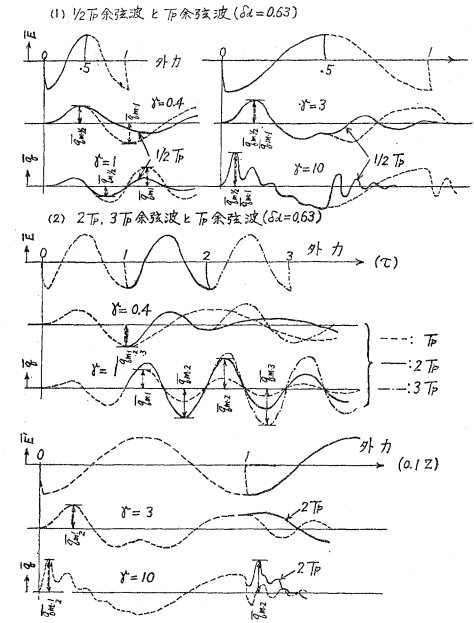
8. 本研究に対する考察と結言

(1) 仮定の検討 本文では実用的な D を算出する目的で 1) 構造と基礎との問題を簡単に1次のみを対象とし、しかも式 (4) のとおり線型の問題として取扱い、 2) 外力地動は 3. (1) のように $e \cos pt, 0 \leq pt \leq 2\pi$ を主とし、 3) $1+D_d$ の算出に際しては 6. (1) の各仮定を採用した。これらはいずれも厳密には正しくないが、複雑な本問題を解明するためには致し方なかつた。これらの仮定を設けた根拠はすでにその都度記述したが、この仮定のために本文の $1+D, 1+D_d$ が全く無意味になるということは考えられず、むしろ実用計算上は相当の物理的意義を有しているものと思ふ。

(2) 演算の精度 1) 図-1 の抵抗、コンデンサーの製品誤差、 2) 図-2, 3 の外力作用終了時のスイッチオフのずれの誤差、 3) 原式の係数値を1以下ならしめるために行つた 図-1 (b) (c) (d) の結線の不均合による誤差等が考えられる。1) に対しては $\pm 0.5\%$ 程度の高級品が使用されているのでまず問題はなく、 2) に対しては全く同一の資料を用いて数回くりかえして演算を行つたところ最大 5% 程度の誤差であつた。3) は性能上止むをえないものでその最大は $r=30$ に対しておこり、その最大値は 10% 以下であると推定される。なお前論文 図-5 と同一の資料で演算を行つたところ、計算器で求めた前論文の 図-5 とほとんど一致した値をえた⁹⁾。これらのことから演算誤差は 図-4 を例にとるとその最大値が $0.4 \leq r \leq 2$ で 2~3%, $2 \leq r \leq 10$ で 3~7%, $10 \leq r \leq 30$ で 7~10% 程度と推定される。一方 $q-t$ 曲線を追跡する通常の計算器による計算でもこの程度の誤差は一応まぬがれない。こうしたことから本文の D, D_d は実用上十分の精度を有しているものと考えられる。

(3) 収めた成果とその利用 本文でえた D, D_d を用いると式 (1) にかいたとおり静計算値に $1+D, 1+D_d$ を乗ずることによつてただちに動計算値が求められる。すなわち 図-4 において、1) 与えられた橋脚地盤の地質に応じて δ_d を簡単に決めうる。2) 固有周期 T_n は著者の実用式⁹⁾から容易に算出できる、3) しかしてその

図-12 T_b による $q_{m.1}$ と $1/2 T_b, 2 T_b, 3 T_b$ による $q_{m.1/2}, q_{m.2}, q_{m.3}$ との比較



橋脚がうける地震動周期 T_p を既往の震害、地震観測記録等から適当に仮定することによつて $r = T_p/T_n$ が決る。しからば 1) 及び 3) から $1+D$ が求まりさらに 図-9, 10, 11 から $1+D_d$ が求まる。一般に河川中下流部の長大橋梁では軟弱地盤のため T_p が大きく $r > 2$ と仮定しても大過ないものと思われるので、この場合には 図-4, 13 の $\delta_d = 0.63$ に対しては $D \cong 50\%$ 、さらに 図-11 で $F'(\bar{q}) = 10\%$ に対しては $D_d = 0 \sim 20\%$ となる。この $F'(\bar{q}) = 10\%$ で設計することはいうまでもなく 10% の危険率を含んだ状態で構造物の安全を保障することになる。ところがコンクリート、地盤はそれ自身破壊に対して相当の安全率を有しているために、この $F'(\bar{q}) = 10\%$ 程度は是認されるものと思われる。こうしたから著者は実用的には上述の $D_d = 20\%$ 程度を採用すべきことを提案したい。なお本文の結果は適切な考慮を払えば、橋脚井筒の外、一般の構造物にもそのまま用いることができることは当然である。

(4) 結 言 以上本文では若干の仮定を設けることによつて静計算値からただちに動計算値を算出する実用的な成果を収めることができた。これは著者従前からの研究の一環として 橋梁下部構造の耐震設計計算に直接寄与するところは少なくないことと考える。

本研究は京大小西教授の御指導によるものであり、特に Analog Computer の演算はもつぱら京大電気工学教室近藤文治助教授の御教示を仰ぎ、かつ統計学的な考察に関しては 土木工学教室大学院学生吉川和広君の御助力をえた。ここに深謝の意を表する次第である。

参 考 文 献 そ の 他

- 1) 後藤：橋脚井筒の耐震計算法に関する二、三の考察，土木学会第 11 回年次講演会（昭.30.5.29）で本文の概要を講演。
- 2) 後藤：橋脚井筒構造の動的耐震計算法について，土木学会論文集第 24 号，pp 68-77，昭.30.4，以下この論文をすべて前論文とよぶ。
- 3) 坪井忠二：振動論，p.244，萩原尊礼：振動測定，pp 69-70
- 4) 上掲文献，2) 表-3 参照。
- 5) 久田俊彦，中川恭次，木村栄一：地盤の動力学的性質に関する研究，日本建築学会研究報告，第 22 号，昭 28.春，pp127-128
- 6) 林重憲：自動制御理論におけるラプラス変換論とアナログ・コンピュータの立場，京大工学研究所集報第 5 輯，昭.29.3，pp 1-10 のうち p.7 終りに紹介。
- 7) 岩井重久：米国における水文統計学について，土木学会水工学論文集：水工学の最近の進歩，昭.28.3，pp 117-132 のうち p.121 式 (3) 参照。
- 8) 上掲 2) の前論文では $e \sin pt$ をとつて $t=0$ で $y=\dot{y}=0$ としたが，これは本文 3(1)の通り $e \cos pt$ とすべきである。従つて上掲 2) で $e \sin pt$ の代りに $e \cos pt$ とすれば前論文の結果はそのまま本文の結果と対応する。
- 9) 土木学会誌 39-7，昭.29.7，p.17，式 (21) 及び式 (22)。

(昭.30.6.23)