

相異なる三主応力下における砂のせん断強さ

STRENGTH OF SAND UNDER THREE DIFFERENT
PRINCIPAL STRESSES

諸戸 靖史*・及川 研**
By Nobuchika MOROTO and Ken OIKAWA

1. はじめに

従来から広く用いられてきた円筒形の供試体をもつ三軸試験は応力状態が限定されており、三軸圧縮状態 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) および三軸伸張状態 ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$) だけが実現できる。一般的に中間主応力 σ_2 が土のせん断強さに及ぼす影響を調べるために円筒形供試体をもつ三軸試験では不足であり、その解決法の一つとして、立方体（長方体）供試体の各面に異なる主応力を作用させる方法がある。砂や砾の設計上用いられるせん断強さはせん断抵抗角 ϕ を用いて表わされる。この ϕ の値は破壊時の主応力を用いて

$$\sin \phi = \frac{\sigma_{1f} - \sigma_{3f}}{\sigma_{1f} + \sigma_{3f}} = \frac{(\sigma_{1f}/\sigma_{3f}) - 1}{(\sigma_{1f}/\sigma_{3f}) + 1}, \dots \quad (1)$$

σ_{1f} : 破壊時の最大主応力

σ_{3f} : 破壊時の最小主応力

として求められる。相異なる三主応力状態における破壊時の ϕ の値を式(1)を用いて計算する場合には、中間主応力 σ_{2f} （破壊時の中間主応力）の状態によってその値が変わってくる。本文において、せん断強さに与える中間主応力の影響とはこのことをいう。中間主応力の影響を考慮すると設計はより経済的となる。本文の目的は、砂の立方体供試体の示す強度特性について調べた結果を報告することである。

2. 従来の研究

ケルマン (Kjellman, 1936)¹⁾ の研究はこの分野での先駆的なものである。立方体あるいは長方体の供試体に載荷する方式は 1965 年から 1970 年頃まででそろった感がある。それらを整理すると次のようである。

(A) 剛板載荷方式（ケンブリッジ大学など）

(B) ゴム袋載荷方式（カリフォルニア工科大学など）

(C) 複合方式（京都大学、ロンドン大学など）

ビショップとグリーン (Bishop and Green, 1969)²⁾ が Ham River 砂について行った実験結果を整理してみる。彼らは中間主応力 σ_{2f} の大きさを次のパラメータを用いて表示している。

$$b = \frac{\sigma_{2f} - \sigma_{3f}}{\sigma_{1f} - \sigma_{3f}} \dots \quad (2)$$

(1) 円筒形供試体をもつ三軸圧縮試験は側圧 $\sigma_3 = 2.1 \sim 2.8 \text{ kg/cm}^2$ ($206 \sim 274 \text{ kN/m}^2$) で行われた。円筒形供試体をもつ三軸伸張試験は初めに $\sigma_1 = 10.5 \sim 13.4 \text{ kg/cm}^2$ ($1029 \sim 1313 \text{ kN/m}^2$) まで圧密し、その後 σ_3 を破壊するまで減少させることによって行われた。初期隙比 $e=0.64$ の円筒形供試体の三軸圧縮試験における ϕ の値と立方体三軸試験（彼らは independent stress control test, ISC-test とよんでいる）における ϕ の値はいずれも $\phi=39^\circ$ であった。

(2) 円筒形三軸伸張試験における ϕ の値は $\phi=41^\circ$ 、ISC 試験（側圧 $\sigma_3=2.1 \text{ kg/cm}^2$, 206 kN/m^2 ）における ϕ の値は $\phi=43.9^\circ$ であった。

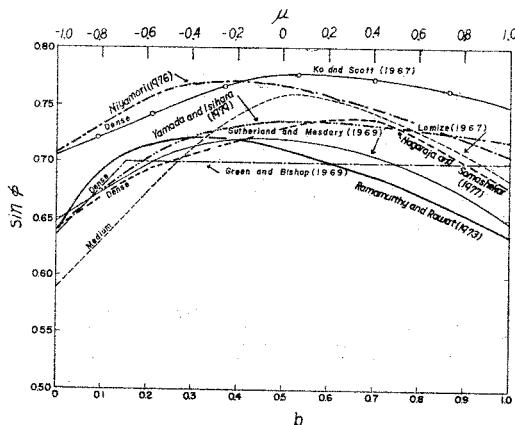
(3) ISC 試験において $-0.6 < \mu < 1.0$ の範囲では ϕ の値は $\phi=44^\circ$ であった。つまり、 $-1 < \mu < -0.6$ の部分では中間主応力の影響が ϕ の値に対して顕著であるが、その後は一定となっている。 μ は式(3)に定義してある。

プロクターとバーデン (Proctor and Barden, 1969)³⁾ は River Welland 砂について ISC 試験を行い、上記のビショップとグリーンと同様な結果を得たと述べている。ただし、円筒三軸伸張試験の ϕ の値は ISC 試験による ϕ の値よりも小さくなっている。

サザーランドとメズダリー (Sutherland and Meldray, 1969)⁴⁾ は Loch Aline 砂を用いて ICS 試験を

* 正会員 工博 八戸工業大学助教授 土木工学科

** 正会員 工修 北海道開発局苫小牧港湾建設事務所課長

図-1 $\sin \phi$ と μ の関係

行った結果、 ϕ の値は三軸圧縮状態 ($\mu = -1.0$) で最小、 $\mu = 0$ で最大となり、三軸伸張状態 ($\mu = 1.0$) では $\mu = -1$ の場合と一致したと報告している。サザーランドとメズダリー (Sutherland and Mesdary, 1970)⁵⁾ が整理した各研究者によって報告されている ϕ - μ 関係を引用したのが 図-1 である。この図における曲線のパターンは次の 3 つに分類される。

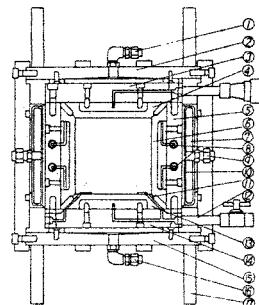
- a) グリーンとビショップ型
- b) コーとスコット (Ko and Scott) 型
- c) サザーランドとメズダリー型

レイドとダンカン (Lade and Duncan, 1973)⁶⁾ が密な Monterey No. 0 砂について行った実験結果は a) のグリーンとビショップ型であった。

以上は、グリーンとビショップの研究ノートの内容とそれに対する討議の内容を中心にして ϕ - μ 関係について簡単にまとめてみたものである。その後リーデスとグリーン (Reades and Green, 1976)⁷⁾ が Ham River 砂について行った ISC 試験において、圧縮側では a) のグリーンとビショップ形の破壊曲線をしているが、伸張側ではかなり大きく右上がりになっている。参考のためには、ラママーシーとラット (Ramamurthy and Rawat, 1973)⁸⁾ が密詰めの Ottawa 砂について、宮森 (1976)⁹⁾ が中詰めの河川砂について、ナガラジとサマシエカ (Nagaraj and Somashekhar, 1977)¹⁰⁾ が Ennore 砂について、および山田と石原 (Yamada and Ishihara, 1979)¹¹⁾ が緩詰めの富士川砂について行ったせん断試験の結果も 図-1 の中に入れてある。

3. 実験概要

本実験で使用された立方体三軸試験装置はアーサーとメンチース (Authur and Menzies, 1972)¹²⁾ のものとほぼ同型である。図-2 に本装置の三軸室の概略図が示され



- ① air pressure joint (σ_1)
- ② top plate of outer air pressure chamber
- ③ top plate of triaxial pressure chamber
- ④ rubber bag (σ_1)
- ⑤ side plate of triaxial pressure chamber
- ⑥ rubber bag (σ_2)
- ⑦ side plate of outer air pressure chamber
- ⑧ in-out joint (σ_2)
- ⑨ air pressure joint (σ_2)
- ⑩ air bag (σ_2)
- ⑪ flexible fine tube
- ⑫ vacuum joint
- ⑬ rubber bag (σ_1)
- ⑭ bottom plate of triaxial pressure chamber
- ⑮ bottom plate of outer air pressure chamber
- ⑯ air pressure joint (σ_1)
- ⑰ stand

図-2 三軸室の略図

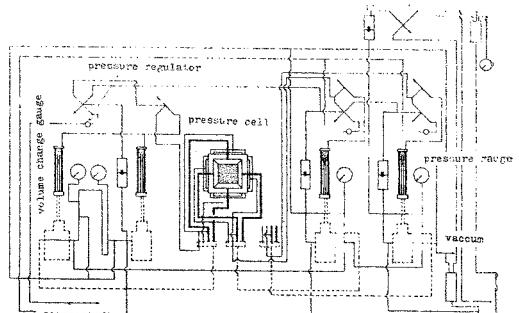


図-3 三主応力せん断試験装置

ている。図-3 は装置の全体図である。

立方体供試体の各面は中を水で満たしたゴム袋 (rubber bag) によって加圧される。供試体の大きさは $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ (三軸圧縮試験 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) だけは縦×横×高さが $9.5 \text{ cm} \times 9.5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$) である。

実験に用いた試料は乾燥状態の豊浦標準砂である。供試体の初期間隙比は 0.65, 0.76, 0.83 の 3 通りで、それぞれ、密詰めの砂、中詰めの砂、緩詰めの砂とよぶ。

供試体の載荷方式は応力制御である。まず、等方圧で 1 kg/cm^2 (98 kN/m^2) まで圧縮する。その後平均主応力 $p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ を常に一定 (1 kg/cm^2) に保ちながらせん断する。中間主応力 σ_2 の状態はローデ (Lode) のパラメーター μ で表わす。ここに、

$$\mu = \frac{2\sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1}{\sigma_1 - \sigma_3}, \quad \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

三軸圧縮状態 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) は $\mu = -1$, 三軸伸張状態 ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$) は $\mu = 1$ である。

供試体の形成は次の順序で行う。① 成形モールドにサンプル・カップを取り付け、真空によってサンプル・カップをモールド内壁に密着させる。② 所定の重量をもった乾燥砂をサンプル・カップに投入する。この場合、各層ごとの突き棒の突く回数を変化させることにより、間隙比を調整する。サンプル・カップに投入された砂の上端面の敷ならしを調整することにより、毎回同じ内容積のサンプル・カップ内に所定の重量をもった乾燥砂を填充することができる。③ 下部 σ_1 ゴム袋を試料に密着させてボルト締めを行ったあと、試料内に 0.2 kg/cm^2 (19.6 kN/m^2) の負圧を与えて成形モールドからサンプル・カップを引き抜く。④ 三軸室の中に供試体を挿入し、ボルト締めをしたのち配管を連結する。

載荷は、各荷重点での変形が止むのを待って次の荷重点へ進むが、このときの応力比増分 σ_1/σ_3 は三軸伸張状態に近づくにつれ粗くならざるを得ない。それは、平均主応力一定下では、三軸伸張状態での σ_3 は最も小さく、 σ_3 が応力比 σ_1/σ_3 の変化に影響する度合が最も大きいからである。したがって本実験では、三軸圧縮状態において、荷重の段階的な増加量として、応力比 σ_1/σ_3 で表わして 0.25 とした。一方、三軸圧縮状態において、応力比の段階的増加量を 0.15 としている。

本実験では破壊点を次のように定める。体積変化と応力比の関係に着目する。破壊点に近づくにつれ体積膨張量は増大していくが、それまでの変化に比べて急激にきわめて大きな割合で変化する点に至る。この点を破壊点とする。体積変化量と応力比の関係は 図-4, 5 のようである。

4. 相異なる三主応力状態における強度

図-6 は間隙比をパラメーターとして μ 一定試験より得られたせん断抵抗角 ϕ と μ との関係を示している。なお ϕ は式(1)で計算される。この図の関係を検討する前に $\phi-\mu$ 関係に対する応力経路依存性について調べる必要がある。そのため、 μ 一定とはかなり異なる応力経路を選んで試験を行い、 μ 一定試験より求められた結果と比較してみた。図-7 と 図-8 はそれぞれ密詰めの砂および中詰めの砂の結果である。これらの図から $\phi-\mu$ 関係は初期間隙比だけによって決まり、 μ の変化経路には依存しないことがわかる。

図-6 の $\phi-\mu$ 関係は明らかに中間主応力がせん断抵抗角に影響することを示している。 $\mu = -1$ で ϕ の値は

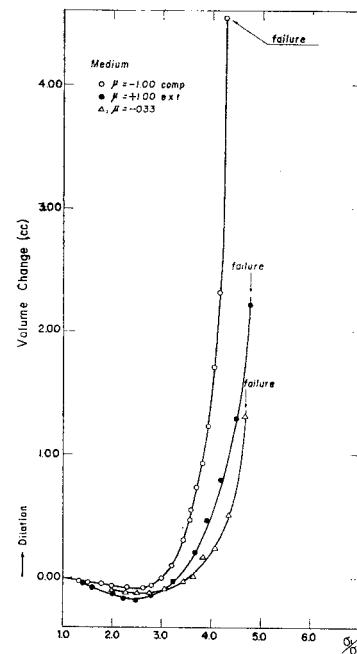


図-4 応力比と体積ひずみの関係

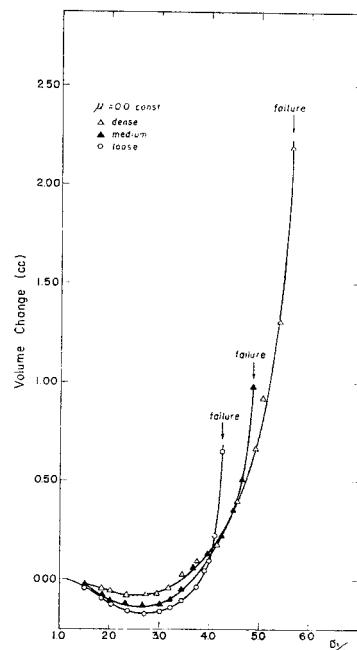
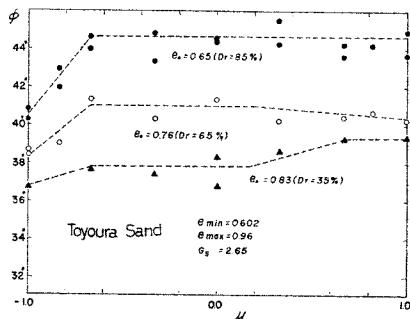
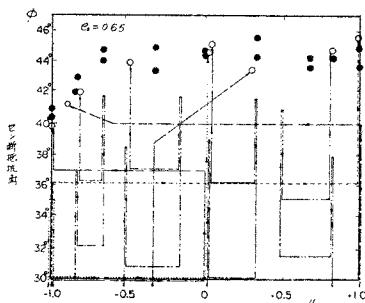
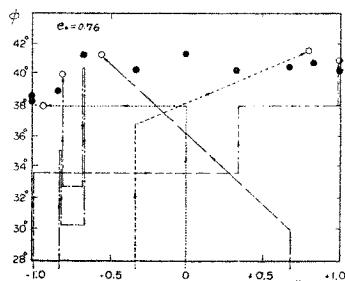


図-5 応力比と体積ひずみの関係

最小値をとり、 $\mu = -2/3$ 付近までは増加するがその後はほぼ一定である。 $\phi-\mu$ 関係は全体的にみて台形のような形をしている。この結果はグリーンとビショップの結果と一致するものである。 $\mu = -1$ と $\mu = -2/3$ 付近の ϕ の値の差は密詰めの砂の場合には約 $4^\circ 10'$ 、中詰めの砂

図-6 せん断抵抗角 ϕ に与える中間主応力の効果図-7 せん断抵抗角 ϕ に与える応力経路の影響（密詰め砂）図-8 せん断抵抗角 ϕ に与える応力経路の影響（中詰め砂）表-1 ϕ の値

μ	Dense	Medium	Loose
-1	40.5°	38.5°	37°
-2/3	44.5°	41°	38°
0	44.5°	41°	38°
1	44.5°	40.5°	39.5°

では約 $2^{\circ}30'$ 、緩詰めの砂では約 1° である。ここで密詰めの砂では $\mu = -1$ と $\mu = -2/3$ 以後の場合では 1 割の違いがあることがわかる。緩詰めの砂の場合には $\mu = 1$ に向かって $\phi - \mu$ 曲線がはね上がっている。このような

傾向のグラフはレイドとダンカン (Lade and Duncan, 1973) が緩い Monterey No. 0 砂について行った実験結果においてもみられる。具体的な ϕ の値を表-1 に整理しておく。本実験では、 σ_1 を鉛直方向にとっており、砂供試体の作製時の堆積方向は σ_1 の作用方向に一致している。

謝 辞：謝辞本研究にあたって昭和 50 年度文部省科学研究費（研究代表者 河上房義教授（当時東北大学）の援助を受けたことを記して感謝するものである。

参考文献

- Kjellman, W.: Report on an apparatus for consumption in investigation of the mechanical properties of soils, Proc. 1st International Conference in Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. II, pp. 16~20, 1936.
- Green, G.E. and A.W. Bishop : A note on the drained strength of sand under generalized strain conditions, Geotechnique, Vol. 19, No. 1, pp. 144~149, 1969.
- Proctor, D.C. and L. Barden : Discussion of Green and Bishop's paper, Geotechnique, Vol. 19, No. 3, pp. 424~426, 1969.
- Sutherland, H.B. and M.S. Mesdary : The influence of the intermediate principal stress on the strength of sand, Proc. 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. I, pp. 391~399, 1969.
- Mesdary, M.S. and H.B. Sutherland : Discussion of Green and Bishop's paper, Geotechnique, Vol. 20, No. 2, pp. 210~212, 1970.
- Lade, P.V. and J.M. Duncan : Cubical triaxial tests on cohesionless soil, Proc. ASCE, SM 10, pp. 793~812, 1973.
- Reades, D.W. and G.E. Green : Independent stress control and triaxial extension test on sand, Geotechnique, Vol. 26, No. 4, pp. 551~576, 1976.
- Ramamurthy, T. and P.C. Rawat : Shear strength of sand under general stress system, Proc. 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 1, 2, pp. 339~342, 1973.
- 宮森建樹 : 多軸応力状態における砂のせん断強さと変形特性, 土木学会論文報告集, No. 255, pp. 81~91, 1976.
- Nagaraj, T.S. and B.V. Somashekhar : Shear strength of soil under general stress field, Proc. 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Vol. 1, pp. 225~228, 1977.
- Yamada, Y. and K. Ishihara : Anisotropic deformation characteristics of sand under three dimensional stress conditions, Soils and Foundations, Vol. 19, No. 2, pp. 79~94, 1979.
- Arther, J.R.F. and B.K. Menzies : Inherent anisotropy in a sand, Geotechnique, Vol. 22, No. 1, pp. 115~128, 1972.

(1981.1.16・受付)