

地球化学的手法と逆探法を併用した流出系の 成分溶出法則の推定について

A STUDY ON THE DISSOLUTION LAW IN THE RUNOFF SYSTEM
BY MEANS OF THE GEOCHEMICAL METHOD COUPLED WITH THE
HYDROLOGIC INVERSE METHOD

日 野 幹 雄*・長 谷 部 正 彦**

By Mikio HINO and Masahiko HASEBE

1. 序 論

本論文の目的は、ある河川流域における地球化学的水文資料 (geochemical hydrologic data)、つまり河川に溶出しているイオン濃度を利用する方法と著者らが提案した確率過程論的な手法の一種である“逆探法”^{1),2)}とを併合して水文データを解析し、降雨-流出系の非線形分離則を検討することによりサブシステム(地下水流出系、表面流出系)の成分濃度の溶出則を推定することにある。

従来、地球化学的水文資料を用いての流出分離についての研究には、G.F. Pinder³⁾、中村⁴⁾、J.J. Drake⁵⁾、岡本⁶⁾らの報告がある。

G.F. Pinder は、地下水流出成分に溶存するイオンの濃度を一定濃度とし、表面流出成分に溶存するイオン濃度は、洪水のピーク流量時のイオン濃度を一定と仮定し、地下水流出成分と表面流出成分とに分離している。その結果、河川流出量に含まれている地下水流出成分の割合は、30~40% くらいであると報告している。中村は、河道に入る直前のイオン濃度を表面流出成分のイオン濃度 c_s としイオン濃度と河川の流下距離の関係から流出分離を行っている。また、J.J. Drake は、河川の流出分離を目的としていないのであるが、流量の最も低い流量時のイオン濃度 c_b を地下水流出成分のイオン濃度とし、地下水流出成分の濃度は一定濃度とし各イオン濃度間の組合せを考えて(たとえば、 Ca^{2+}/Mg^{2+} 等)相関を求め、それらと流量、水温等の関係を推定している(なお、本論文の解析に用いた資料は、この論文の図から読み取ったデータである)。岡本らも流出分離でなく、イオン濃度から融雪水の流出過程を検討している。

最近、以上のように地球化学的水文資料の解析が種種試みられているが、これらのいずれの論文においても分離則、各サブシステムの溶出法則までは検討されていない。

ところで、地球化学的水文資料(河川水に溶存する鉱物イオン、 Ca^{2+} イオン、 Mg^{2+} イオン等)は、確かにシステムの内部構造の情報を部分的に含んではいるが、この資料だけで降雨-流出系の非線形性の原因と思われる降雨の分離則を推定するのは、困難である。少なくとも、われわれの前論文⁷⁾の解析では行き詰まった。また、測定して得られるイオン濃度は、河川水全体に溶存するイオン濃度である。それゆえ、全イオン濃度と河川流量との間の溶出法則を見出しても、ある仮定条件なしでは(たとえば、河川流量が少なく、そのほとんどが地下水流出成分と考えるとき)、流出分離則の推定は不可能である⁷⁾。

さて、われわれはここ数年にわたり水文現象への確率過程論的なアプローチを試みて降雨-流出系の流出構造(システム)を明らかにしてきた^{1),2)}。その結果、降雨-流出系の非線形性は、有効降雨を各流出系に配分する仕方、すなわち、降雨の分離則の非線形性にあることを示した。本論文は、この2つの考え方を結合して、つまり、逆探法から見つけ出された流出分離と地球化学的水文資料から考察される溶出則とを結びつけて、サブシステム(特に表面流出系)のイオン濃度の溶出則を推定しようとするものである。

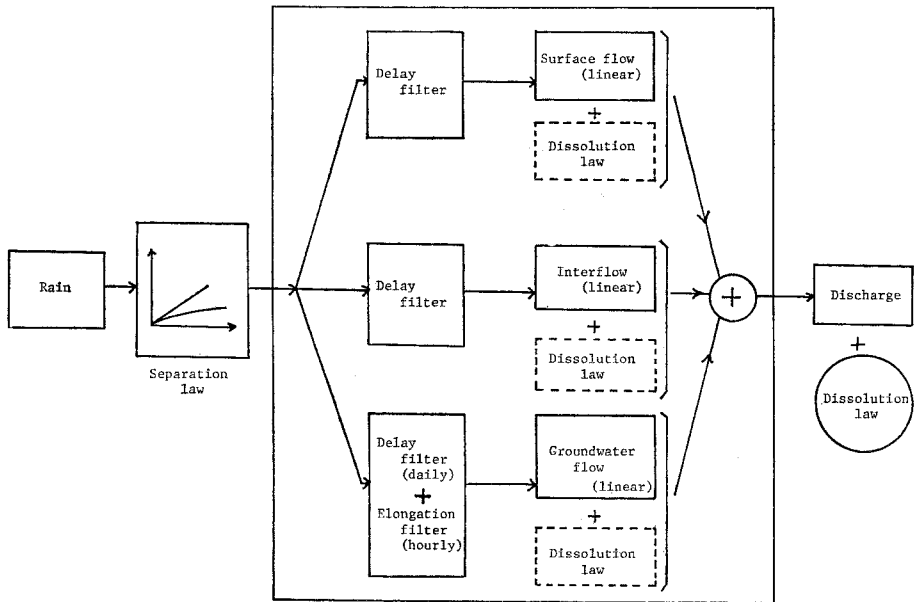
降雨-流出系の総合システムを表-1に示す。

従来までに逆探法により明らかにされた、あるいは、されつつあるところを実線のわくで、地球化学的方法により明らかにされつつあるところを実線の丸わくで示し、本解析で検討されるところを点線のわくで示す。

* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科

表-1 降雨-流出系の総合システム



2. 河川水の化学成分による成分分離に関する考察

実際のデータを具体的に解析するに先立って、まず最初に溶出イオン濃度と河川流量、各流出成分間の関係について理論的な推定をしておく。

(1) 河川水と成分濃度の関係

さて、河川のイオンの供給源が常に一定量を供給するならば、流量がどのように変化しても総溶出量は一定となる。このとき、成分濃度 c 、流量 y とすれば、 c と y 、 $c \cdot y$ と y は、図-1 の関係となる。

次に、成分の供給源が一定の供給ではなくて、流量の増減に対して成分濃度 c が一定のときには、 c と y 、 $c \cdot y$ と y の関係は、図-2 となる。この場合は、河川水は流量が増える割合には、薄まらない場合である⁸⁾。また、

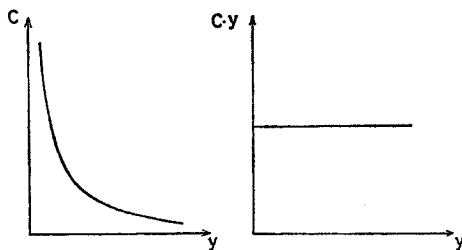


図-1 河川のイオン濃度の源泉が常に一定量を供給する場合の成分濃度 (c) と流量 (y) および溶出量 ($c \cdot y$) と流量 (y) の関係

新田⁹⁾ および半谷⁸⁾ は、河川流量と成分濃度との間の経験的な関係式として式 (1) を提案している。

$$\left. \begin{aligned} \log c &= m \log y + \log k \\ c &= k \cdot y^m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 m 、 k は定数。もし、 m の値が、 $|m| < 1$ の範囲ならば、流量の変動の方が濃度のそれより大きいことを示している。上式の関係は、流量およびイオン濃度ともに等比級数的に変化する場合である。なお、 m は一般に $m < 0$ であるが、この場合には式 (1) は、 $y \rightarrow 0$ に近づくとき $c \rightarrow \infty$ となるという矛盾が生じ、式 (1) はある流量以下には適用できないことは明らかである (図-8 参照)。

(2) 極限的な流量下のイオン濃度

ところで、河川流量 (y) は、地下水流出成分 ($y_1 = y_g$) と表面流出成分 ($y_2 = y_s$) (この成分は、多くの場合、中間流出成分+表面流出成分である) に流出分離される。この両成分に溶出するイオン濃度を $c_b(y_1)$ 、 $c_s(y_2)$ とする。このとき、全成分濃度 $c(y; y_1, y_2)$ 、

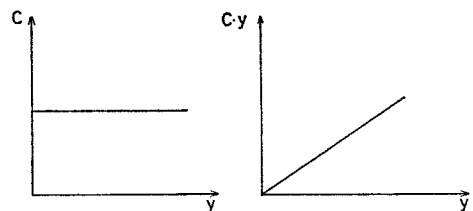


図-2 河川のイオン濃度の源泉が一定量の供給でない場合の c と y および $c \cdot y$ と y の関係

$c_b(y_1)$, $c_s(y_2)$, y , y_1 , y_2 の間の関係は、質量保存則により、式 (2) となる。

$$\left. \begin{aligned} c(y; y_1, y_2) \cdot y &= c_b(y_1) \cdot y_1 + c_s(y_2) \cdot y_2 \\ y &= y_1 + y_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、全成分イオン濃度 $c(y; y_1, y_2)$ 、各成分イオン濃度は、それぞれ全流量、各流出成分流量の関数と考えている。式 (2) で、表面流出量 y_2 を消去して整理すると式 (3) となる。

$$c(y; y_1, y_2) = \frac{(c_b(y_1) - c_s(y_2)) \cdot y_1 + c_s(y_2)}{y} \dots\dots\dots (3)$$

さて、流出分離を2つの極限的な場合について考えると、次のようになる。

① 降雨がなく河川流量の大部分が地下水流出量 (y_1) であると考えられる場合

この場合の条件は、 $y_2 \rightarrow 0$, $y \cong y_1$ である。この条件を式 (3) に適用すると式 (4) となる。

$$c(y) = c_b(y_1) \dots\dots\dots (4)$$

河川流量の供給が大部分地下水流出量による場合には、イオン濃度 $c_b(y_1)$ は、一般的には、一定濃度 \bar{c}_b に近づき¹⁰⁾、式 (4) は、後節に述べる式 (5) と近似できる。

$$c(y) = \bar{c}_b \quad (y_2 \rightarrow 0, y \cong y_1) \dots\dots\dots (5)$$

なお、地下水流出のイオン濃度が一定濃度になる理由としては、一定濃度に達するまでの時間は、一般に短く地下水が一時地中に貯留されたのち流出してくるためであると考えられる。この点については後に実測データにより検討される。

② 降雨量が多く、河川流量 (y) が増加して、その流量の大部分が表面流出成分であると考えられる場合

この場合の条件は、 $y_2 \gg y_1$, $y \rightarrow y_2$ である。この条件を式 (3) に適用すれば、式 (6) となる。

$$c(y) \rightarrow c_s(y_2) \dots\dots\dots (6)$$

表面流出量が大きくなると成分濃度の供給源が一定になると考えれば (後に使われる実測の y と c のデータからこのように仮定する)、 $c_s(y_2)$ は一定濃度 \bar{c}_s となり、式 (6) は式 (7) に変形される。

$$c(y) \rightarrow \bar{c}_s \quad (y_2 \gg y_1, y \rightarrow y_2) \dots\dots\dots (7)$$

(3) 流出成分分離についての粗い推定

(2) で述べた2つの極限条件下における流出分離式は、この仮定条件と式 (2) の連続式より次のようになる。

① の極限条件による流出成分分離式は、式 (8) となる。

$$\left. \begin{aligned} y_1' &= \frac{c(y; y_1, y_2)}{c_b(y_1)} y \\ c_s &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

y_1' は、①の極限条件のもとでの地下水流出量である。

②の極限条件による流出成分分離式は、式 (9) となる。

$$\left. \begin{aligned} y_1'' &= \frac{c(y; y_1, y_2) - c_s(y_2)}{c_b(y_1) - c_s(y_2)} \cdot y \\ c_s(y_1) &= \bar{c}_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

y_1'' は、②の条件での地下水流出量である。

なお、簡単のために $c(y; y_1, y_2)$ を以下 $c(y)$ とする。

(4) 各流出システムの溶出法則に関する推論

このような①と②の極限的な場合以外の $c_b(y_1)$, $c_s(y_2)$ の関数型は不明であるが、ここでは各流出システムの溶出法則の推定を試みる。

a) 表面流出成分とイオン濃度の関係

$c_s(y_2)$ と y_2 の関係は、模式的に示すと図-3のように④、⑤、⑥の3つのパターンが考えられる。なぜならば、イオン濃度がおもに表面流出成分によるならば、流量が増えると、イオン濃度は増加する。逆に、イオン濃度がおもに地下水流出成分によるならば、このときイオン濃度は減少し、そして、イオン濃度が両成分によるならば、一定濃度になるからである。いずれにしても表面流出量 (y_2) が増加すると②の仮定により $c_s(y_2)$ は一定濃度になる。

さて、式 (2) を次式のように変形する。

$$\begin{aligned} c_s(y_2) &= \frac{y \cdot c(y) - y_1 \cdot c_b(y_1) - y_2 \cdot c_b(y_1) + y_2 \cdot c_b(y_1)}{y_2} \\ &= \frac{y(c(y) - c_b(y_1))}{y_2} + c_b(y_1) \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

さらに、 $c_b(y_1) = \bar{c}_b$ とすると、式 (10) は式 (11) になる。

$$c_s(y_2) = \frac{y}{y_2} (c(y) - \bar{c}_b) + \bar{c}_b \geq 0 \dots\dots\dots (11)$$

式 (11) において、 $c_s(y_2)$ は、無限大の値をとることはないで、 $y_2 \rightarrow 0$ に近づけると $(c(y) - \bar{c}_b) \cdot y / y_2$ は有限でなければならない。

$$c(y) \rightarrow \bar{c}_b (\leq c_{\max} \ll \infty) (y_2 > 0)$$

$(c(y) - \bar{c}_b) \cdot y / y_2$ の条件によって、 $c_s(y_2)$ は、次式の3つのパターンの値をとる。

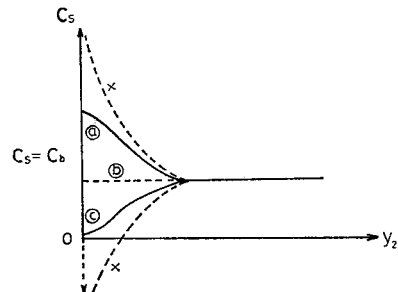


図-3 $c_s(y_2)$ と y_2 の関係の模式図

- ㉑ $c(y) - \bar{c}_b > 0$ の場合; $y/y_2 \cdot (c(y) - \bar{c}_b) \rightarrow$ 正の有限値, $c_s(y_2) > \bar{c}_b$
 - ㉒ $c(y) - \bar{c}_b = 0$ の場合; $c(y) = \bar{c}_b \rightarrow c_s(y_2) = \bar{c}_b$
 - ㉓ $c(y) - \bar{c}_b < 0$ の場合; $y/y_2 \cdot (c(y) - \bar{c}_b) \rightarrow$ 負の有限値, $0 < c_s(y_2) < \bar{c}_b$
- $$\left. \begin{matrix} y_2 \rightarrow 0 \\ c(y) \rightarrow \bar{c}_b \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

式(12)で、㉑のパターンは、全成分濃度が、流量に関係なく一定値をとることを意味していて、表面流出分が加わることを考えれば、一般の現象とは考えにくい。それゆえ、表面流出系で考えられる溶出則は、㉑と㉓の型の実線の部分である。

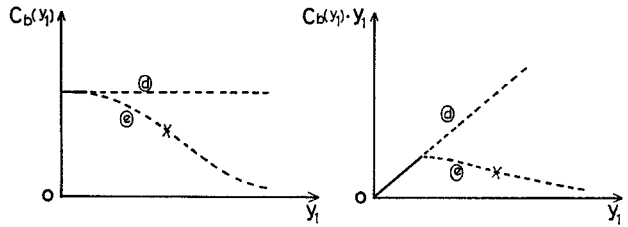


図-4 $c_b(y_1)$ と y_1 および $c_b(y_1) \cdot y_1$ と y_1 の関係の模式図

b) 地下水流出とイオン濃度の関係についての推論

$c_b(y_1)$ と y_1 の関係は、 $c_s(y_2) \sim y_2$ の関係と同様に模式的に表わすと 図-4 の ㉑、㉓ のようになる。

河川に流入する地下水流出量の変動は緩慢であり、また流出過程もそれほど変化しない。このことから、地下水流出に溶存しているイオン濃度は、流量の増減に関係なく一定濃度と推察されるので、㉑のパターンが予想される。

(5) 実流域のデータの解析

a) 地球化学的特性

この種の地球化学的水文資料は、一般に少なく、またその詳細は多くの場合不明である。本論文は、文献5)のカナダのロッキー山脈の南側の North Saskatchewan River の実測資料により解析する。ただし、生のデータではなく文献に載っている曲線から河川流量、 Ca^{2+} イオン濃度を読み取って用いた。これらの資料は、カナダの W.Q.D.D.E. (Water Quality Division of the Department of the Environment) が、1967年の5月から1970年の2月までの間に観測して得たデータである。ここで観測された地球化学的水文資料は、 Ca^{2+} 、 Mg^{2+} 、 Na^+ 等の鉱物イオン、流量、水温等である。この河川の流域面積は、 $10,920 \text{ km}^2 (= A)$ である。

この流域は、古生代の炭酸塩性の岩層 (carbonate rock) から形成されており、流域の大部分は石灰岩である。また、この岩層が流域面積の 33% くらい露出している。このような地質状態から考えて Ca^{2+} イオンを本解析に用いた。図-5 に本解析に用いた河川流量と Ca^{2+} イオン濃度の時系列を示す。なお、図中の濃度の単位は、 meq/l : ミリ当量 ($1 \text{ meq/l} =$

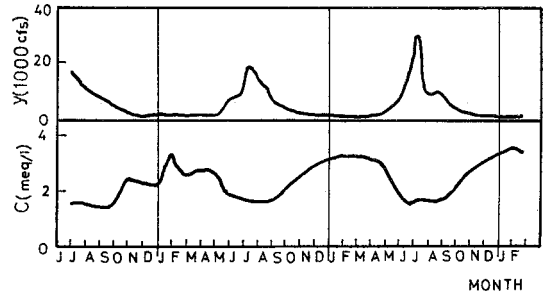


図-5 流量とイオン濃度 (Ca^{2+}) の実測時系列⁵⁾

20 mg/l) であり、流量は、 feet^3/sec ($1000 \text{ cfs} = 28.1 \text{ m}^3/\text{s}$) である。図によれば、夏季の期間に流量が大きく、この期間では、逆に Ca^{2+} イオンは、低くなっている。冬季では、夏とは逆の現象となっている。ハイドログラフから判断すると、地下水流出成分は比較の変動が少ないと推察されるし、全流量時系列には1年周期が存在する。また、この河川では、前にも述べたようにカルスト地形内を流れる河川であるから Ca^{2+} イオンの溶出濃度

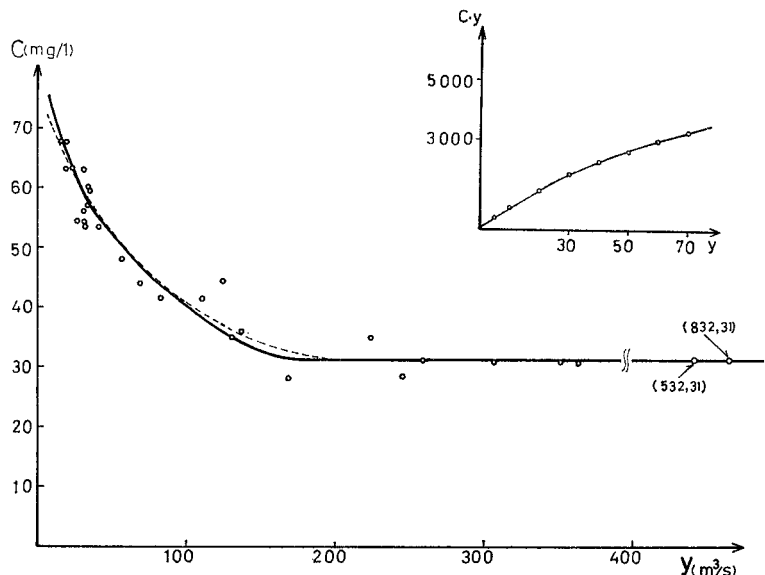


図-6 実測データの流量とイオン濃度 (Ca^{2+}) の関係

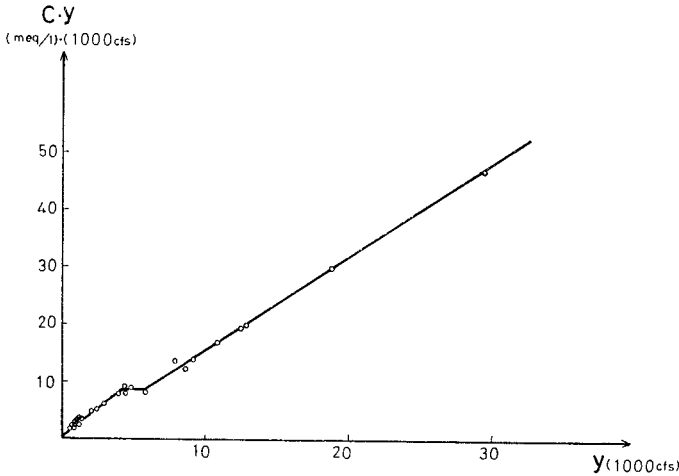


図-7 実測データの流量と溶出量の関係

は、わが国の一般河川よりも大分大きい。たとえば、わが国の河川では Ca^{2+} イオン濃度は 5~20 mg/l (=ppm) の間にあるが、本河川の場合は、30~70 mg/l の間である。

b) 全成分濃度と全流量との関係および \bar{c}_b , \bar{c}_s の決定

本解析に用いた Ca^{2+} イオン $c(y)$ と流量 (y) の実測資料を $y \sim c(y)$ と $y \sim c(y) \cdot y$ の関係で整理して図-6, 7 に示す。なお、図-6 の右上に $c \cdot y \sim y$ の関係(濃度, 流量の単位を mg/l, m^3/s)の流量の小さい領域を示す。この図によると、 y の小さい領域では、ほぼ直線となっている。これらの図から理解できるように、

(i) 流量が少ないときには、成分濃度は、次に示すとおりである。

$$c(y) \rightarrow c_0 (\leq c_{max} \ll \infty) \quad (y \rightarrow 0) \dots \dots \dots (13)$$

(ii) その後、流量が増加してくると(表面流出分が加わってくるのだが)、イオン濃度は以下ようになる。

$$c(y) = \bar{c}_s + c_0 \exp(-\alpha \cdot y) \dots \dots \dots (14)$$

本データでは、 $\bar{c}_s = 31.0 \text{ mg/l}$, $c_0 = 46.1 \text{ mg/l}$, $\alpha = -0.0152 \text{ s/m}^3$ である(図-6 には、この曲線が点線で示されている)。

(iii) さらに、流量が増加すると、ふたたび流量には関係なく一定濃度となっている。

$$c(y) = \bar{c}_s = \text{const.} \dots \dots \dots (15)$$

この流域は、地下水流出のイオン濃度は一定濃度 \bar{c}_b であり注1)、表面流出分が流出してくると地下水流出分と混合して溶出量が一定になり、さらに表面流出分が増加するとイオン濃度は流量に関係なく一定濃度 \bar{c}_s になる。図より \bar{c}_b , \bar{c}_s のイオン濃度を推定し表-2 に示す。

注1) 本論文では、 $c_{max} = 77.1 \text{ mg/l}$ であるが、論文⁹⁾を参考にして $\bar{c}_b = 67.0 \text{ mg/l}$ と決めた。なお、論文⁹⁾では、地下水流出のイオン濃度は一定濃度としている。その理由は、同じ Drake の論文で文献 11) に示されている。

表-2 カルシウムイオンの \bar{c}_b と \bar{c}_s の値

Ca^{2+}	mg/l
\bar{c}_b	67.0
\bar{c}_s	31.0

次に、新田・半谷の提案した方法と同じように整理し 図-8

に示す。この結果、流量 y と Ca^{2+} イオンの関係は、式 (1) とよい一致を示している。また、 $m = -0.269$ で流量の変動の方がイオン濃度の変動よりも大きい。

c) 地球化学的水文資料のみによる流出成分分離則の粗い推定

前述の式 (8), (9) により地下水流出成分と表面流出成分の流出分離を2つの極限的な条件の場合について推定する(図-9)。

まず、① のケースすなわち、 $c_s = 0$, $\bar{c}_b = \text{const.}$ の場合、流量のほとんどが地下水流出成分と考える場合には、式 (8) による地下水流出量の推定値 y_1' (図-9 の白丸の点) は、流量 y の増加とともに増加率は、下がる傾向を示すものの一定値になっていない。また、他の極限的な $\bar{c}_s = \text{const.}$ の仮定のもとにデータ解

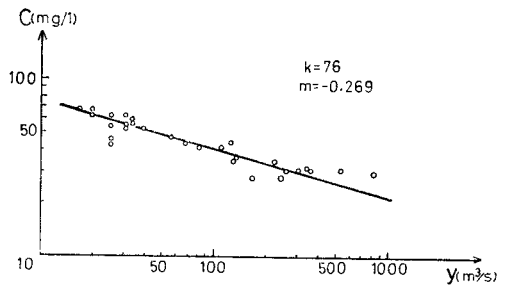


図-8 新田や半谷の提案した方法の Ca^{2+} イオンと流量の関係

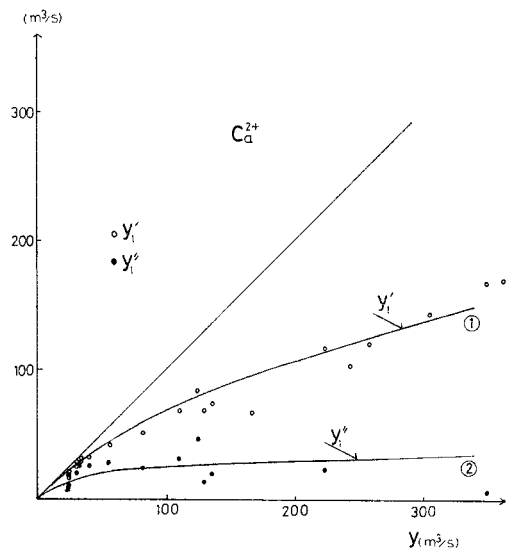


図-9 2つの極限的な場合の流出分離則の推定

析を行った場合、つまり流量のほとんどが表面流出成分 (y_2) と考えるときは、図中の黒丸の点のように式 (9) による地下水流出量 y_1 は一度最大値に達し、その後、やや減少の傾向を示している。これらの点を内挿して求めた2つの極限的な流出分離線 ①、②を示す。実際の地下水流出量は、①と②の間に存在していると推察される。

以上、地球化学的水文資料による流出成分分離は2つの極限的な条件下でのものであり、実際の流出成分分離は、これらの間に存在すると推定される。しかし、この方法だけでこれ以上に降雨-流出系の分離則を推定することは不可能である。

3. “逆探法”による流出成分分離 (流量, 降雨量)

流出解析における逆探法の適用性について、われわれは、流域面積が、数百 km²、あるいは 1000 km² 程度のわが国の河川、さらに、熱帯性の気候をもつ約 10000 km² の外国の河川流域について検討してきた。この解析の特徴は、流量時系列のみから、以下の点を推定することにある。

- ㉑ 流出成分を各流出成分 (地下水, 中間, 表面) に分離する周波数 (時定数) f_c の推定。
- ㉒ f_c が決められると、後方作用の数値フィルターによる流量時系列の成分への分離。
- ㉓ 各流出成分への AR (MA) モデルの適用 (流域特性の推定)。
- ㉔ AR 係数からの応答特性 (流出機構の不変性) の推定。
- ㉕ 有効降雨時系列の逆推定。
- ㉖ 降雨-流出系の降雨の分離則の推定。

なお、本解析では North Saskatchewan 川の資料を利用したが、観測降雨資料は、得られてなく流出時系列のみが与えられている (本解析における解析単位は旬流量である)。

(1) 流出分離

全流量時系列から自己回帰係数を求め、これを表-3 に示す。AR 係数は、5旬以降で小さくなっている。このことから分離周波数 $f_c (=0.2 \text{ cycle/旬}, T_c = 5 \text{ 旬} = 50 \text{ 日})$ である。 f_c が決まることにより、後方作用の数値フィルター¹¹⁾により流出分離を行う (図-10)。この結果、North Saskatchewan 川の地下水流出成分²⁾は、比較的変動が緩慢であることがわかる。また、図-11 に数値フィルターにより分離した y_1 と y の関係

を示す。地球化学的水文資料による2つの極限的な場合に対して推定した流出分離曲線 (図-9) も載せてある。この結果、ばらついてはいるものの流量が少ない場合 (ほとんどが地下水流出量とみなせる場合) には、①の曲線に近づいていることがわかる。

表-3 分離する前の流量時系列の自己回帰係数

次数	AR 係数
1	1.719 2
2	-0.742 3
3	-0.520 8
4	0.824 8
5	-0.348 7
6	-0.009 0
7	0.070 0

(2) AR モデルの適用と流出特性

分離した2成分に AR モデルを適用し、流出機構の特性の指標となる AR 係数を推定する。この係数を表-4 に示す。AR モデルを適用したときの最適モデルの次数は、地下水流出成分では、AR(4) で、表面・中間流出成分では、AR(2) である。

次に AR 係数から、各サブシステムのインパルス応答関数 (h_0, h_1, \dots, h_m) を、次式により求める¹⁾。

注 2) 旬単位での地下水流出成分である。

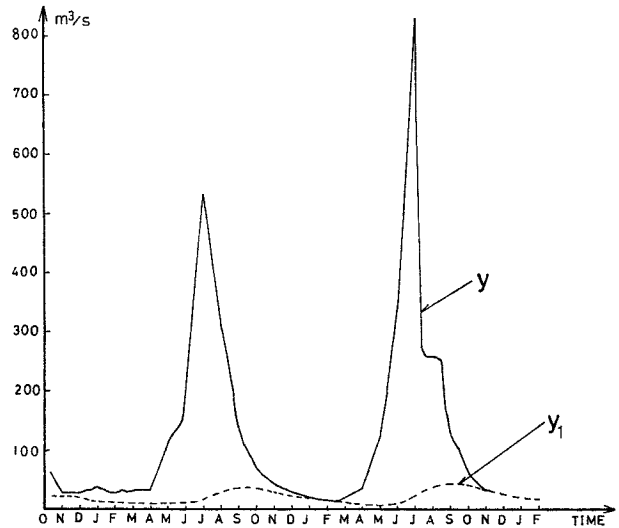


図-10 全流量時系列と地下水流量時系列のハイドログラフ

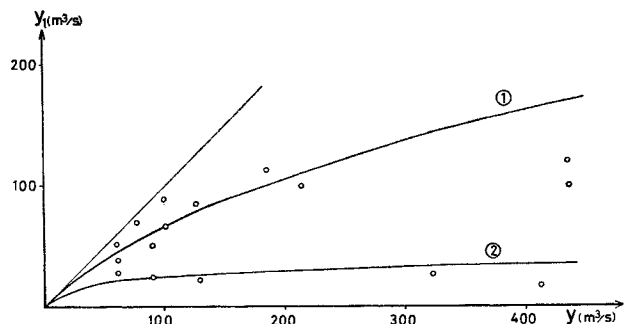


図-11 片側作用の数値フィルターによる流出分離をした場合の流出分離図 (①, ②は図-9 より)

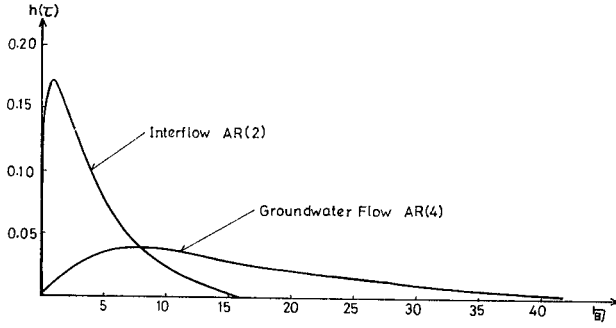


図-12 2成分の応答関数

表-4 分離した2成分(地下水流出成分, 表面流出成分)の自己回帰係数

次数	地下水流出	表面流出
1	2.518	1.049
2	-2.166	-0.189
3	0.662	
4	-0.018	

$$\left. \begin{aligned}
 h_0^{(l)} &= \frac{b_0^{(l)}}{\beta^{(l)}} \\
 h_1^{(l)} &= \frac{(a_1^{(l)} + b_0^{(l)} + b_1^{(l)})}{\beta^{(l)}} \\
 &\vdots \\
 h_n^{(l)} &= \sum_{j=1}^n h_{n-j}^{(l)} \cdot a_j^{(l)} \\
 &\quad (n > 1) \\
 &\dots\dots\dots(16)
 \end{aligned} \right\}$$

ここに、 $b_1^{(l)} \neq 0, b_0^{(l)} = b_2^{(l)} = \dots = 0$ 。 $l=1, 2$ の区別は、地下水流出、表面・中間流出の区別を示す。 $\beta^{(l)}$ は、単位換算係数、 $a_1^{(l)}, a_2^{(l)}, \dots, a_p^{(l)}$ は、自己回帰係数である。

式(16)で求めた各流出成分の応答関数を図-12に示す。この応答特性によれば、表面・中間流出成分は、1旬までにピーク流量に達し、15旬くらいで流出が終わわり、地下水流出成分は、6~7旬くらいでピーク流量に達し、1年くらいかかって流出が終わっている(ただし、この流域特性は、旬単位での流出特性である)。

(3) 有効降雨の逆推定

有効降雨は、下記のようにして推定される。

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_i^{(l)} &= y_i^{(l)} - a_1 \cdot y_{i-1}^{(l)} - a_2 \cdot y_{i-2}^{(l)} - \\
 &\quad \dots - a_p \cdot y_{i-p}^{(l)} \quad (l=1, 2) \dots\dots\dots(17)
 \end{aligned}$$

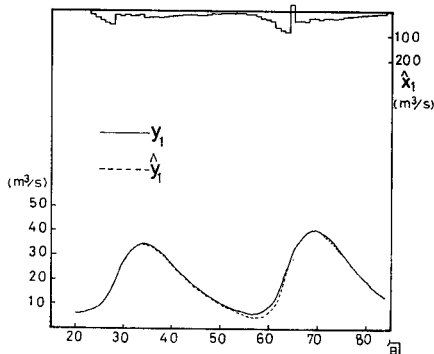


図-13 地下水流出に寄与する降雨 \hat{x}_1 および実測地下水流出量 y_1 と \hat{x}_1 より推定した流量 \hat{y}_1 との比較

$\varepsilon_i^{(l)}$ は、 l 成分の降雨に比例する白色雑音である。 $y_i^{(l)}$ は、 l 成分の流量であり、有効降雨 $\hat{x}_i^{(l)}$ は、次式で求める。

$$\hat{x}_i^{(l)} = \sum_{i=1}^2 \beta^{(l)} \cdot \varepsilon_i^{(l)} \dots\dots\dots(18)$$

ここに、

$$\beta^{(l)} = \frac{1}{1 - a_1^{(l)} - a_2^{(l)} - \dots - a_p^{(l)}} \dots\dots\dots(19)$$

本解析では、降雨の単位を流出量と同じ(m^3/s)で表わす。 l 成分 ($l=1, 2$) の逆推定降雨を図-13, 14に示す。なお、同図には、逆推定した降雨によって、再度、流量時系列 \hat{y}_1, \hat{y}_2 を計算し、元の(実測)流量時系列 y_1, y_2 と比較し、ARモデルの妥当性を示した曲線も示してある。さらに、式(18)から求めた有効降雨を図-15に示す。この流域の降雨は、得られていないので観測降雨の有効降雨との比較はできなかった。

(4) 降雨の分離則

降雨の分離則、 \hat{x} と \hat{x}_1 の関係を図-16に示す(ただし、月単位である)。また、同図に2.で述べた2つの条件のもとでの流出分離曲線①, ②をも示す。この結

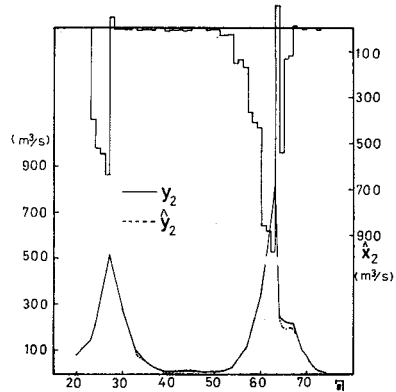


図-14 表面流出に寄与する降雨 \hat{x}_2 および実測表面流出量 y_2 と \hat{x}_2 より推定した流量 \hat{y}_2 との比較

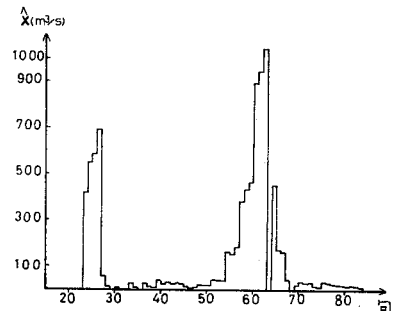


図-15 逆探法により推定した有効降雨 (\hat{x})

果、降雨の少ないときには、大部分が地下水となり、河川流量の大部分が地下水流量となる条件の流出分離曲線①に近づいており、降雨が増加すると河川流量の大部分が表面流出量となる流出分離曲線②の方向に近づいている。

4. 化学成分（成分濃度）の溶出則の導出法とその結果

先に述べたように数値フィルターにより河川流量（降雨ではない）が表面流出成分と地下水流出成分とに分離できたので、表面流出系の成分濃度の溶出則（表面流出量と溶出濃度の関係 $c_s = f(y_2)$ ）を検討してみる。 $c_s(y_2)$ の求め方は下記のようなのである。

(i) 片側作用フィルターにより、全流量時系列 (y) から表面流出時系列 (y_2) を分離する。図-16(a)には、 c と y_1 および c と y_2 の関係を示す（なお、 c と y_1 の関係では、図にも示したように流量が逓減して地下水量が一定となる領域を採用する。流量の上昇部では、地下水流出のイオン濃度は表面流出量によって希釈されるから $c_b \sim y_1$ の関係を見るには、不適當である）。上の図からわかるように、 y_2 が小さくなると c が一定濃度に近づいており、また、 $c \sim y_1$ の関係を見ると、ばらつきはあるが、濃度は一定と考えられる。このようにして、地下水流出のイオン濃度は、一定濃度であることが示された。

(ii) 2. (4) a) で述べられた式 (11) を式 (20) に書き直す。

$$c_s(y_2) = \frac{y^*}{y_2} (c^* - \bar{c}_b) + \bar{c}_b \dots (20)$$

ここに、 y^* は実測の全流量時系列、 y_2 は、上記 (1) で求められた表面流出時系列、 c^* は、実測のイオン濃度、 \bar{c}_b は先に求められた地下水流出系のイオン濃度。

(iii) 式 (20) により、 y^* 、 y_2 、 c^* 、 \bar{c}_b の値から、 $c_s(y_2)$ を求めて $c_s(y_2) \sim y_2$ の関係をプロットする（図-17）（月単位）。

図によると、この流域の表面流出系の溶出則は、2. (4) a) で推察された表面流出系の溶出則の2つのパターンを両方含

んでいることがわかる。すなわち、表面流出量が増加（200 m³/s 以上になると）すると $c_s = 31 \text{ mg/l}$ となって一定濃度（前に読み取った c_s と一致した）になっていて、表面流出量が少なくなるにつれて、⑧あるいは⑨のパターンになっている。なお、詳細に検討すると⑧のパターンには、1, 2, 3, 4月の点が、⑨のパターンには、10, 11, 12月の点がのっている。一つの流域で2つのパターンの溶出則が推定された理由としては、降雨のデータがなく推察の域を超えないが、このNorth Saskatchewan川の流域（面積10920 km²）に降る降雨の空間分布が月あるいは季節により変化することによる

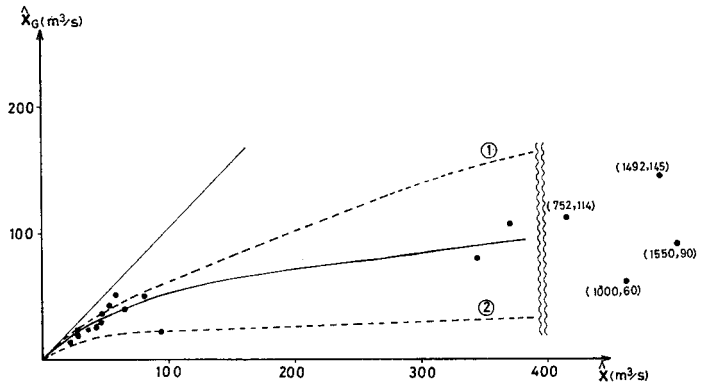


図-16 降雨の非線形分離則

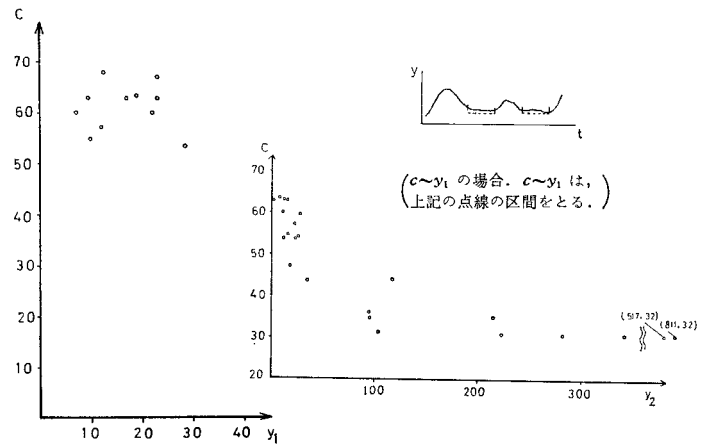


図-16 (a) $c \sim y_1$ および $c \sim y_2$ の関係

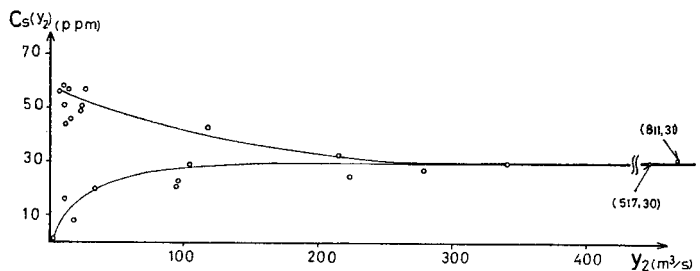


図-17 表面流出系の溶出則 ($c_s(y_2)$ と y_2 の関係)

と思われる。すなわち、降水量の多くが石灰岩で構成されている地層地帯に集中すると、その表面流出成分のイオン濃度が濃くなり、㊸のパターンの溶出則が考えられるし、逆に、石灰岩の少ない地域に降雨が多いときには、㊹のパターンの溶出則となると推察される。もし、小さな流域面積をもつ河川流域ならば、表面流出系の溶出のパターンは、㊸あるいは㊹のどちらかの溶出則の一方であると考えられる。

また、表面流出系の㊸、㊹の溶出則が見出されたので、それぞれの実験値から、多少ばらつきが多いが、これらの値を内挿して、 $c_s(y_2) \sim y_2$ との間の2つの曲線を得る(図-17)。この内挿曲線を用いて逆に、地下水流出量(y_1)と表面流出量(y_2)の比($y_1/y_2 = a$)をパラメーターとして河川の総溶出量($c \cdot y$)と流量(y)の関係がどのように変化するかを計算できる。いま $y_1/y_2 = a$ とおくと、溶出量と流量の連続式からそれぞれ次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} c(y) \cdot y &= c_s(y_2) \cdot y_2 + \bar{c}_b \cdot y_1 \\ &= (c_s(y_2) + \bar{c}_b \cdot a) \cdot y_2 \\ y &= (1+a) \cdot y_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

式(21)に、地下水流出量と表面流出量の比($a = y_1/y_2$)を与えると $c(y) \cdot y \sim y$ の関係が求まる。2つのパターンの溶出則について $c \cdot y \sim y$ の関係を図-18, 19に示す。図-20には、両パターンの $a=0$, $a=\infty$ の $c \cdot y \sim y$ の関係を図-8のスケールに戻して、実験曲線と比較して示す。なお、同図中の点線は、図-8に示した $y \sim c \cdot y$ の実験曲線である。一般的にいえば、式(21)に示されるように y と $c \cdot y$ の間に一対一の関係は存在しないはずなのに、実験値が1本の曲線で整理されることは、これらの関係が式(8), (9)の極限的な関係(したがって、 y が小さい場合は、 $a = \infty$; y が大きい場合は、 $a \approx 0$)で表わし得ることにほかならない。

以上のように、地球化学的水文資料(カルシウムイオン濃度 Ca^{2+})と数値フィルターにより流出分離した表面流出量と流量により表面流出系の溶出則の推定を試みた。先の2.(4)a)において理論的に予想されたとおりの溶出法則が(1つの流域で2つのパターンの溶出則が推定されたが)、

実流域のデータの解析から確かめられた。また、河川のイオン総溶出量と全流量との関係は、表面流出量と地下水流出量の割合(比)によって変化することが推定された。

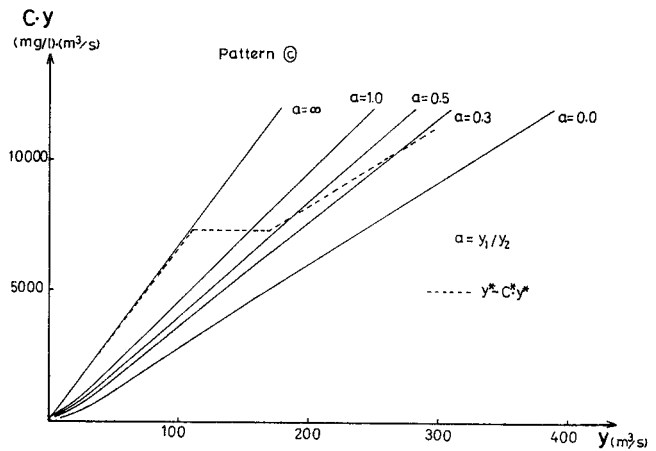


図-18 ㊸のパターンの溶出則の場合で a をパラメーターとして与えたときの $c \cdot y$ と y の関係

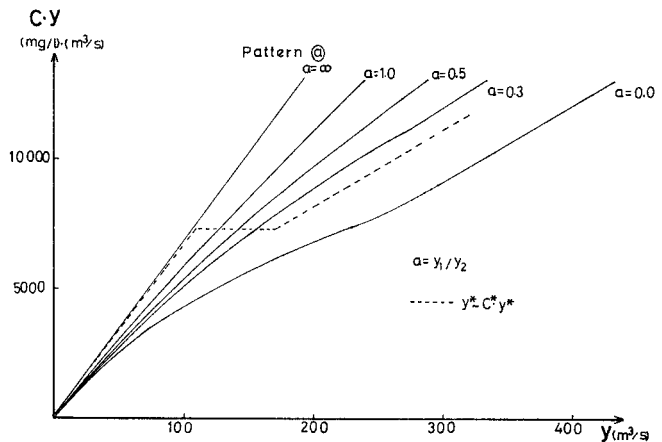


図-19 ㊹のパターンの溶出則の場合で a をパラメーターとして与えたときの $c \cdot y$ と y の関係

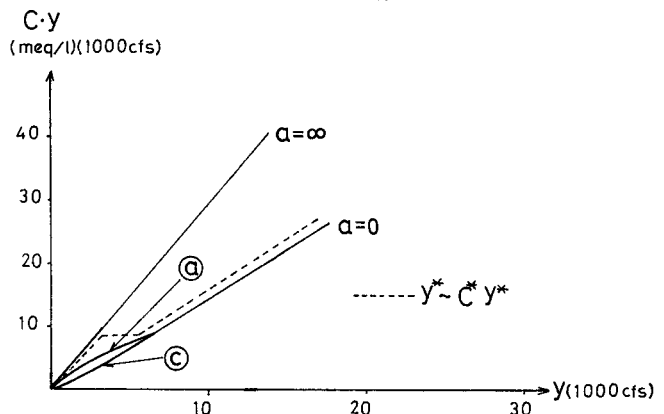


図-20 ㊸、㊹の $a=0$, $a=\infty$ の場合と実験曲線との $c \cdot y \sim y$ の関係の比較図

5. 結 論

本解析では、従来別々に解析されてきた方法（地球化学的水文資料を用いる方法と確率過程論的手法の逆探法）を併合して降雨-流出系の流出構造を把握することを試みた。本論文の特徴は、降雨-流出系の非線形性の分離則を逆探法により推定し、この分離則と地球化学的水文資料の解析から得られた極限条件のもとの分離則とを比較検討し、さらに逆探法の数値フィルターにより流出分離された表面流出量により、表面流出系の溶出則を推定した。以下に、明らかになった結論を述べる。

(1) 地球化学的水文資料のみを用いた解析では、2つの極限条件（1つは、河川水の大部分が地下水流出成分、他の1つは、河川水の大部分が表面流出成分）に対する場合のみの流出分離則が推定できる。

(2) このようなイオン濃度を用いた解析での表面流出系の溶出則は、2つのパターンの溶出則が存在することが推定された。

(3) この流域の地下水流出成分のイオン濃度は一定濃度であり、表面流出成分も流出量が増加すると一定濃度であった。

(4) 逆探法を、North Saskatchewan 川の旬単位の流量時系列に適用した。その結果、このような約 10 000 km² の流域の応答特性、有効降雨（逆推定）、降雨の非線形分離則が推定され、この手法が有効であることが示された。

(5) (4) で推定された分離則と (1) で推定された流出分離則をあわせて考えると次の結果が得られた。この流域は、流量の小さいときには、ほとんど浸透して地下水になり (① の曲線に近づく)、流量が増加していくと地下水となる量が一定になっている (② の曲線に近づく) と推察される。

(6) (2) で予想された表面流出系の溶出則が、流出分離された表面流出量を用いることにより確かめられ、その結果、この流域の表面流出系のイオン溶出濃度は、2つのパターンの溶出則をもつことが示された。つまり表面流出量の増加につれてカルシウムイオン濃度が減少

し、やがて一定値に接近する場合と逆に低い濃度から増加し一定値に近づくものの2種類の型があり、この2つの型の漸近一定濃度は同じであった。

(7) 全流量と総溶出量の関係は、河川流量の地下水流出量と表面流出量の比 ($a=y_1/y_2$) によって変化することが推定された。

参 考 文 献

- 1) 日野幹雄・長谷部正彦：流量時系列のみによる流出解析について，土木学会論文報告集，第 300 号，1980 年 8 月。
- 2) 日野幹雄・長谷部正彦：熱帯性の河川流域の流出解析への逆探法の適用一序報一，第 25 回水理講演会論文集，1981 年 2 月。
- 3) Pinder, G.F. and J.F. Jones : Determination of the groundwater component of peak discharge from the chemistry of total runoff, *Water Resources Research*, Vol. 5, No. 2, April, 1969.
- 4) Nakamura, R.: Runoff analysis by electrical conductance of water, *Journal of Hydrology*, 14, 1971.
- 5) Drake, J.J. and D.C. Ford : Hydrochemistry of the Athabasca and Northsaskatchewan rivers in the Rocky Mountain of Canada, *Water Resources Research*, Vol. 10, No. 6, 1974.
- 6) 岡本芳美・加藤皓一：河川水質面からみた融雪水の流出過程について，第 23 回水理講演会論文集，1979 年 2 月。
- 7) 日野幹雄・長谷部正彦：地球化学的水文資料による流出成分分離について，東工大土木工学科研究報告，No. 26，1980 年 6 月。
- 8) 半田高久：水質調査法，丸善，1960。
- 9) 新田 正：河川の水質の変動に関する研究，東京工業大学学報，No. 20, 1961。
- 10) Nadler, A., M. Magaritz, E. Mazar and U. Kafri : Kinetics of chemical processes in a carbonate aquifer : a case study of water-rock interaction in the aquifer of western and central Galilee (Israel), *Journal of Hydrology*, 45 : pp. 39~56, 1980.
- 11) Drake, J.J. : Hydrology and karst solution in the southern Canadian Rockies, Ph. D. thesis, 222 pp. McMaster Univ., Hamilton, Ont., 1974.
- 12) 住友 恒・松本忠生：水質からみた降雨の流出予測，第 20 回水理講演会論文集，1976 年 2 月。
- 13) Hino, M. and M. Hasebe : Further test of applicability of the inverse detection method and extension to hourly hydrologic data, The 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Aug., 1980, Tokyo, Japan.

(1981.1.14・受付)