

プレートガーダーウェブの初期たわみと
疲労亀裂発生に関する研究INFLUENCE OF INITIAL DEFLECTION OF PLATE GIRDER
WEB ON FATIGUE CRACK INITIATION前田 幸雄*・大倉 一郎**
By Yukio MAEDA and Ichiro OKURA

1. 序 論

(1) 既往の研究

繰り返し曲げを受ける薄肉プレートガーダーのウェブ周辺溶接部に疲労亀裂が発生することが、Yen^{1)~3)}、Stallmeyer⁴⁾、Toprac⁵⁾、前田⁶⁾らによって指摘された。Toprac によれば、この疲労亀裂は、その発生箇所や発生原因により、図-1 に示すように3つの型に分類される。

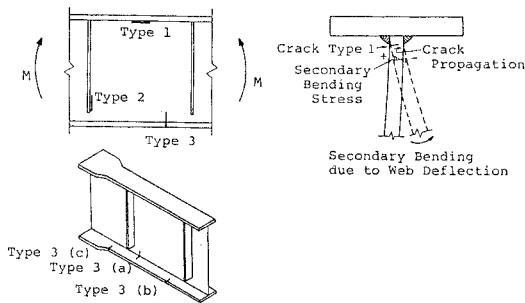


図-1 疲労亀裂の発生位置

a) 1型疲労亀裂：初期たわみをもつウェブが面内曲げ圧縮を受けて面外へ変形することにより、ウェブ周辺境界部に2次曲げ応力が生ずる。この2次曲げ応力の繰り返しによって、ウェブと圧縮フランジを連結する隅肉溶接のウェブ側止端に発生するもので、繰り返し回数とともに圧縮フランジに沿って徐々に成長する。

b) 2型疲労亀裂：ガーダーの中立軸から下の引張側で、垂直補剛材をウェブに取り付ける隅肉溶接のウェブ側止端に発生する亀裂である。引張領域に発生するため進展速度が速く、引張フランジに向かって成長し、最後

に引張フランジに進入してガーダーの破壊を招く。

c) 3型疲労亀裂：引張フランジに生ずるもので、3種類に分けられる。すなわち、ウェブとフランジを連結する隅肉溶接の溶着金属に発生する亀裂で、溶接部の不完全溶け込みやその他の溶接部欠陥に起因するもの(3型 a)、引張フランジの切り欠きなどから発生する亀裂(3型 b)、引張フランジの断面急変部に生ずる亀裂(3型 c)の3種類である。

これらの疲労亀裂のうち、2型疲労亀裂と3型疲労亀裂については、引張フランジの応力全振幅が重要な因子であり、特に、2型疲労亀裂の疲労強度は、リブ十字型前面隅肉溶接継手の疲労強度で推定できることが明らかにされている⁷⁾。

これに対して、1型疲労亀裂は、ウェブの面外変形によって、隅肉溶接部に生ずる2次曲げ応力がその発生原因であるため、多くの力学的影響因子が関係しており、いまだに十分には解明されていない。これまでの研究は、おもに面外曲げを受けるウェブ周辺の隅肉溶接部の疲労強度の推定に関して行われてきた。Yen⁸⁾、Ostapenko⁹⁾らは、プレートガーダーのウェブの横たわみの実測値を用いて、差分法で数値的に隅肉溶接部に生ずる2次曲げ応力を求め、この応力振幅と繰り返し回数との間により相関があることを見出している。前田^{9)~11)}は、ウェブと圧縮フランジをモデル化した帯板タイプあるいは棒タイプの試験片を用いて、面外曲げを受ける隅肉溶接部の疲労強度を求めている。一方、隅肉溶接部に生ずる2次曲げ応力とウェブの面外変形挙動との関係についても、ウェブの横たわみの増加がウェブの初期たわみの大きさに比例することや、隅肉溶接部に生ずる2次曲げ応力振幅とウェブたわみ振幅の間には線形関係があることなどが、Yenの実験的研究⁸⁾により明らかにされている。

疲労亀裂の発生を防止するための条件式としては、AASHTO 示方書の荷重係数設計法におけるウェブ幅厚

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 大阪大学助手 工学部土木工学科

比制限式¹²⁾、Toprac 提案のウェブ幅厚比制限式⁵⁾およびウェブ初期たわみ制限式¹³⁾などが挙げられる。

(2) 本研究の目的

2型疲労亀裂と3型疲労亀裂は、溶接I型ビームに一般に観察される疲労亀裂であり、構造細部設計や溶接欠陥の問題に帰着でき、その発生原因と疲労強度はほぼ明らかにされている¹⁴⁾。

これに対して、1型疲労亀裂は、薄肉プレートガーダーにのみ発生する疲労亀裂であり、隅肉溶接部の疲労強度の問題とウェブの面外変形挙動の問題とを含んでいる。1型疲労亀裂に関する諸問題を挙げると次のとおりである。

a) Toprac のフランジに高張力鋼、ウェブに普通鋼を用いたハイブリッドガーダーの疲労実験⁵⁾と、前田の単一鋼種ガーダーとハイブリッドガーダーの疲労実験^{9), 7)}では1型疲労亀裂が発生したが、Yenの単一鋼種ガーダーの疲労実験^{1), 3)}では発生しなかった。また、Topracの実験では、フランジ縁応力がウェブの降伏応力を超えているものに1型疲労亀裂が発生しているが、前田の実験では、降伏応力に達してなくても発生している。

b) Toprac 提案の1型疲労亀裂発生防止のためのウェブ最大初期たわみ制限値¹³⁾は、Topracの実験には適当と考えられるが、前田の実験では、この制限値以下であっても1型疲労亀裂が発生しているものがある。これは、ウェブの最大初期たわみを制限することのみでは、1型疲労亀裂の発生を防止することができないことを示している。

c) AASHTO 示方書のウェブ幅厚比制限式や Toprac のウェブ幅厚比制限式は、面外曲げに対する隅肉溶接部の疲労強度から誘導されたものではなく、プレートガーダーの疲労実験の結果から、これらの制限式が疲労に対して安全であることが確認されて、提案されたものである^{5), 15)}。したがって、制限値以上のプレートガーダーの中にも1型疲労亀裂が発生していないものがあるし、たとえ制限値以下のものであっても、疲労強度を超える2次曲げ応力が生ずれば、1型疲労亀裂が発生する可能性がある。

これらの諸問題は、曲げを受ける薄肉プレートガーダーのウェブの面外変形挙動に関する研究が、いまだに十分にはなされていないために、ウェブの面外変形挙動と隅肉溶接部に生ずる2次曲げ応力との関係が確立されていないことに起因すると考えられる。ウェブの面外変形挙動に影響する因子として、荷重の大きさ、ウェブの幾何学的条件、ウェブ周辺の境界条件、ウェブの初期たわみ形状とその大きさ、残留応力などが挙げられる。既往

の実験的研究により、これらの因子の影響が部分的に明らかにされたが、包括的な結論が得られるまでには至っていない。

したがって、本論文では、曲げを受ける薄肉プレートガーダーのウェブを、面内曲げを受け、かつ初期たわみを有する薄板にモデル化し、これに差分法と有限要素法による理論解析を適用し、ウェブの面外変形挙動と2次曲げ応力に及ぼす諸因子の影響を調べる。次に、得られた解析結果と既往の実験結果とを比較することにより、1型疲労亀裂に関する諸問題を解明することを目的とする。

2. 差分法による解析¹⁶⁾

(1) 解析モデルと基礎微分方程式

解析モデルを図-2に示す。BCとOAはフランジであり、OBとACは隣接する垂直補剛材である。ウェブに作用する荷重は、板厚を t_w とすると、OとAで引張力 $\sigma_0 t_w$ からBとCで圧縮力 $-\sigma_0 t_w$ まで、OBとACに沿って線形的に変化する。ウェブは次式で表わされる初期たわみを有する。

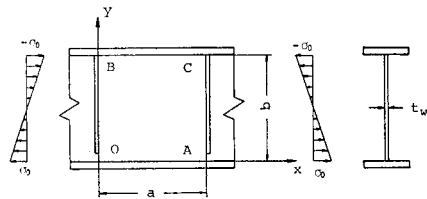


図-2 解析モデル

$$w_0 = w_{0\max} f(x, y) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $w_{0\max}$ ：ウェブの最大初期たわみ、 $-1 \leq f(x, y) \leq 1$ 。

微小初期たわみをもつ板が面内曲げを受けるときの弾性基礎微分方程式¹⁷⁾は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4}{\partial \xi^4} \left(\frac{w}{w_{0\max}} \right) + 2\alpha^2 \frac{\partial^4}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} \left(\frac{w}{w_{0\max}} \right) \\ + \alpha^4 \frac{\partial^4}{\partial \eta^4} \left(\frac{w}{w_{0\max}} \right) \\ = X_0 (1 - 2\eta) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{w + w_0}{w_{0\max}} \right) \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

ここで、 $\xi = x/a$ 、 $\eta = y/b$ 、 w ：荷重による付加横たわみ、 $\alpha = a/b$ ：形状比、 $\beta = b/t_w$ ：幅厚比、 $X_0 = 12(1 - \nu^2)\alpha^2\beta^2$ (σ_0/E)、 E ：ヤング率、 ν ：ポアソン比。

この方程式は、付加横たわみ w によって板の中央面が x 軸および y 軸方向に付加的なひずみを生じない微小変形の方程式である。

$y = b$ 上に生ずる2次曲げ応力 σ_b と付加横たわみ w

との関係は次式で与えられる。

$$Y_b = 2(1-\nu^2)\alpha^2\beta^2(t_w/w_{0max})(\sigma_b/E) \\ = - \left[\nu \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{w}{w_{0max}} \right) + \alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(\frac{w}{w_{0max}} \right) \right] \Big|_{\eta=1} \dots \dots \dots (3)$$

式(2)を差分法により数値的に解き、この数値解を式(3)を差分化した式に代入することにより、2次曲げ応力を求めることができる。分割はx軸、y軸方向とも50等分割とする。

(2) 初期たわみの影響

ウェブは、面外変形に対してフランジにより固定支持され、垂直補剛材により単純支持されていると仮定する。初期たわみ形状を次式で与える。

$$f(x, y) = \sin(\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \dots \dots \dots (4)$$

ここで、n: 正の整数。

nを変化させることにより、y軸方向の初期たわみ形状の影響を調べる。ウェブの横たわみは、n=1, 2の初期たわみモードを含む場合増加し、3モード以上を有するときあまり増加しないことが報告されている¹⁸⁾。したがって、n=1, 2, 3, 4の場合について計算する。

形状比αが1のウェブについて、断面x=a/2の横たわみ分布と点(a/2, a)の2次曲げ応力の変化をそれぞれ図-3, 4に示す。ウェブの横たわみは、圧縮側で増加し、引張側で減少する。最大横たわみは、n=1, 2, 4の初期たわみモードの場合y=2a/3の位置に生じ、n=3の初期たわみモードの場合y=4a/5の位置に生ずる。これらの最大横たわみの大きさを比較すると、n=2モ

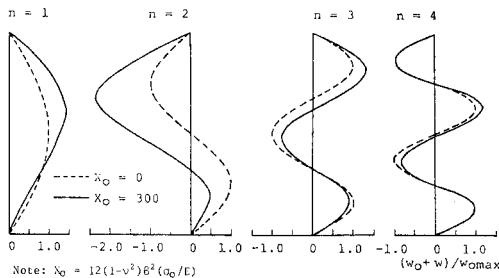


図-3 断面 x=a/2 の横たわみ分布

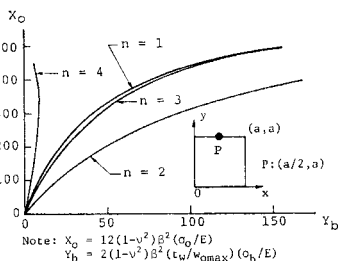


図-4 2次曲げ応力の変化

ードに対するものが最も大きく、n=4モードに対するものが最も小さい。一方、2次曲げ応力は、n=2の初期たわみモードのとき最も大きく、n=1, 3モードのときはほぼ同程度で、n=4モードのとき極端に小さくなっている。形状比αが0.5, 0.75, 1.5の場合の計算結果も、同じような傾向を示す。

ゆえに、形状比が0.5~1.5の範囲内で、y軸方向の初期たわみモードの中で、ウェブの横たわみと2次曲げ応力を最も大きく生じさせるモードはn=2である。

3. 有限要素法による板の面外有限変形解析プログラムの作成¹⁹⁾

面内曲げを受けるウェブの面外有限変形挙動を解析するのに、Marguerreが与えた基礎微分方程式²⁰⁾を、前章で示したように差分法によって数値的に解くことは可能である。しかし、差分法は単純な幾何学的条件、境界条件、荷重条件に限定されるという短所を有する。この理由から有限要素法を用いて解析を進める。最初に、有限要素法による板の面外有限変形解析プログラムの作成過程を示す。なお、文献21)を参考にした。

(1) ひずみと変位の関係式

図-5に示すように、右手系直交座標系を使用する。面外変形の方法をz軸方向にとると、Marguerreのひずみと変位の関係式²⁰⁾は次式で与えられる。

$$[\epsilon] = [\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}]^T = [\epsilon_m] - z[\epsilon_b] \\ = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \\ - z \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (5)$$

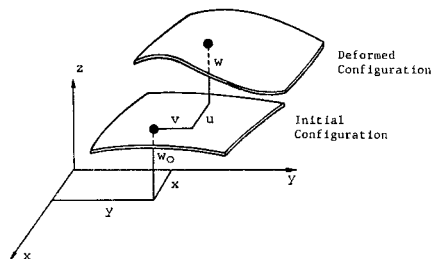


図-5 初期たわみを有する板

ここで、 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \tau_{xy}$ ：板の中央面から z の位置のひずみ成分， u, v, w ：板の中央面のそれぞれ x, y, z 方向の変位成分， w_0 ：板の中央面の初期たわみ， T ：転置記号。

有限要素内の変位と初期たわみは、節点変位と適当な形状関数を使用することにより、次式のように近似的に表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} &= [\psi_{uv}] \begin{bmatrix} \delta_u \\ \delta_v \end{bmatrix}, \\ w &= [\psi_w][\delta_w], \quad w_0 = [\psi_{w_0}][\delta_{w_0}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $\psi_{uv}, \psi_w, \psi_{w_0}$ ：それぞれ形状関数， $\delta_u, \delta_v, \delta_w$ ：それぞれ節点変位ベクトル， δ_{w_0} ：節点初期たわみベクトル。

(2) 応力とひずみの関係

等方等質な弾性体に対する応力とひずみの関係は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma &= [\sigma_{mx}, \sigma_{my}, \tau_{mxy}]^T + \frac{2z}{t_w} [\sigma_{bx}, \sigma_{by}, \tau_{bxy}]^T \\ &= [D][\varepsilon] \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで、 $\sigma_{mx}, \sigma_{my}, \tau_{mxy}$ ：それぞれ膜応力成分， $\sigma_{bx}, \sigma_{by}, \tau_{bxy}$ ：それぞれ板の表面に生ずる曲げ応力成分。

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}$$

(3) ひずみエネルギー

有限要素の全ひずみエネルギー U は、有限要素の全体積 V にわたって積分することによって得られる。

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_V [\sigma]^T [\varepsilon] dV \\ &= \frac{t_w}{2} \int_A [\varepsilon_m]^T [D] [\varepsilon_m] dA \\ &\quad + \frac{t_w^3}{24} \int_A [\varepsilon_b]^T [D] [\varepsilon_b] dA \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここで、 A ：有限要素の中央面の面積。

式(8)に式(5)を代入し、さらに式(6)を用いると、 U は節点変位によって表わされる。

(4) 平衡方程式

有限変形に対する仮想仕事の原理は、テンソル表示を用いて次式で与えられる²²⁾。

$$\delta U(u_i) - \int_S T_i \delta u_i dS - \int_V P_i \delta u_i dV = 0 \dots\dots (9)$$

ここで、 δ ：変分記号， u_i ：変位成分， S ：表面力 T_i が規定されている表面， P_i ：体積力。

式(9)から平衡方程式が次式のように得られる。

$$[K][r] = [P] \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $[K]$ ：剛性マトリックス， $[r] = [\delta_u, \delta_v, \delta_w]^T$ ：節点変位ベクトル， $[P] = [P_u, P_v, P_w]^T$ ：等価節点力

ベクトル。

$[K]$ が節点変位を含むため、式(10)は非線形方程式である。数値計算の際に必要な接線剛性マトリックスは、 U の第2変分から得られる。

(5) 形状関数

図-6に示すように、有限要素として、 x - y 平面に含まれる長方形要素 $ijkl$ を採用する。1節点は、 u, v の面内変位と w, θ_x, θ_y の面外変位および2つの回転角を節点変位にもち、この節点変位に対応して、 P_x, P_y の面内力、 $P_z, P_{\theta_x}, P_{\theta_y}$ の面外方向力および2つのモーメントを有する。また、1節点は、 w_0 の初期たわみを有する。

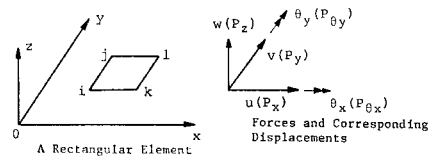


図-6 長方形要素

形状関数として次式を採用する。

$$\left. \begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \\ v &= \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy \\ w &= \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2 + \beta_7 x^3 \\ &\quad + \beta_8 x^2 y + \beta_9 xy^2 + \beta_{10} y^3 + \beta_{11} x^3 y + \beta_{12} xy^3 \\ w_0 &= \alpha_9 + \alpha_{10} x + \alpha_{11} y + \alpha_{12} xy \\ &\dots\dots\dots (11) \end{aligned} \right\}$$

ここで、 $\alpha_1 \sim \alpha_{12}, \beta_1 \sim \beta_{12}$ ：それぞれ係数。

(6) 数値計算手法

与えられた荷重を適当な大きさの荷重に分割し、各荷重段階ごとに Newton-Raphson 法を用いて、その荷重段階に対する正しい変位に収束させ、最終的に与えられた荷重に対する節点変位を求める。新たな荷重段階に入ったときの最初の計算には、前段階の荷重増分に対して計算が収束した後に残る節点力の不平衡力を含んだ値を荷重増分として用いる。

(7) 精度照査

定式化された面外有限変形解析プログラムの精度照査を実際の計算例によって示す。計算対象は、圧縮を受ける、板厚 0.45 cm、1辺 50 cm の正方形板である。板は、 x 軸、 y 軸方向とも sine 半波形の初期たわみを有する。境界条件は、面外変形に対して 4 辺単純支持、面内変形に対して 4 辺自由とする。面外有限変形の問題においては、載荷条件として、載荷辺が一樣応力になる場合と一樣変位になる場合とでは結果が異なるので、両者について計算する。

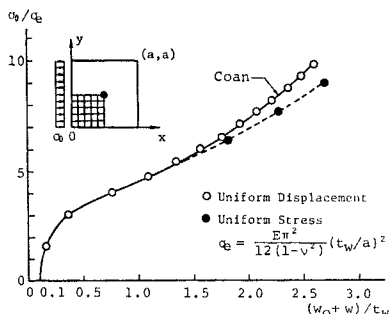


図-7 正方形板の中心点の横たわみ

正方形板の中心点の横たわみ変化を 図-7 に示す。荷重条件が一様変位型の場合は、荷重辺で生ずる膜応力 σ_{mx} を荷重辺に沿って平均したものを σ_0 として使用する。比較として、荷重条件が一様変位型で、横たわみを 3 項の級数で近似して解かれた Coan の解²³⁾ も示されている。一様変位型の有限要素法の解が Coan の解とよい一致を示している。荷重が増加すると、一様応力型の横たわみの方が一様変位型のものより大きく生ずることがわかる。

4. 面内曲げを受ける 薄板の面外有限変形挙動

(1) 板の面外有限変形挙動を支配する無次元パラメーター

Marguerre は、式 (5) のひずみと変位の関係式を用いて、ひずみの適合条件式と平衡方程式を誘導している²⁰⁾。定式化された面外有限変形解析プログラムの解は、この 2 式から得られる解と同等である。

このひずみの適合条件式と平衡条件式をそれぞれ無次元表示することにより、板の面外有限変形挙動を支配する無次元パラメーターが得られる。無次元表示で、横たわみ w/t_w と膜応力 σ_m/σ_e と曲げ応力 σ_b/σ_e は、いずれも、ポアソン比 ν 、形状比 α 、荷重 σ_0/σ_e 、初期たわみ w_0/t_w を変数とする関数になる。ここで、 σ_e は次式のとおりである。

$$\sigma_e = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{\beta^2} \dots\dots\dots(12)$$

荷重の大きさ、材料定数、パネル寸法が与えられれば、 ν 、 α 、 σ_0/σ_e は既知量になるが、 w_0/t_w は、設計者が制御できない不確定量である。そこで、 w_0/t_w が板の面外有限変形挙動に及ぼす影響について調べる。有限要素法から得られる解は、ここで示された無次元パラメーターを用いて表わされる。

(2) 初期たわみの級数表示

薄肉プレートガーダーのウェブの初期たわみ w_0 を 2

重 Fourier 級数で表わすと次式となる。

$$w_0 = w_{0max} f(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \dots\dots\dots(13)$$

ここで、 a_{mn} : 係数。

式 (13) の各級数成分がウェブの面外有限変形挙動に及ぼす影響について調べる。2. で示したように、2 次曲げ応力は、 $n=2$ のとき最も大きく、 $n=1, 3$ のとき同程度、 $n=4$ のとき極端に小さく生ずるので、 y 軸方向のモードに関しては $n=1, 2$ を考慮する。 x 軸方向のモードに関しては $m=1, 2, 3$ を考慮する。

(3) x 軸方向の初期たわみモードの影響

$m=1, 2, 3$ の各初期たわみモードがウェブの面外有限変形挙動に及ぼす影響について調べる。この場合、 y 軸方向の初期たわみモードは $n=1$ とする。計算対象は、図-8 に示すように、 $\alpha=1$ すなわち $a \times a$ の正方形板である。各初期たわみモードの大きさは $w_{0max}/t_w = 0.5$ とする。境界条件は、面外変形に対して $x=0, a$ で垂直補剛材により単純支持され、 $y=0, a$ でフランジにより固定支持されているとし、面内変形に対して 4 辺自由とする。荷重条件は、 $x=0, a$ で応力が線形的に変化する条件とする。

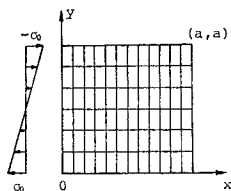


図-8 要素分割

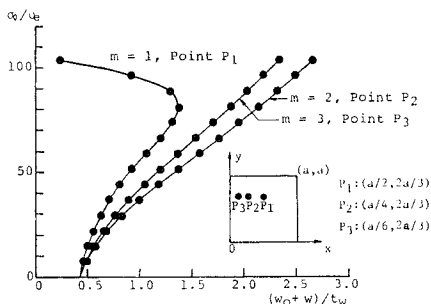


図-9 荷重-横たわみ曲線

横たわみ変化を 図-9 に示す。 $m=2, 3$ の初期たわみモードの場合、荷重が増加すると横たわみも単調に増加する。 $m=1$ の初期たわみモードの場合、横たわみはあまり増加せず、 σ_0/σ_e が約 80 を超えると横たわみの増加の方向が逆転する。横たわみの増加が逆転した後の形状を 図-10 に示す。この現象はウェブの圧縮側のみ生じている。

x 軸方向の横たわみ分布を 図-11 に示す。横たわみ分布は、 $x=a/2$ に関して、 $m=1, 3$ の初期たわみモードのとき対称、 $m=2$ のとき逆対称となる。

膜応力 σ_{mx} の分布を 図-12 に示す. $m=1$ の初期たわみモードの場合, σ_0/σ_e が約 80 になるまでは圧縮側で明瞭な応力欠損が生じない. 見かけ上, 板の剛性が大きくなったような挙動を示す. σ_0/σ_e が約 80 を超えると, 圧縮側で応力欠損が著しくなる. $m=2, 3$ の初期たわみモードの場合, σ_0/σ_e が約 40 になると, 圧縮側で応力欠損が生じ始める.

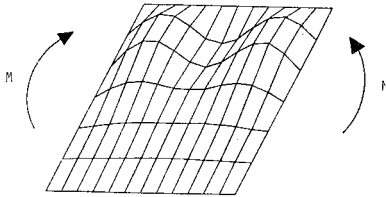


図-10 急変後の横たわみ形状

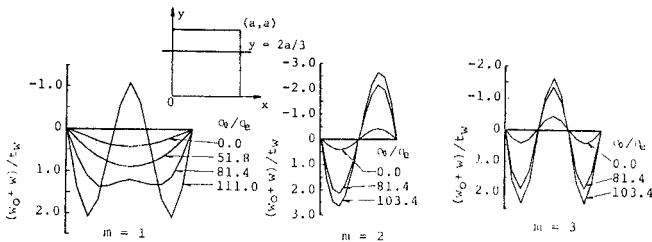


図-11 x 軸方向の横たわみ分布

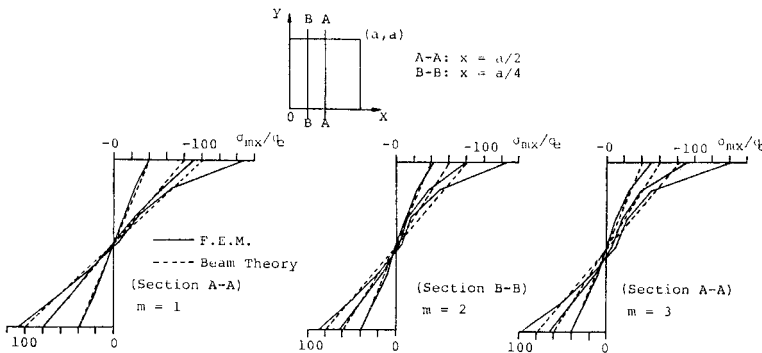


図-12 膜応力 σ_{mx} の分布

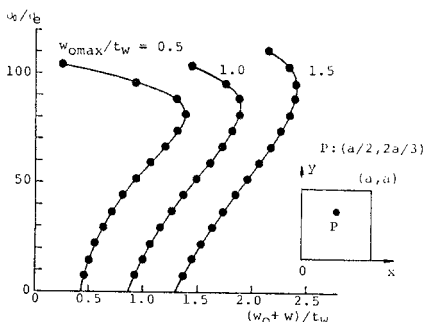


図-13 荷重-横たわみ曲線

5. (1) の 表-2 に示すように, 実験で使用されたプレートガーダーのウェブの $m=1$ の初期たわみモードの大きさは板厚の約 1.5 倍程度に達する. したがって, $m=1$ の初期たわみモードに対しては, $w_{0max}/t_w=1.0, 1.5$ の場合についても計算する. 横たわみ変化を 図-13 に示す. $w_{0max}/t_w=1.0, 1.5$ の場合も横たわみはあまり増加せず, σ_0/σ_e が約 80 を超えると横たわみの増加の方向が逆転することがわかる. また, 横たわみ分布と膜応力分布についても調べると, $w_{0max}/t_w=0.5$ の場合と同じ傾向を示す. したがって, $m=1$ の初期たわみモードがウェブの面外有限変形挙動に及ぼす効果は, このモードの大きさが板厚の約 1.5 倍程度でも有効であると考えられる.

(4) 各初期たわみモードの影響

図-11 に示したように, ウェブの横たわみ分布は, x 軸方向の初期たわみモードに対応して $m=1$ のとき半波形, $m=2$ のとき 1 波形, $m=3$ のとき 1 波形半となる. したがって, 半波形の部分を取り出し, この部分を 図-14 に示すように細分割して計算する. 切断された辺の境界条件は, 面外変形に対して単純支持, 面内変形に対して自由とする. また, 切断辺の載荷条件は, この辺で応力が線形的に変化する条件とする. y 軸方向の初期たわみモードとして $n=1, 2$ を考慮し, 各初期たわみモードの大きさは $w_{0max}/t_w=0.2, 0.5$ の場合を考える.

横たわみの変化, 2 次曲げ応力の変化をそれぞれ 図-15, 16 に示す. $m=1$ の初期たわみモードの場合, ウェブの横たわみはあまり増加せず, 2 次曲げ応力もあまり増加しない. ところが, $m=2, 3$ の初期たわみモードの場合, 荷重が増加すると, 横たわみと 2 次

曲げ応力はともに増加する.

$m=2, 3$ の初期たわみモードについて, 図-15, 16 に描かれた曲線を数式で表わす. 数式は, 曲線の特性が容易に比較できることを考慮して, 次式で近似する.

$$w/t_w = C_1(\sigma_0/\sigma_e)^{\delta_1} \dots \dots \dots (14)$$

$$\sigma_b/\sigma_e = C_2(\sigma_0/\sigma_e)^{\delta_2} \dots \dots \dots (15)$$

$C_1, \delta_1, C_2, \delta_2$ は最小 2 乗法によって決定される. 式 (14), (15) から σ_0/σ_e を消去すると

$$\sigma_b/\sigma_e = C_3(w/t_w)^{\delta_3} \dots \dots \dots (16)$$

が得られる. $C_i, \delta_i (i=1, 2, 3)$ の値を表-1 に示す.

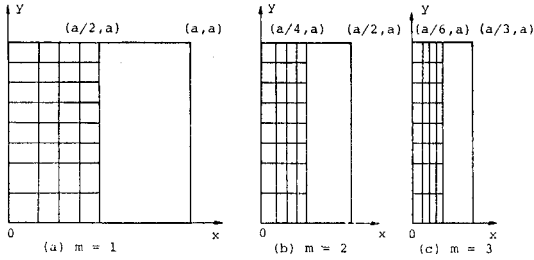


図-14 要素分割

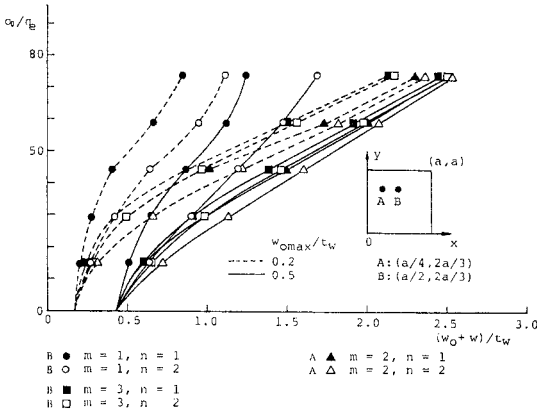


図-15 荷重-横たわみ曲線

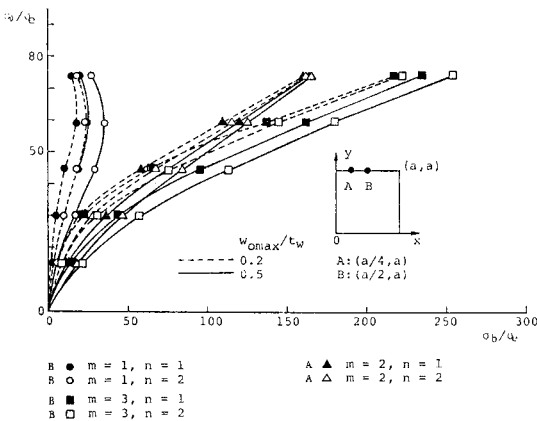


図-16 荷重-2次曲げ応力曲線

表-1 C_i と δ_i の値

| f(x, y) | w _{0max} /t _w | C ₁ | δ ₁ | C ₂ | δ ₂ | C ₃ | δ ₃ |
|------------|-----------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| m=2 n=1 | 0.2 | 0.001 18 | 1.74 | 0.032 2 | 1.98 | 67.25 | 1.13 |
| | 0.5 | 0.004 94 | 1.40 | 0.192 3 | 1.57 | 71.80 | 1.11 |
| m=2 n=2 | 0.2 | 0.003 07 | 1.53 | 0.089 0 | 1.74 | 65.56 | 1.14 |
| | 0.5 | 0.012 64 | 1.18 | 0.475 9 | 1.36 | 70.71 | 1.14 |
| m=3 n=1 | 0.2 | 0.000 36 | 1.99 | 0.010 8 | 2.30 | 99.86 | 1.15 |
| | 0.5 | 0.002 91 | 1.52 | 0.117 4 | 1.76 | 103.12 | 1.16 |
| m=3 n=2 | 0.2 | 0.000 40 | 1.99 | 0.017 8 | 2.20 | 99.79 | 1.10 |
| | 0.5 | 0.004 90 | 1.40 | 0.263 2 | 1.59 | 110.81 | 1.13 |

各初期たわみモードや初期たわみの大きさによって C₁, δ₁, C₂, δ₂ の値は異なる. したがって, w/t_w と σ₀/σ_e の関係, σ_b/σ_e と σ₀/σ_e の関係は, 各初期たわみモードや初期たわみの大きさによって異なる. 一方, δ₃ の値は各初期たわみモードや初期たわみの大きさに共通して 1.10~1.16 であり, σ_b/σ_e と w/t_w の間にはほぼ線形関係が成立していることがわかる. このことは Yen の実験においても確認されている³⁾. また, C₃ の値は, m=2 の初期たわみモードのとき約 65~70, m=3 の初期たわみモードのとき約 99~110 であり, x 軸方向の初期たわみモードの影響をおもに受ける.

(5) 形状比の影響

α=0.5 の場合, 図-14 (b) の計算モデルがそのまま使用できる. したがって, m=1 の初期たわみモードが横たわみを大きくし, 2 次曲げ応力を大きく生じさせる性質を有する.

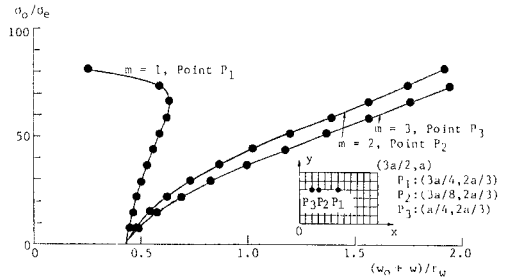


図-17 荷重-横たわみ曲線

α=1.5 の場合の横たわみ変化を 図-17 に示す. m=1 の初期たわみモードの場合, 横たわみはあまり増加せず, σ₀/σ_e が約 65 を超えると横たわみの増加の方向が逆転する. m=2, 3 の初期たわみモードの場合, 荷重の増加とともに横たわみが増加し, したがって 2 次曲げ応力も増加する.

(6) フランジの影響

プレートガーダーのウェブがフランジにより面外変形に対して支持されている状態は, 単純支持と固定支持の間にある. ウェブの上下端で生ずる曲げモーメントがフランジの回転角に比例すると仮定すると, y=0, b すなわち η=0, 1 で次式が成立する.

$$\chi_f \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \eta} \left(\frac{w}{t_w} \right) = - \left[\nu \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{w}{t_w} \right) + \alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left(\frac{w}{t_w} \right) \right] \dots (17)$$

ここで, χ_f=GK_f/(bD_w)=2(1-ν)(b_f/b)(t_f/t_w)³, G:せん断弾性係数, K_f:フランジのねじり定数, D_w:ウェブの曲げ剛性, b_f:フランジの板幅, t_f:フランジの板厚.

x_f の大小によってフランジによるウェブの上下端の拘束状態が表わされる。 $x_f=0$ のとき単純支持、 $x_f=\infty$ のとき固定支持となる。本論文では x_f を拘束係数と定義する。

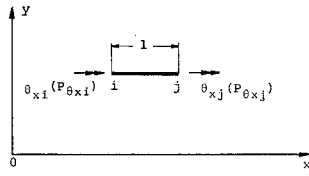


図-18 ねじりを受ける要素

有限要素法では、フランジの剛性マトリックスをウェブの剛性マトリックスに付加することにより、フランジのねじり剛性を考慮することができる。ねじりを受けるフランジの剛性マトリックスは、図-18を参照して、次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} P_{\theta_{xi}} \\ P_{\theta_{xj}} \end{bmatrix} = \frac{GK_f}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{xi} \\ \theta_{xj} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(18)$$

図-14 (b) に示す形状を計算対称とし、初期たわみの大きさを $w_{0max}/t_w=0.5$ とし、 $x_f=0, 2.4, 4.8, 16.5$ の各場合について計算する。

$\sigma_0/\sigma_e=44.4$ のとき、 x_f と付加横たわみの関係、および x_f と 2 次曲げ応力の関係をそれぞれ 図-19 (a), (b) に示す。各図の縦軸は、固定支持のときの付加横たわみ w_{∞} 、および 2 次曲げ応力 $\sigma_{b\infty}$ でそれぞれ無次元化されている。 x_f が 0 と 5 の間にあるとき、支持状態は単純支持状態から固定支持状態に急激に変化する。Toprac²⁴⁾、Yen^{1), 2)}、前田¹⁸⁾らが疲労実験で使用したプレートガーダーの x_f とウェブ幅厚比 β との関係を図-20 に示す。

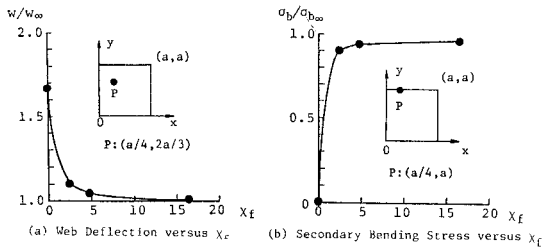


図-19 拘束係数の影響

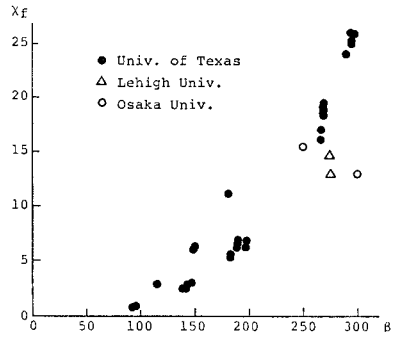


図-20 拘束係数とウェブ幅厚比の関係

β が大きくなると x_f も大きくなる。これは、実験で使用されたプレートガーダーのウェブが薄肉化するほどフランジによる拘束が大きくなることを示している。特に、 $\beta > 200$ のプレートガーダーでは $x_f > 6$ であり、フランジによる拘束の状態が固定支持に近いことがわかる。

5. 解析結果と実験結果の比較²⁵⁾

(1) 初期たわみモードと 1 型疲労亀裂の関係

初期たわみを有するウェブが面内曲げを受ける場合、ウェブの横たわみは圧縮側で増加し、引張側で減少する。したがって、圧縮側の初期たわみがウェブの面外有限変形挙動に重要であると考えられる。

Toprac²⁴⁾、Yen^{1), 2)}、前田¹⁸⁾らが疲労実験で使用したプレートガーダーのウェブの初期たわみを次式で近似する。

$$\begin{aligned} w_0 &= w_{0max} f(x, y) \\ &= [a_1 \sin(\pi x/a) + a_2 \sin(2\pi x/a) + a_3 \sin(3\pi x/a)] f(y) \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

ここで、係数 a_1, a_2, a_3 は、ウェブの圧縮側で最大初期たわみ w_{0max} が存在する断面 $y=y_0$ の横たわみ分布

表-2 量 w_{0max}/t_w と a_m/t_w の値、および設定荷重

| Investigator | Test Panel | w_{0max}/t_w | a_1/t_w | a_2/t_w | a_3/t_w | β | σ_e (kgf/cm ²) | σ_Y/σ_e | σ_{min}/σ_e | σ_{max}/σ_e | No. of Type I Cracks |
|--------------|---------------|----------------|-----------|-----------|-----------|---------|--------------------------------------|---------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------|
| Toprac | 21020B | 1.643 | 1.621 | -0.041 | -0.070 | 269 | 26.2 | 96.5 | 26.8 | 53.6 | 0 |
| | 22550B | 1.195 | 1.146 | 0.149 | -0.058 | 269 | 26.2 | 96.5 | 67.0 | 134.0 | 1 |
| Yen | F 6 Panel 2 | 1.318 | 1.139 | 0.082 | -0.163 | 275 | 25.1 | 89.7 | 2.7 | 50.8 | 0 |
| | F 7 Panel 4 | 1.483 | 1.457 | -0.385 | 0.244 | 275 | 25.1 | 89.7 | 2.7 | 40.5* | 0 |
| Maeda | F 6 Panel I | 0.625 | 0.613 | 0.177 | 0.081 | 250 | 30.4 | 121.8 | 25.0 | 62.4 | 1 |
| | F 10 Panel I | 1.250 | 0.360 | 0.837 | -0.348 | 300 | 21.1 | 175.4 | 21.8 | 72.7 | 2 |
| | F 10 Panel II | 1.875 | 1.573 | 0.300 | 0.672 | 300 | 21.1 | 175.4 | 21.8 | 72.7 | 1 |

$$\sigma_e = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)}(1/\beta^2), \quad \beta: \text{Web slenderness ratio}, \quad \sigma_Y: \text{Yielding strength of web plate}$$

σ_{min} : Minimum flange stress calculated by beam theory

σ_{max} : Maximum flange stress calculated by beam theory

* $\sigma_{max}/\sigma_e=48.0$ after 1.3×10^8 cycles

1 kgf/cm²=9.8 kPa

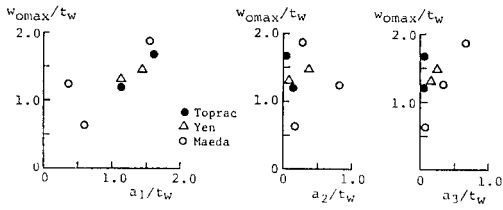


図-21 w_{0max}/t_w と a_m/t_w の関係

に最小二乗法を用いることにより決定される。係数の値を表-2に示す。ウェブの形状比はいずれも1である。

一般に、示方書では最大初期たわみが規定されている²⁶⁾。最大初期たわみと各初期たわみモードの大きさの関係を図-21に示す。 w_{0max}/t_w と a_1/t_w の間にはほぼ線形関係が成立するが、 w_{0max}/t_w と a_2/t_w および a_3/t_w の間には一定した関係がなく、各研究者によって分布状態が異なる。したがって、最大初期たわみを制限することは、 $m=1$ の初期たわみモードの大きさを制限することにはなるが、 $m=2, 3$ の初期たわみモードの大きさを制限することには必ずしもならない。

Toprac は、1型疲労亀裂の発生を防ぐためのウェブの最大初期たわみ制限値を、差分法解析によって次のように求めている¹³⁾。

$$w_{0max}/t_w \leq 1000 \varepsilon_Y \dots\dots\dots(20)$$

ここで、 ε_Y ：ウェブの降伏ひずみ。

この制限値と実験値との比較を図-22に示す。Topracの実験値には適当であるが、前田の実験値には安全とはいえない。

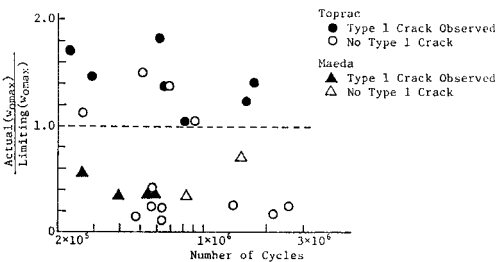


図-22 Toprac 提案の w_{0max}/t_w 制限値と実験値の比較

一方、荷重が大きくなれば横たわみも大きくなり、2次曲げ応力も大きくなる。したがって、各研究者が設定した荷重の大きさも比較する必要がある。荷重の大きさ、および1型疲労亀裂の発生個数を表-2に示す。 σ_{max} , σ_{min} は、棒理論から計算された、それぞれ上下限荷重に対応するフランジ縁応力であり、 σ_e で無次元化されている。Toprac の実験パネル 21020 B と 22550 B を比較すると、21020 B は、フランジ縁応力がウェブの降伏応力に達しておらず、繰り返し数約 200 万回で1型疲労亀裂が発生していない。また、22550 B ではフランジ縁応力がウェブの降伏応力を超えていて、繰り返

し数約 67 万回で1型疲労亀裂が発生している。Toprac の実験では、一般に、フランジ縁応力がウェブの降伏応力を超えているものに1型疲労亀裂が発生している。ところが、前田の実験パネルでは、フランジ縁応力がウェブの降伏応力の約半分以下であっても、繰り返し数が約 12 万回から約 40 万回の間で1型疲労亀裂が発生している。

Toprac と前田の実験結果のこのような相違は、実験パネルの各初期たわみモードの大きさとそれがウェブの面外変形挙動に及ぼす特性とを考慮することによって、次のように説明される。

表-2より、Toprac の実験では、 $m=1$ の初期たわみモードの大きさが他の初期たわみモードの大きさよりも卓越しているが、前田の実験では、 $m=2, 3$ の初期たわみモードの大きさもかなり大きい。したがって、前田の実験では、 $m=2, 3$ の初期たわみモードの影響が大きく現われ、フランジ縁応力がウェブの降伏応力の約半分以下であっても、隅肉溶接部に2次曲げ応力が大きく生じ、1型疲労亀裂が発生したと考えられる。一方、Toprac の実験では、 $m=1$ の初期たわみモードの効果が大きく現われ、2次曲げ応力の増加が抑制され、フランジ縁応力がウェブの降伏応力を超えるまで荷重が増加されたので、1型疲労亀裂が発生したと考えられる。また、Yen の実験では、 $m=2, 3$ の初期たわみモードの大きさが Toprac の実験のものと同程度であり、荷重が3研究者の中で最も低いので、1型疲労亀裂が発生しなかったと考えられる。

ゆえに、最大初期たわみを制限することが必ずしも1型疲労亀裂の発生を防止する規定にはならない。1型疲労亀裂の発生を防止するためには、さらに $m=2, 3$ の初期たわみモードの大きさを規定する必要があると考えられる。

(2) 1型疲労亀裂の発生位置

ウェブの上端 $y=a$ 上の2次曲げ応力分布は、 $m=2, 3$ の初期たわみモードに対して、式(15)を用いることにより、近似的に次式で表わされる。

$$\sigma_b/\sigma_e = C_2(\sigma_0/\sigma_e)^{\delta_2} \sin(m\pi x/a) \dots\dots\dots(21)$$

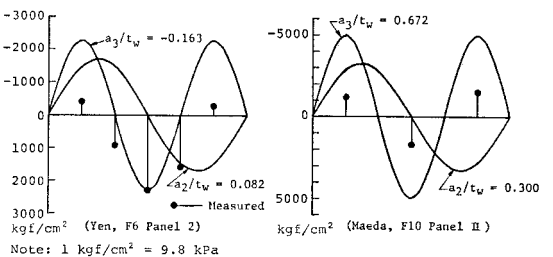


図-23 2次曲げ応力の推定値と実験値の比較

Note: 1 kgf/cm² = 9.8 kPa

式 (21) から推定される σ_b と実測された σ_b との比較を 図-23 に示す。 σ_b を推定する際、 y 軸方向の初期たわみモードを $n=1$ としている。 実測された σ_b の分布形状は、 $m=2, 3$ の初期たわみモードのうち、大きい初期たわみを有するモードから推定される σ_b の分布形状に一致する。 しかし、推定値は実測値よりかなり大きい。 この原因として次のことが考えられる。

- a) 実測値は、隅肉溶接止端から数 cm 離れた位置の 2 次曲げ応力であり、溶接止端に生ずる 2 次曲げ応力より一般に小さい。
- b) 推定値は、単一の初期たわみモードのみの影響を受けており、各初期たわみモードの連成効果、特に $m=1$ の初期たわみモードの効果が含まれていない。
- c) 推定値に使用された境界条件が実際のプレートガーダーのウェブの周辺の境界条件に完全には一致していない。

次に、2 次曲げ応力分布と 1 型疲労亀裂の発生位置の関係について調べる。 前田の実験の F 10 Panel II においては、2 次曲げ応力が最大となる中央に 1 型疲労亀裂が発生している。 また、前田の実験パネル F 10 Panel I では、 $m=2$ の初期たわみモードの大きさが卓越しているため、このモードによる影響が大きく現われ、2 次曲げ応力が最大と最小（反対側のウェブ面では最大になる）になる位置の 2 箇所 で 1 型疲労亀裂が発生している。 したがって、1 型疲労亀裂は、 $m=2, 3$ の初期たわみモードのうち、大きい初期たわみを有するモードの影響を強く受け、このモードから推定される 2 次曲げ応力分布で、最大となる位置に発生しやすいと考えられる。

6. 結 論

曲げを受ける薄肉プレートガーダーのウェブを面内曲げを受ける薄板にモデル化し、差分法あるいは有限要素法による理論解析をこれに適用し、1 型疲労亀裂の発生に及ぼす諸因子の影響について調べた結果、以下のことが明らかになった。

- (1) 形状比が 0.5~1.5 の範囲内で、 y 軸方向の初期たわみモードの中で、ウェブの横たわみと 2 次曲げ応力を最も大きく生じさせるモードは $n=2$ である。
- (2) 各研究者が疲労実験で使用したプレートガーダーについて、ウェブ幅厚比 β とフランジによる拘束係数 χ_f との関係を調べると、 β が大きくなると χ_f も大きくなる。 したがって、ウェブが薄肉化するに従って、フランジによるウェブの拘束が大きくなる。
- (3) 形状比が 1 のウェブについて、 x 軸方向の各初期たわみモードの影響を調べると、 $m=1$ の初期たわみモードの場合、ウェブの横たわみはあまり増加せず、2

次曲げ応力もあまり増加しない。 $m=2, 3$ の初期たわみモードの場合、荷重が増加するとともに横たわみが増加し、2 次曲げ応力も増加する。

(4) また、1 型疲労亀裂は、 $m=2, 3$ の初期たわみモードのうち、大きい初期たわみを有するモードの影響を強く受け、このモードから推定される 2 次曲げ応力分布で、最大となる位置に発生しやすい。

(5) 実験で使用されたプレートガーダーのウェブの最大初期たわみと各初期たわみモードの大きさとの関係を調べると、最大初期たわみと $m=1$ の初期たわみモードの大きさとの間には線形関係がみられるが、 $m=2, 3$ の初期たわみモードの大きさとの間には一定した関係がみられない。 このことと (3) で述べられたことを考慮すると、最大初期たわみを制限することが必ずしも 1 型疲労亀裂を防止する規定にはならない。 さらに、 $m=2, 3$ の初期たわみモードの大きさを規定する必要がある。

(6) (3)~(5) で述べられたことは、形状比が 1.0~1.5 の範囲で成立する。 形状比が 0.5 の場合、 $m=1$ の初期たわみモードがウェブの横たわみの増加を大きくし、2 次曲げ応力の増加を大きくする。 したがって、形状比が 0.5~1.0 の範囲にある場合と 1.0~1.5 の範囲にある場合とでは、各初期たわみモードがウェブの面外変形挙動に与える影響は異なると考えられる。 形状比が面外変形挙動や 2 次曲げ応力に及ぼす影響特性については、今後さらに研究されなければならない。

最後に、隅肉溶接部の疲労強度に基づいた 1 型疲労亀裂発生防止のための条件式が望まれる。 これには、次の関数が決定されなければならない。

$$\sigma_0/\sigma_e = g(\nu, \alpha, \sigma_b/\sigma_e, w_0/t_w, \chi_f, \text{残留応力の効果を表わすパラメーター}) \dots\dots\dots(22)$$

式 (22) に隅肉溶接部の疲労強度、ウェブパネル寸法、材料定数、拘束係数、 w_0/t_w 、残留応力の効果を表わすパラメーターの値を代入することにより、 σ_0/σ_e に対する規定、すなわち荷重とウェブ幅厚比に対する制限式が得られる。 これにより、AASHTO 示方書のウェブ幅厚比制限式の是非が明らかになると考えられる。

現在、特に形状比の影響に注意して、式 (22) の一般形を誘導しているところである。

参 考 文 献

- 1) Yen, B.T. and J.A. Mueller : Fatigue tests of large-size welded plate girders, WRC, Bull. No. 118, Nov., 1966.
- 2) Mueller, J.A. and B.T. Yen : Girder web boundary stresses and fatigue, WRC, Bull. No. 127, Jan., 1968.
- 3) Patterson, P.J., J.A. Corrado, J.S. Huang and B.T. Yen : Fatigue and static tests of two welded plate girders, WRC, Bull. No. 155, Oct., 1970.
- 4) Goodpasture, D.W. and J.E. Stallmeyer : Fatigue be-

- havior of welded thin web girders as influenced by web distortion and boundary rigidity, Univ. of Illinois, C.E. Studies SRS No. 328, Aug., 1967.
- 5) Toprac, A.A. and M. Natarajan : Fatigue strength of hybrid plate girders, Proc. of ASCE, Vol. 97, No. ST 4, pp. 1203~1225, April, 1971.
 - 6) Maeda, Y. : Ultimate static strength and fatigue behavior of longitudinally stiffened plate girders in bending, IABSE, Proc. London Colloquim, pp. 269~282, March, 1971.
 - 7) 前田幸雄・川井 豊 : 薄肉溶接ハイブリッド・ガーダーの曲げ疲労強度に関する研究, 溶接学会誌, 第43巻, 第3号, pp. 736~742, 1974.
 - 8) Parsanejad, S. and A. Ostapenko : On the fatigue strength of unsymmetrical steel plate girders, WRC, Bull. No. 156, Nov., 1970.
 - 9) 前田幸雄・石渡正夫・今村能久 : 曲げをうける薄肉プレートガーダーの構造疲労特性, 第30回土木学会年次学術講演会講演概要集, I-111, 1975.
 - 10) 宇高史範・前田幸雄・大倉一郎 : 面外曲げを受ける隅肉溶接継手の疲れき裂の研究(第3報), 第32回土木学会年次学術講演会講演概要集, I-325, 1977.
 - 11) Maeda, Y. : Fatigue cracks of deep thin-walled plate girders, Proc. of Bridge Engineering Conference of TRB, Vol. 1, pp. 120~128, Sept., 1978.
 - 12) AASHTO : Standard Specification for Highway Bridges, 12th Edition, pp. 215~239, 1977.
 - 13) Vinh, J.A. and A.A. Toprac : Study on fatigue of hybrid plate girders under constant moment, Research Report 96-3, Center for Highway Research, Univ. of Texas, Austin, Jan., 1969.
 - 14) Gurney, T.R. : Fatigue of Welded Structures, Cambridge University Press, pp. 96~116, 1968.
 - 15) Vincent, G.S. : Tentative criteria for load factor design of steel highway bridges, AISI, Bull. No. 15, March, 1969.
 - 16) 大倉一郎・前田幸雄 : プレートガーダーの曲げ疲労に関する研究, 第33回土木学会年次学術講演会講演概要集, I-335, 1978.
 - 17) Timoshenko, S.P. and J.M. Gere : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill Book Company, pp. 344~346, 1961.
 - 18) 堀見 尉・宮村隆夫 : プレートガーダーの疲労に関する研究, 大阪大学卒業論文, 1970.
 - 19) 前田幸雄・大倉一郎 : 面内曲げをうける薄板の面外有限変形挙動に関する一考察, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, I-9, 1979.
 - 20) Marguerre, K. : Zur Theorie der gekrümmter Platte grosser Formänderung, Proc. 5th International Congress for Applied Mechanics, Cambridge, pp. 93~101, 1938.
 - 21) Bergan, P.G. : Non-linear analysis of plates considering geometric and material effects, Report No. UC-SESM 71-7, Univ. of California, April, 1971.
 - 22) Washizu, K. : Variational Method in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press, pp. 52~75, 1968.
 - 23) Coan, J.M. : Large-deflection theory for plates with small initial curvature loaded in edge compression, J. of Appl. Mech., Vol. 18, pp. 143~151, 1951.
 - 24) Lew, H.S. and A.A. Toprac : Fatigue tests of welded hybrid plate girders under constant moment, Research Report 77-2 F, Center for Highway Research, Univ. of Texas, Austin, Jan., 1967.
 - 25) 大倉一郎・前田幸雄 : 薄肉プレート・ガーダーのウェブ周辺溶接部の疲労に関する研究, 第34回土木学会年次学術講演会講演概要集, I-49, 1979.
 - 26) 日本道路協会 : 道路橋示方書・同解説, pp. 359~366, 1980.

(1980.9.22・受付)