土木学会論文報告集
第 318 号・1982 年 2 月
【論　　文】

配水管網の経済設計プログラムに関する研究

STUDY ON AN OPTIMIZATION PROGRAM OF WATER DISTRIBUTION NETWORKS

東原紘道*・大月　哲**
By Hiromichi HIGASHIHARA and Satoshi OHTSUKI

1. 問題の概要

本研究は節点数 100 程度の大規模配水管網の経済設計のための実用的なプログラムの理論的基礎を明らかにすることを目的とする．

管網設計の研究は長い歴史をもち，多くの成果があげられてきている．なかでも各管路の管径が指定された場合の流れを決定するいわゆる管網解析は，その未知数として給水点水頭値をとるにせよ管路流量をとるにせよ，迅速に数値計算されるようになっている．問題を一歩進めて，その管径を適正に定める問題は，管網の経済設計論の範ちゅうに属し，理論的にも実用的にも興味あるテーマであるが，これにはいくつかの困難な問題が含まれている．

まず管網の経済設計において基礎となる経済性の概念は，当然のことながら，十分に広範な要因を比較較量するものでなければならない．最適化アルゴリズムを構成する際に導入される対象の理想化——これは不可避的に多くの要因の排除を意味する——は，局所最適性すなわち一面的にはスマートな最適性を有していても全体的には著しくバランスを欠いた結果を引き出す危険を蔵している．そうして管網設計も，他の多くの経済設計問題と同様に，ほとんど無数の関連要因に囲まれているのである．

ところが，管網の経済設計の理論的研究の支配的方向は，経済性をもっぱら管路材料の使用量の節倹に求めるものとなっている．ポンプコストをも考察のわく内に取り入れた研究もあるが，これは前者の簡単な拡張にすぎず，上記の問題に対する解答にはほど遠いといわなければならない．しかし，一般論的な限界はさておき，この評価基準は，適用の仕方を誤らなければ，のちに **3.** でみるように，実際の設計の場ではそれなりに存在意義が認められるので，本研究においてもその立場を踏襲する．

このように評価基準が明確に定められると，あとは純然たる計画数理の問題に帰着するが，この問題は次の特徴をもっている．

a) 制約条件のうち管路内流れの運動条件式が強い非線形性を有する．

b) 樹枝状系すなわち閉じたループを含まない系を除けば，一般に局所最適解が多数存在する．したがって，近傍の概念に立脚した解析学を用いる以上，最適条件を満足する状態に到達して計算が終了しても，それが大域的にも最適である保証がない．

c) 使用され得る管径が商業的に離散的に定まっている．

従来の研究の主眼点は a) にあり，なんらかの非線形計画法の適用によって解決を図ろうとするものである．この点は **3.** において論じることにするが，現在においてはすでに基礎的研究の段階が終り，実用化の時期にあるといえる．

a) よりもむしろ b) こそが，理論的にも豊富な内容を含み第一義的な重要性をもち，しかも解析の困難な問題である．この点について，本研究に必要な範囲内で概観しておこう．管網設計時の条件として最も基本となる制約条件は各給水点での給水量および水頭値であるが，この制約条件のもとでは，かなり一般的な条件のもとで最適解は樹枝状系であることがよく知られている．これは任意に着目した管路流量に対してコストを表示したとき上に凸になるという事実に由来するものである．したがって，もし管網系が 1 つでも閉ループを含むならば，そのループを構成する管路のいずれか 1 本を除去することによって，必ずコストを低減できるわけである．なお文献 5) はこの事実を直接的にアルゴリズムに取り入れている．この事実は厄介な問題を生じる．なぜなら上記

* 正会員　工博　埼玉大学助教授　工学部建設工学科
** 正会員　工修　(株) 長大橋設計センター

の制約条件を満足する樹枝状系は，通常はきわめて多数存在し，それらは離散的であり，しかも1つ1つが局所最適性を有しているからである．

各管径を座標とする多次元ユークリッド空間の点で管網系を表示したとき，樹枝状系はその座標面上の点に対応する．上述の制約条件が定める領域のこの座標面による切り口の超曲面上の点が実行可能な樹枝状系を表示する．これらの点はいずれも局所的に最適になっている．これは材料量を管内流量に対して表示したときに，上に凸になることの帰結であって，なるべく流れを少数の管に集中させて，管網系としては偏らせた方が有利なことを物語っている．

通常の管網計算にあっては，管径に対する上下限値が課せられることが多い．このうち後者が直接的に樹枝状系を禁止することはいうまでもないが，前者も間接的に樹枝状系を禁止する効果をもつ．したがって，管網系の最適化は，流れを偏らせようとする傾向をもちつつ，管径条件に抑制されるという構造を有している．管径の下限値は本質的に冗長設計の要求であって，その適正値は，系の部分的な破壊などの緊急事態における効用と建設コストのトレードオフの問題の分析によって定められるべきものであるが，**3**．で述べる理由により，本研究では管径の上下限値は無条件に課せられたものと見なす．

局所最適性の問題は困難な問題であって，給水点数が数個程度でも，一般論は不可能に近い．従来の研究のいずれも，その適用に際して，工学的判断を活用して何ケースかの初期条件を設定することを推奨している．実用上はこれで対応できるものと考えられる．なお Cembrowicz らは Incidence Matrix（ネットワークの接続行列）の研究を通して最適解の一意性の問題を考察しているが[1]，膨大な数の樹枝状系からの適正解の選択には，やはり工学的判断を求めており，問題の解決に成功しているとは認めがたい．

最後に c）の問題については，多くの研究では，材料規格を内挿して，管径を連続量として最適化を行い，その結果を丸める方法をとる．ほとんどの場合，この丸めを冗長に行っても結果は良好であるので，本研究でもこの方法による．管径を離散的なままで扱う研究もあるが[2]，これは Newton-Raphson 法による管網計算を多数回繰り返すものであり，大規模系への適用は困難である．

2．問題の定式化

対象とする管網系の管路数を n，節点数を m とする．また系は連結とし，かつ配水基地はただ1か所とする．この場合には，$l=n-m$ は系が有する閉回路の数（重複を許さないとして）に等しい．非連結系は相互に無関係ないくつかの連結系に分離できるし，配水基地が複数個であっても，以下の定式化は l と $n-m$ の関係が変化するだけであるから，以下の議論が一般性を失うことはない．また樹枝状系か否かによる区別も必要としない．

管網を支配する条件式は，流体の量の保存を示す連続の方程式および各管路における流れを定める運動の方程式である．

$$p_i=\sum_{(i)}{}'(\pm)Q_{i'} \quad i=1, 2, \cdots, m \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

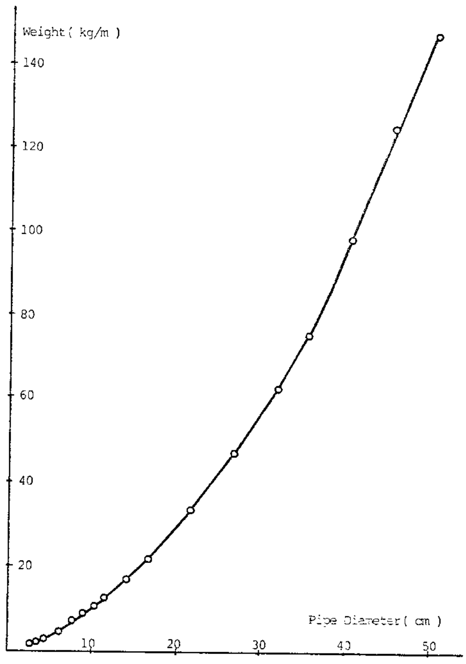
$$Q_\alpha=A_\alpha\cdot D_\alpha{}^b[E_{\alpha'}-E_{\alpha''}]^a \quad \alpha=1, 2, \cdots, n \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

ここに，p_i：第 i 給水点の所要給水量 $[l/\mathrm{s}]$，E_i：第 i 給水点の所要水頭値 [m]，Q_α：第 α 管路の流量 $[l/\mathrm{s}]$，D_α：第 α 管路の管径 [cm]，A_α：各管路ごとに与えられる定数である．このうち $\{Q_\alpha\}$ は，各管路に対してあらかじめ指定された向きに従って符号が付される．$\sum_{(i)}{}'$ は，給水点 i に連なるすべての管路 i' についての総和であって，上記の管路の向きが点 i を終点とするか始点とするかに応じて，正または負の符号が付される．α' および α'' はそれぞれ管路 α の始点および終点である．また，

$$[x]^a=\mathrm{sign}(x)\cdot|x|^a \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

なお，パラメーター a, b の値は研究によって若干の差があるが，おおむね 0.5 および 2.6 の程度である．

管網系の非線形性は式 (2) に現われている．この非線



図—1 使用材料量（白丸は商用規格品を示す）

形式においては Q_α が D_α の単項代数式と $(E_{\alpha'}-E_{\alpha''})$ の単項代数式との積で表示されているという特徴がある．以下の解析ではこの事実を利用することになるので注意しておこう．

使用材料量 c [t] は次式で与えられる．

$$c=\sum_{\alpha=1}^{n} l_\alpha \varphi(D_\alpha) \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

ここに，l_α：管路長 [m]，φ：商用規格品を内挿して得られる関数である．図—1 に φ の具体例を示す．特に φ を単項べき乗式で近似すると概略して次のようになる．

$$\varphi(x)\propto x^{1.6} \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

3. 最適化の戦略

1. で述べたように，管網系の設計にあたっては，多くの要因が関与するので，制約条件および最適性の条件はいくらでも複雑になり得る．そこで開発しようとするプログラムの使用目的を考慮して問題の制限をしなければならない．これはシステム工学における Function Requirement（機能要求）を定めることにほかならない．そこで設計の実務を観察することによって本研究の焦点を絞り込むことにしよう．

（1） 設計の実務

管網建設を請け負った企業等では，いうまでもなく多様な要因にぬかりなく目を配って設計を進める．しかし管網計算を直接実行するのは末端技術者（彼をAとよぼう）であって，彼は通常は次のような条件だけを提示される．

a） 管網系の幾何学的諸元
b） 給水点における所要水量 $\bar{p}_i$ [l/s]
c） 給水点における所要水頭値 $\bar{E}_i$ [m]
d） 配水基地における水頭値 E_0 [m]
e） 管径の上下限値 $D_\alpha^{\max}$, $D_\alpha^{\min}$ [cm]
f） 使用材料量 $c\to\min$.

設計部全体としては，ポンプ費用その他の要因をも考慮して判断するが，そのための一次資料としてA君の仕事が必要とされる．すなわち最適化の作業が部内で適当に階層化されており，全体的な判断は経験豊かな上司が担当するわけである．したがって全体の最適化のプロセスの中でA君が寄与する部分は最も初等的であるということができる．ところがこの作業も決して一筋縄ではいかない．

彼はまず $\{D_\alpha\}$ を仮定しなければならない．その巧拙が所要作業量を大きく左右するため重要な作業であるが，同時に経験と勘を要することも明らかである．おそらくA君は，いまはより高級な作業に従事している先輩もうでを繰り返さなければならないだろう．ともかく管径が定められると，入力仕様に従って計算データを作る．管網計算を実行するためである．ネットワーク問題の一般的傾向としてデータ数はかなり多いだろう．しかし現在では管網計算のプログラムは洗練され普及しているので，まずは1分以内で演算は完了するだろう．

ここで彼は結果をよくにらむ．たいていはその結果は不満足なものである．つまりいくつかの給水点の水頭値が所要の大きさをもっていないか逆に余裕がありすぎるであろう．前者の場合には無条件に管径を変更しなければならない．後者の場合は，その冗長の程度をにらんで，そのままで打ち切りとするか，管径の変更をするかの判定をする．いずれにせよ何とか満足できる結果を得るまでに何回かの仮定値の修正をしなければならないがこの作業は決して簡単でない．管径を変化させればその影響がどこにどう現われるのかの関係がたいへん複雑であるから，修正そのものが多分に試行錯誤的になる．それに仮に彼がこれなら OK と判断した場合でも，もっともっと経済的な管網系があるかもしれない．すなわちなんら最適性の保証のない解で打ち切らなければならないし，ましてやそれがなおどの程度の冗長さを残しているのか知る由もない．多くの場合A君は上司や先輩にみてもらってやっとケリをつけることになろうが，彼らの判断も経験的に大過ないというより以上のものではない．

このようにA君の作業は，単なるルーチンワーク（データの作成や機械的な変更）にとどまらず，最も直接的とはいえ最適性の判断が要求されており，生やさしいものではないことがわかる．本研究はほかならぬこのA君の作業を機械に肩代りさせることを目的とするものである．この作業は少なからぬ単純手作業を含んでいて省力効果が大きいし，最適化手続がおそらく最も簡明であるため，設計の自動化に適していると考えられるからである．しかも逆に本研究の内容は管網設計の省力化プログラムの最小限度を画するものでもある．それはA君の作業がデータ作成・演算実行と最適性判断の交互の繰り返しからなっているためで，前者の過程だけを自動化しても，それは判断のためのオフライン処理によってたえず分断されるので，省力効果を期待できないのである．

（2） 採用すべき最適化手法の基本的性格

管網の計画数理的研究は，運動条件式 (2) の非線形性を反映して，なんらかの非線形計画法によるものが多い．前述の Lam の研究は[2]，制約条件を満足するか否かを逐一管網計算で検討しつつ，目的関数が減少する方向に解を移動させるもので，プログラミングとしては原

始的で，おそらく計算量が膨大になると判断される．Jacoby は Penalty 法によって制約条件を目的関数に組み込んだ制約なし非線形計画問題を最大勾配法で解くというオーソドックスな手法を適用している[3]．また，Watanatada は不等号制約条件を非線形な等号条件に変換したのち，これらを目的関数に組み込んで制約なし非線形計画問題を解いている[4]．その戦略は Jacoby のそれと一致するが，制約条件がすべて等号となった分だけ手法が数学的に洗練されている．Cenedese の方法も制約なしの非線形計画問題に転換するが，独立変数を $\{Q_\alpha\}$ と $\{E_i\}$ の２群にとり，これらを交互に固定しつつ最適化を進めるものである[5]．$\{E_i\}$ の最適化については特に提案はされていないが，$\{Q_\alpha\}$ の最適化については，最適点が目的関数の特異点となることが利用されている．最適化操作というよりもむしろ検索技術の性格が強く，それも本質的に全数検査であるため，管径の離散性も処理し得る魅力があるが，検索数が膨大となるため，このままでは大規模系への適用に困難がある．

これらの非線形計画法はいずれも原理的には解が得られるはずであるが，実用的に適用可能な管路数はごく限られており，数十のオーダーになると，安定して解を出すこと，つまり管網解析に特別の経験を有しない技術者が面倒な検討を強いられることなく結果を利用できるということは期待できないと考えられる．この配慮の必要性こそが実用的な研究を基礎研究から際立たせるものであって，本研究においてもこの点の検討が１つのポイントである．この観点から検討すると，本研究の目的の実現の可否は次の点にかかっていると認められる．

a) 制約条件式を目的関数に組み込む方法は，大自由度系では適当でない．すなわち制約条件付き極値問題として処理するべきである．

b) 制約条件式は線形でなければならない．

この要請は，目的関数が線形であることを要求しないことを除けば，線形計画法の条件にほかならない．線形計画法の適用についてはすでに Karmeli によって先鞭をつけられている．しかし，この研究は管路内の管径の変化を問題にしたもので，管路区間長が独立変数とされているため[6]，これまでにみた諸研究とは問題の趣旨を異にしており，前述した本研究の課題に対して答えるものではない．特に対象が樹枝状系に限定されている点の制約が厳しいといわなければならない．これに対して，本研究では閉回路を含む一般の管網系に対する定式化が要求されているのである．

非線形計画問題の汎用的手法の１つである動的計画法の適用例もあるが[7]，これは分岐のない単一管路系における管径の変化の適正化を論じたもので，動的計画法の一例題以上には多くの内容を含まず，本研究の参考にはならない．

また系の流量ベクトルをあらかじめ半経験的に決定してしまう方法がいくつかある．等価管路の方法はその代表であるが[8],[9]，この方法は最適化の論理的根拠があいまいであり，自動化アルゴリズムの基礎とすることは適当でないと考えられる．

以上の検討から，本研究の課題すなわち実用的な能力を有するプログラムの開発の可否は，問題を準線形計画法の形式に書き下すこと，そしてこれによって線形計画法のアルゴリズム類似の最適化アルゴリズムを作成することに存していると結論することができる．

4. 最適化手続の構成

さて再びA君に登場してもらおう．自分の机に戻ってきた彼が手にしているリストには，管径の仮定値とそれに対応する節点水頭値が印刷されている．ところがこの $\{D_\alpha\}$ と $\{E_i\}$ の組は次のようにして簡単に改善される余地を残している．

n 個の $\{D_\alpha\}$ を与えると，$(m+n)$ 個の方程式 (1), (2) が n 個の $\{Q_\alpha\}$ と m 個の $\{E_i\}$ を決定してしまうことになり，したがってプロセス $\{D_\alpha\}\to\{E_i\}$ は一意決定関係にある．しかし逆のプロセス $\{E_i\}\to\{D_\alpha\}$ はそうではない．m 個の $\{E_i\}$ を与えても，$\{D_\alpha\}$ は $n-m=l$ の不定自由度を残している．この自由度を利用して，$\{E_i\}$ は固定したままで，$\{D_\alpha\}$ を適当に変化させることによって解が改善される．この操作は多分に行き掛けの駄賃といった感じを与えるが，従来の計算例に適用してみると，予想外に大きな効果が認められる．

このプロセスは準線形計画法によって実行される．すなわち，$D_\alpha{}^b=X_\alpha$ $(\alpha=1, 2, \cdots, n)$ とおくと

3.(1) より，

$$(D_\alpha{}^{\min})^b \leqq X_\alpha \leqq (D_\alpha{}^{\max})^b \quad\cdots\cdots(6)$$

式 (1) と (2) より，

$$\bar{p}_i=\sum_{(i)}{}'(\pm)A_\alpha[E_{\alpha'}-E_{\alpha''}]^a\cdot X_\alpha \quad\cdots\cdots(7)$$

ただし，式の記号は式 (1), (2) に準じる．

目的関数は式 (4) により，

$$c=\sum_\alpha c_\alpha\psi(X_\alpha) \quad\cdots\cdots(8)$$

ここに，$\psi(x)=\varphi(x^{1/b})$ であるから，式 (5) により，

$$\psi(X_\alpha)\propto X_\alpha{}^{0.6} \quad\cdots\cdots(9)$$

すなわち目的関数は $\{X_\alpha\}$ について単調増加で上に凸である．これは一般に多数の局所最適解を生じさせる性質であるから，このプロセスで得られる解は，そもそもA君が最初においた管径の仮定値によって潜在的に決定づけられた，ある１つの局所最適解に一歩近づいたものとなっている．

従来の管網解析プログラムにこのプログラムを添加すると，A君が $\{D_\alpha\}$ の仮定値を入力すれば，計算機は2ステップ $\{D_\alpha\}\to\{E_i\}\to\{D_\alpha\}$ を一気に実行し，仮定値よりも有利な管径を出力する．

しかし話はこれでおしまいである．最適化は終局まで達成されたわけではない．なぜなら $\{E_i\}$ の方は，最初の仮定によって一意に決定されたまま，固定されてしまっているからである．しかしもし $\{E_i\}$ をも変化させることができ，その変化を解が改善される方向に制御できるならば，このプロセスと上記の $\{D_\alpha\}$ を変化させるプロセスを交互に経由することにより，連続的に終局まで最適化を実行する手順が得られることになる．

ところが前述のようにプロセス $\{D_\alpha\}\to\{E_i\}$ は一意決定的であるから，$\{D_\alpha\}$ をすべて与えてしまっては $\{E_i\}$ は身動きがとれない．したがって $\{E_i\}$ を変化させるためには $\{D_\alpha\}$ の条件をしかるべく緩和しなければならない．この緩和の自由度は大きいほど改善の大きさも増加するが，緩和が過度になると制約条件式が非線形に転じ，制約条件を線形に保つという基本方針に抵触してしまう．

実は **2**. で式 (2) についての考察において指摘した性質によって，適正な緩和操作が可能である．具体的には1度定められた $\{D_\alpha\}$ を，その $\{D_\alpha\}$ によって定められる $\{Q_\alpha\}$ の値だけを保存するように，緩和してやればよい．$\{Q_\alpha\}$ の自由度は $l=n-m$ に過ぎないから，これを固定しても，不定自由度が m だけ残り，$\{E_i\}$ は変化することができる．しかもこのプロセスは次のように準線形問題になる．

制約条件は，**3**.(**1**) と式 (2) より，

$$\frac{[Q_\alpha]^{1/a}}{A_\alpha^{1/a}\cdot(D_\alpha^{\max})^{b/a}}\leqq E_{\alpha'}-E_{\alpha''}\leqq\frac{[Q_\alpha]^{1/a}}{A_\alpha^{1/a}(D_\alpha^{\min})^{b/a}}\quad\cdots\cdots(10)$$

3.(**1**) より，

$$\bar{E}_i\leqq E_i\quad\cdots\cdots(11)$$

目的関数は式 (8) より，

$$c=\sum_\alpha c_\alpha\psi\left(\frac{|Q_\alpha|}{A_\alpha|E_{\alpha'}-E_{\alpha''}|^a}\right)\quad\cdots\cdots(12)$$

なお，所要水頭値の条件式 (11) は，変換 $E_i\to E_i-\bar{E}_i$ により排除できる．

このようにして，$\{D_\alpha\}$ の初期値（仮定値）から出発して，$\{E_i\}$ についての最適化と $\{D_\alpha\}$ についての最適化を交互に繰り返しつつ，最適化計算を遂行することが可能になった．このアルゴリズムを FLP (Flip-Flop Linear Programming——変数交替型線形計画法) と略称することにする．

これまでに述べてきた定式化は $\{D_\alpha\}$ と $\{E_i\}$ を独立変数とするものであったが，これらはおのおの $\{Q_\alpha\}$ と $\{e_\alpha\}$ で代替することが可能である．ただし $e_\alpha=E_{\alpha'}-E_{\alpha''}$ は管路の水頭差である．

$\{Q_\alpha\}$ のプロセスの制約条件は，式 (2), (6) より，

$$A_\alpha[e_\alpha]^a(D_\alpha^{\min})^b\leqq[Q_\alpha]\leqq A_\alpha[e_\alpha]^a(D_\alpha^{\max})^b\quad\cdots(13)$$

および式 (1) である．$\{e_\alpha\}$ のプロセスの制約条件は上式 (13) より，

$$\frac{[Q_\alpha]^{1/a}}{A_\alpha^{1/a}(D_\alpha^{\max})^{b/a}}\leqq[e_\alpha]\leqq\frac{[Q_\alpha]^{1/a}}{A_\alpha^{1/a}(D_\alpha^{\min})^{b/a}}\quad\cdots\cdots(14)$$

式 (11) より，

$$\Sigma''(\pm)e_\alpha\leqq E_0-\bar{E}_i\quad\cdots\cdots(15)$$

また，

$$\Sigma'''(\pm)e_\alpha=0\quad\cdots\cdots(16)$$

ここに，E_0：配水基地の水頭値 [m]，Σ''：配水基地より第 i 給水点に至る任意の1つの径路にわたる和，Σ'''：閉じたループをなす径路にわたる和．したがって式 (15) は m 個存在し，式 (16) は l 個存在する．

目的関数は両プロセスで共通で，式 (12) より，

$$c=\sum_\alpha c_\alpha\psi\left(\frac{|Q_\alpha|}{A_\alpha|e_\alpha|^a}\right)\quad\cdots\cdots(17)$$

式 (17) において $\{Q_\alpha\}$ もしくは $\{e_\alpha\}$ の一方を固定した場合，残余の変数の空間において，c=一定となる曲面はいずれの場合においても第1象限にあって原点に向かって凸になる．しかし，$\{e_\alpha\}$ 空間においては原点から遠ざかるにつれて c の値が減少するのに対し，$\{Q_\alpha\}$ 空間では逆になる．このため第1象限内で制約条件を表現している多面体の上の点で c を最小にする点は，前者では，一般に1つの頂点ではなく1つの多角形の内部点となるのに対し，後者では1つの頂点となっている．またこの最小点が前者にあっては大域的にも唯一であるのに対し，後者ではそのような頂点が一般に複数個存在し局所的最小性が自動的に大域的最小性につながらないことも理解される．

いずれの組合せでも数学的には同値であるが，プログラム化の段階では差が生じいずれにも一長一短がある．

最後に FLP のアルゴリズムの概略を，Q-e 表示を例にとって，説明しておこう．いずれのプロセスにあっても当初は，まったく LP と同様に，制約条件が作る多面体の頂点から頂点へと解の改良を進める．目的関数は現在点における勾配を用いて線形化する．こうして，頂点の中では最適な点にたどりつく．一般にはこの点は真の最適点ではなく，この点を頂点とする1つの多角形の内部に真の最適点がある．しかし，式 (17) の後で述べたように，$\{Q_\alpha\}$ のプロセスではこの段階で演算を終えて $\{e_\alpha\}$ のプロセスに移行することができる．逆に，$\{e_\alpha\}$ のプロセスでは必ず多角形内部の検索をしなければならない．$\{e_\alpha\}$ の最適化を単体解で打ち切って $\{Q_\alpha\}$

へ移行すると $\{Q_\alpha\}$ は身動きがとれなくなることが示されるので，この非単体解の検索は $\{e_\alpha\}$ のプロセスの終りごとに実行することを要し，全 FLP の最後にまとめることは許されないのである．

この非単体解の検索は容易である．それは LP の Simplex 法によって，真の最適解を含む多角形の頂点がすべて見出されるからである．この場合には点分割による試行錯誤型のアルゴリズムでも演算所要時間は僅少である．実際に演算の大部分は，天文学的数に上る頂点群から数個の頂点を選び出す操作に費やされるのであって，FLP はこのプロセスをそっくり Simplex 法に負っているということができる．

先に管網最適化アルゴリズムにおける最大の理論的限界が，得られる解に大域的最適性の保証のないことにあって，FLP もそのわくを超えるものでないことを述べた．得られる解の最適性が局所的なものにとどまるということは，演算の過程で部分的に恣意的な選択がなされていることを意味している．これを検討しておこう．

まず制約条件式から，各管路における流れの方向は，最適化の各段階で常に不変に保たれ，したがって初期の設定値によって固定されてしまうことがわかる．換言すれば FLP の最適解検索は与えられた流れの向きを等しくする管網系の集合の中だけでなされるわけで，ここに解の局所性が生じる1つの源がある．実用上は初期値設定の際の工夫が要求されるものである．

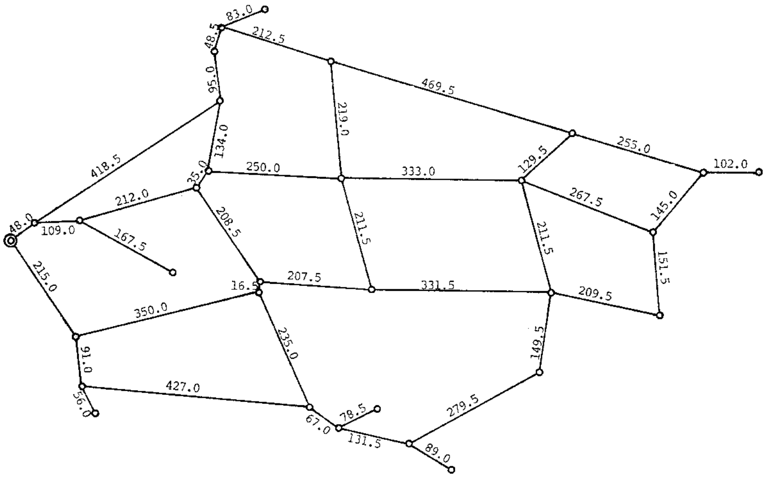
第二の恣意的選択は $\{Q_\alpha\}$ のプロセスで生じる．その原因は式 (17) に関して述べたとおりで，実際の演算においては，$\{e_\alpha\}$ のプロセスから移ってきた解の状態に応じて直近の局所的最適解を選択してしまうのである．なお，FLP による定式化が樹枝状系にも非樹枝状系にも区別なく適用され得ること，管内流速の上下限値をも制約条件として処理し得ることは明らかであろう．

5. 計 算 例

現実に設計の対象となった管網系に対して本研究の FLP を適用する．系の幾何学的諸元を 図—2 に示す．したがって本例では $n=40$, $m=30$, $l=10$ となっている．基本的に網目状系であるが，いくつかの分枝も有している．所要給水量および所要水頭値を 図—3 に示す．数値を付されていない節点は単なる接続点であって，給水点ではない．

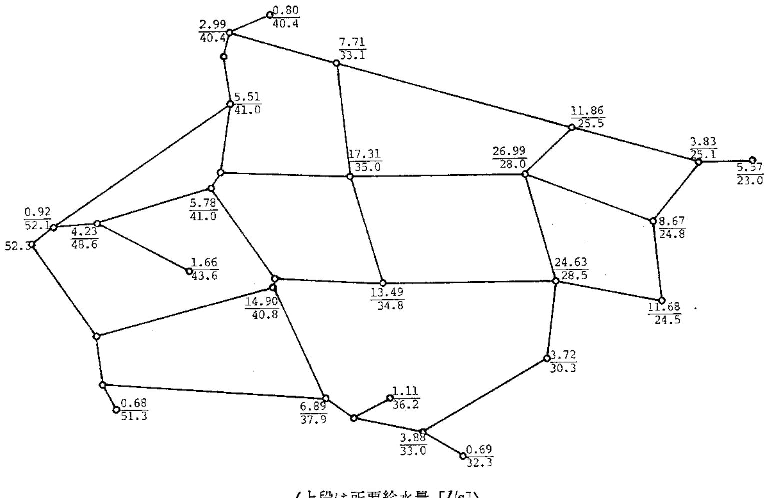
次に設計条件を次のように与える．いずれもすべての管路に共通である．

$$D^{\max}=50.8[\mathrm{cm}]$$
$$D^{\min}=7.5[\mathrm{cm}]$$



（2重丸は配水基地）

図—2 管 路 長 [m]



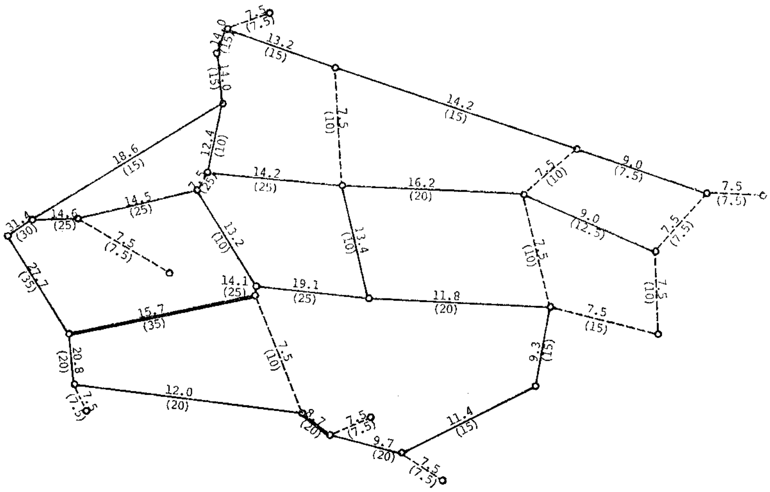
（上段は所要給水量 [l/s]
下段は所要水頭値 [m]）

図—3 設 計 条 件

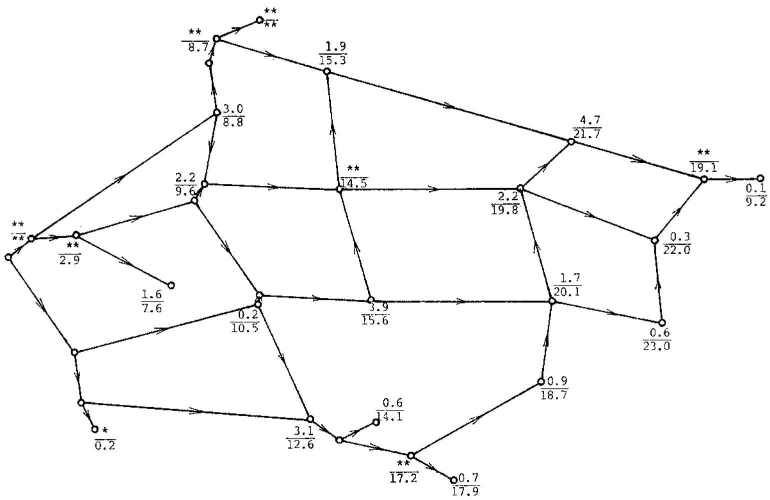
目的関数は **2**. で示した **図—1** で与えられる.

計算の繰り返しによる目的関数の改善の様子を **図—4** に示す. 初期値の設定には特別の工夫を要せず, 機械的に全管径を $D^{\max}$ としてスタートしている. これは通常は実行可能解であって, これが実行不能であれば, そもそも問題がおかしいということになる. 本プログラムは Flip-Flop を 4 回繰り返して解の改善手続を終了している. Flip-Flop の各プロセスでは数回から 20 回程度の Simplex 法の更新計算がなされている.

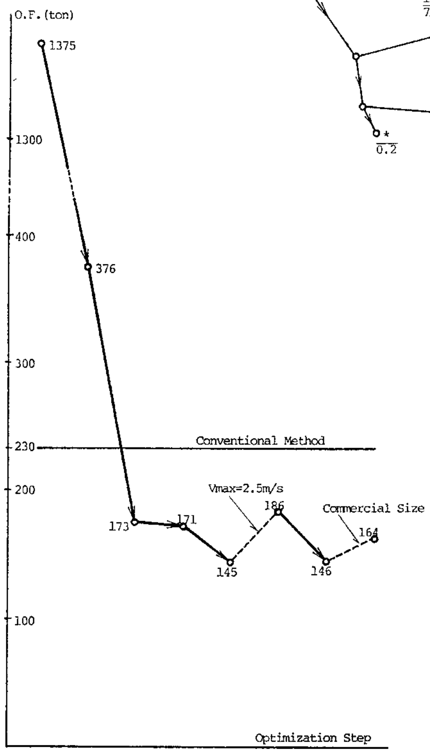
4. でも述べたように, FLP による定式化は流速制限にもそのまま成立する. **図—4** には $V_\alpha \leqq 2.5[\mathrm{m/s}]\,(\alpha=1,2,\cdots,n)$ を付加した過程をも示してある.



図—5 管径の最終値 [cm]



図—6 水頭の最終値 [m]



図—4 最適化の状況

最後に管径に冗長化を施して, **図—1** に示した標準管径で置換する.

本例では在来の方法による参考計算例がある. これは **3**. で述べたように, 試行錯誤と工学的判断による打ち切りの結果であるから, 理論的内容は乏しいが, 本プログラムの効用を吟味するには格好の資料である. これが **図—4** 中の参考計算値であって, 本プログラムは予期以上の好成績をあげている.

図—5 に管径の計算結果を示す. 上段が本プログラムの結果であって, 冗長化する前の状態を示す. 下段が参考計算の結果である. 図中で破線で示された管路は管径下限値の, 太線で示された管路は流速上限値の, それぞれ制約条件が直接に作用しているものである.

図—6 は水頭の計算値から所要値を控除した差であって, 給水点の水頭値の余裕を示している. やはり上段が本プログラムの結果であって, 冗長化する前の状態であ

り，下段が参考計算の結果である．* 印は計算値が制約条件の限界値に一致していることを示す．節点水頭値に関する制約条件の限界値を実現することは，管網系の経済性とは直接の関連はないが，図―6 で示される数値の全体的な状況から，本プログラムの与える結果が水頭値の冗長さを大幅に排除していることが認められる．

6. 結　　語

（1） 管網設計には多数の要因が関与し，それら全体を包含する経済設計を汎用的に自動化することは不可能である．しかし設計実務においては，管網系の幾何学的形状をあらかじめ与えられたものとして，所要水頭値・管径の範囲および流速の上限値など比較的に明瞭な制約条件のもとで，使用材料量を最小にするという作業を分離して処理することが可能であり，事実そのようにされている．管網計算における定型的な作業の大部分がここで費やされているので，この最適化過程を自動化できれば，設計作業は大幅に省力化され得る．

（2） この最適化は FLP と名付けられた特別な形式を有する準線形計画問題に転換される．そこでは適当な１対の変数群についての線形計画法が交互に適用されて最適化が進められ，最終段階においてのみ，簡単な検索がなされる．おもな演算が線形計画法によるため，従来の非線形計画法による方法に比して，より大規模の管網問題を高速かつ安定して処理できる．

（3） FLP の数理的性質とりわけ解の存在および演算の収束の態様が精密に把握される必要がある．本法は実用上は十分に有効であるが，理論的考察においてなお不十分な点を残している．

（4） 本研究が対象とする設計作業より以前の段階での判断，すなわち，管網の幾何学的形状の決定およびいずれの管路を主流とするかという政策の決定が，管網系の経済性に及ぼす影響の大きさはこれまでにも指摘されているところである[1]．この政策は，本研究にあっては，管径の上下限値として，あらかじめ与えられたものとされ，直接の対象にされていない．この政策決定は経済性のみならず管網のサービス能力や緊急時の耐久力なども包含した使用性という広範なトレードオフの問題の中でのみ解決されるものだからである．

ただし例題でもみたように，この政策決定以降の設計の過程を合理的に処理する問題が解決済みかというとそうではなくて，なお改善の余地が少なくない．そこに本研究の主たる意義が認められよう．

（5） 前項の政策決定のプログラム化の是非およびその程度は，実務上の需要および使用可能なハードウエアの形式と能力を勘案して，弾力的に考えるべきであるが，現時点では，本プログラムの特性を利用して，対話機能を与えて，人間の判断を取り入れる方法が最も効率的と考えられる．

本研究は住友金属工業（株）パイプライン部の経済設計システム開発プロジェクトの一環としてなされたものである．関係各位のご協力に感謝する．

参　考　文　献

1) Cembrowicz, R.G. and J.J. Harrington : Capital-Cost Minimization of Hydraulic Network, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No. HY 3, pp. 431～440.
2) Lam, C.F. : Discrete Gradient Optimization of Water Systems, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No. HY 6, pp. 863～872.
3) Jacoby, S.L.S. : Design of Optimal Hydraulic Networks, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 94, No. HY 3, pp. 641～661.
4) Watanatada, T. : Least-Cost Design of Water Distribution Systems, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No. HY 9, pp. 1497～1513.
5) Cenedese, A. and P. Mele : Optimal Design of Water Distribution Networks, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 104, No. HY 2, pp. 237～247.
6) Karmeli, D., Y. Gadish and S. Meyers : Design of Optimal Water Distribution Networks, Journal of the Pipeline Division, ASCE, Vol. 94, No. PL 1, pp. 1～10.
7) Liang, T. : Design Conduit System by Dynamic Programming, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 97, No. HY 3, pp. 383～393.
8) Deb, A.K. and A.K. Sarkar : Optimization in Design of Hydraulic Network, Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol. 97, No. SA 2, pp. 141～159.
9) Swamee, P.K. and P. Khanna : Equivalent Pipe Methods for Optimizing Water Networks-Facts and Facilities, Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, Vol. 100, No. EE 1, pp. 93～99.

（1980.10.17・受付）