

非定常非ダルシー自由水面流れの一数值解法

A NUMERICAL METHOD FOR ANALYZING NON-STEADY NON-DARCY
FLOW WITH A FREE SURFACE

山上 拓 男*・末 原 光 喜**

By Takuo YAMAGAMI and Kouki SUEHARA

1. ま え が き

粗粒材よりなる土構造物内の浸透は多くの場合非ダルシー流れとなることが知られている。こうした非ダルシー浸透問題のなかで、定常流れについてはすでに簡便な数值解析法を提案している¹⁾。本論文は、先に提案した解析法をさらに発展させて、非定常非ダルシー自由水面問題の FEM による簡易解析法を提案するものである。その概要は先と同様線形計算の繰返しで非線形流れを近似することであり、主として外水位低下時のロックフィルムを想定している。

これまでダルシー流れの非定常浸透問題の数值解析は実に多くの研究成果が公表されてきた。しかし本論文で対象とする非ダルシー流れとしての非定常問題を取り扱った研究は非常に少なく、わずかに McCorquodale²⁾, McCorquodale and Nasser³⁾, Huyakorn⁴⁾ らの論文がみられるにすぎない。この分野の論文が数少ない理由の一つは理論構成が複雑で定式化が困難なところに求められよう。しかしより大きい理由として、多孔体の浸透現象はダルシー則で十分記述し得るとする風潮があるように思われる。確かに、浸透問題の多くはダルシー則に支配されるとしてなら支障はないけれども、一方において、粗粒材の透水試験を行うと、必ずといってよいほどに測定結果にばらつきが経験されることも事実である。こうしたばらつきがもろもろの測定誤差に起因するのであれば論外であるが、本来の意味の非線形性であれば、それらの平均値を用いてダルシー流れとして解くことよりも、むしろ積極的に非線形性を認めた解析法へ進むべきと考える。ただし、いたづらに複雑な定式化や演算時間を要するものであれば実用上の意義は少ないといわねばならない。

本研究では、上述の観点から新たに提案する簡易解析法の詳細を論述し、加えてこのような解法の有用性を検証すべく、模型実験結果を交えた考察を試みる。

2. 解析法の詳細

本論文で取り扱う非定常非ダルシー自由水面流れの特徴は、運動方程式が非線形であることと、外水位変動に伴って自由水面が逐次移動している点である。このうち前者の運動方程式の非線形性の考慮は定常解析の手法¹⁾を、また後者の自由水面追跡法はダルシー流れとしてのそれ⁵⁾を応用することができる。このため、はじめに本文で必要とする範囲内に限定して、これら既往の手法とそれに伴う基本的関係式を要約し、ついでアイソパラメトリック要素に基づく本解析法を詳しく論じることとする。

(1) 定常非ダルシー自由水面流れ¹⁾

前論文で提案した自由水面を有する定常非ダルシー浸透問題の解析法 すなわち 反復法の要点を 図-1 に示した。図において、 I, v はそれぞれ動水勾配と流速であって、 $I=F(v)$ で非線形運動方程式を一般表示したものである。まず、この解法がダルシー流れの反復を基底としているため、各反復段階に応じた透水係数を評価しつ

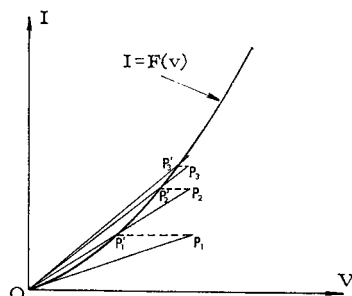


図-1 反復法の説明

* 正会員 工博 徳島大学助教授 工学部建設工学科

** 正会員 工修 大阪府岬町役場水道事業課

つ計算せねばならない。これには図-1において、原点から運動方程式への割線の勾配の逆数を当てればよかった。このように定義された透水係数は真の透水係数ではないので、前論文では疑似透水係数と名付けておいた。しかしここでは改めて反復法の疑似透水係数を、非線形力学の割線弾性係数にちなんで割線透水係数とよぶことにする。このとき定常問題としての自由水面決定法の概要は以下のようである。

まず最初、適当に仮定された自由水面のもとに、解析領域全体の要素が一様に初期割線透水係数を有するものとして、ダルシー流れの解法に従って、この場合の正しい(初期割線透水係数に対応した)自由水面を決定する。しかしその結果の (I, v) 点は図の P_i 点で表わされるように、運動方程式からかなり偏倚したところに落ち着くと予想される。このとき、偏倚量 $\overline{P_i P_i'}$ があらかじめ規定された許容値より大であれば、引き続き原点と P_i' 点を結ぶ直線の勾配の逆数を新たな割線透水係数として、これら割線透水係数に応じた自由水面が定まるまで線形計算を繰り返す。このような過程を継続し、第 i 反復段階終了時の偏倚量 $\overline{P_i P_i'}$ がすべての要素で許容値内に収まれば、運動方程式に関して解は収束したものと考える。同時に、そのとき求められている自由水面位置が求めるべき非ダルシー流れとしての自由水面であると見なす。

(2) 基礎式の要約

上述したように、この解析法は定常、非定常を問わずダルシー流れの解析の反復で非ダルシー流れを近似せんとするものである。したがって、流れを支配する基礎微分方程式も各反復段階ごとにダルシー流れとしてのそれが適用される。すなわち、間隙水・多孔体をともに非圧縮性と仮定するとき、2次元状態で、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

である。ここに、 H は全水頭、 k_x, k_y は x, y 方向の透水係数であるが、本論文では等方性場を対象としているため $k_x = k_y$ である。ただし、異方性場へ拡張することはなんら困難な問題ではない。

上式を変分法もしくは重み付き残差法 (Galerkin 法) のもとに有限要素で離散化すれば、アイソパラメトリック要素の場合、要素の浸透性行列 $[h]^e$ が次式のように導かれる。

$$[h]^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [BJ]^T [R] [BJ] \det[J] d\xi d\eta \dots\dots\dots (2)$$

$$[BJ] = [J]^{-1} [B] \dots\dots\dots (3)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $[J]^{-1}$ はヤコビアンマトリックス $[J]$ の逆マトリックス、 $[B]$ は要素のタイプを1次要素としてその形状関数を $[N_1 N_2 N_3 N_4]$ とするとき、

$$[B] = \begin{bmatrix} \partial N_1 / \partial \xi & \partial N_2 / \partial \xi & \partial N_3 / \partial \xi & \partial N_4 / \partial \xi \\ \partial N_1 / \partial \eta & \partial N_2 / \partial \eta & \partial N_3 / \partial \eta & \partial N_4 / \partial \eta \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

で定義され、局所(自然)座標系 (ξ, η) の関数となる。

(3) 非定常非ダルシー自由水面流れ

外水位変動時の自由水面追跡法はダルシー流れの場合⁵⁾と本質的に同じである。すなわち、図-2において時刻 t の自由水面 $E_t C_t$ が既知であるとして、時刻 $t + \Delta t$ の新たな自由水面位置 $E_{t+\Delta t} C_{t+\Delta t}$ を定めるものとする。このとき、解析領域は時刻 t のものを、また境界条件としての外水位は時刻 $t + \Delta t$ の状態を用いて定常解析を行う。その結果、自由水面上の間隙水の真の流速にタイムステップ Δt を乗じた値が Δt 間の自由水面の移動量となる。この操作を初期状態から所定の時刻まで繰り返し継続するのであるが、運動方程式が非線形であるため、ダルシー流れ⁵⁾では不要であった2, 3の工夫を必要とする。その際、前述(1)の定常自由水面問題に対する運動方程式の近似方法が生かされることになる。この間の状況を図-2, 3の模式図で説明しよう。

図-2で任意要素 e に注目し、この要素の時刻 t における合速度を v_t^e 、合動水勾配を I_t^e とする。そしてこれら (I_t^e, v_t^e) が図-3に示す運動方程式上の P 点

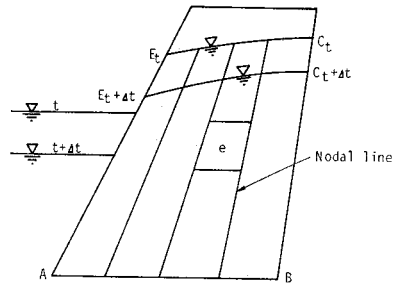


図-2 自由水面追跡法

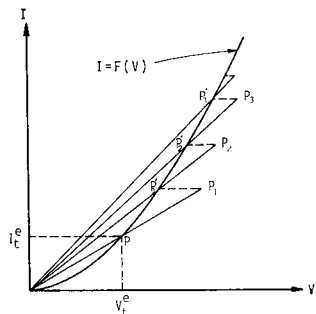


図-3 運動方程式上の反復過程の説明

で与えられるものとする。まず、次式

$$k_t^e = v_t^e / I_t^e \dots\dots\dots (6)$$

でこの要素の割線透水係数を評価し第1回目の線形計算を行うと、その結果は図-3の P_i 点で表わされるような運動方程式からかなり偏倚したところに落ち着くことが予想される。このとき偏倚量 $P_i P_i'$ があらかじめ規定された許容値より大であれば、引き続き原点と P_i' 点を結ぶ直線の勾配の逆数を新たな割線透水係数として、同じ解析領域および境界条件のもとに線形計算を再度繰り返す。こうした手順を継続し、すべての要素で偏倚量 $P_i P_i'$ が許容値内に収まれば運動方程式に関して解は収束したもものとして、ただちに自由水面上の流速から Δt 間の移動量を求め、時刻 $t + \Delta t$ の自由水面 $E_{t+\Delta t}$ $C_{t+\Delta t}$ が決定される。

ここで上述した操作に付随して2つの注意事項を指摘しておかねばならない。第1は、式(6)で与えられる各要素の割線透水係数を要素内のいかなる点で評価すべきかといった問題である。3節点三角形要素の場合、動水勾配が要素内で一定となるためこのような選択の余地は残らないのであるが、本研究で一貫して利用しているアイソパラメトリック要素となると事情は多少異なり、その回数にかかわらず要素内で動水勾配が変化する。したがって式(6)に基づく割線透水係数もまた場所の関数となるのである。この問題に関する最も論理的な対処の仕方は、要素の浸透性行列を Gauss 求積法で評価する際、並行して割線透水係数も Gauss point における値を用いることである。つまり式(2)を数値積分するとき、 $[R]$ も局所座標 (ξ, η) の関数と見なして各 Gauss point に応じた流速と動水勾配より式(6)で割線透水係数を定め、この値を式(4)に代入するのである。

割線透水係数が場所的に変化する場合のいま1つの対処の仕方は、数値積分点の数にかかわらず要素中心の値で代表させることである。この方法は精度上多少のあいまいさを残すとしても、何よりも簡便なところが大きい利点である。そして非ダルシー流れに関する著者らの解析例は、先の定常流れの論文も含めすべてこの方法によっている。著者らは、はじめに述べた論理的な割線透水係数の評価法を試みた経験はないけれども、仮にそのような手法を用いたとすれば、少なくともこの論文で呈示する計算結果より精度の高い解が得られるであろう。

次に、自由水面上の流速を求めることと関連して、上述した割線透水係数の場所的変化がやはり問題となる。すなわち、自由水面上の流速はこの位置における動水勾配と割線透水係数の積で与えられるため、厳密には要素内で透水性が変化していることを考慮せねばならない。しかしこの研究では割線透水係数については簡単に要素

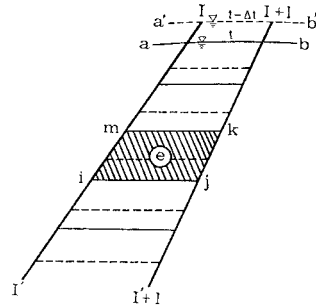


図-4 自由水面の移動に伴う要素網の再分割

中心の値で代用していることを前もって記しておく。

第2の注意事項は、飽和領域のみを対象とした解法に本来的に備わった難点である。この様子を図-4に示した。図において直線 $I-I'$ および $(I+1)-(I+1)$ は任意の相隣る2本の nodal line を表わす。また $\widehat{a'b'}$ は時刻 $t - \Delta t$ の自由水面である。そしてこのときの2本の nodal line 間にある要素網が破線で示されている。一方、 \widehat{ab} はこのような時刻 $t - \Delta t$ の自由水面で規定される解析領域、および時刻 t の境界条件としての外水位のもとに、運動方程式が満たされるまで繰り返し計算を行ったのち節点 $I, I+1$ の真の流速から決定された時刻 t の自由水面を示している。この際、自由水面が $\widehat{a'b'}$ から \widehat{ab} に移動したことに伴い、可動領域の要素網が自動的に再分割されるため時刻 $t - \Delta t$ の状態とは異なった要素分割状況が出現する。これが図中実線で表わされた要素網である。いま時刻 t の自由水面状態からさらにその次の時刻 $t + \Delta t$ の自由水面を定めるものとし、任意要素 e に注目する。このとき、第1回目の線形計算に要する割線透水係数を式(6)で評価せねばならない。むしろ上述したように式(6)の v_t^e, I_t^e は要素 e の中心で計算された値を用いる。しかるに要素網が再分割された直後には、要素 e の4節点 i, j, k, m の水頭値が未知であるためこのような要素中心の動水勾配や流速を求めることはできない。こうした難点が生じるのは、各タイムステップごとに自由水面位置および要素分割の修正を要するためである。そこでこの研究では、要素 e の中心が一手前前の要素網すなわち時刻 $t - \Delta t$ の要素網のいずれの要素内に位置するかを調べ、その要素中心が時刻 $t - \Delta t$ で運動方程式に関する解が収束した時点で有していた動水勾配と流速を用いて、第1回目の割線透水係数を求める方法をとっている。第2回目以降の計算段階ではこのような問題点の生じないことは明らかである。

対象時間の全段階を通じて要素網の再配列を必要としない飽和・不飽和領域を一体とした解析法⁵⁾の利点を、このような非ダルシー場に持ち込むならば、上述した方針に伴う煩雑さは回避し得る意味で、今後の検討が望まれる。

3. 実験の概要

図-5, 6 に示す2つのタイプの模型実験を行った。前者は中央コア型ロックフィルダムを想定したもので、コア部を不透水性とみて上流側ロック部のモデルを図に示す諸寸法の水槽内に設けた。ただし奥行方向の長さは 19.7 cm である。この実験は貯水池水位が初期の 45 cm から急激に低下する際の堤体内各点の圧力水頭の変化を測定することである。また後者の実験は、上・下流側貯水池水位が同一レベルにある均一型模型ダムにおいて、やはり片側水位が初期の 31 cm から 18 cm まで低下する際の圧力水頭を測定することである。中央コア型ダムに比べ均一型ダムの外水位変動範囲が小さいのは、後者の場合、上・下流側水位差を大きく取り過ぎると浸出点近傍で局部破壊が生じる危険性を懸念したことによる。堤体材料はいずれも徳島県鳴門市産の碎石であって、5 mm ふるいを通り、2 mm ふるいに残留するものを用いた。試料の外観は写真-3 に示してある。水槽内に水洗したロック材を各層厚約 5 cm として中央コア型ダムは 9 層に、また均一型ダムは 7 層に分けて敷設し、各層について重さ 2 kg (19.6 N)、底面積 100 cm² (10 cm×10 cm) のランマーにより 4 cm の自由落下で 1 か所当たり 20 回まんべんなく突き固めた。このようにしてできたダムの平均的な有効間隙率は、中央コア型ダムに対し $\beta=0.364$ 、また均一型ダムは $\beta=0.342$ である。ただし、有効間隙率はダム完成後、天端まで水

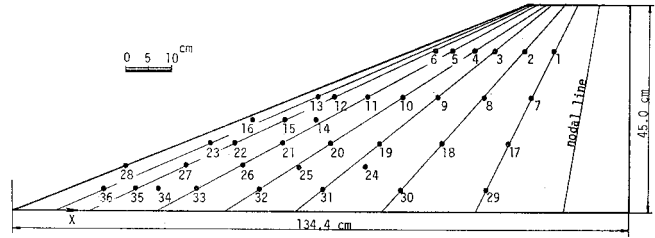


図-7 水頭測定用バルブの配置図 (中央コア型)

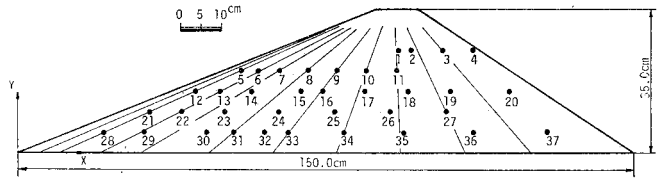


図-8 水頭測定用バルブの配置図 (均一型ダム)

を張り、貯水側水位を低下させたとき排水可能な水量から決定した。なお、ダム内各点の密度の不均一性に起因して β の分布が必ずしも一様でないことも考えられるけれども、これに対する特別の検討は行っていない。このような不確定要素も含めた平均値が上記の β の値であると解釈している。

水槽の前面は透明なアクリル板、後面は鋼製であるが、この鋼製面に水頭測定用の多数のバルブを配している。水頭測定はその変化が急激であるため、バルブより取り出したビニールパイプを 1 か所に集め (写真-1, 2 参照)。これらパイプ内の水位変化を連写機能を有するカメラで撮影し、写真上で読み取り顕微鏡により判読した。読み取り精度は 1 mm である (写真-4)。図-7, 8 は測定したバルブの位置を示すもので、図中の直線は有限要素解析に用いられる nodal line を表わす。

以上とは別に、非ダルシー流れとしての運動方程式を決定すべく図-9 に示す装置で透水試験を行った。むろん、このときの試料の詰まり具合は上述のモデルダムのそれと同じ状態にある。透水試験結果を図-10, 11 に示した。図中・印は測定点を表わす。運動方程式を Forchheimer 則、 $I=av$

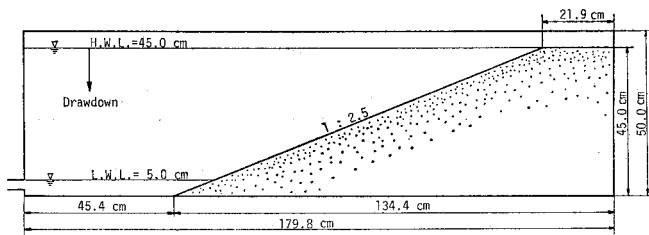


図-5 中央コア型ダムの模型実験

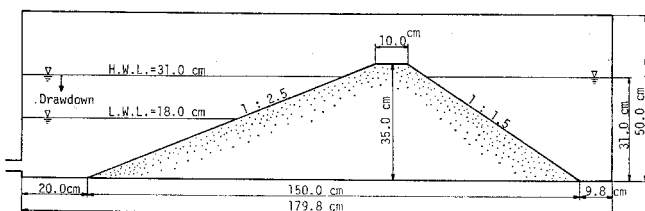


図-6 均一型ダムの模型実験

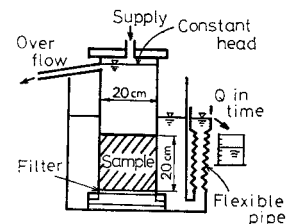


図-9 透水試験装置

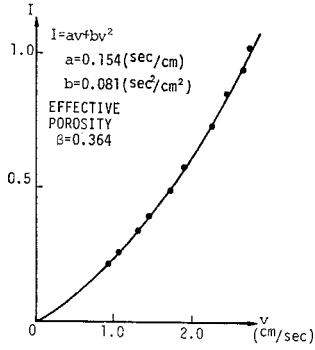


図-10 透水試験結果 (中央コア型ダム)

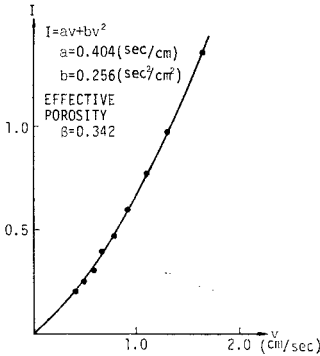


図-11 透水試験結果 (均一型ダム)

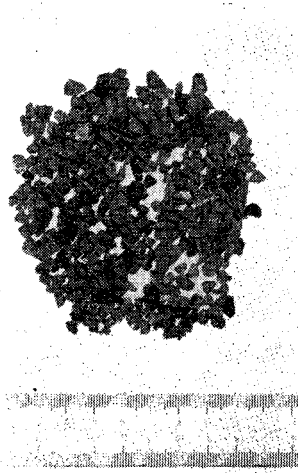


写真-3 ロック材の外観

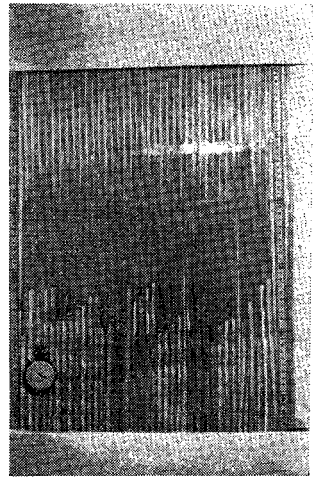


写真-4 ビニールパイプ内の水頭変化

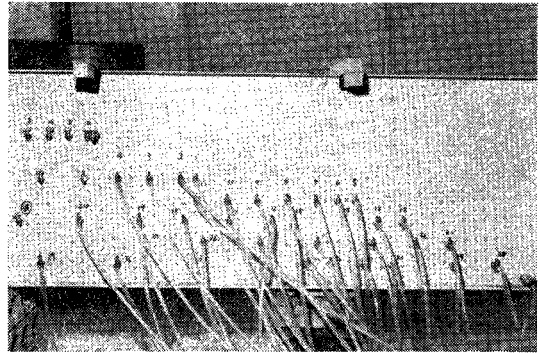


写真-5 バルブの配置状況

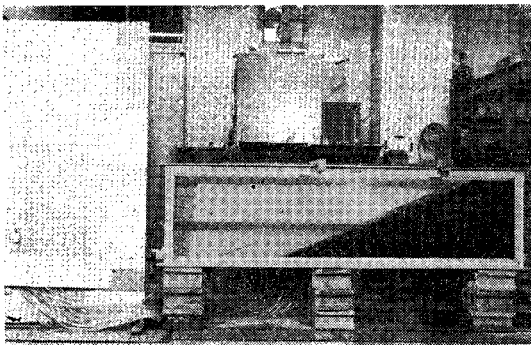


写真-1 中央コア型ダムの全景

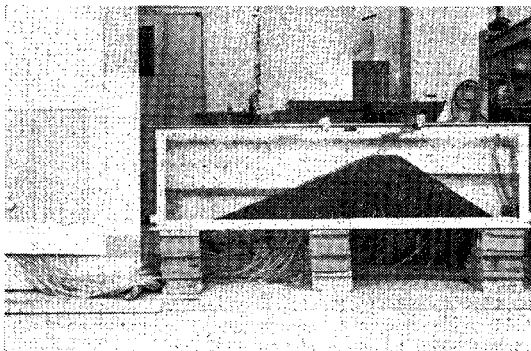


写真-2 均一型ダムの全景

$+bv^2$, と仮定したとき, これら測定値に最も適合する係数 a, b を最小自乗法で求めると, 中央コア型ダムに対し $a=0.154 \text{ s/cm}$, $b=0.081 \text{ s}^2/\text{cm}^2$, 均一型ダムでは $a=0.404 \text{ s/cm}$, $b=0.256 \text{ s}^2/\text{cm}^2$ となる. 実線はこのような曲線をプロットしたものである.

以上の実験概要を一括して 写真-1~5 に呈示した.

4. 解析結果と実測値の比較および考察

(1) 中央コア型ダムの場合

図-12 に解析に用いた初期要素分割を示した. この図の nodal line 上に 図-7 の観測点の多くのものが配置されているのである. 要素分割図で浸出点近傍に不規則な分割状況がみられるのは, この解法がダルシー流れを基底としているため, 先の論文で明らかにした動水勾配の特異性を回避したことによる.

解析に先立って外水位低下曲線を適当な時間の関数で表示せねばならない. このプログラムでは実測された曲

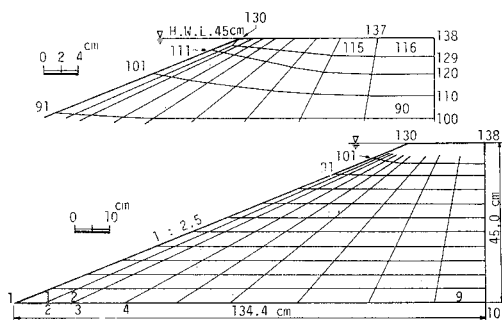


図-12 初期要素分割図 (中央コア型ダム)

表-1 タイムステップの詳細

時間区分 (s)	タイムステップ (s)	
	A	B
0.0~ 2.3	0.115	0.115
2.3~ 8.0	0.285	0.190
8.0~14.0	0.300	0.200
14.0~18.0	0.400	0.200
18.0~24.0	0.400	0.200
24.0~30.0	0.400	0.200
30.0~35.0	0.250	0.200
35.0~45.0	0.500	0.250
45.0~55.0	0.500	0.250
55.0~70.0	0.500	0.300

線を最高 10 個までの折線の連なりで近似することになっている。そして各直線区間内では等しいタイムステップを用いて計算する仕組みとなっている。目下の中央コア型ダムの場合、外水位低下曲線は 図-17 に示

されているが、この曲線を 10 個の直線で近似した。一般にこの種の解析では、透水性が大きいとき十分小さなタイムステップを選ばなければ自由水面低下が著しく大となり不合理な結果を招く。ここでは実際上どの程度のタイムステップで計算すればよいのかを明示する意味も含め、表-1 に示すような 2 種類のタイムステップを用いた解析結果を実験値と比較し、精度の検証を試みる。表-1 において、時間区分とは外水位低下曲線を 10 個の直線で近似したときの各直線区間に対応する経過時間の範囲を表わす。そして各直線区間内では等間隔のタイムステップが用いられ、それらの値が A, B 欄に示されている。表から明らかなように、大略 A は B の 2 倍の大きさのタイムステップであるということができよう。以下、A をタイムステップ粗な場合、B をタイムステップ密な場合とよぶことにする。なお、運動方程式に関する誤差の許容値 (EPS と記す) はここに示す解析例いづれも EPS=0.1 cm/s である。

まず、図-13, 14 は A, B 2 種類のタイムステップのもとに計算された自由水面の経時変化をそのときどきの外水位とともに示し

たもので、●印は nodal line 上の自由水面位置を表わす。一方、観測による自由水面形状を精度よく決定することは、ここで行ったような小型の模型ダムの場合、わずかな毛管水帯の存在が微妙な影響を及ぼし非常に困難となる。そこで次善の策として 図-7 の個々のバルブの位置に注目し、実測による自由水面 (圧力水頭零の面) が各バルブ位置に到達した時刻の計算による自由水面位置を nodal line 上で比較することにした。このようなデータをプロットしたのが 図-15, 16 である。図中、●印は実測による自由水面位置 (バルブの位置) を、また ●印は同じ時刻における計算による自由水面位置を表わ

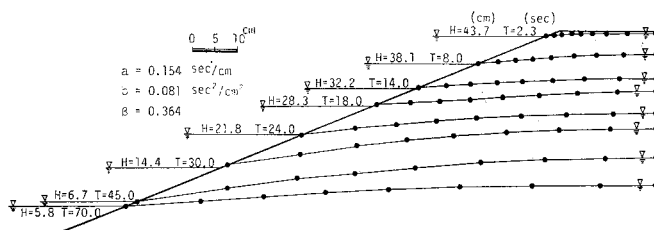


図-13 計算による自由水面の経時変化 (タイムステップ粗な場合)

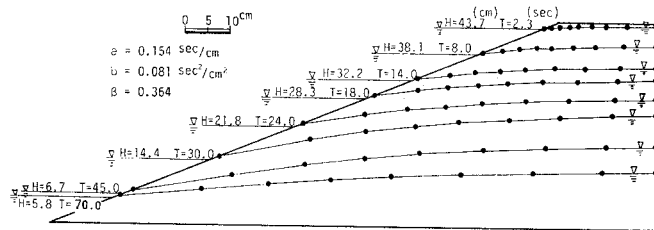


図-14 計算による自由水面の経時変化 (タイムステップ密な場合)

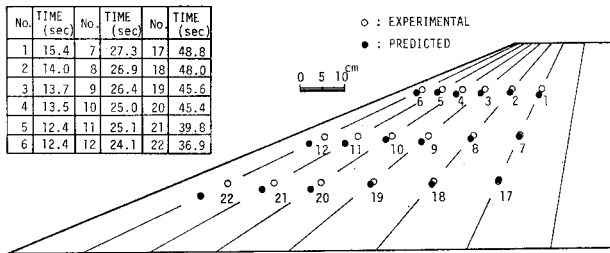


図-15 実測と計算による自由水面位置の比較 (タイムステップ粗な場合)

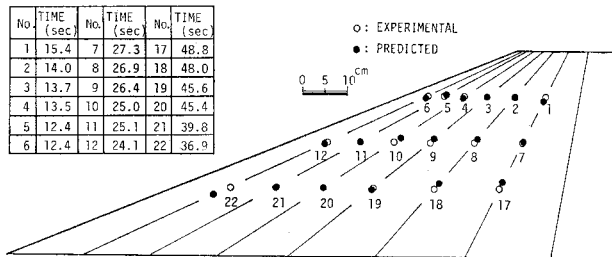


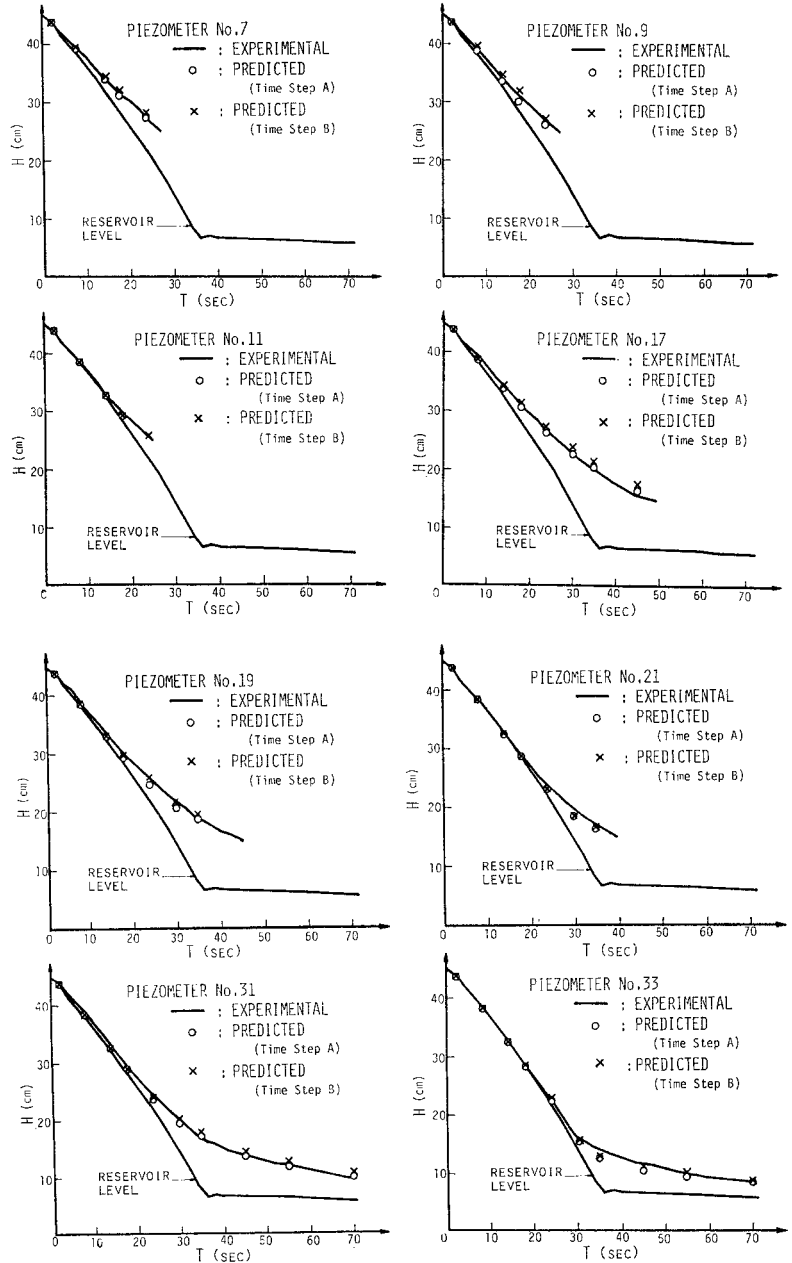
図-16 実測と計算による自由水面位置の比較 (タイムステップ密な場合)

す。そしてこれらの自由水面位置を与える経過時間は一括して図中の表に掲げた。この表で No. はバルブの番号を、TIME は自由水面がそのバルブ位置に到達するまでに要した時間(秒)である。

次に、図-17 は適当なバルブ位置における水槽底面を基準面とした全水頭の時間的変化を外水位とともに示したもので、実線は実測値、○印および×印はそれぞれタイムステップが粗な場合と密な場合の計算値である。

はじめにタイムステップの相違が自由水面変動に及ぼす影響をみてみると、図-13~16 から明らかなように、タイムステップの粗な場合が全体として自由水面降下速度がいくぶん速くなっていることが認められる。こうした傾向は非ダルシー流れに限られたものではなく、非定常自由水面解析に共通して経験される現象である。通常この問題に対しては、異なる2つのタイムステップで計算された結果がほぼ同じ状態を与えるとき、正しい解を得たものと解釈している。

次に、数値解と実測値を比較すれば 図-15 の自由水面位置は流出面に近づくにつれ両者のずれがやや大きくなっているものの、タイムステップを密にした 図-16 はこの点がかなり改善されている。一方、図-17 の全水頭に関してはタイムステップの粗密にかかわらず計算値は実測値と非常に一致をみている。図-17 の一致度に比して 図-15 のずれがいくぶん大き過ぎる感がしないでもないが、これは 図-15 があくまでも傾斜した nodal line 上で比較しているためである。仮に実測自由水面の全体像が与えられたとして 図-13 にプロットすれば、両者のずれの程度は 図-15 にみられるほど大きくは感じないであろう。



○：タイムステップ粗 ×：タイムステップ密
 図-17 バルブ位置における全水頭の比較

(2) 均一型ダムの場合

先と同様 図-18 に初期要素分割、表-2 にタイムステップの詳細、図-19 に計算による自由水面の時間推移、および 図-20 に全水頭の変化を示した。これらの図ないし表の意味するところは中央コア型ダムの場合と同じであり、その説明は省略する。ただし中央コア型ダムで得た 図-15 もしくは 図-16 に相当する実測値と

表-2 タイムステップの解析結果の比較の詳細

時間区分 (s)	タイムステップ (s)
0.0~ 2.8	0.140
2.8~ 4.9	0.420
4.9~ 25.6	0.517
25.6~ 55.4	0.596
55.4~118.1	0.627
118.1~150.6	0.706
150.6~198.5	0.704
198.5~234.0	0.710

図は表示していない。その理由は、図-19にみられる自由水面の変動範囲内に実験水槽の装置の関係上バルブがまったく存在しないためである。

上・下流側水位差をもう少し大きくとればこのようなデータの整理も可能であるけれども、その場合は堤体の局部破壊を招く恐れのあることはすでに記したところである。

図-20 をみれば、均一型ダムの場合もかなりの精度で実際挙動を近似しているといつてよいであろう。

以上、非常に簡単なモデルではあるけれども2つの模型実験と比較した結果、少なくとも提案する簡易解析法を否定すべき事象は見当たらない。

ところで、ここに呈示した非ダルシー

流れとしての解析例に対し、図-10, 11 の実測データを平均してダルシー流れとして解析すればいかなる結果を与えるのかといった疑問が当然生じるであろう。仮にダルシー流れとして解いた結果が十分な精度で実測値を予測し得たならば、あえて非ダルシー流れの解法をとる

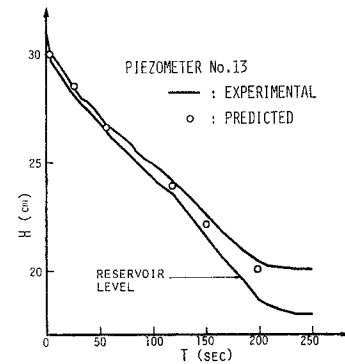
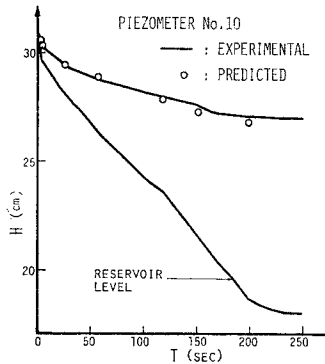
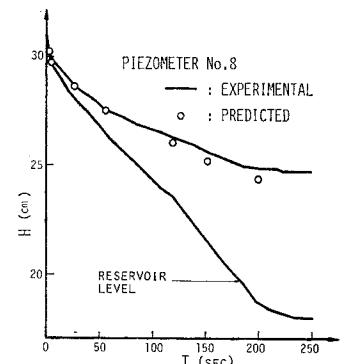
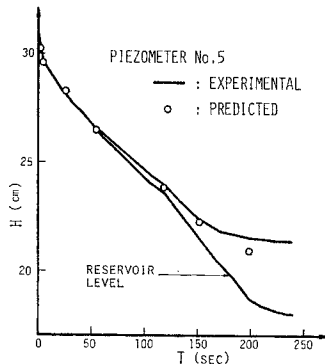


図-20 バルブ位置に

必然性は存在しないわけである。しかしここでは、以下に記述する理由により、このようなダルシー流れとしての検討は行っていない。

ダルシー流れとしての検討を試みていない理由を説明するために、まず解析の全段階を通じていかなる範囲の割線透水係数のもとに計算されたのかを明らかにする必要がある。図-21, 22 は前記2つの問題に対し、この状況を図示したものである。中央コア型ダムの場合は、割線透水係数の最大値は $k_{max}=6.49 \text{ cm/s}$ 、最小値は $k_{min}=3.24 \text{ cm/s}$ 、また均一型ダムでは $k_{max}=$

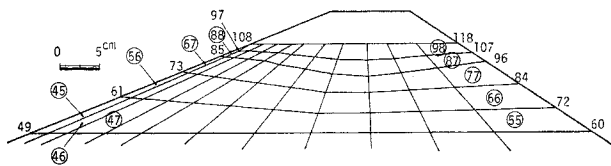


図-18 初期要素分割図 (均一型ダム)

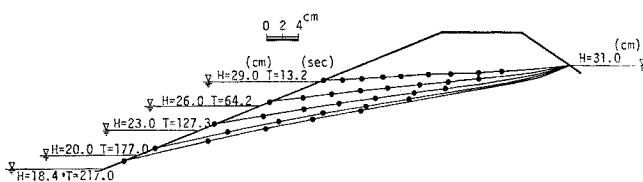
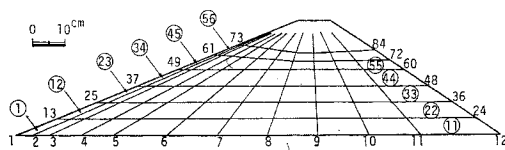


図-19 計算による自由水面の経時変化

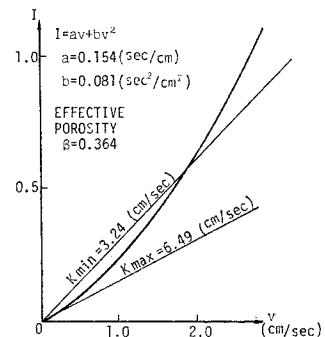
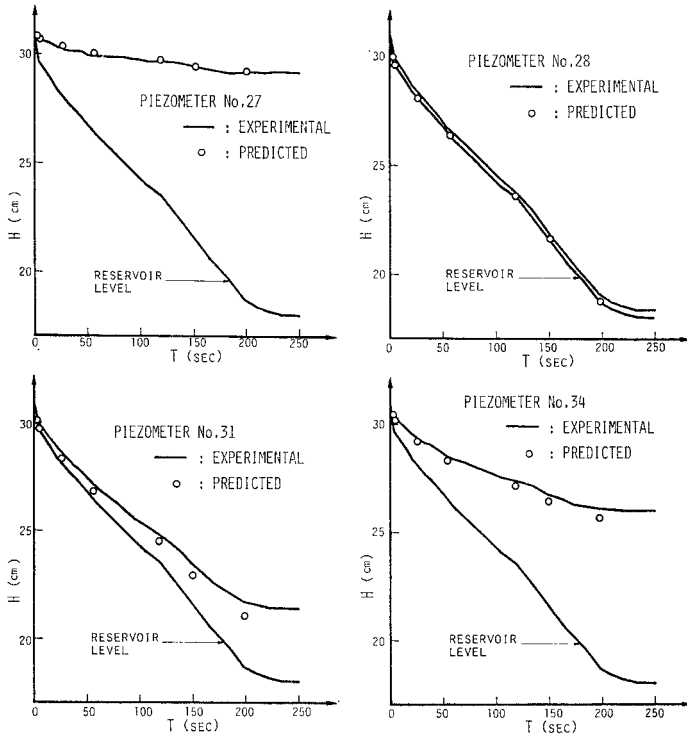


図-21 割線透水係数の変動範囲 (中央コア型ダム)



おける全水頭の比較

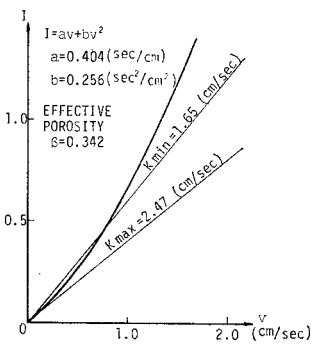


図-22 割線透水係数の変動範囲 (均一型ダム)

2.47 cm/s, $k_{min} = 1.65$ cm/s であった。ただし、要素網がたえず修正されるためこのような透水係数を与える要素を特定することはできない。これらの図から、中央コア型ダムについては k_{max} と k_{min} の平均値 $k_{mean} = 4.87$ cm/s を、また均一型ダムでは $k_{mean} = 2.06$ cm/s あたりを用いてダルシー流れとして解析するならば、本実験に関する限り、あるいは非常に精度の高い結果が得られるかもわからない。特に均一型ダムでは k_{max} と k_{min} の値が比較的接近していることから、ダルシー流れとして解いても十分な精度が期待できるであろう。しかしながら、こうした論理が成り立つのは図-21 や 図-22 にみられる割線透水係数の取り得る範囲が前もって与えられたときだけである。通常、未知の問題に対し、運動方程式上で割線透水係数が変動する範囲を事前に予測することは非常に困難である。したがって適当な平均値を用いて解析すれば、偶然高い精度の解

を得ることもあるであろうし、またそれと同程度の確率で非常に大きい誤りを犯す可能性も潜在するといえよう。

表-3 演算時間 (FACOM M-190)

中央コア型ダム		均一型
A	B	ダム
40 s	48 s	69 s

このような危険があるため、ここではダルシー流れとしての検討は行っていないのである。

次に、数値解析の立場上いまいつの関心事である演算時間について簡単に触れよう。表-3 は 表-1, 2 のタイムステップのもとに 図-13, 14 および 図-19 で与えられている最終自由水面を求めるまでに要した演算時間 (CPU Time) を掲げたもので、計算機は京都大学大型計算機センター FACOM M-190 である。ただし、連立方程式の解法はバンドマトリックス法を応用している。

この表から明らかなように、それほど多くの演算時間を要することなく解析できている。演算時間があまり大きくなり根拠は、この種の解法が一般にタイムステップをかなり密にとらなければ安定な解を得ることは困難であるけれども、この事実が逆に幸いして、タイムステップが小さければ小さいほど 図-3 で説明したタイムステップ当たりの反復計算回数が減少することによる。実際、ここで例示した問題では運動方程式に関する修正回数は多くのタイムステップで1回であった。

以上、模型実験との比較を総合的に判断すればこの解析法の妥当性が裏付けされたといえるであろう。

5. 結 語

粗粒材よりなる多孔体中の浸透現象が多くの場合非ダルシー流れとなる事実にかんがみ、運動方程式の非線形性を線形計算の反復で近似しつつ非定常自由水面を追跡する簡易解析法を提案した。その概要は定常非ダルシー自由水面流れで展開した割線透水係数に基づく反復法の概念と、ダルシー流れとしての自由水面の移動方法を結合したものである。この方法のほかにもみられない特徴を簡潔に表現すれば、理論構成がきわめて単純でダルシー流れの解析と本質的な相違点はなんら存在しないという点に尽きるであろう。

本論文で議論した要点ならびに得られた結論を摘記すれば次のようにまとめられる。

(1) 割線透水係数の概念を応用し、各タイムステップごとに運動方程式の非線形性を満足するための反復法の手順を詳細に論述した。同時に、飽和領域のみを対象とした自由水面の移動方法に伴う難点を指摘するとともにその回避策を検討した。

(2) 提案した簡易解析法の精度を検証すべく砕石をロック材とする2種類の模型実験を行った。そのタイプは中央コア型ロックフィルダムと均一型ダムであり、いずれも貯水池水位低下時の非定常浸透に伴う圧力水頭の時間推移を測定したものである。

(3) 模型実験と同じ状況を数値解析し、両者の結果を自由水面位置および全水頭の面から比較検討した。その際、特に中央コア型ダムと関連してタイムステップの大きさが解析結果に及ぼす影響を例示した。そしてこれらの比較から、流出面近傍で計算による自由水面降下がいくぶん速やかであるけれども、全体としておおむね一致しており、提案した解析法の妥当性が確かめられた。

(4) 本文においては一般に多く行われている透水試験結果を平均化してダルシー流れとして解析することは試みていないが、その論理的根拠を略述するとともに、提案した解法が演算時間の面でも十分実用に耐えることを例示した。

以上、ここに述べた簡易解析法で非ダルシー流れを考慮することにより、フィルダム法面の浸透流による安定性をさらに厳密に検討できるものと考えている。なお、目下この方法の工学的意義をより高めるため、飽和・不飽和領域を一体とした解析法に拡張しつつある旨記して

本文の結びとしたい。

謝 辞：筆者の一人(山上)は、本論文のみならず研究の全般を通じて京都大学教授 赤井浩一先生にご指導賜わっている。ここに記して厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 山上拓男・小田英一：有限要素法による非ダルシー浸透流の一解法，土木学会論文報告集，第234号，pp. 111～120，1975.
- 2) McCorquodale, J.A. : Variational Approach to Non-Darcy Flow, Proc. ASCE., Vol. 96, HY 11, pp. 2265～2278, 1970.
- 3) McCorquodale, J.A. and M.S. Nasser : Numerical Methods for Unsteady Non-Darcy Flow, Finite Element Methods in Flow Problems (ed. by J.T. Oden, O.C. Zienkiewicz, R.H. Gallagher and C. Taylor), UAH Press, The Univ. of Alabama in Huntsville, pp. 545～557, 1974.
- 4) Huyakorn, P.S. : Finite Element Solutions of Transient, Tow-Regime Flow towards Wells, Proc. of the 1974 Int. Conf. on FEM. in Eng. (held at the Univ. of New South Wales), pp. 799～813, 1974.
- 5) 山上拓男：有限要素法による非定常浸透流解析に関する一考察，土木学会論文報告集，第263号，pp. 85～95，1977.
- 6) 赤井浩一・大西有三・西垣 誠：有限要素法による飽和・不飽和浸透流の解析，土木学会論文報告集，第264号，pp. 87～96，1977.
- 7) C.S. デサイ, J.F. アーベル (山本善之訳)：マトリックス有限要素法，科学技術出版社，pp. 19～22, pp. 497～527, 1974.

(1980.3.17・受付)