

鉄筋コンクリートスラブの曲げ
モーメント-曲率関係についてMOMENT-CURVATURE RELATIONSHIPS OF
REINFORCED CONCRETE SLABS角田与史雄*・堺 孝 司**・能 町 純 雄***
By Yoshio KAKUTA, Koji SAKAI and Sumio NOMACHI

1. ま え が き

鉄筋コンクリート (RC) スラブの設計は、一般に全断面を有効とするときの剛性を用いた弾性解析によって断面力を求め、断面設計すなわち応力計算には引張部のコンクリートの抵抗を無視する慣用のはり理論を適用する方法が用いられている。この方法は、断面力の算定時と応力計算時とで相互の仮定に矛盾があるなど、必ずしも合理的なものとはいいがたいが、それにもかかわらずこの方法が広く用いられているのは、弾性解析による断面力分布に対して配筋しておけば、耐力的な面での不安がないことを経験的に知っているからである。

ところで土木学会では現在、世界的な動向に呼応して従来の許容応力度設計法から、より合理性に富む限界状態設計法へ移行することが検討されている。その場合、限界状態設計法の利点を十分に活用するためには、構造物の終局耐力と、使用状態における性状とをともに明らかにする必要があり、従来簡素化された設計法の陰に隠れてあいまいにされてきた問題について、掘り下げた検討の必要な事項が少なくない。

いま、RC スラブの曲げについてみれば、終局強度設計法としては降伏線理論やストリップ法等、すでに実用的段階に達していると思われるものがあるが、使用性状の把握についてはなお検討の余地が多い。その背景の一つにはひびわれ発生後の断面力の再分配という厄介な問題があるが、それ以前に、主曲げモーメントの方向と配筋方向とが一致しないときの変形挙動の把握が不十分な点を挙げることができる。たとえば4辺支持の正方形スラブの中央点付近に載荷を行えば、隅角部へ向かう大きな放射状ひびわれが生じやすく、ひびわれ幅等の使用性

状の検討にとって無視し得ない影響をもつが、その原因の一つとして、主曲げモーメントの方向と配筋方向とが一致しないときの剛性が配筋方向の剛性に比べてかなり低いことを挙げるのであられる。

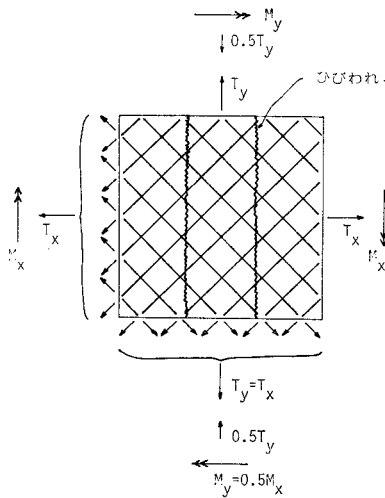
著者ら¹⁾はさきに、十字形スラブ供試体の突版に荷重をかけることにより供試体中央部に二方向曲げモーメントを作用させ、変形状態に対する配筋方向の影響を調べた。この実験は、突版部が供試体中央部の変形に対してある程度拘束作用をもったこと、および反力の大きさを測定しなかったため実際に作用した曲げモーメントの大きさに不確かさが残ったことにより、実験結果には定量的な面での信頼性に疑問なしとしなかったが、定性的な面では配筋方向による変形状態の相違が顕著に現われた。すなわち、実験は直交二方向に等量の鉄筋を配置して行ったが、配筋方向が主曲げモーメントの方向に対して 0° - 90° の場合には、各配筋方向がそれぞれ相互に独立したはり理論に従うかのごとく挙動したのに対し、 $\pm 45^\circ$ の方向に配筋した供試体では、実験を行った二方向主曲げモーメント比 $M_y/M_x=0, 0.5, 0.75, 1$ の4種のうち、 $M_y/M_x=1$ の場合のみが上記と同様な性状を示しただけで、 $M_y/M_x \leq 0.75$ の場合には終局状態に至っても M_y による曲げひびわれが生じず、そのため M_y が存在しているにもかかわらず y 方向の変形は非常に小さく、一方、ひびわれが生じた x 方向の変形は 0° - 90° 配筋の場合に比べて約2倍になった。そしてこれらの性状は、一方向曲げ($M_y/M_x=0$)の場合とほとんど変わらないものであった。

このように主曲げモーメントの方向と配筋方向とが一致しないときに一方向の曲げの影響のみが卓越するのは、鉄筋が板状の補強材ではなく、方向性をもった繊維状補強材であることに起因している。すなわち、例として $\pm 45^\circ$ 配筋、 $M_y/M_x=0.5$ の場合に、 M_x による曲げひびわれが生じている状態を考えれば、図-1に示すように鉄筋がそれぞれの軸方向の引張応力を受け、それ

* 正会員 工博 北海道大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 北海道大学助手 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科



図一 鉄筋引張力の x, y 方向成分
($M_y/M_x=0.5$ の場合)

らの x 方向成分 T_x が M_x に対する曲げ引張力となるが、その際鉄筋応力は y 方向にも成分 T_y をもつことになり、 $\pm 45^\circ$ 配筋の場合には $T_y \div T_x$ となるはずであるが、 $M_y/M_x=0.5$ の場合には M_y とつり合う引張力は約 $0.5 T_y$ で十分であるから、残りの引張力 $0.5 T_y$ を打ち消すだけの圧縮力が y 方向のコンクリートに存在しなければならないことになる。この圧縮力は、一様な曲げモーメントを受けるスラブではスラブ端部における鉄筋の定着力により、また曲げモーメントが位置によって変化する場合にはその変化に応じて鉄筋に作用する付着応力がその原因となる。それらはコンクリートに y 方向偏心圧縮力をもたらす、そのため $M_y/M_x < 1$ (注1) の場合には理論上 M_y による曲げひびわれが生じないことになるのである。

このような鉄筋の方向性の影響に関する研究は古くは Suenson²⁾ から始まり、以来 Leitz^{3)~6)}, Scholz⁷⁾, Kuyt⁸⁾, Ebner^{9),10)}, Peter¹¹⁾, Luza¹²⁾, Baumann¹³⁾, Lenschow・Sozen・Cardenas^{14)~18)}, Holmes^ら¹⁹⁾, Vebo^ら²⁰⁾ その他の研究によって発展させられてきた。しかし、それらの研究の大部分は応力理論や断面の耐力、断面設計法に関するものであり、変形挙動の把握を目的としたものは少ない。それらの中からおもなものを紹介すれば、Baumann は RC シャイベの応力理論を提案し、その中でひびわれ方向角の推定方法を提供するなど、注目すべき成果を取めているが、コンクリートの引張抵抗を無視しているため、ひびわれの発達に伴う剛性の変化をとらえることができず、また、スラブへの拡張に際してはきわめて粗い近似が行われている。一方、Cardenas^らは鉄

筋の方向性の影響に関する一連の研究の中で RC スラブの曲げモーメント-曲率関係を与えているが、それはひびわれ発生時、鉄筋降伏時および終局時の3点を直線で結ぶもので、理論としてはこれら3点のみに限定した不連続なものである。それに対して Vebo^らはひびわれの発達に伴ってスラブの剛性が徐々に低下していく過程を連続的に解析する理論を提供しているが、ねじりモーメントによるせん断ひずみの分布がひびわれ発生後においても変化せず、かつ、せん断ひずみ/曲げひずみの比も不変であるという非現実的な仮定が設けられている。

一方、示方書における鉄筋の方向性の影響に関する取扱いをみれば、土木学会 RC 示方書²¹⁾の12条に、鉄筋が部材の設計断面に直角に交わらない場合には、鉄筋断面に、鉄筋がその断面となす角の正弦をかけた値を鉄筋の有効断面積とする、と規定されているが、これは耐力的な面での考慮を行ったものであって、変形性状に対しては不完全なものである(4.参照)。一方、CEB・FIPのモデルコード²²⁾では、ひびわれ幅に関する規定の解説の中で、鉄筋とひびわれとが 75° 未満の角度で交わるときに、計算上の平均ひずみの値を割増す係数が与えられているが、二方向の鉄筋を有するスラブに対してどのように適用すべきかについては述べられていない。

以上に述べたように、主曲げモーメントの方向と配筋方向とが一致しない場合の RC スラブの変形性状の理論的取扱いについてはなお検討の余地が多い。そこで本研究では、RC スラブの使用状態における性状の把握に役立つことを目的とし、鉄筋が弾性範囲内にある場合の曲げひびわれ発生後の曲げモーメント-曲率または平均ひずみの関係を求めるための新しい理論を提供し、実験によってその補完と検証を行うとともに、実用上の便宜を考慮して、はり理論を準用する近似法もあわせて提供することにした。この理論は、ひびわれ発生後の剛性の変化を連続的に解析し得る点で Vebo^らの理論と同じ長所を有するほか、実用性を重んじて繰り返し試算が不要である形にしたこと、およびせん断変形を2つの成分に分けて考えることにより、鉄筋が繊維状補強材であることによる特性を最大限に考慮したことによる特長がある。

2. 曲げモーメント-曲率関係の算定理論

いま、RC スラブの着目する位置の主曲げモーメントの方向に x, y 軸を選ぶ。ここでは $0 \leq M_y < M_x$ の場合を考える。鉄筋は図-2に示すように x 軸から反時計回り (y 軸方向) に測って θ_1 および θ_2 の方向にあるものとし、それぞれの鉄筋1本当たりの断面積を A_{s1}, A_{s2} 、鉄筋の中心間隔を s_1, s_2 、有効高さを d_1, d_2

注1) $\pm 45^\circ$ の等量配筋以外の場合は1より小さい値が限界値となり得る。後述の注5)を参照されたい。

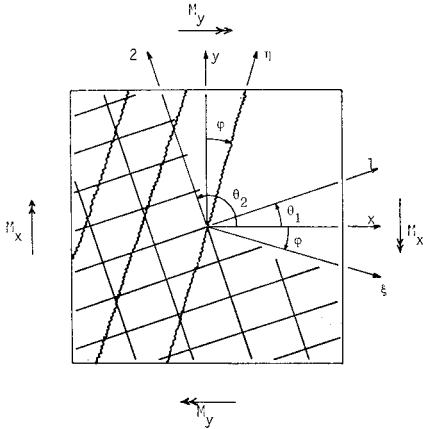


図-2 座標のとり方

とおけば、各配筋方向の鉄筋比は次のように定義することができる ($i=1, 2$).

$$p_i = \frac{A_{si}}{s_i d_i} \dots\dots\dots (1)$$

主曲げモーメントの方向が配筋方向と一致しない場合には前述のように M_x による曲げひびわれのみを考慮するだけでよいが、ひびわれの方向は必ずしも x 軸と直角になるとは限らないので、ここでは一般的に y 軸から時計回りに測って φ なる角度の方向にあるものとし、その方向に ξ, η 軸を選ぶ (図-2 参照). このとき、 M_x および M_y による ξ, η 方向成分は、

$$\left. \begin{aligned} M_\xi &= M_x \cos^2 \varphi + M_y \sin^2 \varphi \\ M_\eta &= M_x \sin^2 \varphi + M_y \cos^2 \varphi \\ M_{\xi\eta} &= (M_x - M_y) \sin \varphi \cos \varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ところで応力理論を導く場合には引張部のコンクリートの抵抗を無視することができるが、曲率や平均ひずみを求めようとする変形理論では、ひびわれ発生後引張部のコンクリートの寄与が徐々に低下していく過程を考慮に入れる必要がある. その方法として従来、RC はりを対象に行われている研究によれば、i) 引張部のコンクリートの受け持つ応力を仮定し、その大きさを変化させる、ii) ひびわれ断面の鉄筋応力とひびわれをまたぐ鉄筋の平均ひずみの関係を与える、iii) 全断面を有効とする曲げ剛性と引張部のコンクリートを無視するときの曲げ剛性を結ぶ過渡曲線を与える、等の方法がある. これらの方法はそれぞれに長短があるが、せん断ひずみの影響を考慮する本理論においては、方法 ii) が最も適している. そこでここではその代表的なものである CEB-FIP のモデルコード²³⁾の方法を応用することにする. すなわちそのコードにはひびわれ断面の鉄筋応力 σ_s と鉄筋平均ひずみ $\bar{\epsilon}_s$ の関係として次式が与えられている.

$$\bar{\epsilon}_s = \frac{\sigma_s}{E_s} \left\{ 1 - k_1 k_2 \left(\frac{\sigma_{scr}}{\sigma_s} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 E_s は鉄筋のヤング率、 σ_{scr} はひびわれ発生時の鉄筋の計算応力、 k_1 および k_2 は鉄筋の付着性能および載荷様式を考慮するための係数で、鉄筋として異形棒鋼を用い、かつ、1回目の載荷に対しては $k_1 = k_2 = 1$ である. ところでスラブにおいては二方向の鉄筋が存在するので、上式を次式に置き換えるのが便利である.

$$\bar{\epsilon}_s = \frac{\sigma_s}{E_s} \left\{ 1 - k_1 k_2 \left(\frac{T_{\xi cr}}{T_\xi} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに $T_{\xi cr}$ および T_ξ は、ひびわれ発生曲げモーメント $M_{\xi cr}$ および任意の曲げモーメント $M_\xi (> M_{\xi cr})$ に対する曲げ引張力を表す注2). なお、本論文では面内力を考慮しないので、 $T_{\xi cr}/T_\xi$ は $M_{\xi cr}/M_\xi$ と等値である.

次に変形計算式を誘導するが、その際、ひびわれ発生後の変形を取り扱うことから、コンクリートのポアソン比および圧縮鉄筋の影響は小さいと考えてよいので、以下ではこれらの影響を無視する. また、ひびわれに沿った方向のひずみは、ひびわれをまたぐ方向のひずみに比べて微小であるので、これを無視する. すなわち、任意の高さの面におけるひずみは $\epsilon_\xi, \epsilon_\eta$ および $\tau_{\xi\eta}$ の3成分があるが、 ϵ_η は考えないことにする.

そこで鉄筋 i ($i=1, 2$) の高さの面における平均ひずみを $\bar{\epsilon}_{si\xi}, \bar{\tau}_{si\xi\eta}$ とおけば、それらによる各鉄筋軸方向の平均ひずみ $\bar{\epsilon}_{si}$ は、

$$\bar{\epsilon}_{si} = \bar{\epsilon}_{si\xi} \cos^2 \rho_i + \bar{\tau}_{si\xi\eta} \sin \rho_i \cos \rho_i \dots\dots\dots (5)$$

ここに、

$$\rho_i = \theta_i + \varphi \dots\dots\dots (6)$$

このとき鉄筋 i の応力 σ_{si} は、式 (4) の関係を用いて、

$$\sigma_{si} = \bar{E}_s \cos \rho_i (\bar{\epsilon}_{si\xi} \cos \rho_i + \bar{\tau}_{si\xi\eta} \sin \rho_i) \dots\dots\dots (7)$$

ここに、

$$\bar{E}_s = \frac{E_s}{1 - k_1 k_2 \left(\frac{T_{\xi cr}}{T_\xi} \right)^2} \dots\dots\dots (8)$$

上記の鉄筋応力によるスラブ単位長当たりの引張力は $T_{si} = p_i d_i \sigma_{si}$ であるから、

$$T_{si} = p_i d_i \bar{E}_s \cos \rho_i (\bar{\epsilon}_{si\xi} \cos \rho_i + \bar{\tau}_{si\xi\eta} \sin \rho_i) \dots\dots\dots (9)$$

これによるスラブ単位長当たりの ξ 方向引張力は $T_{si\xi} = T_{si} \cos^2 \rho_i$ であるから、

$$T_{si\xi} = p_i d_i \bar{E}_s \cos^3 \rho_i (\bar{\epsilon}_{si\xi} \cos \rho_i + \bar{\tau}_{si\xi\eta} \sin \rho_i) \dots\dots\dots (10)$$

同様に η 方向引張力およびせん断力成分はそれぞれ、

$$T_{si\eta} = p_i d_i \bar{E}_s \cos \rho_i \sin^2 \rho_i (\bar{\epsilon}_{si\xi} \cos \rho_i$$

注 2) 式 (4) 中の $T_{\xi cr}, T_\xi$ は引張部のコンクリートの抵抗を無視する応力理論より定まる値であり、以下に述べる変形理論において $\bar{E}_s = E_s, n_D = \infty$ とおくときの T_{sc} の計算値がこれにあたる.

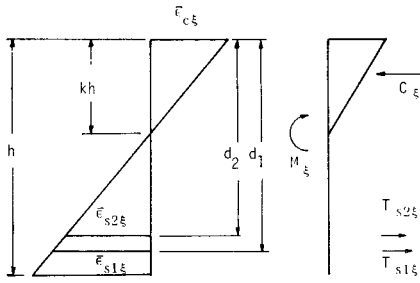


図-3 xi 方向のひずみと力

$$+ \bar{\tau}_{si\xi\eta} \sin \rho_i) \dots\dots\dots(11)$$

$$T_{si\xi\eta} = p_i d_i \bar{E}_s \cos^2 \rho_i \sin \rho_i (\bar{\varepsilon}_{si\xi} \cos \rho_i + \bar{\tau}_{si\xi\eta} \sin \rho_i) \dots\dots\dots(12)$$

式 (10) の $T_{si\xi}$ の $i=1, 2$ に対する和

$$T_{s\xi} = \bar{E}_s \sum_{i=1}^2 p_i d_i \cos^2 \rho_i (\bar{\varepsilon}_{si\xi} \cos \rho_i + \bar{\tau}_{si\xi\eta} \sin \rho_i) \dots\dots\dots(13)$$

が M_ξ に対する曲げ引張力に相当する。すなわち ξ 方向の内力の状態は図-3 に示すようになり、スラブ厚を h 、中立軸の高さを kh 、スラブ上面の ξ 方向平均圧縮ひずみを $\bar{\varepsilon}_{c\xi}$ と置けば、平面保持の仮定を設けることにより、

$$\frac{\bar{\varepsilon}_{c\xi}}{k} = \frac{\bar{\varepsilon}_{si\xi}}{\beta_i - k} \dots\dots\dots(14)$$

ここに、

$$\beta_i = \frac{d_i}{h} \dots\dots\dots(15)$$

そこで、圧縮部のコンクリートがヤング率 E_c をもつ弾性体であると仮定すれば、圧縮合力は、

$$C_\xi = \frac{1}{2} kh E_c \bar{\varepsilon}_{c\xi} \dots\dots\dots(16)$$

このとき、力のつり合い条件 $C_\xi = T_{s\xi}$ より、

$$\frac{1}{2} k \bar{\varepsilon}_{c\xi} = \bar{n} \sum_{i=1}^2 p_i \beta_i \cos^3 \rho_i (\bar{\varepsilon}_{si\xi} \cos \rho_i + \bar{\tau}_{si\xi\eta} \sin \rho_i) \dots\dots\dots(17)$$

ここに、

$$\bar{n} = \frac{\bar{E}_s}{E_c} \dots\dots\dots(18)$$

同様にモーメントのつり合い条件 $M_\xi = \sum T_{si\xi} (\beta_i - k/3)h$ より、

$$M_\xi = \bar{n} E_c h^3 \sum_{i=1}^2 p_i \beta_i \left(\beta_i - \frac{k}{3} \right) \cos^3 \rho_i (\bar{\varepsilon}_{si\xi} \cos \rho_i + \bar{\tau}_{si\xi\eta} \sin \rho_i) \dots\dots\dots(19)$$

次にねじりモーメント $M_{\xi\eta}$ について考える。板理論におけるねじりモーメントは、座標軸の方向が主曲げモーメントの方向と一致しないときに現われるモーメント成分であり、したがってねじりモーメントによるせん断応力およびせん断ひずみの分布形状は、一般に曲げ応力および曲げひずみの分布と相似であると考えればよい。ところが RC スラブにおいては、鉄筋が方向性をもった

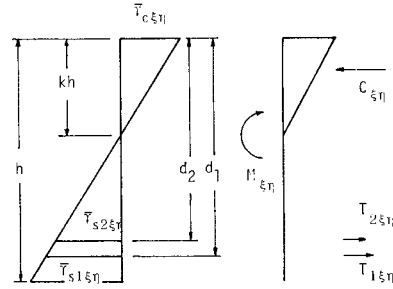


図-4 一次のせん断ひずみと力

繊維状補強材であることの特徴のため、後述するように二次的なせん断ひずみが生ずる。そこでここでは、平均せん断ひずみ $\bar{\tau}_{\xi\eta}$ を、通常の曲げ理論に対応する成分 $\bar{\tau}_{\xi\eta}'$ と、二次的な成分 $\bar{\tau}_{\xi\eta}''$ とに分けて考える。すなわち、スラブ上面および鉄筋 $i (=1, 2)$ の高さの面に対してそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\tau}_{c\xi\eta} &= \bar{\tau}_{c\xi\eta}' + \bar{\tau}_{c\xi\eta}'' \\ \bar{\tau}_{si\xi\eta} &= \bar{\tau}_{si\xi\eta}' + \bar{\tau}_{si\xi\eta}'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

そこでまず一次の成分については曲げひずみと相似な分布を仮定すると (図-4)、

$$\frac{\bar{\tau}_{c\xi\eta}'}{k} = \frac{\bar{\tau}_{si\xi\eta}'}{\beta_i - k} \dots\dots\dots(21)$$

$$C_{\xi\eta} = \frac{1}{2} kh G_c \bar{\tau}_{c\xi\eta}' \dots\dots\dots(22)$$

$$M_{\xi\eta} = \sum_{i=1}^2 T_{i\xi\eta} \left(\beta_i - \frac{k}{3} \right) h \dots\dots\dots(23)$$

ここに、 G_c はコンクリートのせん断弾性係数を表すが、ここではポアソン比を無視しているので $G_c = E_c/2$ である。したがって上の各式と式 (14)、(16) および (19) とを対比することにより、次のように置くことができる。

$$C_{\xi\eta} = m_{\xi\eta} C_\xi, \quad T_{i\xi\eta} = m_{\xi\eta} T_{si\xi} \dots\dots\dots(24)$$

$$\bar{\tau}_{c\xi\eta}' = 2 m_{\xi\eta} \bar{\varepsilon}_{c\xi}, \quad \bar{\tau}_{si\xi\eta}' = 2 m_{\xi\eta} \bar{\varepsilon}_{si\xi} \dots\dots\dots(25)$$

ここに、

$$m_{\xi\eta} = \frac{M_{\xi\eta}}{M_\xi} \dots\dots\dots(26)$$

ところで、上記の $T_{i\xi\eta} (i=1, 2)$ は $M_{\xi\eta}$ とのつり合いに必要な引張部の水平せん断力であるが、 $M_{\xi\eta}$ と M_ξ とは相互に独立な変数であるのに対し、鉄筋の軸方向応力によるせん断力成分 $T_{si\xi\eta}$ は式 (12) より明らかなように、ひずみを媒介として M_ξ と従属関係にあるため、 $T_{i\xi\eta}$ と $T_{si\xi\eta}$ とは必ずしも一致するとは限らない。その不つり合い力

$$D_i = T_{i\xi\eta} - T_{si\xi\eta} \dots\dots\dots(27)$$

はひびわれ位置においても存在しなければならないため、鉄筋の水平方向ほぞ作用 (dowel action) やひびわれ面のかみ合わせ作用 (aggregate interlock action) が生ずることになる。そのため、ひびわれにはさまれたコ

ンクリートは偏心水平せん断力を受けることになり、二次的なせん断変形が生ずることになる。しかし、これらの作用はきわめて複雑な現象であるため、現在のわれわれの知識ではその変形量を理論的に推定し得るまでには至っていない。そこでここでは二次せん断ひずみに対する D_i の影響係数 α を導入することにより、次のように表わすことにする。スラブ上面および鉄筋 $i(i=1, 2)$ の高さの面に対して、

$$\left. \begin{aligned} \bar{r}_{c\epsilon\eta}'' &= \frac{1}{hG_c} \sum_{j=1}^2 \alpha_{cj} D_j \\ \bar{r}_{s\epsilon\eta}'' &= \frac{1}{hG_c} \sum_{j=1}^2 \alpha_{sj} D_j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

ここに α_{cj} および α_{sj} の値については、後に実験式を与えることにする (3. (3) 参照)。

このとき、鉄筋 i の高さの面における平均せん断ひずみは、式 (25) および (28) を式 (20) に代入することにより、

$$\bar{r}_{s\epsilon\eta} = 2 m_{\epsilon\eta} \bar{\epsilon}_{s\epsilon\eta} + \frac{2}{hE_c} \sum_{j=1}^2 \alpha_{sj} D_j \dots\dots\dots(29)$$

一方、式 (24) を式 (27) に代入し、式 (12) の関係を用いれば、

$$D_i = hE_c (C_i \bar{\epsilon}_{s\epsilon\eta} + S_i \bar{r}_{s\epsilon\eta}) \dots\dots\dots(30)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} C_i &= \bar{n} p_i \beta_i \cos^3 \rho_i (m_{\epsilon\eta} \cos \rho_i - \sin \rho_i) \\ S_i &= \bar{n} p_i \beta_i \cos^2 \rho_i \sin \rho_i (m_{\epsilon\eta} \cos \rho_i - \sin \rho_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

式 (30) を式 (29) に代入して、

$$\bar{r}_{s\epsilon\eta} = 2 m_{\epsilon\eta} \bar{\epsilon}_{s\epsilon\eta} + 2 \sum_{j=1}^2 \alpha_{sj} (C_j \bar{\epsilon}_{s\epsilon\eta} + S_j \bar{r}_{s\epsilon\eta}) \dots\dots\dots(32)$$

上式は $i=1, 2$ に対する 2本の式からなり、そのおのおのに $\bar{r}_{s1\epsilon\eta}$ と $\bar{r}_{s2\epsilon\eta}$ を含んでいるので、それらについて解けば、

$$\bar{r}_{s\epsilon\eta} = \sum_{j=1}^2 G_{ij} \bar{\epsilon}_{s\epsilon\eta} \dots\dots\dots(33)$$

ここに ($i=1, 2$)、

$$\left. \begin{aligned} G_{ii} &= \frac{2}{F} [(1-2 \alpha_{sli} S_l) (m_{\epsilon\eta} + \alpha_{sli} C_i) \\ &\quad + 2(\alpha_{sli})^2 C_i S_l] \\ G_{il} &= \frac{2}{F} \alpha_{sli} (C_l + 2 m_{\epsilon\eta} S_l) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(34)$$

ここに、添字 l は $i=1$ のときに 2、 $i=2$ のときに 1をとるものとする。また、

$$F = (1-2 \alpha_{s11} S_1) (1-\alpha_{s22} S_2) - 4(\alpha_{s12})^2 S_1 S_2 \dots\dots\dots(35)$$

そこで、式 (33) を式 (17) に代入し、式 (14) の関係を用いれば、 k に関する二次式が得られる。それを解いて、

$$k = \sqrt{R_1^2 + 2 R_2} - R_1 \dots\dots\dots(36)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \bar{n} \sum_{i=1}^2 p_i \beta_i \cos^3 \rho_i \{ \cos \rho_i \\ &\quad + (G_{i1} + G_{i2}) \sin \rho_i \} \\ R_2 &= \bar{n} \sum_{i=1}^2 p_i \beta_i \cos^3 \rho_i \{ \beta_i \cos \rho_i \\ &\quad + (\beta_1 G_{i1} + \beta_2 G_{i2}) \sin \rho_i \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

次に、式 (33) を式 (19) に代入し、かつ、式 (14) の関係を用いて整理すれば、次式が得られる。

$$\bar{\epsilon}_{c\epsilon} = \frac{M_{\epsilon}}{E_c I} k h, \quad \bar{\epsilon}_{s\epsilon} = \frac{M_{\epsilon}}{E_c I} (\beta_i - k) h \dots\dots\dots(38)$$

ここに、 I は換算断面二次モーメントに相当するもので、

$$\begin{aligned} I &= h^3 \bar{n} \sum_{i=1}^2 p_i \beta_i (\beta_i - k) \left(\beta_i - \frac{k}{3} \right) \cos^3 \rho_i \\ &\quad \cdot \left\{ \cos \rho_i + \left(G_{ii} + \frac{\beta_i - k}{\beta_i - k} G_{il} \right) \sin \rho_i \right\} \dots\dots\dots(39) \end{aligned}$$

ここに、添字 l の定義は式 (34) におけると同じである。

以上が変形計算式であるが、具体的な計算手順としては、まずコンクリートの曲げ強度より $M_{\epsilon cr}$ の値を推定する注3)。次に任意の $M_{\epsilon} (> M_{\epsilon cr})$ の値を与えれば $T_{\epsilon cr}/T_{\epsilon} (= M_{\epsilon cr}/M_{\epsilon})$ の値が定まるので式 (8) より \bar{E}_s の値が求まり、したがって式 (36) より k の値を計算することができるので、式 (38) より ϵ 方向のひずみまたは曲率 ($\bar{\epsilon}_{c\epsilon}/kh$) を求めることができる。また、せん断ひずみも知りたいときは式 (33) または式 (20) を用いればよい。ただし、以上の計算を行うためには、ひびわれ方向角 φ および二次せん断変形に対する影響係数 α_{cj} 、 $\alpha_{sj} (i=1, 2, j=1, 2)$ の値を知る必要があり、それらの実際上の取扱いについては 3. (2) および 3. (3) に述べる。

3. 実験的検討

(1) 供試体および実験方法

前述の理論の補完と検証とをかねて、スラブ供試体の曲げ実験を行った。その際、本来は二方向曲げ実験を行うのが望ましいが、実験技術上種々の困難が伴う。ところが幸いなことに、先に引用した十字形供試体による二方向曲げ実験によれば、 $\pm 45^\circ$ 配筋で $M_y/M_x < 1$ の場合には一方向曲げひびわれしか生じないため、 y 方向のひずみは微小であり、 x 方向ひずみに対しても M_y の影響がほとんどみられなかったこと、および、前述の理

注 3) 鉄筋の影響も考慮するときは、近似的に有効鉄筋比を $p_i \cos^2 \theta_i$ 、有効ヤング率を $E_s \cos^2 \theta_i$ として考慮すればよい。その考え方は式 (43)、(44) の導出の根拠を参照されたい。

論においてもひびわれに沿った η 方向のひずみを無視しているので、 M_x の影響は計算上入ってこないことなどから、実験の容易な一方向曲げ実験を行うだけでも所期の目的を十分達成できるものと判断し、そのように実験計画を立てた。

供試体は図-5に示すように幅 50 cm、長さ 180 cm、厚さ 10 cm の板状のスラブで、供試体中央部の 50 cm × 50 cm の範囲が試験領域である。鉄筋は下面側にのみ配置し、直交二方向配筋とした（ただし、 0° ~ 90° 配筋の場合は横鉄筋を省略した）。変数は、表-1 に示すように、二方向の鉄筋比の比 ρ_2/ρ_1 を 2 種類とし、配筋方向 θ_1 ~ θ_2 を種々に変化させた。鉄筋はすべて SD 35 の D 10 を使い、鉄筋端部は 180° フックを設けて定着した。コンクリートは単位セメント量 320 kg/m^3 、水セメント比 50% で、早強ポルトランドセメントおよび天然骨材を使用している。供試体は材令 1 日に脱型した後実験室中で湿潤養生を行い、材令 7 日に実験を行った。実験日におけるコンクリートの圧縮強度は、時期による室温の変動が大きかったこともあり、 $234 \sim 372 \text{ kg/cm}^2$ ($22.9 \sim 36.5 \text{ N/mm}^2$) の間にばらついた。

荷重は図-5に示すように 2 線荷重とし、荷重および反力が供試体の縦方向移動および横方向回転を拘束しないよう、ローラーと球面座を通して載荷した。

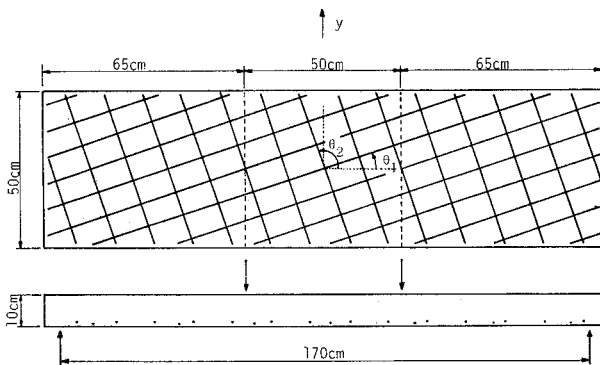


図-5 供試体および載荷位置

表-1 供試体の変数値およびコンクリート圧縮試験結果

供試体 No.	鉄筋			コンクリート	
	鉄筋比		配筋方向 θ_1 ~ θ_2	強度 kg/cm^2 (N/mm^2)	ヤング率 t/cm^2 (kN/mm^2)
	ρ_1	ρ_2			
1	0.0135	—	0°	343 (33.6)	275 (27.0)
2	0.0135	0.0135	15° ~ 105°	372 (36.5)	300 (29.4)
3	0.0135	0.0135	30° ~ 120°	280 (27.5)	274 (26.9)
4	0.0135	0.0135	45° ~ 135°	290 (28.4)	252 (24.7)
5	0.00846	—	0°	346 (33.9)	284 (27.9)
6	0.0135	0.00698	15° ~ 105°	342 (33.5)	293 (28.7)
7	-0.0135	0.00698	30° ~ 120°	333 (32.7)	293 (28.7)
8	0.0135	0.00698	45° ~ 135°	311 (30.5)	281 (27.6)
9	0.0135	0.00698	60° ~ 150°	234 (22.9)	277 (27.2)
10	0.0135	0.00698	75° ~ 165°	293 (28.7)	279 (27.4)

($d_1=8 \text{ cm}$, $d_2=7 \text{ cm}$, $E_s=1.962 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ (0.1924 MN/mm^2))

測定は、供試体中央部の下面に対してコンタクト型ひずみ計を用いて縦、横および $\pm 45^\circ$ 方向のひずみを（図-6 参照）、また、上面に対してはワイヤストレンゲージを用いて同様の方向のひずみを（図-7 参照）求めた。

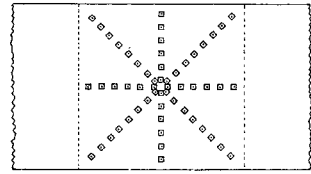


図-6 コンタクト型ひずみ計の標点位置（供試体下面）

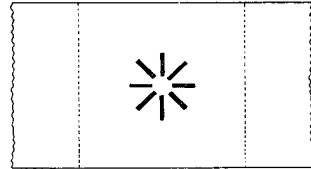


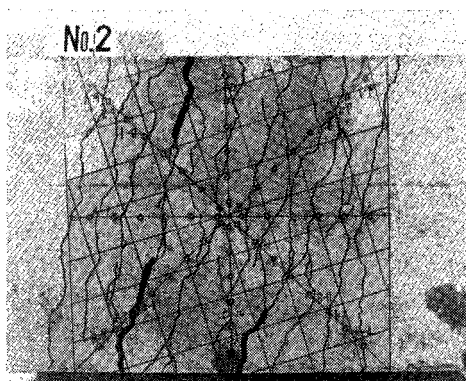
図-7 ワイヤストレンゲージの貼付位置（供試体上面）

(2) ひびわれ方向角

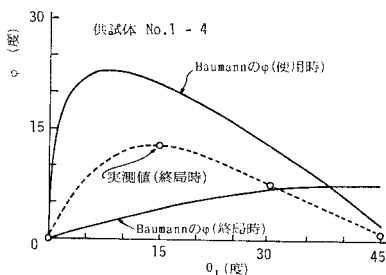
各供試体は、曲げモーメント M_x が約 $0.6 \sim 0.8 \text{ tm}$ (約 $6 \sim 8 \text{ kNm/m}$) を超えた後に曲げひびわれが徐々に生じた。ひびわれは最初供試体の縦方向とほぼ直角の方向 ($\varphi=0$) に生じたが、 $\theta_1 \neq 0$ の供試体ではひびわれが供試体の幅方向に伸びるにつれて傾斜したり、あるいは既存のひびわれを斜めに橋渡しするひびわれが生じることにより、平均的なひびわれ方向が徐々に傾斜していく傾向が示された。その傾斜方向は、前述の理論における偏心水平せん断力 D_1+D_2 の作用方向と合致しており、最初直角方向に生じたひびわれが徐々に傾斜していくのは D_1+D_2 の存在によることが確かめられた。写真-1 は、実験終了後すなわち終局状態におけるひびわれ状況の一例を示したものである。

→

前述のように Baumann は RC シャイベすなわち平面応力を受ける板構造の応力理論を提案し、その中でひびわれ方向角の理論値を与えている。それは $D_1+D_2=0$ に相当する条件から導いたもので、解は鉄筋が弾性範囲にある場合（使用時）と降伏した後の状態（終局時）の 2 つの値からなる。この理論は鉄筋比の値を補正することによりスラブへも適用可能としており、本実験の供試体に適用した計算結果を 図-8 および 9 に示す。これによれば、 θ_1 - φ 曲線は使用時と終局時とでかなり異なったものになっており、特に供試体 No. 2, 3 および 6 では使用時よりも終局時の方が φ の値は小さくなっている。しかし実験によれば、曲げモーメントの増加に伴って φ の値は 0 から徐々に増加する傾向が示され、終局時に再び減少する性状はみられなかった。図には終局時に実測された φ の平均値も示してあるが、その θ_1 との関係は、終局時

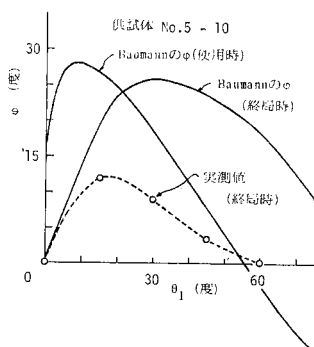


写真一 終局時のひびわれ状況の例



図一 8 ひびわれ方向角 (供試体 No. 1~4)

に対するよりも使用時に対する計算値に類似した傾向を示している。しかし、その絶対値は使用時に対する計算値の半分程度である。前述の $D_1 + D_2 = 0$ という条件は鉄筋のほぞ作用やひびわれ面のかみ合わせ作用が完全に失われた状態を意



図一 9 ひびわれ方向角 (供試体 No. 5~10)

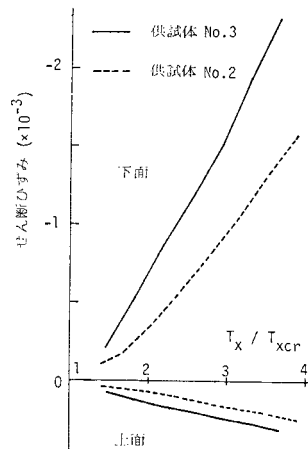
味しており、実際の性状はそれらが失われる前の過渡的な状態にあることがわかる。いずれにせよ、上記のような過渡的な状態を正確にとらえるのは困難であり、また、使用状態での変形状を取り扱ううえでは、 ϕ の値は終局時におけるほど大きくはないので、ここでは次項に述べるように、 ϕ の値の変化の影響は二次せん断変形の中に含めて考慮することとし、計算上は $\phi = 0$ として取り扱うことを提案したい。なお、二方向曲げの場合には一方向曲げの場合に比べて ϕ の値が大きくなると考えられ、したがって M_y / M_x の値が大きくなり、二方向ひびわれの状態に近づくにつれて $\phi = 0$ の仮定は不適当となる可能性がある。しかし二方向曲げ実験を精度よく行うには今後解決すべき技術上の問題が残されており、こ

の点については今後の研究に期待することにした。

(3) 二次せん断変形

主曲げモーメントの方向と配筋方向とが一致しないとき、一般には式 (27) に述べた偏心水平せん断力 D_1 、 D_2 がひびわれ間のコンクリートに作用し、通常の板理論にはない二次的なせん断変形が生ずるとともに、ひびわれ方向角の変化をもたらす。したがってこの現象を正確に把握しようとするれば、ひびわれ方向角の変化とそれに伴う二次変形の大きさを追跡する必要があるが、両者は同じ原因によるものであり、設計等の実用上の立場からみれば、ひびわれ方向角の変化の影響も含めて二次変形として取り扱う方が便利である。そこでここではこのように取り扱う場合の二次変形に対する実験式を求めることにする。

図一10 は、供試体の上面および下面において測定されたせん断ひずみの例を示したものである。この例にみられるように、せん断ひずみの大きさは曲げモーメントの増加とともに増加率が増し、せん断変形に対する剛性が徐々に低下していくことが示されている。また、上面のせん断ひずみは下面のせん断ひずみに比べて絶対値がかなり小さく、それはあたかも偏心せん断力を受ける弾性体の変形に類似するものである。そこでこれらの性質を反映させるため、式 (28) に導入した影響係数を次式により表わすことにする ($j=1, 2, i=1, 2$)。



図一10 せん断ひずみの測定値の例

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{cj} &= \frac{1}{n_D} \{6(\beta_j - 0.5) - 1\} \\ \alpha_{sij} &= \frac{1}{n_D} \{1 + 12(\beta_i - 0.5)(\beta_j - 0.5)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

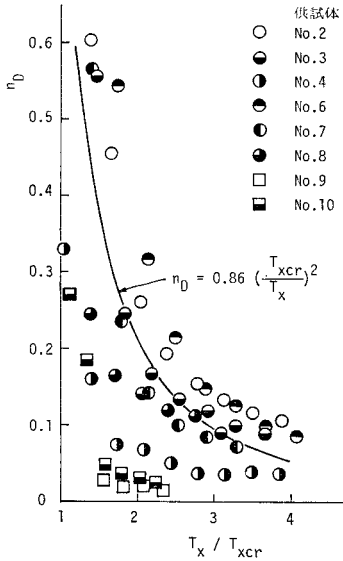
ここに、 n_D は剛性の変化を考慮するための係数である。各供試体で測定されたせん断ひずみより n_D の値を求めた結果は 図一11 に示すとおりであり、これより次の実験式が得られた。

$$n_D = 0.86 \left(\frac{T_{xcr}}{T_x} \right)^2 \dots\dots\dots (41)$$

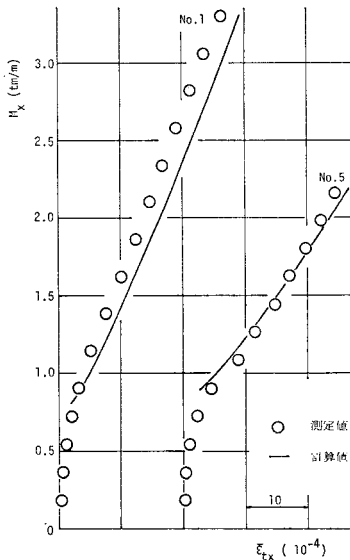
ここに、 T_{xcr} および T_x は、式 (4) において定義した $T_{\xi cr}$ および T_{ξ} の ξ を x に置き換えた ($\phi = 0$) ものである。なお、図一11 において供試体 No. 9 および

10 は上式との適合性が悪いが、これらの供試体では $D_1 + D_2$ の値が非常に小さいため、スラブの変形計算のうえで n_D の値はほとんど問題にならない。そこで上式の導出に際しても、これら2つのデータを除外し、残りのデータから係数值 0.86 を求めてある。

なお、上式は $\varphi=0$ の仮定に基づいているため、二方向曲げに適用すれば M_y/M_x が大きくなるにつれて誤差が大きくなる可能性があるが、この点についても今後の多くの研究により、一般性の高い式が見出されていくことに期待したい。



図—11 $n_D - T_x / T_{xcr}$ の関係

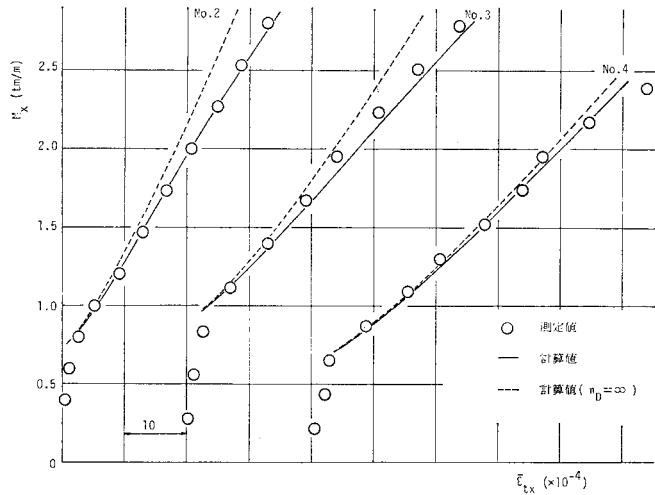


図—12 供試体下面の縦方向平均引張ひずみ

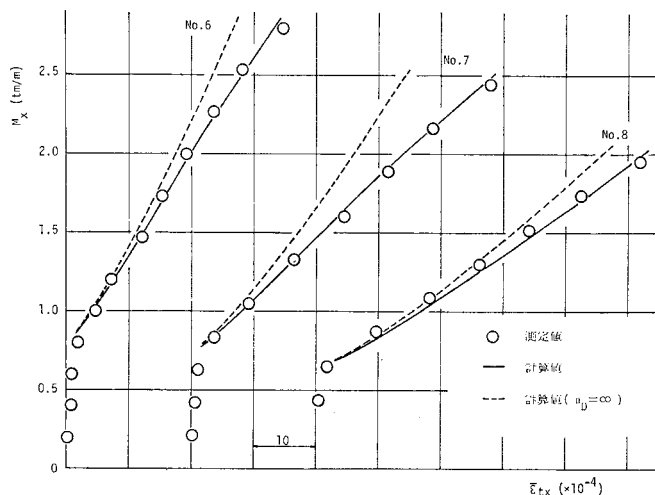
(4) 曲げ変形

以上により、ひびわれ方向角および二次せん断変形に対する実際上の取扱いが定まったので、変形計算が可能になった。せん断ひずみについてはすでに n_D の実験式の算出に用いたので、ここでは縦方向 (x 方向) のひずみについて実測値と計算値の比較を行う。なお計算においては、鉄筋が試験区域内でもフック定着されていることを考慮し、鉄筋はフックの始点(曲がり始める点)から内側の範囲のみを有効として取り扱った。

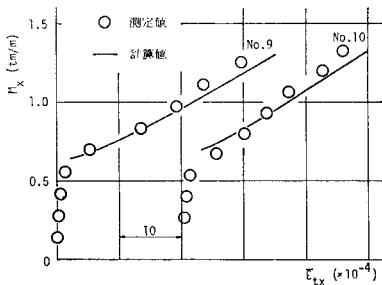
図—12~15 は 供試体下面の縦方向平均引張ひずみを示したものである。供試体 No. 1~4 は直交二方向が同じ鉄筋比となるように配筋したものであるが、これらの図より θ_1 が 0° から 45° へ向かってひずみの実測値(○印)が約2倍へ増加しており、主曲げ方向と配筋方向の



図—13 供試体下面の縦方向平均引張ひずみ



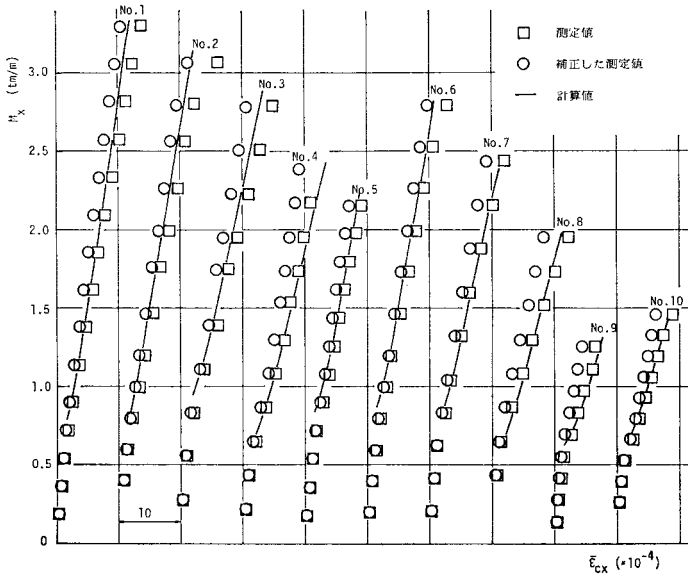
図—14 供試体下面の縦方向平均引張ひずみ



図一15 供試体下面の縦方向平均引張ひずみ

相違による剛性の低下が明確に示されている。また、計算値(実線)は供試体全体を通じて実測値をよく追跡しており、前述の理論の妥当性が示されている。なお、図には参考のために二次せん断変形を無視した場合($n_d = \infty$)の計算値(点線)も示してあり注4)、 $\theta_i = 15^\circ \sim 30^\circ$ のときに二次せん断変形が縦方向ひずみに対して無視し得ない影響をもっていることが示されている。

次に、図一16は供試体上面の縦方向平均圧縮ひずみを示したものである。実験ではコンタクト型ひずみ計による引張面のひずみ測定とひびわれ観測のため、各測定荷重段階において約10分間荷重を一定に持続させる必要があった。そのため、その間にコンクリートがクリープ変形を起こすことが考えられたので、上面のひずみ測定は、各荷重段階につき諸測定開始時と終了時の2回ずつ行った。図中の○印は測定時間中のひずみ増加量をクリープ成分と見なして測定値から差し引いた値であり、□印はそれを差し引かない値である。ここでも測定値は



図一16 供試体上面の縦方向平均圧縮ひずみ

θ_i の相違による剛性の変化の影響を示しており、計算値(実線)はその性質をよく反映したものとなっている。

前述の理論では η 方向($\varphi=0$ として取り扱うので y 方向と一致)のひずみを無視している。しかし横方向応力の計算は可能であり、曲げモーメント M_y と偏心圧縮力 T_{siny} による応力を合成すればよい。すなわちスラブ厚の中央から z (下方を正)なる位置のコンクリートの応力は、

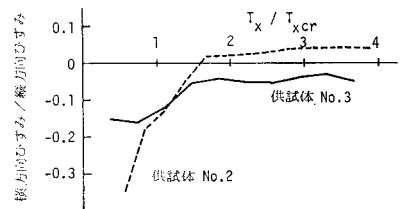
$$\sigma_{cz} = -\frac{12 M_y z}{h^3} + \sum_{i=1}^2 \frac{T_{siny}}{h} \left\{ 1 + \frac{12}{h^2} \left(d_i - \frac{h}{2} \right) z \right\} \dots\dots\dots(42)$$

上式は、一般に $\theta_i \neq 0$ の場合にスラブ下面に圧縮応力を与え、それが一方の曲げひびわれしか生じない原因となる注5)。図一17は供試体下面の横方向平均ひずみ/縦方向平均ひずみの測定値の例を示したものである。測定された横方向平均ひずみは一般には圧縮となったが、ここに示した例の一つにみられるように、曲げモーメントの増加に伴って圧縮から引張に変化したものもあった。それはひびわれ方向角の変化の影響によるもので、せん断ひずみを考慮して最小主ひずみを求めたところ、それは圧縮であった。いずれにせよ、横方向ひずみは縦方向ひずみに比べて十分に小さく、横方向ひずみを無視する近似は実用上問題ないものといえよう。

4. はり理論による近似計算法

スラブの使用状態における性状、たとえばひびわれ幅の推定のために平均ひずみを求めたい場合等では、一般に主曲げモーメントの方向(x 方向)のひずみを知るだけで十分な場合が多いと考えられる。この目的に限定すれば、下記のようにはり理論に近似することが可能である。

いま、 $\varphi=0$ のときに $\xi=x$ 、 $\rho_i=\theta_i$ であることに留意し、第一近似としてせん断ひずみを無視して式(7)~(13)の曲げ引張



図一17 供試体下面の横方向平均ひずみ/縦方向平均ひずみの例

注 4) No. 9 と No. 10 の点線は実線とほとんど一致するので省略した。

5) 式(42)がスラブ下面に対して負の値を与えるときは二方向ひびわれとなるので本理論の適用範囲外となる。このときは各配筋方向に対して通常のはり理論を適用すればよい。

力，鉄筋応力と x 方向ひずみの関係をみれば，鉄筋比 p_1, p_2 の x 方向有効成分が

$$\left. \begin{aligned} p_{e1} &= p_1 \cos^2 \theta_1 \\ p_{e2} &= p_2 \cos^2 \theta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(43)$$

であり，かつ鉄筋のヤング率が見かけ上次式の値に低下したかのごとくになることがわかる。

$$\left. \begin{aligned} E_{e1} &= E_s \cos^2 \theta_1 \\ E_{e2} &= E_s \cos^2 \theta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(44)$$

これが，鉄筋が繊維状補強材であることに起因する第一の特性であり，このような有効鉄筋比と有効ヤング率を用いることにより，はり理論を用いてスラブの変形を計算することができる注6)。

しかし，二次せん断変形の影響が大きい場合には，上記の計算方法では不十分である．二次せん断変形の x 方向のひずみに対する影響の仕方は，前述の諸式から明らかのように非常に複雑である．そこで種々の場合について数値計算を行うことにより，その近似的な取扱い方法について検討した結果，上述の有効ヤング率をさらに次式に置換することでよいことが判明した。

$$E_{e1} = \zeta E_s \cos^2 \theta_1, E_{e2} = \zeta E_s \cos^2 \theta_2 \dots\dots\dots(45)$$

ここに，

$$\zeta = 1 - \frac{2 \bar{n} \alpha_{s12} B_3^2}{(1 + 2 \bar{n} \alpha_{s12} B_2) B_4} \dots\dots\dots(46)$$

ここに， \bar{n} は式 (18)， α_{s12} は式 (40) に与えたものと同じであり，また，

$$\left. \begin{aligned} B_2 &= \sum_{i=1}^2 p_{ei} \beta_i \sin^2 \theta_i, \\ B_3 &= \sum_{i=1}^2 p_{ei} \beta_i \cos \theta_i \sin \theta_i \\ B_4 &= \sum_{i=1}^2 p_{ei} \beta_i \cos^2 \theta_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(47)$$

このとき，中立軸高さおよび単位幅当たりの換算断面二次モーメントは，次式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} k &= \sqrt{R_1^2 + 2 R_2} - R_1 \\ I &= h^3 \zeta \bar{n} \sum_{i=1}^2 p_{ei} \beta_i \cos^2 \theta_i (\beta_i - k) \left(\beta_i - \frac{k}{3} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(48)$$

ここに，

$$R_1 = \zeta \bar{n} B_4, R_2 = \zeta \bar{n} \sum_{i=1}^2 p_{ei} \beta_i^2 \cos^2 \theta_i \dots\dots\dots(49)$$

上述のはり理論による I の計算値 (近似値) と前述のスラブ理論による I の計算値 (理論値) を比較したいくつかの例を表-2 に示す。

表-2 はり理論による I の近似値の計算例

鉄筋比		配筋方向	I ($\times h^4$)					
p_1 (%)	p_2 (%)	$\theta_1 - \theta_2$	$M_x/M_{xcr}=2$ の場合			$M_x/M_{xcr}=4$ の場合		
			理論値	近似値	近似値 理論値	理論値	近似値	近似値 理論値
1.0	1.0	5° - 95°	0.035 8	0.035 8	1.00	0.029 5	0.029 6	1.00
1.0	1.0	15° - 105°	0.030 7	0.031 0	1.01	0.023 0	0.023 7	1.03
1.0	1.0	25° - 115°	0.024 9	0.025 5	1.02	0.018 6	0.019 6	1.05
1.0	1.0	35° - 125°	0.020 9	0.021 5	1.03	0.016 5	0.017 4	1.05
1.0	1.0	45° - 135°	0.019 1	0.019 2	1.01	0.015 8	0.016 0	1.02
2.0	2.0	25° - 115°	0.039 6	0.041 0	1.04	0.029 7	0.032 2	1.08
0.5	0.5	25° - 115°	0.014 8	0.015 0	1.01	0.011 0	0.011 5	1.05
1.0	0.5	15° - 105°	0.030 4	0.030 7	1.01	0.022 2	0.022 8	1.03
1.0	0.5	25° - 115°	0.023 6	0.024 1	1.02	0.016 3	0.017 2	1.05
1.0	0.5	35° - 125°	0.018 1	0.018 3	1.01	0.013 1	0.013 7	1.05

($n=7, \beta_1=0.880, \beta_2=0.816$)

5. ま と め

RC スラブの主曲げモーメントの方向が配筋方向と一致しないとき，一般に一方の曲げの影響が卓越し，曲げ剛性は配筋方向の曲げ剛性に比べて低下する．それは鉄筋が方向性をもった繊維状補強材であることに起因するもので，RC の複合材特性の一つである．本研究ではこの特性を考慮した変形理論を提供したもので，鉄筋のほぞ作用等による二次せん断変形の影響も考慮に入れてある．実験的検証は一方曲げ実験によって行ったが，理論値は実験値とよい一致を示した．また，実用上の便宜を考え，はり理論に近似する計算方法も与えた．

終りに，本研究は文部省科学研究費 (昭和 54, 55 年度試験研究 (2), No. 485124) によって行ったものであり，また，著者の一人に対して土木学会より吉田研究奨励金を受けた．また，実験に際しては北海道大学の木村勉技官に多大な協力を受けた．ここにあわせて関係各位に深く感謝申し上げる．

なお，数値計算には北海道大学大型計算機センターの HITAC M-200 H を使用した．

参 考 文 献

- 1) 能町純雄・角田与史雄・松井 司：鉄筋コンクリートスラブの変形特性に関する基礎研究，セメント技術年報 30, 1976.
- 2) Suenson, E. : Eisenbetonbewehrung unter einem Winkel mit der Richtung der Normalkraft, Beton und Eisen 10, 1922.
- 3) Leitz, H. : Eisenbewehrte Platten bei allgemeinem Biegunszustande, Die Bautechnik 16, 17, 1923.
- 4) Leitz, H. : Zum Stand der Berechnung Kreuzweise bewehrter Platten, Die Bauingenieur 32, 1925.
- 5) Leitz, H. : Die Drillungsmomente bei Kreuzweise bewehrten Platten, Die Bautechnik 51, 1925.
- 6) Leitz, H. : Uber die Anwendung der Elastizitätstheorie auf Kreuzweise bewehrten Beton, Beton und Eisen 13, 1926.

注 6) 土木学会 RC 示方書 12 条をスラブに適用すれば，式 (43) と同じ有効鉄筋比が得られる．しかし変形を取り扱うときはさらに有効ヤング率の導入が必要であることに式 (44) は示している．

- 7) Scholz, G. : Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken, Beton und Stahlbetonbau 10, 1958.
- 8) Kuyt, B. : Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken, Beton und Stahlbetonbau 7, 1964.
- 9) Ebner, F. : Über den Einfluss der Richtungsabweichung der Bewehrung von der Hauptspannungsrichtung auf das Tragverhalten von Stahlbetonplatten, Dissertation, Karlsruhe, 1963.
- 10) Ebner, F. : Zur Bemessung von Stahlbetonplatten mit von der Richtung der Hauptzugspannung abweichender Bewehrungsrichtung, Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaus, Verlag W. Ernst und Sohn, 1969.
- 11) Peter, J. : Zur Bewehrung von Scheiben und Schalen für Hauptspannungen schiefwinklig zur Bewehrungsrichtung, Die Bautechnik 5, 1966, 7, 1966.
- 12) Luza, H. : Netzbewehrungen, Beton und Stahlbetonbau 3, 1971.
- 13) Baumann, Th. : Tragwirkung orthogonaler Bewehrungsnetze beliebiger Richtung in Flächentragwerken aus Stahlbeton, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton 217, 1972.
- 14) Lenschow, R. : A Yield Criterion for Reinforced Concrete under Biaxial Moments and Forces, University of Illinois, 1966.
- 15) Lenschow, R. and M.A. Sozen : A Yield Criterion for Reinforced Concrete Slabs, ACI Journal, May, 1967.
- 16) Cardenas, A.E. and M.A. Sozen : Strength and Behavior of Isotropically and Non isotropically Reinforced Concrete Slabs Subjected to Combinations of Flexural and Torsional Moments, Civil Engineering Studies Structural Research Series No. 336, University of Illinois, May, 1968.
- 17) Cardenas, A.E., R.J. Lenschow and M.A. Sozen : Stiffness of Reinforced Concrete Plates, Proc. ASCE, ST 11, Nov., 1972.
- 18) Cardenas, A.E. and M.A. Sozen : Flexural Yield Capacity of Slabs, ACI Journal, Feb., 1973.
- 19) Holmes, M. and R.J. Downham : Experimental Stiffness and Yield Criteria of Reinforced Concrete Slabs, Building Science 4, 1969.
- 20) Vebo, A. and G. Amin : Moment Curvature Relation of Reinforced Concrete Slabs, Proc. ASCE, ST 3, Mar., 1977.
- 21) 土木学会, 無筋および鉄筋コンクリート標準示方書, 昭和 55 年版.
- 22) CEB-FIP Model Code for Concrete Structures, 1978.

(1980.11.19・受付)