

風を受けて振動する吊橋上の2軸車両の走行性

RUNNING STABILITY OF 2-AXLE RAILWAY CARS ON OSCILLATING
SUSPENSION BRIDGES IN GUSTY WIND

松本嘉司*・藤沢伸光**

By Yoshiji MATSUMOTO and Nobumitsu FUJISAWA

1. ま え が き

長大吊橋のように比較的剛性の小さい橋梁を鉄道橋として用いる場合、列車荷重が橋梁に及ぼす影響とともに風等の外力による橋梁の変形や振動がその上を走行する車両の安定性に及ぼす影響が重要な問題となる。

本研究は、風による橋梁、したがって軌道の横たわみ振動が鉄道車両の走行安定性に及ぼす影響について扱ったものである。鉄道車両が蛇行動とよばれる激しい振動を起こすことがあることは古くから知られており¹⁾、この蛇行動の防止を目的とした車両設計の立場からの走行安定性に関する研究は少なくない^{2), 3), 4)}。しかし、軌道が振動している場合については、問題の特殊性から研究例はきわめて少なく、比較的低速度における模型実験の報告⁵⁾、線形理論によって種々の条件のもとでの車両の応答を調べた研究⁷⁾等がおもなものである。

蛇行動は自励振動の一種であり、それ自身で車両の走行性を悪化させるものであるから、この車両固有の不安定性に対して軌道振動という外乱がどのような影響を及ぼすかという問題は、振動軌道上の車両の走行性を考えるうえで重要な問題の1つといえよう。蛇行動を生じる車両が振動軌道上を走行する場合、相当大きな振動の発生が予想されるので、線形理論による解析の妥当性には疑問があるように思われる。

本研究は、このような見地から、フランジ接触の影響を考慮した非線形理論および模型実験によって蛇行動を生じる車両が振動軌道上を走行する場合の運動を解析し、風によって横方向に振動する橋梁上を走行する鉄道車両の走行安全性に検討を加えたものである。

2. 吊橋軌道の振動

長径間吊橋のような柔構造物では風による振動は重要な問題であり、多くの研究が報告されているが、それらはすべて構造物の強度や安全性の観点から行われたもので、その上を走行する鉄道車両の安定性を検討するには必ずしも十分な資料を提供しているとはいえない。列車が走行するような比較的低風速で生じる振動としては、渦励振と、風の乱れによるパフエッティングがあるが、鉄道併用橋の場合はトラスが普通であること、車両走行性に影響を及ぼすのは横たわみ振動であること⁶⁾から、ここでは抗力方向のパフエッティングだけについて考える。

スパンが300mを超える吊橋では、横たわみの最低次の固有振動数はほぼ0.2Hz以下である⁷⁾。一方、車両の走行性に影響を及ぼすような振動数はその固有振動数から考えて0.5~2Hz程度と考えられ、吊橋の振動としてはかなり高次のものとなる。構造強度の面からパフエッティングが問題となるのは、通常、応答の大きな低次の振動だけであるので、このような高次の振動を扱った例は見当たらない。

ここでは、Davenportの提案した方法を用いて、車両走行性に影響を与えるような振動数でのパフエッティングがどの程度の大きさになるかを推定してみた。この計算方法については、すでに多くの文献があるので⁸⁾、概略を示すにとどめる。パフエッティングは風速の不規則な変動による強制振動であるから、一般化外力のスペクトルが求まれば、通常モード解析法により応答のスペクトルが求まる。 $S_P(n)$ を1点に作用する抗力のスペクトルとするとき、横に細長い構造物に対する自然風による抗力の j 次のモードに対する一般化力のスペクトル $S_{Q_j}(n)$ は次式で与えられる。

$$S_{Q_j}(n) = S_P(n) |J_j(n)|^2 \dots \dots \dots (1)$$

* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 日本鋼管(株)技術研究所 主任部員

$J_j(n)$ は結合アクセプタンスで、変動抗力の空間相関性を表わすが、変動抗力の無次元クロススペクトルを指数近似による風速のクロススペクトルと置き換えて次のように表わされる。

$$J_j(n) = \int_0^L \int_0^L \exp\left(-k \frac{n|x_1-x_2|}{U}\right) \cdot \phi_j(x_1)\phi_j(x_2) dx_1 dx_2 \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 L は構造物の長さ、 n は振動数、 U は平均風速、 ϕ_j は j 次のモード関数、 k は風速の水平方向の空間相関性を表わす係数でここでは 7 とした。 $S_P(n)$ は風速変動のスペクトルを $S_u(n)$ として次式で表わされる。

$$S_P(n) = 4 P^2 |X_D(n)|^2 \frac{S_u(n)}{U^2} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $P = \frac{1}{2} \rho DC_D U^2$ は平均抗力で、 ρ は空気密度、 D は主構高さ、 C_D は抗力係数である。 $X_D(n)$ は空力アドミッタンスで風速と抗力との伝達関数とみられる値であるが、ここでは簡単に n によらず 1 であるとした。 $S_u(n)$ には日野のスペクトルを用い、表面摩擦係数 K_r は 0.0025、風速の鉛直分布のべき指数 α は 1/7 とし¹⁰⁾、変動風速の分散 \bar{u}^2 は Davenport に従って、

$$\bar{u}^2 = 6 K_r U_{10}^2 \dots\dots\dots (4)$$

とした。 U_{10} は高度 10 m における平均風速である。

計算の対象として、主径間 900 m および 1800 m の 2 つの橋梁を想定した。想定した橋梁の諸元は表-1 に示すとおりである。これらの値は鉄道併用吊橋であることを考慮して定めた。この 2 橋の中央径間だけに着目し、簡単のために、ケーブルの剛性への寄与は無視して、補剛桁だけの単純ばりと考えた。ただし、重量は桁とケーブルの合計を用いた。減衰としては、構造減衰のほか、準定常空気力による空力減衰

$$P \cdot \left\{ \int_0^L \phi_j^2(x) dx \right\} / 2 \pi n_j M_j U$$

を考慮したが、その大きさは最大でも構造減衰の 3 割程度であった。ここに、 n_j, M_j は j 次の固有振動数、一般化質量である。

以上の条件のもとで、車両の固有振動数に近い振動数をもつモードの応答のスペクトルを計算した。これらの高次のモードでは、当然ながら、その固有振動数近傍以外では応答はきわめて小さくなる。また、ある着目したモードの固有振動数近傍での応答に及ぼす他のモードの寄与もわずかであった。そこで、着目したモードごとに、その固有振動数付近のパワーだけを積分して、その振動数での rms 値を求めた。これは、着目したモー

ドにおいて、振幅が最大となる場所での応答に、そのモードの固有振動数付近だけを通すバンドパス・フィルターをかけてその出力の rms を求めたことに相当する。

結果を図-1 (a), (b) に示す。図中の n_j は単純ばりとして計算した j 次の振動数である。振動数が同じ場合、 $L=1800$ m の方が応答が小さくなる傾向が認められるが、その量はわずかであり、現実的な数値を想定したとき、応答の大きさはほとんど振動数と風速だけで決まると考えてよいであろう。この計算には多くの仮定が含まれているので、結果の精度についてはなお多くの検討が必要であるが、車両が運転される風速の限界を 30 m/s とすれば、ひとまず 0.5 Hz 程度の振動の振幅は rms で約 1~3 mm 程度と推定される。なお、振動数が低下すると応答は急激に大きくなる傾向があるので、車両の走行性を考えるときにはこの点に十分注意が必要といえる。

3. 振動軌道上の 2 軸車両の運動

(1) 一輪軸の運動とフランジの作用

振動軌道上の車両応答の解析は有限振幅の非線形理論によるべきである。そのためには、レールと車輪の間に働く力や車両各部を精密にモデル化した方程式を導き、

表-1 吊橋の諸元

主径間長 L m	1800	900
補剛桁質量 m_g t重・s ² /m ² (Mg/m)	3.57 (35)	3.06 (30)
ケーブル質量 m_c t重・s ² /m ² (Mg/m)	2.55 (25)	1.02 (10)
曲げ剛性 EI_H t重・m ² (GPa・m ⁴)	5.5×10^9 (53.9)	2.8×10^9 (27.4)
主構高さ D m	18.0	12.5
桁中心の高さ Z_g m	85.0	55
抗力係数 C_D^*	0.63	0.63

* 主構高ベースの係数、吊橋上の車両の影響は考慮していない。投影面積ベースの C_D を 1.8、充実率を 0.35 として算出した。

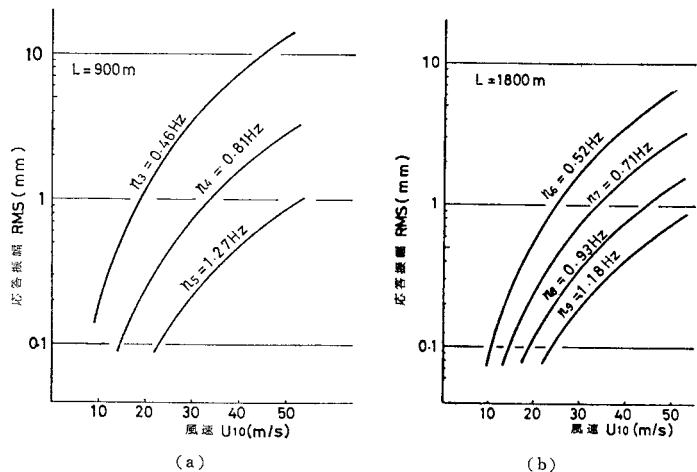


図-1 風による吊橋の高次振動

これを数値積分する方法もあるが⁸⁾、計算に長時間を要し、振動軌道上の車両運動の特徴を一般的に把握するには必ずしも便利とは思われない。ここでは振動が大きくなったときの運動を調べるうえで最も重要と思われるレールと車輪の間に働く

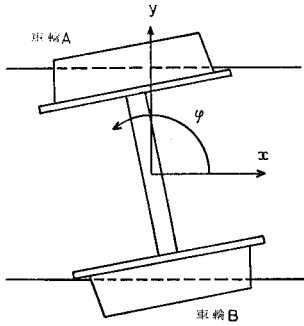


図-2 一輪軸のモデル

力の非線形性だけに着目し、これをできるだけ簡単な形でモデル化することを考える。

図-2の転がりながらx軸の方向へ進む一輪軸について考える。線形クリープ理論によれば、車輪Aとレールとの接触点におけるxおよびy方向のクリープ率 $S_{x,A}$, $S_{y,A}$ は次式で与えられる²⁾。

$$S_{x,A} = -\frac{a}{V} \dot{\varphi}_w - \frac{\delta_0}{r_0} y_w \dots\dots\dots (5 \cdot a)$$

$$S_{y,A} = \frac{1}{V} \dot{y}_w - \varphi_w - \frac{\delta_0}{r_0} y_w \varphi_w \dots\dots\dots (5 \cdot b)$$

ここに、 y_w は輪軸の横方向変位、 φ_w はヨーイング角変位、 V は平均走行速度、 r_0 は車輪の平均半径、 δ_0 は踏面の勾配、 $2a$ は両車輪の接触点間隔で軌間にはほぼ等しい。また、車輪の接触点における半径と平均半径の差は $\delta_0 y_w$ に等しいとの仮定が用いられている。同様にして車輪Bについてもクリープ率を求めれば、 f をクリープ係数として、図-2の一輪軸に作用する φ 方向のモーメント M_φ およびy方向の力 F_y が次のように導かれる²⁾。

$$M_\varphi = -\frac{2a_2 f}{V} \dot{\varphi}_w - \frac{2af\delta_0}{r_0} y_w \dots\dots\dots (6 \cdot a)$$

$$F_y = -\frac{2f}{V} \dot{y}_w + 2f\varphi_w \dots\dots\dots (6 \cdot b)$$

式(6・a)、(6・b)の右辺第1項、第2項はおのおの式(5・a)、(5・b)右辺第1項、第2項に対応するものである。式(5・b)の最後の非線形項は両輪で逆になるため、式(6・b)には現われない。拘束のない一輪軸が慣性力を無視できるような低速で走行する場合、これらの力は0になるという条件より、いわゆる幾何学的蛇行動を表わす次のような解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} y_w &= y_0 \sin \omega t, \quad \varphi_w = \varphi_0 \cos \omega t \\ \text{ただし,} & \\ \frac{\varphi_0}{y_0} &= \sqrt{\frac{\delta_0}{ar_0}}, \quad \omega = V \sqrt{\frac{\delta_0}{ar_0}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

一輪軸に幾何学的蛇行動が生じているとき、式(6・a)、(6・b)の右辺の各項が表わす力が振動の一周期になす仕事について考えてみる。

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \int_0^{2\pi/\omega} \left(-\frac{2a^2 f}{V} \dot{\varphi}_w \right) \dot{\varphi}_w dt = -\frac{2a^2 f}{V} \pi \omega \varphi_0^2 \\ E_2 &= \int_0^{2\pi/\omega} \left(-\frac{2af\delta_0}{r_0} y_w \right) \dot{\varphi}_w dt = \frac{2af\delta_0}{r_0} \pi y_0 \varphi_0 \\ E_3 &= \int_0^{2\pi/\omega} \left(-\frac{2f}{V} \dot{y}_w \right) \dot{y}_w dt = -\frac{2f}{V} \pi \omega y_0^2 \\ E_4 &= \int_0^{2\pi/\omega} (2f\varphi_w) \dot{y}_w dt = 2f\pi y_0 \varphi_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

式(6・a)、(6・b)右辺第1項の速度および角速度に比例するクリープ力のなす仕事 E_1 , E_3 は負であるから、振動を減衰させるように働く。これらの力は粘性抵抗力のようなものと考えてよい。一方、第2項の変位および角変位に比例するクリープ力は、輪軸に対して正の仕事をし、振動を発散させるように働く。幾何学的蛇行動は定常振動であり、実際、式(7)を式(8)に代入すればこれらの正負の仕事の和は0になるが、輪軸自身の慣性力や吊り装置から伝えられる力の作用下での輪軸の運動は一般に式(7)で表わされるところと異なるから、クリープ力のなす仕事の和も0でなくなり、振動は減衰または発散することになる。

以上は変位が微小な場合であるが、次に振動振幅が増加してフランジがレールに接触する場合について考える。このような場合に車輪とレールの間に働く力を求めるためには、まず車輪とレールの接触点の位置を知る必要がある。車輪およびレールの断面は一般に円弧と直線からなる複雑な形をしているので、特にヨーイング角 φ_w が0でない場合、接触点を解析的に求めるのは容易ではない。ここでは車輪を多くの円錐台の組合せで近似し、数値計算によってその位置を求めた。計算にあたっては、ヨーイング角のほかに、両輪の半径の増減が等しくないことによって生じる輪軸の鉛直変位およびローリング角も考慮に入れた。図-3に標準踏面車輪と50 P.S.レールについて計算した結果を示す。図の上側の曲線が車輪、下側の曲線がレールの断面形で、両者を結ぶ細い直線の両端が接触点の位置を、傍の数値がそのときの輪軸変位 y_w を示す。

接触点の位置から、その点における車輪半径および接触面が水平となす角 δ がただちに求まる。図-4は半径と y_w の関係を示したもので、縦軸は半径の変化量 Δr

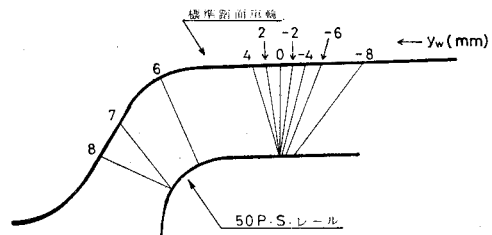


図-3 車輪とレールの接触点

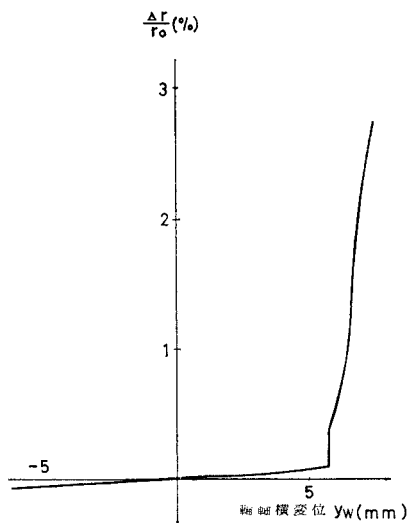


図-4 接触点における車輪半径

の平均半径に対する比である。軸横変位 y_w が小さいとき、半径は y_w にほぼ比例して緩やかに変化するが、 y_w が増加して約 6 mm に達したとき（以後この点を $y_{w,cr}$ と記す）、不連続に変化して以後急増する。 $y_w = y_{w,cr}$ で不連続に変化するの、車輪とレールが踏面およびフランジの 2 点で接触するからであり、 $y_w > y_{w,cr}$ ではフランジ接触状態となる。図-5 は接触面が水平となす角であるが、 $y_w < y_{w,cr}$ では約 $2^\circ 50'$ 、すなわち $1/20$ で踏面の勾配に等しい。2 点接触直後の角度は約 20° であるが、これ以後急増して $y_w = 6.7$ mm で 60° に達し、以後は一定となる。この角度はフランジの勾配に等しい。なお、ヨーイング角 ϕ_w によって、特にフランジ接触状態では、接触点は x 方向にかなり移動するが、半径および接触面の勾配に及ぼす影響は無視できる範囲であった。

さて、フランジ接触時にレールと車輪の間に働く力はどのようになるであろうか。式 (5.a), (5.b) において $\delta_0 y_w$ は車輪半径の変化量だから、右辺最後の項は半径の急増がクリープ率の急増をもたらすことを示すものである。よく知られているように、クリープ率が増加すると接触面内の真の滑り域が増加するため、接線力は線形理論によるクリープ力より小さくなり摩擦力に漸近する³⁾。図-4 の半径増加の大きさからみて、フランジ接触時には完全な滑り状態に達していると考えてよいであろう。

まず、 x 方向の力について考える。接線力がクリープ力から摩擦力に移行するかどうかはクリープ率の合計によって定まるのであって、その要素すなわち式 (5.a) 右辺の各項の寄与率にはよらない。しかし、これを忠実にモデル化すると、数値積分によらない場合は解析が著し

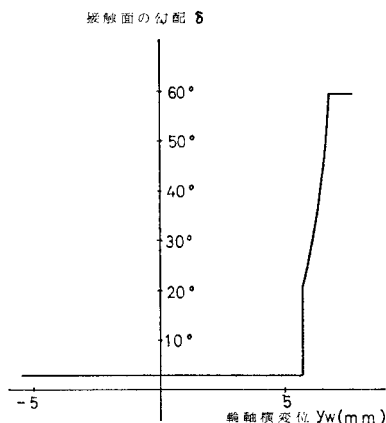


図-5 接触面の勾配

く困難になるので、ここでは式 (6.a) の第 1 項のクリープ力は ϕ_w によって生じるクリープ、第 2 項は y_w によるクリープだけに依存して独立に定まると考える。さらにフランジが接触していないときには線形仮定が成立するとすれば、車輪 A に作用する x 方向の接線力の作るモーメントのうち、式 (6.a) の第 2 項にあたる成分は、

$$\left. \begin{aligned} y_w < y_{w,cr} \text{ のとき } F_{x,A} &= \frac{af\delta_0}{r_0} y_w \\ y_w > y_{w,cr} \text{ のとき } F_{x,A} &= a\mu N \end{aligned} \right\} \text{ただし、}\mu N \text{ は摩擦力} \quad \dots\dots\dots (9)$$

で表わされる。輪軸が正弦的に振動している場合、横変位 y_w とヨーイング ϕ_w の位相差を幾何学的蛇行動の場合に習って $\pi/2$ と仮定すれば、前と同様にして、式 (9) の表わす力が一周期になす仕事が求められる。 $y_w > y_{w,cr}$ ではこの力は摩擦力となってそれ以上に増加しないから、振動振幅の増加とともに、この力のなす仕事は相対的に小さくなることは明らかであろう。前述のように、この力は輪軸に対して正の仕事をするから、この仕事の減少は運動を安定化するものである。式 (6.a) の第 2 項中の f を f' で置き換え、この力が一周期になす仕事と式 (9) の力が一周期になす仕事が等しくなるように f' を定めれば、輪軸の横方向の振動振幅 y_0 をパラメーターとして問題は線形化される。結果だけ示せば、このようにして定めた等価線形クリープ係数は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} y_0 < y_{w,cr} \text{ のとき } f' &= f \\ y_0 > y_{w,cr} \text{ のとき } f' &= \frac{f}{\pi} \left(\sin^{-1} r - r\sqrt{1-r^2} + \frac{\pi}{2} + \frac{2r_0\mu N}{f\delta_0 y_0} \sqrt{1-r^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (10)$$

ただし、 $r = y_{w,cr}/y_0$

式 (5.a) 第 1 項はフランジ接触によって特に変化しない

から、前述の仮定を認める場合には、式(6・a)の第1項は y_w によらず常にそのまま成立すると考えられる。

式(6・a)の第1項と第2項の独立性の仮定は便宜的なものであり、実際には x 方向の接線力が摩擦力に移行することによって、第1項の力が振動の一周期になす仕事の絶対値も減少する。しかし、一般に y_w と φ_w の位相差は完全には $\pi/2$ に等しくなく、一方クリープ力の摩擦力への移行すなわちフランジ接触の時刻は y_w によって定まるから、摩擦力への移行による仕事の絶対値の減少は第2項の場合の方が大きいことが明らかであり、フランジ接触が運動を安定にするという結果は、定性的には正しいものと認めることができる。

同様にフランジ接触状態では接線力は摩擦力になるとして y 方向の力について考える。 y_w と φ_w の位相差は約 $\pi/2$ であるから、フランジが接触する時刻には \dot{y}_w 、 φ_w は 0 に近いことを考慮して式(8)の第3、4式をみると、フランジ接触によってクリープ係数が変化してもこれらの力が一周期になす仕事の変化は相対的に小さいといえる。そこで、ここではひとまず y 方向の接線力としては式(6・b)をそのまま用いることにする。

次にフランジ接触時のもう1つの特徴である接触面の勾配の増加について考える。接線力は接触面に平行に作用するから、横方向の接線力は水平に対して傾きをもっているが、前述のように横方向力に関しては、フランジ接触時の値がどのようになろうとも安定性に対する影響は小さいから、これを無視してもよいであろう。

レールから輪軸に伝えられる y 方向の力には、このほかに接触面に働く法線力の水平成分がある。フランジ接触時の勾配は約 60° であり、かつ接線力は摩擦力を超えないから、フランジ接触時にレールから輪軸に伝えられる y 方向の力はほとんど法線力の水平成分であるといえる。この力は輪軸に対する復元力として作用し、運動を安定化するものである⁹⁾。これについても、輪軸の横方向変位 y_w が 0 から y_0 まで増加したときになす仕事を考え、これと等価な仕事をなすばねで置き換えれば、 y_0 をパラメーターとして問題が線形化される。このばねの定数 k_g は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} y_0 < y_{w,cr} \text{ のとき } k_g &= 0 \\ y_0 > y_{w,cr} \text{ のとき } k_g &= \frac{W}{y_0} (1-r) \tan \delta_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 W は輪重、 δ_1 はフランジの勾配、 r は式(10)と同じである。

(2) 2軸車両の蛇行動

前節に示したクリープ係数および軌道と輪軸の間のばねを用いれば、有限振幅の車両の運動を解析することが

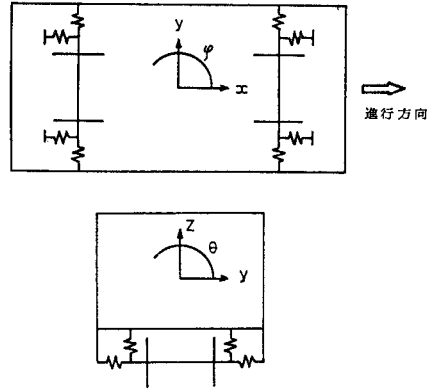


図-6 2軸車両のモデル

表-2 模型車両の諸元

質 量	車 体 m_B kg 重・s ² /m (kg)	8.06 (79.0)
	輪 軸 m_w kg 重・s ² /m (kg)	0.76 (7.4)
回転半径	車体 X 軸回り i_X cm	20.4
	車体 Z 軸回り i_Z cm	49.0
	輪軸 Z 軸回り i_w cm	14.1
吊り装置ばね係数	X 方 向 k_x kg 重/cm (kN/m)	183* (179)
	Y 方 向 k_y kg 重/cm (kN/m)	10.4 (10.2)
	Z 方 向 k_z kg 重/cm (kN/m)	36.5 (35.8)
吊り装置減衰係数	X 方 向 C_x kg 重・s/cm (N・s/m)	0.04** (39)
	Y 方 向 C_y kg 重・s/cm (N・s/m)	0.04** (39)
	Z 方 向 C_z kg 重・s/cm (N・s/m)	0.04 (39)
左右吊り装置間隔 $2a$ cm		38.6
前後吊り装置間隔 $2b$ cm		84.5
吊り装置から車体重心までの高さ h cm		23.1
車輪平均半径 r_0 cm		8.6

* 軸箱守控の剛性が不明なため $k_x=5k_z$ とした。

** 測定困難なため C_z に等しいとした。

できる。

計算の対象とした車両は日本国有鉄道ワラ1型貨車を想定した2軸車両であるが、後述の縮尺1/5の模型による実験との比較のために計算にも模型の値を用いた。車両は図-6のようにモデル化し、車体横変位 y_B 、車体ローリング θ_B 、車体ヨーイング φ_B 、輪軸横変位 y_w 、輪軸ヨーイング φ_w を考慮した7自由度系として解析した。吊り装置のばねおよび減衰器はすべて線形とした。クリープ係数の一部を等価線形クリープ係数に置き換えることと軌道と輪軸の間にばねを入れることを除けば、運動方程式は線形理論解析に用いられるものと変わらない¹¹⁾。模型車両の諸元は表-2に示すとおりである。

初めに系が線形な場合のこの車両の自由振動の特性について述べる。計算は実験と同じ走行速度 $V=6.2\sim 18.6$ m/s の範囲について行った。加速度の縮尺を1/1として導かれる相似率に従って⁹⁾実車に換算すると50~150 km/hに相当する。系は7自由度であるから固有振

動数は7個存在し得るが、実際には振動を示す固有値の数はこれより少なく低速では4個、高速では3個であった。残りの固有値はすべて負の実数であり、それらのモードは過減衰の状態にある。4個の振動解の中で、計算した速度範囲で振動が発散するのは、下心ローリングおよび車体ヨーイングを主体とする2つのモードであった。これらの振動が発散する現象が蛇行動であるが、本文では便宜上、広く振動モードまで含めて、これらを下心ローリング蛇行動、ヨーイング蛇行動ということにする。残りの振動は上心ローリングおよび輪軸の振動を主体とするモードであったが、これらは減衰が大きく走行安定性に対する問題は少ないと考えられる。

図-7は、これらの2つのモードの振動数および減衰性を示したものである。走行速度 $V=8\sim 12\text{m/s}$ では下心ローリング蛇行動、 $V=9.8\text{m/s}$ 以上ではヨーイング蛇行動の減衰が負となっており、この速度範囲では自励振動が生じる。 $V=9.8\sim 12\text{m/s}$ では両モードとも負減衰であり、この速度では2つの形の自励振動が同時に生じ得る。高速におけるヨーイング蛇行動の減衰の低下は著しく、その不安定性はきわめて強いものといえよう。一方、 $V=12\text{m/s}$ 以上の高速での下心ローリング蛇行動の減衰は正であるから自励振動は生じないが、減衰があまり大きくないので、強制外力が作用した場合にはかなり大きな応答を生じる恐れがあるものと考えられる。

線形理論では減衰が負であれば振動は無限に増加することになるが、等価線形化法によって非線形性を導入した場合、系の減衰は輪軸横変位 y_w に依存して変化する。そこで種々の y_w に対して固有値を計算し、着目しているモードの減衰率と y_w の関係を求めると図-8に示すような曲線が得られる。 $y_w < y_{w,cr}$ では系は線形と仮定しているから減衰率は一定であるが、 y_w が $y_{w,cr}$ を超えると減衰率が徐々に増加し、ある点で0になる。このときの y_w が定常蛇行動における輪軸の振

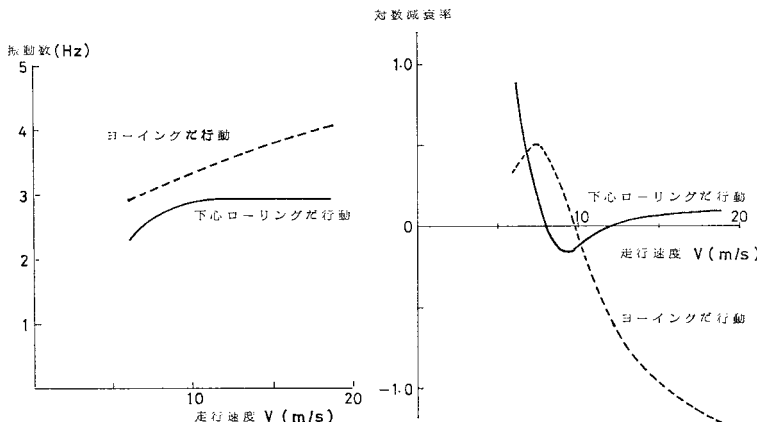


図-7 だ行動の振動数と減衰

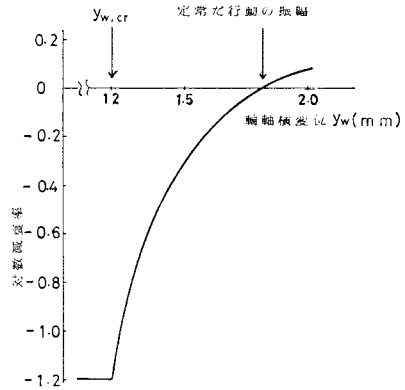


図-8 振幅による減衰の変化

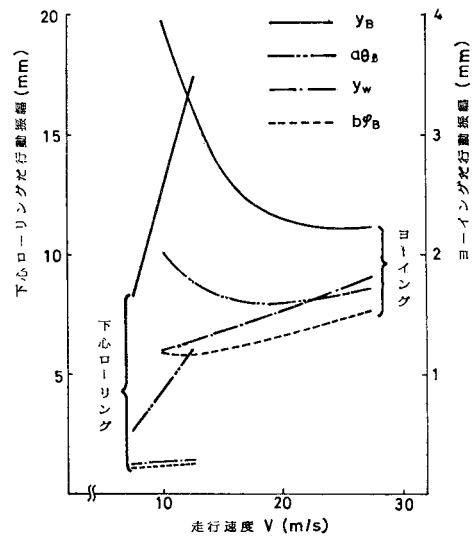


図-9 定常蛇行動の振幅

幅を与える。また、このときの固有ベクトルから、他の変位についても振幅が求められる。

図-9は、このようにして定常蛇行動の振幅を求めたもので、図-7において減衰が負となっている速度で有限な振幅が示されている。なお、以下の図では、車体ローリング角変位 θ_B には左右の吊り装置の間隔の1/2を、車体ヨーイング角変位 ϕ_B には前後の吊り装置の間隔の1/2を乗じていずれも吊り装置位置での変位置として表示した。また、前後の輪軸の振幅は厳密には等しくならないが、その差はあまり大きくないので、輪軸横変位 y_w は前後の平均値を示した。輪軸ヨーイング ϕ_w は車体ヨーイング ϕ_B にほぼ等しかったので表示を省

いた。

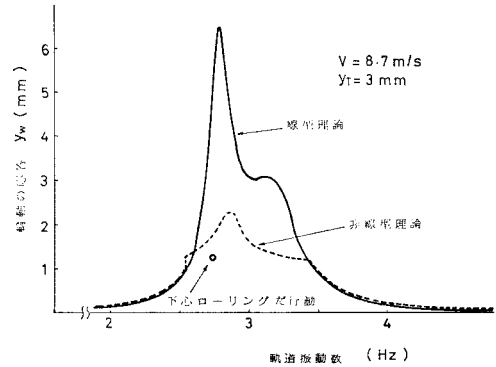
下心ローリング蛇行動では車体横変位 y_B とローリング θ_B が卓越し、これらの大きさは速度とともにほぼ直線的に増加する。なお、 y_B の最大値は約 17 mm (実車では 85 mm) に達しているが、実際には軸箱と軸箱守控の接触による拘束があるので、このように大きな変位を生じることはないであろう。この点を明らかにするためには、吊り装置の横方向のばねにも非線形性を導入しなければならない。車体ヨーイング φ_B 、輪軸横変位 y_w は相対的に小さく、走行速度によらず一定値をとる傾向にある。

ここで計算した車両の場合、ヨーイング蛇行動においても y_B が最も大きな値を示したが、他の変位もすべて同程度の大きさであり、むしろ特にどの変位が卓越するともいえないのがこの蛇行動の特徴といえる。 y_B は下心ローリング蛇行動の場合とは逆に、走行速度が増加すると小さくなる。その他の変位に対する速度の影響は小さい。なお、図-9 は下心ローリング蛇行動とヨーイング蛇行動のスケールが異なるので相互の比較には不便であるが、両蛇行動における y_w および φ_w の大きさはほぼ同程度であり、目立った変化はない。

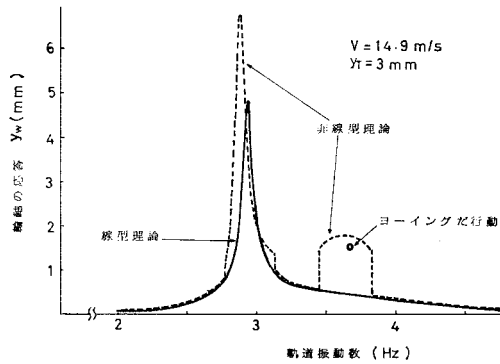
(3) 軌道振動に対する2軸車両の応答

等価線形化法による場合、軌道振動に対する車両の応答は次のような繰り返し計算によって求める。初めに輪軸横変位(軌道に対する相対変位)を適当に仮定する。この仮定した値に対応して線形な運動方程式が得られるから、これを解いて軌道振動に対する応答を求める。得られた解と仮定した値が一致するまで仮定値を修正して計算を繰り返す。

このようにして求めた輪軸の応答曲線の例を図-10に示す。図-10(a)は走行速度が下心ローリング蛇行動を生じる速度 $V=8.7\text{ m/s}$ 、軌道振動の振幅 y_T が 3 mm の場合の応答で、縦軸は輪軸の軌道に対する相対横変位を、横軸は軌道の振動数を表す。図中の破線が非線形理論による値、実線は線形理論による値である。線形理論によれば、蛇行動を生じる速度では自由振動が無限に発散するので、応答すなわち定常解には工学的意味がなく、むしろ振幅は無限大と考えるべきであるが、従来の研究手法との比較という意味で線形理論による応答も示した。線形理論による応答は下心ローリング蛇行動の振動数(2.78 Hz)付近に大きなピークを、ヨーイング蛇行動の振動数(3.21 Hz)付近に小さなピークを示している。非線形性を考慮した場合には、2.8 Hz のピークの大きさは約 1/3 に減少し、ピークの形はなだらかなものとなる。また、3.2 Hz 付近にはピークを生じない。これらは一般に減衰の大きい系の応答にみられる特徴で



(a)



(b)

図-10 輪軸応答曲線の例

あり、前述のように線形理論による解との比較にはあまり意味がないとしても、輪軸変位の増加によって系の減衰はかなり大きい状態にあるものとみられる。図中、○で示した点は、前述の静止軌道上の下心ローリング蛇行動の振動数およびその定常振幅を示したものであるが、振動軌道上の応答はこれを上回っており妥当な結果といえる。応答が最大となる振動数は蛇行動の振動数より若干高い。

図-10(b)は同様に軌道に振幅 $y_T=3\text{ mm}$ の振動を与えた場合のヨーイング蛇行動を生じる速度 $V=14.9\text{ m/s}$ における応答曲線である。線形理論による応答は下心ローリング蛇行動の振動数(2.94 Hz)付近でだけ大きなピークを示し、ヨーイング蛇行動の振動数(3.79 Hz)付近では静止軌道上の蛇行動の定常振幅(図中の○)を下回る値となる。この結果は一見奇妙に思われるが、1自由度の場合と同様に、応答の大きさは減衰比の絶対値だけに依存しその符号によらないため、負の減衰すなわち発散の度合いが大きいとピークを生じないものと考えられる。非線形性を考慮した場合には、この振動数付近にも山が生じ、その大きさは蛇行動の振幅を上回る。図-10(b)で最も注目すべき点は、静止軌道上ではヨーイング蛇行動しか生じない速度であるにもかかわらず、3.8

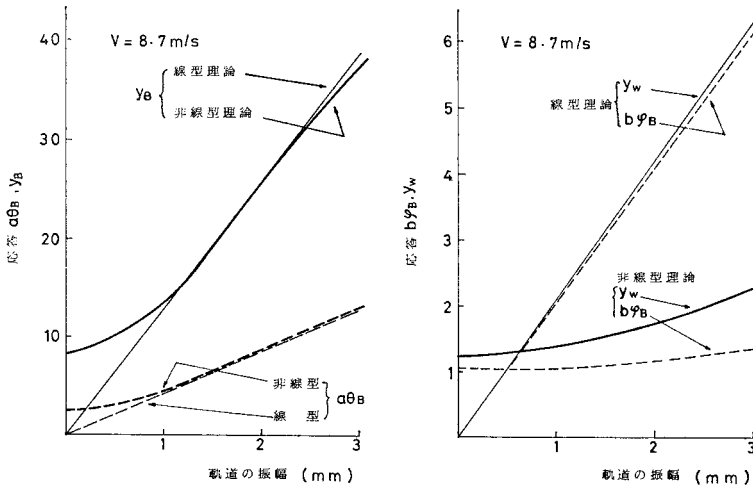


図-11 軌道の振動振幅と車両の応答

Hz 付近の応答より下心ローリング蛇行動の振動数の方の方応答の方がはるかに大きいことである。これは軌道が横方向に振動する場合、外力ベクトルの方向がヨーイングより下心ローリングに近いと思われる、実験からその重要性を指摘されたロッキング現象⁹⁾と密接な関係にあるものと考えられる。下心ローリング蛇行動の振動数付近だけに着目して図-10の(a)と(b)を比較すると比較的低速では応答の山はなだらかで最大応答値もさほど大きくなく、高速になってヨーイング蛇行動を生じるようになると、ピークが鋭くなって最大応答値も増加するものといえる。

図-11は、 $V=8.7\text{ m/s}$ における最大応答値と軌道の振動の関係を示したもので、図中、車体および輪軸の横変位 y_B , y_w はいずれも軌道に対する相対変位である。軌道振動の振幅が約 1 mm を超えると車体横変位 y_B とローリング θ_B はほぼ線形理論による値に一致し、軌道の振動とともに直線的に増加する。一方、輪軸横変位 y_w と車体ヨーイング φ_B については非線形性の影響が顕著で、軌道の振幅が 3 mm に達しても非線形理論による応答は蛇行動の振幅すなわち $y_T=0$ における値とさほど変わらない。

4. 模型実験

(1) 実験の概要

実験に用いた模型はすでに述べたように、ワラ1型貨車を原型にとった2軸車両で、縮尺は $1/5$ である。高速走行時の定常振動を測定するために、この模型車両を通常のレールではなく車両転走装置とよばれる装置上に載せて実験を行った。これはレールと同じ断面形をもつ軌

条輪の上に模型車両の車輪を載せ、これを回転させることによって車両を実際には走行させずに走行状態をシミュレートする装置で、蛇行動の研究には古くから用いられている⁹⁾。本実験ではこの転走装置および模型車両の全体を振動台上に設置して、横方向に正弦波で加振した。

測定は車体の横変位、ローリング、ヨーイング、輪軸横変位の計4点の変位および輪重、横圧、車両の走行速度について行った。車体のローリング θ_B は、車体の左右の鉛直変位の差から求めた。測定値は角変位に換算せず、 θ_B に

よって吊り装置の位置に生じる鉛直変位 $a\theta_B$ の形で整理した。同様に、車体のヨーイング φ_B は、車体の前後の横変位の差から求め、吊り装置の位置に生じる横変位 $b\varphi_B$ の形で整理した。車体の横変位 y_B は車体前後の横変位の和から求めた。輪軸の横変位 y_w は直接測定することが難しいので、軸受のガタを無視して軸箱の変位を測定した。なお、変位の測定においては固定点を振動台上にとったので、横変位は軌道に対する相対変位を測定したことになる。輪重、横圧は軌条輪のスポークのひずみから、走行速度は軌条輪の回転数から求めた。実験装置全体の様子を写真-1に示す。

実験速度は貨車の常用速度を考慮して、 $6.2\sim 18.6\text{ m/s}$ (実車換算 $50\sim 150\text{ km/h}$) とした。軌道に与える振動の振動数は、あらかじめ静止軌道上で走行実験を行って各速度における蛇行動の振動数を求め、この振動数を中心として2段階に変化させた。軌動振動の振幅は原則として $1, 2, 3\text{ mm}$ の3段階としたが、脱線を生じて実験を行えない場合は、適宜振幅を減じた。

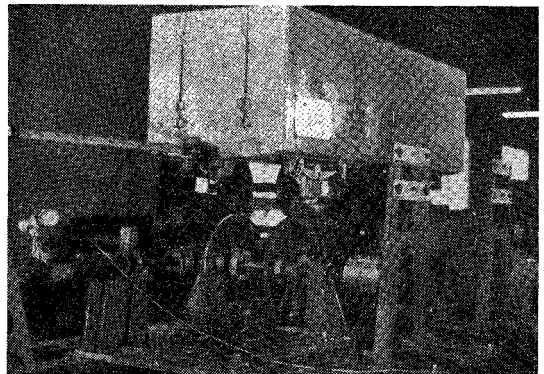


写真-1 実験装置

(2) 実験結果

a) 静止軌道上の蛇行動

図-12 に軌道が静止している場合の模型車両の蛇行動の振動数および振幅を示す。模型についてのフランジ接触を生じる限界の輪軸横変位 $y_{w,cr}$ は必ずしも明確ではないが、きわめて低い速度で走行させた場合のデータからおおよそ 2 mm 前後と考えられた。計算から得られた $y_{w,cr}=1.2$ mm (実車で 6 mm) との差は、車輪踏面および軌条輪の断面の製作誤差や軌間の設定誤差によるものと思われる。図-12 によれば、高速走行時の輪軸横変位 y_w は、この $y_{w,cr} \approx 2$ mm をかなり上回っているが、これにはスポークの剛性不足による軌条輪の変形が含まれている。実験時の観測によればフランジの乗り上がりによる真の変位量はさほど大きくないと認められたが、定量的には把握できなかった。

図-12 と 図-7, 9 を比較すると、実験値と計算値にはかなりの差が認められ、模型車両に生じた蛇行動が理論解析におけるどのモードに相当するかはただちには明らかでない。図-9 によれば、下心ローリング蛇行動の最も顕著な特徴は車体横変位 y_B が卓越していることであるが、前述のように実際には図-9 ほど大きな変位は生じないであろうから、図-12 の各変位が同程度の大きさであることもってただちにこれをヨーイング蛇行動とすることは適当とは思われない。図から明らかのように、速度が 15.5 m/s を超えると φ_B, y_w の増加率が増すのに対して y_B は逆に減少しており、速度に対する各変位の増減の傾向が変化している。これは、この速度付近で蛇行動のモードが変化していることを示すものであろう。また、 $V=15.5$ m/s では他の速度とは異なって、蛇行動の振幅が不規則に変動する現象が観測された

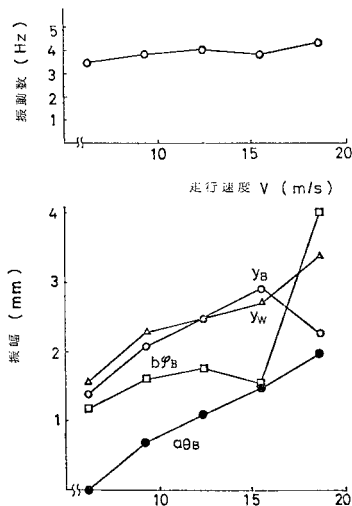


図-12 蛇行動の振動数と振幅

が、これは 図-7 の $V=9.8 \sim 12$ m/s のように 2 つのモードが同時に不安定になっていることを意味するものではないかと思われる。この速度付近で蛇行動のモードが変化しているとすれば、これより低速では下心ローリング蛇行動、高速ではヨーイング蛇行動と考えるのが妥当であろう。 $V=18.6$ m/s でも振動数がさほど上昇していないなど、若干あいまいな点もあるが、ここでは一応 15.5 m/s 以下の蛇行動は下心ローリング蛇行動、18.6 m/s の蛇行動はヨーイング蛇行動と考えることにし、軌道の加振振動数は 図-12 の振動数を中心として設定することにした。なお、モードの判別には各変位間の位相差が重要な情報となるのであるが、記録装置の都合で全変位を同時測定できなかったため位相は求められていない。

b) 振動軌道上の蛇行動

軌道を振動させた場合の車両振動の波形は単一の正弦波とはならず、うなりを生じることがある。これは 2 つの振動数の異なる振動が同時に生じていることを意味する。そこで振動波形を周波数解析し、有意と思われる大きさをもつ成分を取り出して、その振動数と軌道の振動数の関係をプロットしたのが 図-13 である。図から車両の振動には振動数が軌道の振動数に完全に一致している成分と一致しない成分が含まれていることがわかる。前者は軌道振動に対する車両の応答、すなわち強制振動成分である。後者は振動数の範囲から考えて蛇行動と思われるが、ここでは、ひとまずこれを自由振動とよぶことにする。軌道の振動数が静止軌道上の蛇行動の振動数と等しい場合には車両の振動波形には 1 つの周波数成分しか観測されず、その振動数は当然軌道の振動数に等しい。すなわち自由振動が観測されるのは軌道の振動数が蛇行動の振動数と異なる場合に限られる。

図-14 は、強制振動と自由振動が同時に観測された実験における輪軸横変位について、そのときの強制振動の振幅を横軸に、自由振動の振幅を縦軸にとってプロット

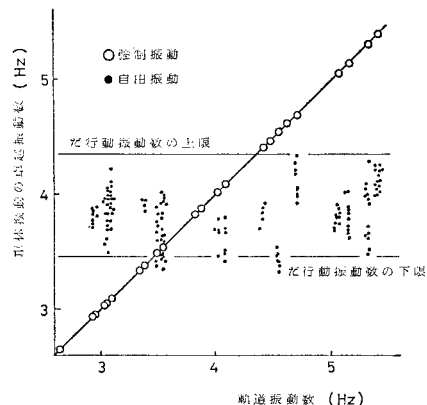


図-13 車体振動の卓越振動数

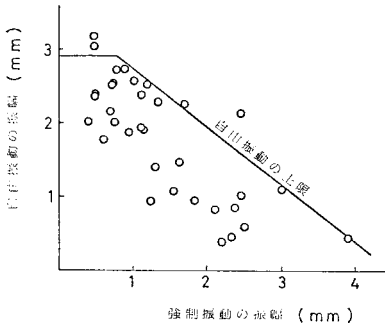


図-14 自由振動と強制振動の振幅

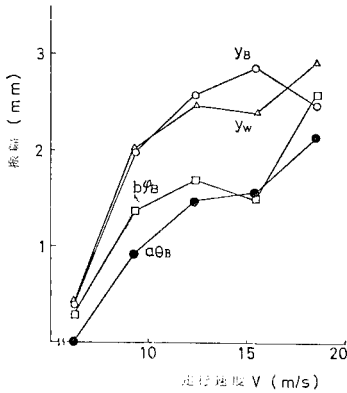


図-15 振動軌道上の蛇行動

トしたものである。図から明らかに強制振動が大きくなると自由振動が小さくなるという関係が認められる。図中の線は実験から推定される自由振動の振幅の上限を示したもので、強制振動が0のときの自由振動は蛇行動になるとして描いた。

図-15 は、強制振動が比較的小さいケースを選んで、自由振動成分と速度の関係を調べたものである。図-12と比較すれば明らかなように、両者は定量的にもよく一致しており、強制振動が小さい場合に観測される自由振動は静止軌道上の蛇行動と同じものであると結論できよう。

c) 強制振動

図-16 は、輪軸横変位 y_w の強制振動成分と軌道の振動数の関係を示したものである。縦軸は応答振幅の軌道振幅に対する比(増幅率)であり、軌道の振幅を3段階に変化させた実験の平均値を示した。図から、軌道の振動数が蛇行動の振動数に近づくと共振して応答が大きくなるのがわかる。 $V=15.5$ m/s 以下での蛇行動は下心ローリングであるとして、図-10 (a) と比べると応答の山の形が偏平なこと、応答が最大となる振動数は蛇行動の振動数より若干高いことなどの両者の定性的特徴は一致している。

$V=18.6$ m/s の蛇行動はヨーイング蛇行動であると考

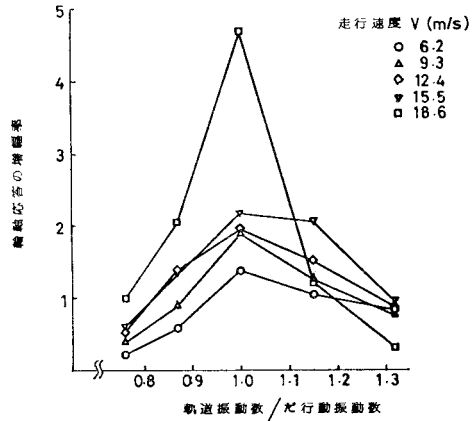


図-16 輪軸の応答

えて 図-10 (b) と比べてみると、ピークの形がかなり鋭いこと、前述のように振動数が下心ローリング蛇行動ときほど変わらないことから(図-12)、測定された応答は 図-10 (b) の 3 Hz 付近のピークすなわち下心ローリングではないかと思われる。2つの蛇行動が同時に生じる速度域では蛇行動振動数が接近すること(図-7)、ヨーイング蛇行動を生じる速度でも軌道振動に対する応答は下心ローリングの方が大きいこと(図-10 (b))より、静止軌道上ではヨーイング蛇行動を生じていても、その振動数に近い振動数で軌道を加振した場合には下心ローリングが強く現われるのであろう。図-16 は、速度が 18.6 m/s になると応答の最大値が急に大きくなり、またピークの形が鋭くなることを示しているが、これはすでに計算から予測したところである。

図-10 (a) より、下心ローリング蛇行動を生じる速度域では、非線形性が強くなると応答の山が偏平になり、また最大応答値も小さくなるものと思われる。非線形性は振幅が大きくなると強くなると考えられるので、図-16 でほぼ同じ応答を示している $V=9.3\sim 15.5$ m/s の3速度の応答の平均値を、軌道振幅 y_T が 1 mm および 3 mm の場合について求めたものが 図-17 であるが、予想どおりの結果といえよう。

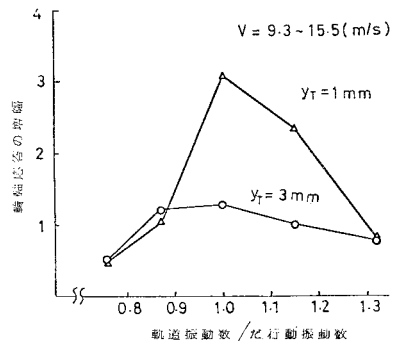


図-17 応答に及ぼす振幅の影響

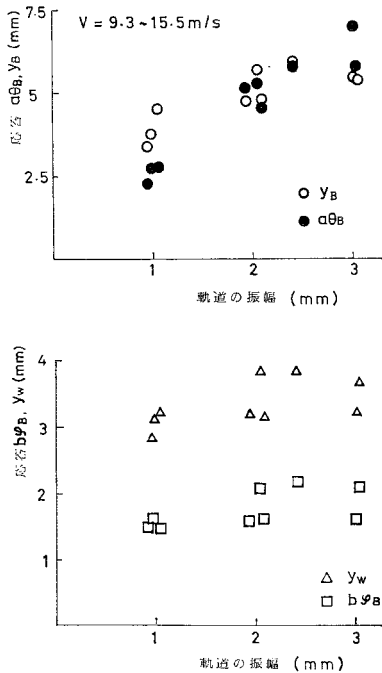


図-18 軌道の振動振幅と車両の応答

図-18 は応答振幅と軌道の振幅の関係をみるために、軌道振動数が蛇行動振動数に等しい場合の $V=9.3\sim 15.5$ m/s における実験値を軌道の振幅に対してプロットしたものである。車体ローリング θ_B 、車体横変位 y_B は振幅の増加とともに増し、特に θ_B は軌道の振幅にほぼ比例して直線的に増加している。一方、車体ヨーイング ϕ_B 、輪軸横変位 y_w は軌道の振幅にあまり依存せず、ほぼ一定値となっており、図-11 と同じ傾向を示している。なお、 y_B にはかなりの非線形性が認められる。これは軸箱と軸箱守控の接触の影響かと思われるが、詳細は明らかでない。

図-19 は応答と走行速度の関係を示したもので、速度以外の因子の影響がなるべく小さくなるように、軌道振幅 $y_T=1$ mm の場合について軌道振動数が蛇行動振動数に等しいときの増幅率を示した。 $V=9.3\sim 15.5$ m/s の場合について図-12 と比べると、相対的に θ_B と y_B が大きく、 ϕ_B が小さくなっており、軌道振動の影響が反映されている。 $V=18.6$ m/s では各変位とも急激に大きくなっており、走行安定性の低下が明らかである。各変位の増加率を比べると ϕ_B の増加率が大きく、 y_B の増加率は比較的小さい。すなわち、振動モードはヨーイング蛇行のそれに近づいているといえる。

d) 輪重および横圧

図-20 は実験から得られた横圧の最大値を示したものである。図から、最大横圧は速度とともに増加することが明らかである。一方、低速の $V=6.2$ m/s の場合を

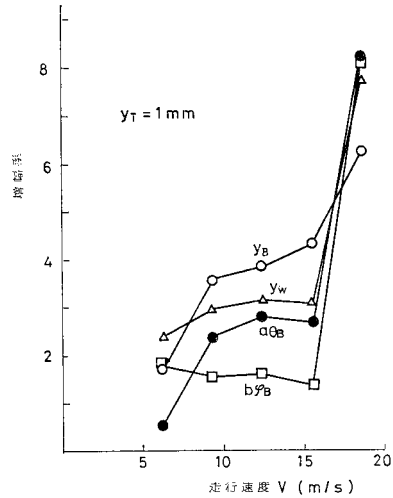


図-19 走行速度と車両の応答

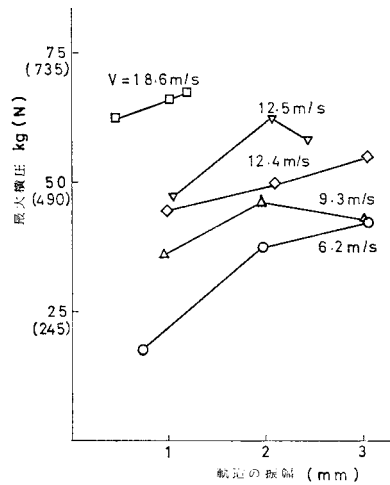


図-20 最大横圧

除いては、軌道の振幅との相関性はあまり明確でない。これは輪軸の横変位が軌道の振幅にあまり依存せず一定値をとること（図-18）に対応するものと思われるが、フランジ接触による輪軸の運動の拘束が、必ずしも反力としての横圧の増加に結び付いていないことは興味深い。高速での実験値に軌道振幅が大きい場合の点がないのは、脱線を生じるため実験が不可能だったからであるが、この場合でも軌道振幅の増加とともに横圧が急増して脱線に至ったのではないことは図から明らかであろう。

一方、輪重の変動はきわめて大きかった。スポーク車輪による測定では輪重変動の周期が比較的短く変動量が大きい場合は、精度に問題があるので結果の表示は省くが、軌道振幅が 2 mm 以上の実験ではほとんどのケースで輪重変動の静止輪重に対する比が 90% を超えた。このように輪重変動が大きいのは、これまでたびたび述

べてきたように、軌道が横方向に振動している場合に問題になる現象が下心ローリングであって、他のモードに対して相対的に吊り装置の鉛直たわみが大きいためである。この輪重変動の大きさにもかかわらず、大部分の実験では脱線を生じていない。これは横圧がさほど増加しないことも一因であろうが、輪重と横圧の位相差の問題がより重要なように思われる。計算によれば、下心ローリング蛇行動における車体ローリング θ_B と輪軸横変位 y_w の位相差は約 $\pi/2$ であった。輪重変動は θ_B 、横圧は y_w と大きな相関を有すると考えれば、輪重が減少する側の車輪では横圧も同時に減少することになり、必ずしも脱線係数が増加することにはならない。ちなみに本実験で観測された脱線はロッキングと浮き上がりの中間のような形態であった。これは下心ローリングが発達してロッキングに至り、車輪の浮き上がり量が過大となったときに脱線するもので、通常の乗り上がり脱線とは著しく異なる。比較的低速の場合についてはすでにロッキングないしは転覆現象の重要性が指摘されているが⁶⁾ 本実験から、軌道が横方向に振動する場合はヨーイング蛇行動を生じるような高速においても、下心ローリングが発達して生じるロッキング現象が車両の走行性を左右する重要なポイントの1つであると認められる。

5. 吊橋軌道上の車両の走行性

本研究では、振動軌道上の車両運動の解析に重点をおき、振動軌道上の脱線ないしは走行安全性という観点からはあまり多くを述べなかつた。実際、計算における多くの仮定や、模型実験における相似性の問題を考えると、これらの結果からただちに吊橋軌道上の車両の走行性について定量的な指標を与えることは控えるべきであろう。しかし、問題がどの程度に重要かを明確にし、今後の課題を示すという意味で、ひとまず模型の相似性を認め、予想される吊橋上での実車の振舞について述べておくことにする。

図-20において測点のないところは実験不可能すなわち脱線が生じることを意味する。速度 $V=15.5$ m/s 以下、すなわち下心ローリング蛇行動を生じる速度では、軌動振幅が約 2.5 mm (実車換算 12.5 mm) まで脱線を生じていない。これを1つの限界値と考えれば、吊橋に予想される振動の振幅 1~3 mm はこの限界をかなり下回っている。しかも、図-1の風速は高度 10 m での値 U_{10} であって、列車の位置、すなわち補剛桁の高さでの風速の計測値によって運転を規制すれば軌動の振動はさらに小さいと考えてよいこと、0.5 Hz は車両の振動数としてはかなり低いものであり、一方、吊橋のバフェッティングは振動数の上昇とともに急速に小さくな

ることを考慮すれば、下心ローリング蛇行動を生じる速度以下では、吊橋の風による振動が車両の走行性に及ぼす影響はさほど大きくないものと考えられよう。なお、以上は本研究で扱った車両の数値を前提とした場合であるが、バフェッティングの特性および振動軌道上の下心ローリングの重要性から、一般に吊橋軌道を走行する車両では下心ローリングの振動数をあまり低くすべきでないことが指摘されよう。

理論および実験の結果は、ヨーイング蛇行動を生じるような高速になると軌道振動に対する応答が急激に大きくなることを示している。実際、実験でも $V=18.6$ m/s では軌道振幅が 1 mm 強で脱線を生じており、走行安定性が低速の場合に比べてかなり悪化していることが明らかである。本実験でヨーイング蛇行動を生じたのは $V=18.6$ m/s だけでデータが十分とはいえないこと、この速度はヨーイング蛇行動の下限に近いと思われることより、高速時の安定性については、さらに多くの検討が必要のように思われる。

6. 結 論

本研究から得られたおもな結果は次のとおりである。

(1) トラス補剛の鉄道併用吊橋を想定して、鉄道車両の走行性に影響を及ぼす恐れのある高次の風による横たわみ振動の振幅を計算した結果、0.5 Hz 程度の振動は風速 30 m/s でおおよそ 1~3 mm (rms) 程度と推定された。

(2) 振動軌道上では車両の振動が大きくなることを予測して、フランジがレールに接触する場合にレールと車輪の間に働く力について考察し、フランジ接触が運動を安定にすることを指摘した。また、比較的簡単な形で、この力の非線形性の影響を評価するために、輪軸の横変位をパラメータとして問題を線形化する方法を示した。

(3) この等価線形化法により振動軌道上の車両の運動を解析し、これを模型実験の結果と比較した。両者は定性的にはよい一致を示し、振動軌道上で問題になる応答は下心ローリングであること、この応答は下心ローリング蛇行動を生じる速度よりも、むしろヨーイング蛇行動を生じる速度で大きくなること等が明らかになった。

(4) 軌道の振動数が蛇行動の振動数と異なり、強制振動があまり大きくない場合には、振動軌道上でも蛇行動を生じる。この蛇行動は静止軌道上のものと同じと考えてよい。

(5) 実験中に観測された脱線の形態は通常の軌道におけるものと著しく異なり、振動軌道上では下心ローリングが発達して生じるロッキング現象が重要である。

(6) 下心ローリング蛇行動を生じる速度までであれば、吊橋の風による振動が車両の走行性に及ぼす影響はさほど大きくないと推測されるが、下心ローリングの振動数をあまり低下させないように注意が必要である。ヨーイング蛇行動を生じるような高速時の安定性については、今後さらに検討が必要である。

本研究を行うにあたり、東京大学 八十島義之助教授、筑波大学 西岡 隆助教授に数々の有益なご助言をいただいた。また、実験にあたっては、東京大学 大嶋孝二助手、田代充宏技官のご協力を得た。末筆ながら、ここに深く謝意を表する次第である。

参 考 文 献

1) Carter, F.W.: On the Stability of Running of Locomotives, Proc. Roy. Soc., Series A, Vol. 121, 1928.

- 2) 松平 精: 車輪軸の蛇行動, 鉄道業務研究資料, 9巻 19号, 1952.
- 3) 松平 精: 2軸鉄道車両の蛇行動とその防止法(第1~3報), 機械学会論文集, No. 19, Vol. 87, 1953.
- 4) Wickens, A.H.: The dynamic of Railway vehicles on straight track, The Joint Convention on Interaction between Vehicle and Track, Nov., 1965 (Instn. Mech. Engrs. London).
- 5) 横瀬景司: 車輪とレールのすべり現象について, 機械学会論文集, No. 304, Vol. 37, 1971.
- 6) Yasoshima, Y., Y. Matsumoto and T. Nishioka: Experimental Study for Derailment on Vibrating Tracks, Proc. of JSCE, No. 164, 1964.
- 7) 西岡 隆: 軌道の振動を考慮した車両運動に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, No. 172, 1969.
- 8) 松浦章夫・涌井 一: 鉄道車両の走行性からみた長大吊橋の折れ角限度, 土木学会論文報告集, No. 291, 1979.
- 9) 岡内 功・伊藤 学・宮田利雄: 耐風構造, 丸善, 1977.
- 10) 本州四国連絡橋公団: 耐風設計基準・同解説, 1976.
- 11) たとえば, 文献 7) の(4.12)式.

(1980.3.10・受付)