

# 分解法による直列多重リンクシステムの 解析とその適用に関する研究

## APPLICATION AND ANALYSIS FOR SERIES MULTI-LINKS SYSTEM BY DECOMPOSITION METHOD

長尾 義三\*・久保田 茂\*\*・岸本 高彦\*\*\*

By Yoshimi NAGAO, Shigeru KUBOTA and Takahiko KISHIMOTO

### 1. 緒言

発生地点から到着地点まで、人または貨物のようなものを輸送する系はいくつかの輸送する系（リンクという）と積み換えの行われる系（ノードという）とが連鎖して成り立っている。Fig. 1 は、そのようなリンクとノードが数多く連なった多重リンクシステムの一般形を上記輸送系を例に示したものである。O, D はものの発生・到着地、 $L_i, N_i$  は  $i$  番目のリンク、ノードをそれぞれ表わしている。各リンク、ノードにおける輸送機器の挙動は、各リンク、ノードに操作変数として投入される機器、施設の数、容量、速度ならびに運行の不規則性に反映されるほか、両端のノードを通じて隣接のリンク、ノードの系と相互に影響し合うことが知られている<sup>1)</sup>。このような系の解析は、まず、サブシステムとして個々のリンクノードの構造を明確にし、さらに連結して、操作変数をパラメーターとしてシミュレーションを行うか、待ち行列理論を適用することが行われる。大規模システムになると前者は計算困難となり、後者はせいぜい2リンクシステムまでで、3リンク以上の多重リンクシステムを扱った研究は見当たらない。これは、3リンク以上の多重リンクシステムにおいては、待ち行列理論を用いて解析する際の状態方程式の記述が飛躍的に増大し、事実上解析が困難となるからである。本研究では分解法あるいは分割法といわれている手法を導入するこ

とにより、個々のサブシステムのみを独立に解き、しかる後、トータルシステムとしての整合性を有するように調整を行い、調整された状態のもとで再度サブシステムのみを解くといった繰り返し計算を行うことにより、逐次的にトータルシステムを解析するという方法論を展開する。この方法は、リンクの数が増加した場合にも、基本的には個々のサブシステムのみが独立に解ければ足りる。これにより、従来障害になっていた計算上の困難を排し、多重リンクシステムの理論的解析を発展させることを目的としている。ここでは、まず、多重リンクシステムの構造を明確にして、解析可能ないくつかのサブシステムに分割する。しかる後、各サブシステム間の調整問題の解法を示す。さらに各サブシステム内部の構造をより一般化し、適用の汎用性を図る。これを大規模運土システムに適用し、その有用性を実証するものとする。

### 2. 多重リンクシステムの分解法による解析

#### (1) 分解法の適用

Fig. 1 のような多重リンクシステムを、各ノードにおいて分割し、各リンクをサブシステムとしてモデル化したのが Fig. 2 である。 $u_i$  はサブシステム ( $i$ ) に作用する外生入力ベクトルを表わす。外生入力ベクトルは計画者が操作できるものと、できないものがある。前者は操作変数ベクトルと名付けられる。 $y_i$  はサブシステム ( $i$ ) から外部への出力ベクトルを示す。 $x_{i,j}$  はサブシステム ( $j$ ) からサブシステム ( $i$ ) への入力ベクトル、 $z_{i,j}$  はサブシステム ( $i$ ) からサブシステム ( $j$ ) への出力ベクトルを表わすが、ここではベクトル要素が1つの場合を考えて以後スカラー的に取り扱う。この図では、各リンクは直接的には隣接リンクの影響のみを受けるので  $j$  は  $i+1$  または

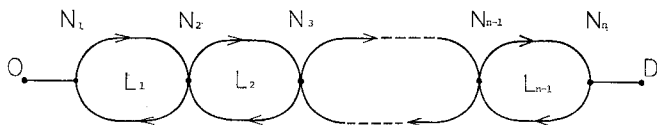


Fig. 1 Transportation in Multi-Links System.

\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

\*\* 正会員 工修 兵庫県土木部

\*\*\* 正会員 工修 運輸省航空局

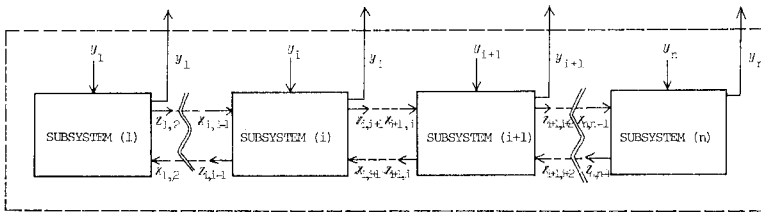


Fig. 2 Decomposition of Multi-Links System into Sub-System.

$i-1$  である。各サブシステムは、Fig. 1 のように一般に循環待ち合わせ行列の問題としてモデル化ができ、いろいろな場合について解析されている<sup>1)~6)</sup>。前述したように、この解析は2リンクまでである。したがって、各サブシステムについて解析され最適解が求められても、各サブシステム間の連系関係が保証されているわけではない。したがってサブシステム間の連系が成立しなければならず、この条件を満たす連系方程式を求め、これによって連系変数の調整を図ることが次の課題となる。すなわち多重リンクシステムの適当な分割、サブシステムの最適化モデルの策定、各サブシステム間の連系変数の選択、再結合のための連系方程式の作成、ならびに連系関係の調整法の発見である<sup>7),8)</sup>。

(2) 連系方程式

各リンク間で直接受け渡しの行われるシステムにおいて各サブシステムが結合点窓口において受ける影響とは、結合点窓口のサービス時間が隣接するサブシステムの窓口の状態の影響を受けて変化することである。サブシステムの入出力変数すなわち、連系変数としては、次のシステムに影響を与える変数、すなわち、到着率、サービス率等いろいろ考えられる。帰納的に、どれがよいという結論は得られない。ここでは、隣接するサブシステムの影響を直接に結合点窓口のサービス率と考える。一方、サブシステム  $(j)$  へ入力として入るサブシステム  $(i)$  の出力  $z_{i,j}$  としては、隣接するサブシステムに影響を与える結合点窓口の状態を端的に表わすものとして、窓口の占有率(窓口に機器が入っている割合)を考える。他の変数を採用することも可能であり、どの変数が計算の収束性を早めるか等の比較検討が必要であるが、その選択に関しては本研究では触れないこととする。次に、サブシステム  $(i)$  とサブシステム  $(j)$  間における連系方程式を求める。サブシステム間の入出力ベクトルの関係を表わすのが連系方程式であるが、これは以下の結合点における2つの条件から求めることができる。

条件 (i) リンク  $(i)$  からリンク  $(j)$  へ受け渡す輸送量とリンク  $(j)$  がリンク  $(i)$  から受けとる輸送量は等しい。

条件 (ii) それぞれの窓口において、誘発遅れ(あるリンクの輸送機器が隣接するリンクの輸送機器の到着を待つときに発生する遅れ)が他のリンクの状態を反映しているものとなること。

いま、

$S_{i,j}$ : リンク  $(i)$  の輸送機器がリンク  $(j)$  との結合点窓口においてももの積み換えに要する時間。これは誘発遅れを含まない時間であり、リンク  $i$  の輸送機器の容量と積み換え能力とで決まる。

$x_{i,j}$ : リンク  $(j)$  の影響による誘発遅れを含んだ、リンク  $(i)$  の輸送機器がリンク  $(j)$  との結合点窓口においてももの積み換えに要する時間。

$d_{i,j}$ : リンク  $(j)$  の影響によるリンク  $(i)$  のリンク  $(j)$  との結合点窓口における誘発遅れ時間。

$z_{i,j}$ : リンク  $(i)$  のリンク  $(j)$  との結合点窓口の結合状態における占有率、つまりリンク  $(i)$  のリンク  $(j)$  との結合点窓口に入っている割合。

$V_i$ : リンク  $(i)$  の輸送機器の容量。

$$Q_{i,j} : \begin{cases} i < j; \text{ リンク } (i) \text{ がリンク } (j) \text{ に受け渡す単位期間内の輸送量。} \\ i > j; \text{ リンク } (i) \text{ がリンク } (j) \text{ から受けとる単位期間内の輸送量。} \end{cases}$$

ここで、前述したように本研究では  $j$  は  $i+1$  または  $i-1$  であるから、まず、リンク  $(i)$  からリンク  $(i+1)$  への輸送量について考える。誘発遅れを含まない場合の単位期間当たりの輸送量は、 $V_i/S_{i,i+1}$  である。また、結合状態において、結合点窓口に入っている割合は  $z_{i,i+1}$  であり、さらに、実際に積み換えを行っている割合は  $S_{i,i+1}/x_{i,i+1}$  である。したがって、結合状態において、リンク  $(i)$  がリンク  $(i+1)$  に受け渡す単位期間内の輸送量は、

$$Q_{i,i+1} = (V_i/S_{i,i+1}) \cdot z_{i,i+1} \cdot (S_{i,i+1}/x_{i,i+1}) \dots \dots \dots (1)$$

で表わされる。同様に、

$$Q_{i+1,i} = (V_{i+1}/S_{i+1,i}) \cdot z_{i+1,i} \cdot (S_{i+1,i}/x_{i+1,i}) \dots \dots \dots (2)$$

条件 (i) は、 $Q_{i,i+1} = Q_{i+1,i}$  であるので、

$$(V_i/S_{i,i+1}) \cdot z_{i,i+1} \cdot (S_{i,i+1}/x_{i,i+1}) = (V_{i+1}/S_{i+1,i}) \cdot z_{i+1,i} \cdot (S_{i+1,i}/x_{i+1,i}) \dots \dots (3)$$

また、明らかに結合点窓口におけるリンク (i) およびリンク (i+1) の誘発遅れを含まない積み換え時間  $S_{i,i+1}$ ,  $S_{i+1,i}$  の比は、それぞれのリンクの輸送機器の容量の比と等しくなるので、

$$\frac{S_{i,i+1}}{S_{i+1,i}} = \frac{V_i}{V_{i+1}} \dots\dots\dots(4)$$

である。したがって、

$$S_{i,i+1} \cdot z_{i,i+1} / x_{i,i+1} = S_{i+1,i} \cdot z_{i+1,i} / x_{i+1,i} \dots\dots\dots(5)$$

さらに、

$$\begin{aligned} S_{i,i+1} / (z_{i+1,i} \cdot x_{i,i+1}) \\ = S_{i+1,i} / (z_{i,i+1} \cdot x_{i+1,i}) = \frac{1}{G} \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

(G: 定数)

とおくと、

$$x_{i,i+1} = G \cdot S_{i,i+1} / z_{i+1,i} \dots\dots\dots(7)$$

$$x_{i+1,i} = G \cdot S_{i+1,i} / z_{i,i+1} \dots\dots\dots(8)$$

となる。一方、条件 (ii) は次のように考える。リンク (i) の側から考えるとリンク (i+1) の結合点窓口に通送機器が入っていないことにより誘発遅れ(待ち)が生じる。したがって、誘発遅れ  $d_{i,i+1}$  は結合点窓口の占有率  $z_{i+1,i}$  の関数と考えられるので、

$$d_{i,i+1} = f_{i,i+1}(z_{i+1,i}) \dots\dots\dots(9)$$

で示される。ここで、機器が窓口に入っていない割合は  $(1 - z_{i+1,i})$  だから、

$$d_{i,i+1} = x_{i,i+1} \cdot (1 - z_{i+1,i}) \dots\dots\dots(10)$$

とすると、定義より、

$$x_{i,i+1} = S_{i,i+1} + d_{i,i+1} \dots\dots\dots(11)$$

であるから、

$$x_{i,i+1} = S_{i,i+1} / z_{i+1,i} \dots\dots\dots(12)$$

となる。同様にして、

$$x_{i+1,i} = S_{i+1,i} / z_{i,i+1} \dots\dots\dots(13)$$

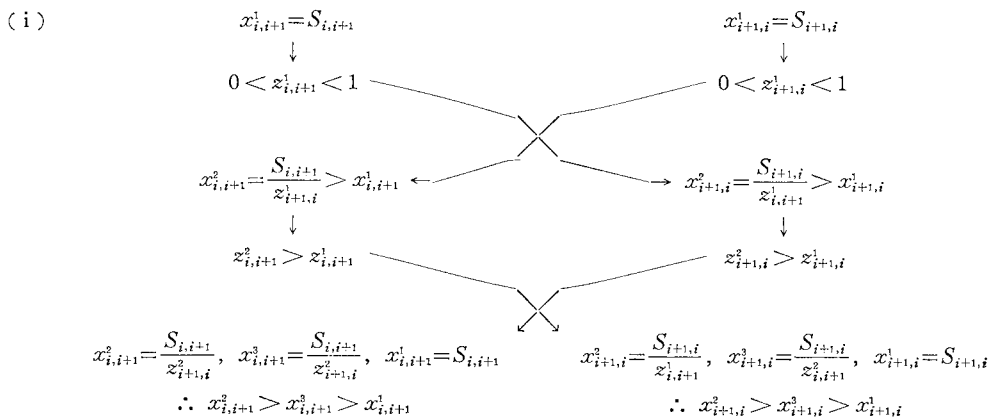
となる。明らかに式 (9), 式 (10) の両式は式 (4), 式 (5) において  $G=1$  とおいたものである。したがって式 (9), 式 (10) の両式が成り立っているということは条件 (i), 条件 (ii) を満足しているといえる。よってこの両式を連系方程式とする。

### (3) 調整計算法

**Fig. 2** において明らかなように、サブシステム (i) とサブシステム (i+1) の結合点においては4つのパラメーターが存在しているが、 $z_{i,i+1}$  ならびに  $z_{i+1,i}$  の値は  $x_{i,i+1}$ ,  $x_{i+1,i}$  の値をそれぞれサブシステム (i), サブシステム (i+1) に与えて待ち行列理論により解析することによって得られる。したがって連系方程式を満たす4つのパラメーター値を陽表的に求めることは不可能であるので、サブシステム間の調整を第2レベルで行う2レベルの調整問題と考え、**Fig. 3** による繰り返し計算を行う。ここに、 $x_{i,j}^k$  と  $z_{i,j}^k$  は収束計算過程における  $k$  回目の値である。

**Fig. 3** の計算過程が収束することは以下によって証明される。サイクルキューモデルにおいてあるステージの窓口のサービス時間が大きくなる(サービス率が小さくなる)とその窓口の占有率は大きくなり、逆にサービス時間が小さくなる(サービス率が大きくなる)と占有率も小さくなることは明らかである。この大小関係によって **Fig. 3** の計算過程が収束することの証明が行える。

まず数学的帰納法で、 $x_{i,i+1}^k$  および  $x_{i+1,i}^k$  の値の変化を示す。



(ii)  $x_{i,i+1}^{2k} > x_{i,i+1}^{2k+1} > x_{i,i+1}^{2k-1}$        $x_{i+1,i}^{2k} > x_{i+1,i}^{2k+1} > x_{i+1,i}^{2k-1}$

と仮定すると、(i) と同様な手順で、

$$\begin{aligned} z_{i,i+1}^{2k} > z_{i,i+1}^{2k+1} > z_{i,i+1}^{2k-1} & \quad z_{i+1,i}^{2k} > z_{i+1,i}^{2k+1} > z_{i+1,i}^{2k-1} \\ \therefore x_{i,i+1}^{2k} > x_{i,i+1}^{2k+2} > x_{i,i+1}^{2k+1} & \quad \therefore x_{i+1,i}^{2k} > x_{i+1,i}^{2k+2} > x_{i+1,i}^{2k+1} \\ \therefore x_{i,i+1}^{2k+2} > x_{i,i+1}^{2k+3} > x_{i,i+1}^{2k+1} & \quad \therefore x_{i+1,i}^{2k+2} > x_{i+1,i}^{2k+3} > x_{i+1,i}^{2k+1} \end{aligned}$$

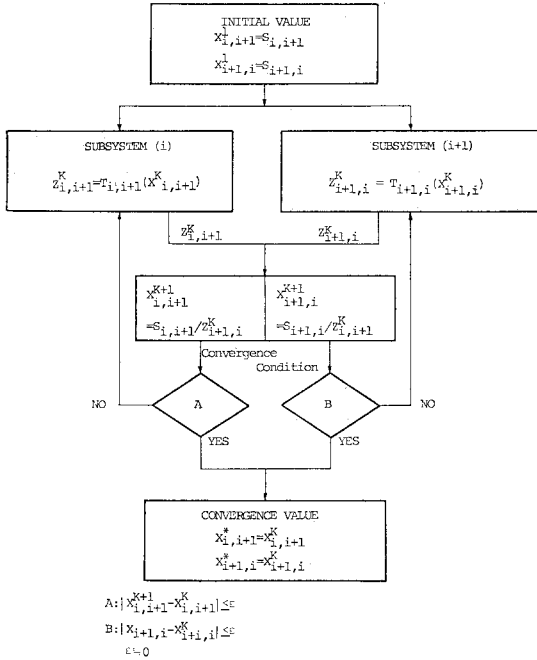


Fig. 3 Flow Chart of 2-Level Adjust Calculation.

以上のことから  $x_{i,i+1}$  に関して次のことが証明された。

$$x_{i,i+1}^2 - x_{i,i+1}^1 > x_{i,i+1}^3 - x_{i,i+1}^2 > \dots > x_{i,i+1}^k - x_{i,i+1}^{k-1} > \dots > 0 \quad (14)$$

$$x_{i+1,i}^2 - x_{i+1,i}^1 > x_{i+1,i}^3 - x_{i+1,i}^2 > \dots > x_{i+1,i}^k - x_{i+1,i}^{k-1} > \dots > 0 \quad (15)$$

式 (11) より、

$$0 < \epsilon_1 = \frac{x_{i,i+1}^4 - x_{i,i+1}^3}{x_{i,i+1}^3 - x_{i,i+1}^2} < 1$$

$$0 < \epsilon_2 = \frac{x_{i,i+1}^6 - x_{i,i+1}^5}{x_{i,i+1}^5 - x_{i,i+1}^4} < 1$$

$$0 < \epsilon_k = \frac{x_{i,i+1}^{2k+2} - x_{i,i+1}^{2k+1}}{x_{i,i+1}^{2k+1} - x_{i,i+1}^{2k}} < 1$$

となる。ここで、

$$0 < \epsilon_i \leq \epsilon_0 < 1 \quad (i=1, 2, \dots, k)$$

とすると、

$$0 < \frac{x_{i,i+1}^{2k+2} - x_{i,i+1}^{2k+1}}{x_{i,i+1}^{2k+1} - x_{i,i+1}^{2k}} \leq (\epsilon_0)^k$$

となる。

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\epsilon_0)^k = 0$$

より、

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{x_{i,i+1}^{2k+2} - x_{i,i+1}^{2k+1}}{x_{i,i+1}^{2k+1} - x_{i,i+1}^{2k}} = 0$$

したがって、

$$k \rightarrow \infty \text{ において } x_{i,i+1}^{2k+2} = x_{i,i+1}^{2k+1}$$

式 (12) より同様に、

$$k \rightarrow \infty \text{ において } x_{i+1,i}^{2k+2} = x_{i+1,i}^{2k+1}$$

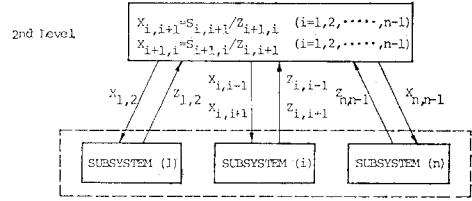


Fig. 4 Adaptation of 2-Level Method.

以上のことから  $x_{i,i+1}$  は  $k \rightarrow \infty$  において収束する。同様に  $x_{i+1,i}$  も収束する。Fig. 3 ではこの収束値を  $x_{i,i+1}^*$  ならびに  $x_{i+1,i}^*$  と表わした。

上においては2つのサブシステム間の調整計算過程が収束することを証明した。よって3リンク以上の多重リンクシステムの解析を行う場合の調整計算は、各リンク間での調整計算を繰り返して行うことによって可能である。しかし本研究においては Fig. 4 に示すように各サブシステムの解析を第1レベルとし、各サブシステム間の調整を第2レベルにおいて同時に行うことによって、より効率的に解析を行っている。

#### (4) 貯留施設の解析モデル

多重リンクシステムにおいてはシステムの効率的な運用を図るために結合点（ノード）に貯留容量を設けるのが普通である。貯留施設の解析手法としては、貯留施設の存在を結合点における連系方程式に対する制約条件と考えて連系方程式に含めて考える方法もあるが、本研究では貯留施設もリンク同様一つのサブシステムととらえて解析することを考える。貯留施設の両側のリンクの輸送機器のうち容量の小さい方を単位容量と考え、貯留施設の容量はその整数倍であるとする。貯留施設においてこの単位容量をもつ1つのユニットの働きを考えると、一方のリンクとの結合点の窓口で、ものを受け取るとただちにもう一方のリンクとの結合点でものを渡し、それが終わるとまたすぐにものを受け取りに返ってくるという働きをしている。したがって各ユニットが積荷のサービス、荷下ろしのサービスという2つのサービスステージの間を循環するという2ステージサイクルキューモデルによって貯留施設のモデル化は可能である。これにより本研究における分解法による解析手法を用いて一般的な多重リンクシステムの解析を行うことが可能となる。なお、本研究において、待ち合わせモデルを考える場合サービス時間の分布は指数分布に従うと仮定する。しかし、実際には多少の規則性があるのが普通である。したがって、事実には適合したアーラン分布を用いるとよいのであるが、われわれの前の研究<sup>1)</sup>で、指数分布で近似できる範囲もかなりあることを示した。また、施設の規模からいえば、安全側に結果を導くので実用的には、複雑

なアーラン分布を用いる効果があまりないことと、指数分布を用いると待ち合わせモデルの展開が非常に単純化されることによる。しかし、各サブシステムを、アーラン分布を用いることによって、より厳密に解析を行う必要がある場合にも同様に本解析法が適用できることはいうまでもなく、本研究の意義が失われるものではない。

(5) 状態方程式法<sup>9)</sup>との比較

状態方程式法とは多重リンクシステム全体を1つのシステムとしてとらえ、その推移状態を記述し、さらに、定常状態における状態方程式を解くことによってシステム全体としての状態確率を求める手法である。

ここで Fig. 5 で示されるようなリンク (1) とリンク (2) がともに結合点窓口ともう1つの窓口からなる2ステージサイクルキューで表わせる2リンクシステムを考える。いま、単純なシステムとして結合点窓口が1個で貯留容量がないものとする。ステージ (i) の窓口のサービス時間の分布は平均値  $1/\mu_i$  の指数分布に従うとし、ステージ (1) およびステージ (4) の窓口数は  $s_1, s_4$  とする。リンク (1) の状態確率は  $P(n_1, n_2)$  で示され、同様にリンク (2) の状態確率は  $P(n_3, n_4)$  で表わすことができる。 $n_i$  は、ステージ (i) における輸送機器の個数である。したがって結合点の状態をなんらかの形で状態方程式の中に組み入れることによって全体を1つの状態として表わすことが可能となる。両リンクの輸送機器の容量が等しいものとする  $\mu_2 = \mu_3$  であるが、この場合の結合点でのサービスは、リンク (1) とリンク (2) で同時に始まり同時に終了する。よってシステム全体としての状態確率は  $P(n_1, n_2, n_3, n_4)$  で示され、状態方程式の一般形は以下のようになる。

$$\{\min(n_1, s_1) \cdot \mu_1 + \min(n_2, n_3, 1) \cdot \mu_2$$

$$\begin{aligned} &+ \min(n_4, s_4) \cdot \mu_4 \} \cdot P(n_1, n_2, n_3, n_4) \\ = &\min(n_1 + 1, s_1) \cdot \mu_1 \cdot P(n_1 + 1, n_2 - 1, n_3, n_4) \\ &+ \mu_2 \cdot P(n_1 - 1, n_2 + 1, n_3 + 1, n_4 - 1) \\ &+ \min(n_4 + 1, s_4) \cdot \mu_4 \cdot P(n_1, n_2, n_3 - 1, n_4 + 1) \\ &\dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

なお、実際に連立方程式を立てて解析を行う場合には境界条件から存在しない状態の項がでてくるが、その場合にはその項を0とおくことは当然である。

さらに、リンク間の輸送機器の容量に差異のある場合には、結合点窓口に入っている容量の小さい方の輸送機器が容量の大きい方の輸送機器に対して何回目(あるいは何杯目)にあたるかを表わす新たなパラメーターを導入することによって同様に状態方程式を作成することが可能である。

次に、状態方程式法と分解法の解析結果の比較を行ったのが Table 1, 2 である。ここでは比較の指標としてステージ (i) の窓口の稼働率  $U_i$  を取り上げている。これは、一般にシステムの最適化を行う場合評価基準として費用を考えるが、費用の大きさは稼働率によって決定されるからである。Table 1, 2 ともに  $\mu_1 = 0.5, \mu_2 = \mu_3 = 1.0, \mu_4 = 2.0$  とし、Table 1 はリンク (1) の輸送機器の台数を2台、リンク (2) の輸送機器の台数を3台としたシステムの解析結果である。Table 2 はそれぞれの台数を4台と2台に変更したものである。なお分解法の計算において、Fig. 3 における取束条件値  $\epsilon$  は0.0001とした。計算には FACOM M-200 (京都大学大型計算機センター) を用いた。

これらの表によれば、分解法は状態方程式法とほぼ同一の結果を与えることがわかる。また分解法は状態方程式法のような複雑な推移状態の記述を必要とせず計算も短時間で済む。しかもサービス分布が指数分布でなくなるとかリンク数がさらに増加すると状態方程式法では状態方程式の数が飛躍的に増加するために事実上解析がほ

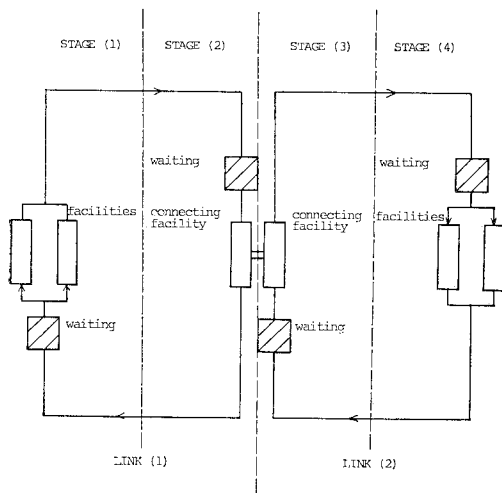


Fig. 5 Model of 2-Links with 2-Stages.

Table 1 Comparison between Decomposition Method and State Equation Method (1).

stage \ method	1	2	3	4	Calculation Time
Decomposition Method	0.855 5	0.431 2	0.992 1	0.214 0	0.7 (sec)
State Equation Method	0.856 6	0.429 7	0.995 7	0.214 1	2.1 (sec)

Table 2 Comparison between Decomposition Method and State Equation Method (2).

stage \ method	1	2	3	4	Calculation Time
Decomposition Method	0.926 3	0.505 7	0.951 4	0.240 6	0.7 (sec)
State Equation Method	0.962 8	0.509 8	0.951 1	0.240 7	2.1 (sec)

とんど不可能となってしまう。したがって一般的な多重リンクシステムの解析にあたり分解法はきわめて有効な解析手法であるといえる。

### 3. 大規模運土システムへの適用

#### (1) 大規模運土システムとその評価

切土・陸上輸送・貯留・積出・海上運搬・揚土・貯留・陸上輸送・盛土等のシステムは輸送系の代表的な多重リンクシステムである。この場合、システムの評価に何を基準とするかによって、モデル同定の方法が異なることはいうまでもない。従来総費用最小<sup>5)</sup> 単位土量当たり遊休損失費用最小<sup>6)</sup> 等が考えられている。また、運搬土量制約、工期制約を与える場合もあるし、これらを考慮しない場合もある。本研究では、どのような評価基準がよいかの問題には直接触れることなく次のような基準を設けた。すなわち、運搬土量ならびに工期制約を設けず、単位期間内において単位運搬土量当たりの費用最小化を最適と定義した。すなわち、費用最小の1つの考え方である。また、実際に費用を計算する場合、Table 3 に示すような諸値を用いた。これらの諸値から、大規模運土システムに投ぜられる固定費用と稼働費用を積算

した。固定費とは機械・施設の遊休・稼働にかかわらず消費されていく費用であり、減価償却費・人件費・管理費・設置費を考えた。また稼働費としては、維持修理費、燃料費を考え、解析結果から出力された稼働率を用いて算出した。

#### (2) 3リンク運土システムの最適化

本節において、大規模運土システムの簡単な事例として、Fig. 6, 7 に示されるような、海上運土システムー揚土ー陸上運土システムという3リンクの運土システムを考える。

海上運土システムとしては、押船と土運船を用いるのが一般的である。いま、自航土運船を考えると、この土運船はまず積土地点で積土サービスを受け、海上運航

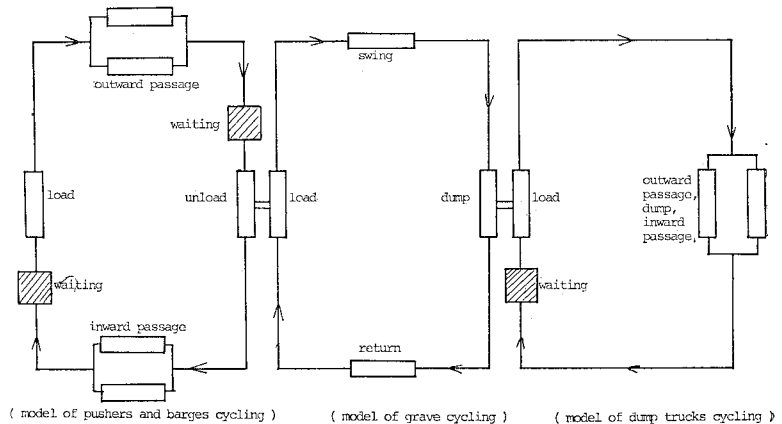


Fig. 6 Model of 3-Links Earth Transportation System (without Hopper at Node).

Table 3 Cost Table of Transportation Instrument.

Transportation Instrument	Pusher	Barge	Unloader	Dump Truck
Item of Cost	horse power PSP (H.P.)	capacity VB (m <sup>3</sup> )	capacity VU (m <sup>3</sup> /h)	capacity VD (m <sup>3</sup> )
Initial Construction Cost P (10 <sup>4</sup> yen)	9.1×PSP+4 500	5.75×VB+7 000	13.28×VU+6 000	less than 5.3 m <sup>3</sup> 63.75×VD+37.5 more than 5.3 m <sup>3</sup> 212.5×VD-750
Survival Cost (the value at the end of the life of the instrument) L (10 <sup>4</sup> yen)	0.05×P	0.05×P	0.05×P	0.05×P
the Annual Cost of Depreciation R (10 <sup>4</sup> yen/h)	$(P-L) \times [i + (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1] + L \times i$ sinking fund method (i=0.07)			
Useful Life of the Instrument in year n (year)	12	9	5	5
Labour Cost C <sub>1</sub> (10 <sup>4</sup> yen/year)	20×14×12	—	20×2×12	20×2×12
Repair and Maintenance Cost (including replacement part) C <sub>2</sub> (10 <sup>4</sup> yen/hour)	4.73×P/n	3.79×P/n	*0.175×P	5.31×P/n
Fuel Cost C <sub>3</sub> (10 <sup>4</sup> yen/hour)	0.18×26×PSP	—	-0.0097×VU+24.3 (yen/m <sup>3</sup> )	54×(0.56×VD+3.25)
Management Cost C <sub>4</sub> (10 <sup>4</sup> yen/year)	0.065×P	0.05×P	0.034×P	0.08×P
Establishment Cost C <sub>5</sub> (10 <sup>4</sup> yen/year)	—	—	0.05×P	—
Remark			*annual cost	

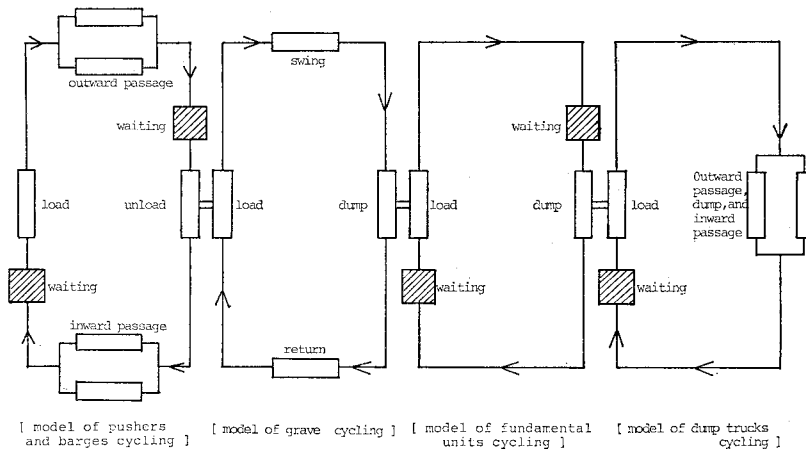


Fig. 7 Model of 3-Links Earth Transportation System (with Hopper at Node).

し、揚土地点で揚土サービスを受け、それが終わると積土地点に戻る。したがって、積土・往航・揚土・復航の4つのサービスステージからなる4ステージサイクルキューモデル<sup>3)</sup>を用いてモデル化できる。

揚土システムは、グラフを考えたとき、積込・旋回・放土・復帰という4つのサービスステージからなる4ステージサイクルキューモデルとみなせる。

陸上運土システムは、ダンプトラックを考えると捨土時に待ちは生じないと考えられるから、2ステージサイクルキューモデル<sup>2)</sup>となる。

以上のような3リンクシステムについて、ノードに貯留容量のない場合、ある場合について、それぞれ解析を行う。

a) ノードに貯留容量のない場合

このシステムのモデル化は Fig. 6 に示されている。操作変量としては、簡単のため、海上運土システムでは自航土運船の隻数、陸上運土システムではトラック台数としてこれらの最適投入数を求める。自航土運船の馬力、容量、トラックの容量、走行速度、また、揚土機の台数、能力を操作変量としても、問題の性格を変えるものではない。しかし、個々のサブシステムにおける最適化モデルを同定することは困難であり、一般に総あたり法(列挙法)に準拠せざるを得ない。Fig. 8 は、自航土運船の投入隻数に対して、トラックの投入台数の変化が運土量の上昇とともに単位費用に影響を与える傾向を示している。これらの曲線の包絡線を描くことによって、最小費用を与える輸送機器の組み合わせと、好まし

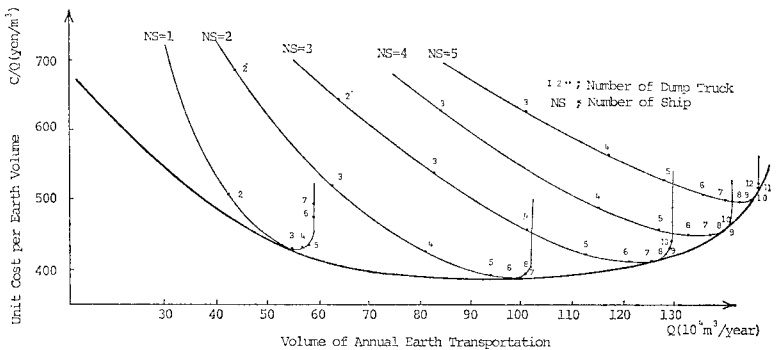


Fig. 8 Cost per Unit Earth Volume by Combination of Dump Truck Number with Pushers and Barges.

い土量の情報が得られる。この図からもわかるように台数変化に対して費用関数は凸関数となっているので、サブシステムとしての最適台数同士の組み合わせを初期値とし、それぞれの台数を1台ずつ変化させたときに最も解が改善される(費用が小さくなる)方向に解の改善を進めてゆき、最終的に最適解に到達するというアルゴリズムが考えられる。これによって総あたり法よりもはるかに少ない計算回数によって最適解が求められる。ただし、この場合厳密には極小値が得られることになる。自航土運船の性能として、走行馬力、容量がそれぞれ1000馬力・1000m³(船型A)、2000馬力・2000m³(船型B)、3500馬力・4000m³(船型C)の3種の船型と4種のダンプトラック(容量VD5m³, 10m³, 15m³, 20m³)に対する最適な組み合わせ台数とそのときの単位土量当たりの費用を前述したアルゴリズムによって試算したものが Table 4 である。なお与件値としては以下の数値を用いている。

- (i) 海上運搬距離 30 km, 陸上運搬距離 0.7 km
- (ii) 自航土運船への積土機能力 1500 m³/h
- (iii) 自航土運船の船速 10 ノット, 復航時は往航時

**Table 4** Cost per Unit Earth Volume and Optimum Combinations of Number on 3-Links-System (with no Hopper at Node).

VD \ ship size	5	10	15	20
A	(3, 17) 350.55	(3, 9) 346.29	(3, 6) 346.74	(3, 5) 348.39
B	(2, 17) 321.08	(2, 9) 317.21	(2, 6) 318.65	(2, 5) 318.98
C	(2, 21) 343.28	(2, 11) 339.57	(2, 8) 340.57	(2, 6) 341.93

upper row : (the Number of Burges and Dump Trucks)  
lower row : Cost per Unit Earth Volume (yen/m<sup>3</sup>)

の 1.2 倍

- (iv) 揚土機能力 1 200 m<sup>3</sup>/h, グラブの容量 5 m<sup>3</sup>
- (v) ダンプトラックの速度 15 km/h
- (vi) ダンプトラックの捨土時間 1 min

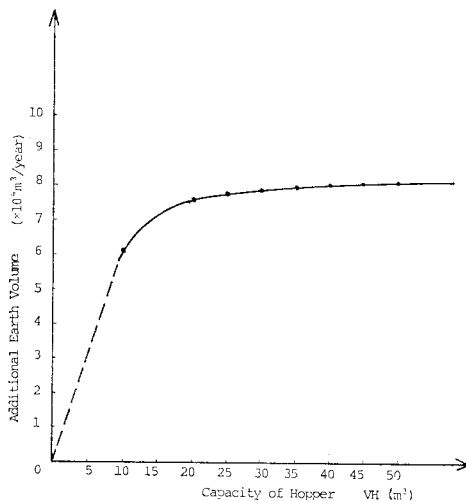
なお収束条件値  $\epsilon$  は 0.001 とした. これは全体の費用に与える影響は 1% 以下で誤差の範囲と考えられるからである.

**b)** ノードに貯留容量のある場合

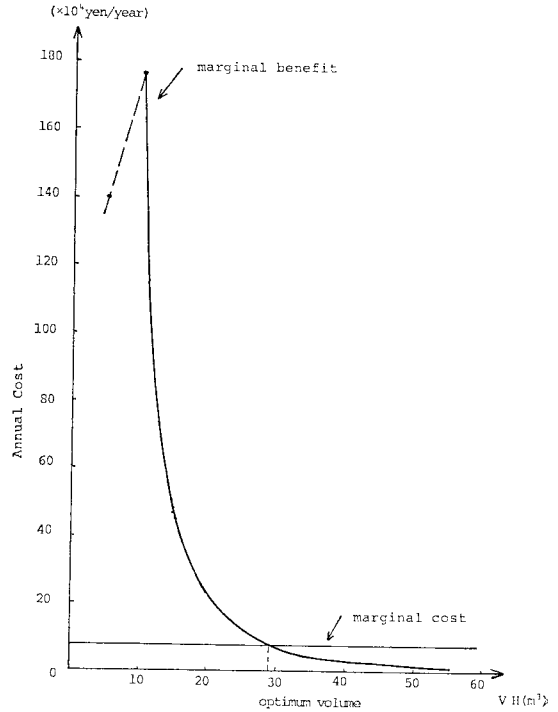
このシステムのモデル化は **Fig. 7** に示される. 事例として自航土運船の船型 B, 隻数 2, 揚土機能力 1 200 m<sup>3</sup>/h, ダンプトラックの容量 5 m<sup>3</sup>, 17 台のシステムを対象に, ホッパーを付加したときの効果を検討してみる.

ホッパーの容量は分解法による解析を行うため, 5 m<sup>3</sup> ごとに変化するものとする. ただし, グラブとダンプトラックの容量の合計以上の容量をホッパーとしてもたなければ意味がない結果がすでに得られているため<sup>10)</sup>, 10 m<sup>3</sup> 以上としている.

ホッパーを設けることによる増加土量は, **Fig. 9** に示される. ホッパーを設けると費用の減少すなわち, 便益は増加する. これを限界便益として示したのが **Fig.**



**Fig. 9** Relationship between Additional Earth Volume and Hopper Capacity.



**Fig. 10** Relationship between Marginal Benefit, Marginal Cost, and Hopper Capacity.

10 である. **Fig. 10** には, ホッパー容量を増加させることによる限界費用も記入されている. 当然のことながら, 純便益が最大となるのは限界便益と限界費用の一致する点である. **Fig. 10** では, 最適容量が 30 m<sup>3</sup> 付近に現われている.

(3) 4 ステージサイクルキューモデル

前節では, 押船と土運船を一体化して自航土運船と考え, 従来提案されている 4 ステージサイクルキューモデルを適用して解析を行った. しかし, 一般に数多く用いられている押船・土運船方式 (バージラインシステム) においては, 押船と土運船を切り離して用いるのが普通であり, そのことによって押船の遊休を減少させるのが押船・土運船方式の利点でもある. ところが, 押船を土運船と切り離して用いることができると, 往航あるいは復航のサービスが終わった押船は, 揚土あるいは積土のサービスがすでに終了している土運船と接続されたただちに復航または往航のサービスを受けることができるのである. このシステムでは, 往航のサービスを終了した押船は復航の窓口となり, 復航のサービスを終了した押船は往航の窓口となる. したがって, 往航と復航の窓口数が刻々と変化するので従来の 4 ステージサイクルキューモデルで表現することは困難である. よって実際の押船・土運船方式の挙動を表わすことのできる新たな 4 ス





本研究で提案した分解法による多重リンクシステムの解析手法は前述したような問題を含んでいるが、多重リンクシステムの解析を理論的に行うことができ、しかもその解析結果が最適なシステムの決定問題に対して非常に有効な計画情報を提供できる点で意義のあるものといえる。本解析法の有用性からもわかるようにコンテナなどの協同一貫輸送システム等、多重リンクシステムの解析ならびに最適化に対して分解法がきわめて有用な手法であることが確かめられた。さらに、今後の課題としては次の3点をあげることができる。

(1) 分解法を適用するうえで、各ベクトルにどのような変数を用いるのが最適かという検討をさらに進めることが重要であろう。それに伴って当然連系方程式に関する考察も必要である。

(2) トータルシステムの最適化を行うためにも、サブシステムにおける最適モデルの作成は不可欠である。特に、多段階循環待ち合わせ系のモデルに対する最適化手法の導入が望まれる。

(3) サブシステムの最適化モデルを基礎として分解法による多重リンクシステムの最適化モデルの開発が望まれる。

#### 参 考 文 献

- 1) 長尾義三・則武通彦：多重リンク系の輸送動態に関する一考察，土木学会論文報告集，第212号，1973年4月。
- 2) Koenigsberg, E. : Finite Queues and Cyclic Queues, Operations Research, Vol. 8, No. 2, pp. 246~253, 1960.
- 3) Koenigsberg, E. and R.C. Lam : Cyclic Queues Models of Fleet Operations, Operations Research, Vol. 24, No. 3, pp. 516~529, 1976.
- 4) 吉川・山本：アーランサービス循環待ち合わせ系の解析法に関する一考察，土木学会論文報告集，第243号，pp. 71~81, 1975.
- 5) 米谷・河上：しゅんせつ工事計画に関する一考察，土木学会論文報告集，第125号，pp. 1~11, 1966.
- 6) 竹内益雄：サイクルキューモデルによるしゅんせつ船団計画に関する研究—サービス時間がアーラン分布に従う場合—，土木学会論文報告集，第140号，pp. 13~20, 1967.
- 7) 高松武一郎：システム工学講座 3，プロセスシステム，日刊工業新聞社，1972.
- 8) 成田誠之助：システム工学の手法，コロナ社，pp. 303~305, 1972.
- 9) 久保田茂・長尾義三・岸本高彦：2リンク土砂運搬システムの最適化モデルに関する一考察，土木学会第34回年次学術講演会講演概要集第4部，pp. 384~385, 1979年10月。
- 10) Teichlz, P. : A Simulation Approach to the Selection of Construction Equipment Stanford Civil Engineering Technical Report, No. 26, pp. 75~86, 1963年6月。
- 11) 久保田 茂：2リンク土砂運搬システムの最適化モデルに関する一考察，京都大学修士論文，1979.

(1980.6.4・受付)