

## 主ケーブルの2次応力を考慮した吊橋の有限変位解析

FINITE DISPLACEMENT ANALYSIS OF SUSPENSION BRIDGE  
SUBJECTED TO SECONDARY STRESS IN MAIN CABLE

前田 幸雄\*・林 正\*\*・前田 研一\*\*\*

By Yukio MAEDA, Masa HAYASHI and Ken-ichi MAEDA

## 1. 緒 言

吊橋の補剛桁架設途中における主ケーブルの2次応力は、ケーブルのより妥当な安全率を決定する場合において、重要な問題点の一つであると考えられている<sup>1)</sup>。さらに、長大吊橋架設工事が本格化したわが国の現在では、施工管理面から、補剛桁の変位、ハンガー取付け時の引込力などに対する影響についても、重要な課題の一つとして注目され始めている。

この分野の先駆的研究として、Wyatt<sup>2)</sup>の理論があり、吊橋平行線ケーブルの2次応力を要因別に列挙し、理論的体系化および簡単な算定式の誘導を行っている。

西村・新家ほか<sup>3)</sup>は、Wyattの要因のうち、ケーブル軸の曲率変化に伴う素線の曲げ応力と素線の伸縮に伴う偏差軸応力を2次応力と総称し、バンドのみで締め付けられたワイヤーラッピングされていない平行線ケーブル独自の部材剛性マトリックスを誘導して、厳密な適合条件とつり合い条件を満足する補剛桁架設時の吊橋の解析手法を提案した。実際問題に対応した模型実験による理論の妥当性の検証の結果からは、提案された解析手法を適用すれば、2次応力を考慮した主ケーブルの安全率を実用上十分な精度で検討できることがわかり、非常に有効な研究であると思われる。

しかしながら、従来の変位法と異なって、局所線形関係式を含む部材剛性行列は特殊な未知数に対するものであり、各部材の構成する閉多角形の閉合条件式を必要としている。また、平行線ケーブルがバンド部材(バンド締め付け部)とケーブル部材(自由滑動部)との2種の部材によって構成されるとしている。したがって、通常の有限変位理論に基づく吊橋のマトリックス構造解析プロ

グラムに組み込むことは必ずしも容易でなく、しかも、バンド締め付け部と自由滑動部とを一体化させない限りは慣用モデル<sup>注)</sup>による計算は不可能であることから、節点数が増大するなどの数値計算上の問題があると思われる。さらに、主眼を主ケーブルのみの変形および応力特性の把握に置いているために、水平方向変位を無視するなどの単純化をしており、施工管理面から補剛桁の変位量などの比較や検討を実施するには、精度上問題があると思われる。

通常の有限変位理論に基づく吊橋のマトリックス構造解析プログラムを用いた主ケーブルの2次応力の研究としては、林ほか<sup>4)</sup>が平行線ケーブルを両端に剛体のバンドを有するソリッドなはり部材とみなして得た結果をWyattの算定式に代入したものがあがるが、はり理論の適用およびバンド部の処理法には、精度上および収束性などの数値計算上の問題があると思われる。

幾何学的非線形性を考慮した骨組構造物のマトリックス解析法が確立された現在において、一般骨組部材の部材剛性マトリックスの誘導には、適当な変位関数を設定し、有限変位理論に基づく変位-ひずみ関係式に代入する有限要素法の手法が多用されている<sup>5)~10)</sup>。そして、慣用モデルを用いた、通常の有限変位理論に基づく吊橋のマトリックス構造解析プログラムも、この種の部材剛性マトリックスを組み込んだものが多いと思われる。

このような観点から、本文では、ワイヤーラッピングされていない平行線ケーブル部材について、まず、自由滑動部のみに着目して、2次応力を考慮した独自の変位関数および変位-ひずみ関係式を用い、有限変位理論に

注) 本文における吊橋慣用モデルの意味は、隣合ったハンガー部材の主ケーブル側の節点間を結ぶ直線部材を平行線ケーブル部材として、途中には節点を設けないモデルということである。もし、平行線ケーブルがバンド部材(バンド締め付け部)とケーブル部材(自由滑動部)との2種の部材によって構成されるとするならば、各バンドの両端(両部の境界)にも節点が必要となり、節点数は増大する。

\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 長岡技術科学大学助教授 工部部建設系

\*\*\* 正会員 工修 川田工業(株)技術本部研究室

基づく有限要素法の手法により剛性および接線剛性マトリックスを新たに誘導する。そして、通常のマトリックス構造解析プログラムに組み込み、主ケーブルの2次応力を考慮した補剛桁架設途中における吊橋の有限変位解析を慣用モデルを用いて効率よく実行することを目的として、上式を拡張し、伸び変形のみを生ずると仮定した両端のバンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式を提案する。

次に、吊橋主ケーブルに擬した簡単なケーブル構造物に対する種々の数値計算結果および既往の研究結果、実験報告との比較などから、提案する計算式の精度および収束性を考察し、解析法の妥当性および合理性について検討する。

さらに、本文の最後においては、本州四国連絡橋設計案に基づく長大吊橋の実橋例を対象として、補剛桁架設途中での大変形挙動の解析を行う。そして、塔頂近傍に加えて補剛桁の架設先端部付近にも注目し、主ケーブルの変形および応力に対してのみならず、補剛桁の変位、ハンガー取付け時の引込力などの施工管理値に対しても、主ケーブルの2次応力が及ぼす影響を検討して、将来への資料を得ることを試みる。

2. 平行線ケーブル部材の2次応力の要因

対象とする平行線ケーブル部材は、図-1 (a) に示す両端にバンド締付け部を有する無応力長  $L_0$  の部材であり、以下の仮定を満足するとしたものである。

- ① 補剛桁架設時に主ケーブルはワイヤーラッピングされず、バンド締付け部以外では、断面形状は不変であるが、素線相互が摩擦抵抗なしに自由滑動し、断面分離を生じる。
- ② 素線は、伸び剛性のみならず、曲げ剛性も有する。
- ③ バンド締付け部は、伸び変形のみを生じ、曲げ変形に対しては剛である。

そして、無応力状態の自由滑動部の  $a, b$  両端を結ぶ直線上に  $x$  軸を一致させた  $x, y$  座標系に関する  $x$  軸方向変位を  $u(x)$ ,  $y$  軸方向変位を  $v(x)$ , および両端の接線回転角を  $\theta_a, \theta_b$  とし、図-1 (b) に示すように、1次応力として、張力

$$T = E_c A_c \frac{du(x)}{dx} = E_c A_c u'(x) \dots \dots \dots (1)$$

による平均応力が生じているものとする。ここに、 $E_c$  および  $A_c$  は、ケーブルの弾性係数および断面積である。

このような仮定のもとで、本解析でも、Wyatt の挙げた種々の要因<sup>3)</sup> をもとに、次のような2種の2次曲げ

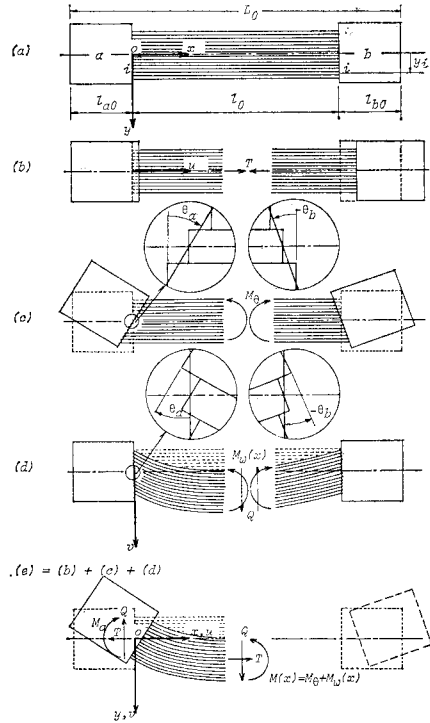


図-1 平行線ケーブル部材

モーメントによる応力を、補剛桁架設途中における吊橋の主ケーブル断面の2次応力として定義する。

(1) 両端でのバンド締付けに伴う素線の偏差張力  $dt_{wi}$  によるケーブル中心軸に関する曲げモーメントの総計  $M_\theta$  (図-1 (c)).

$$\begin{aligned}
 M_\theta &= \sum_{i=1}^{n_w} dt_{wi} \cdot y_i \left( \because \sum_{i=1}^{n_w} dt_{wi} = 0 \right) \\
 &= \sum_{i=1}^{n_w} E_c A_w \frac{(\tan \theta_a - \tan \theta_b) y_i}{l_0} \cdot y_i \\
 &= \frac{E_c \left( \sum_{i=1}^{n_w} A_w y_i^2 \right)}{l_0} (\tan \theta_a - \tan \theta_b) \dots \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

(2) ケーブル中心軸の曲率変化に伴う素線の曲げモーメント  $m_w(x)$  の総計  $M_w(x)$  (図-1 (d)).

$$\begin{aligned}
 M_w(x) &= n_w \cdot m_w(x) \\
 &= n_w \left\{ -E_c I_w \frac{d^2 v(x)}{dx^2} \right\} \\
 &= -E_c (n_w \cdot I_w) v''(x) \dots \dots \dots (3)
 \end{aligned}$$

したがって、図-1 (e) に示すように、 $a$  端の曲げモーメントを  $M_a$ , せん断力を  $Q$  として、

$$\begin{aligned}
 M(x) &= M_a + Q \cdot x - T \cdot v(x) \\
 &= \frac{E_c I_c}{l_0} (\tan \theta_a - \tan \theta_b) - E_c I_w v''(x) \\
 &\dots \dots \dots (4)
 \end{aligned}$$

なる式で、バンド締付け部以外の自由滑動部でのケーブル断面の曲げモーメント  $M(x)$  は表わされる。ここに、

$n_w, A_w$  および  $I_w$  は、ケーブル断面を構成する素線数、素線の断面積および慣性モーメントであり、

$$I_c = \sum_{i=1}^{n_w} A_w y_i^2, \quad I_n = n_w \cdot I_w \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。また、 $l_0$  は自由滑動部の無応力長であり、 $a, b$  両端のバンド締付け部の無応力長を  $l_{a0}, l_{b0}$  とし、

$$l_0 = L_0 - (l_{a0} + l_{b0}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

である。

なお、本解析の基礎式である式(4)は、 $\tan \theta_a \doteq \theta_a$  および  $\tan \theta_b \doteq \theta_b$  とすれば、西村・新家ほか<sup>3)</sup>の基礎式と一致する。

### 3. 有限要素法・有限変位理論に基づく計算式と吊橋の慣用モデルによる2次応力解析法

#### (1) 変位関数

任意の着目する変形状態で、両端にバンド締付け部を有する平行線ケーブル部材が、図-2に示す材端変位および材端力を生じているものとする。

まず、バンド締付け部以外の自由滑動部のみに着目する。

変形後の自由滑動部の両端点を結ぶ直線と平行な  $x$  軸上に、無応力状態の平行線ケーブル部材を仮想することによって、図-2の各記号と図-1および式(1)~(6)の各記号とは完全に対応している。

式(1)および式(4)をさらに2回微分すれば、

$$u''(x) = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$v''''(x) - g_n^2 v''(x) = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

なる常微分方程式が得られ、 $T > 0$  の場合には、次の

のような解が求められる。

$$u(x) = C_1 x + C_2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$v(x) = C_3 \cosh g_n x + C_4 \sinh g_n x + C_5 x + C_6 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

$$g_n = \sqrt{\frac{T}{E_c I_n}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

である。

式(8)および式(10)は、明らかに、曲げと軸方向力を同時に受ける一般の部材の変形を考慮した基礎式と同型である。従来は、このような部材の場合、有限要素法の手法に従って設定すべき変位関数として、簡明なべき級数の近似式を適用している。

しかしながら、基礎式は同型でも、本解析が対象としている平行線ケーブル部材の場合は曲げはあくまでも2次的なものであり、軸方向力が支配的な特殊な部材である。すなわち、素線の曲げ剛性の合計  $E_c I_n$  は同程度の断面の通常の部材の曲げ剛性に比較して非常に小さく、逆に、張力  $T$  は非常に大きい。したがって、無次元パラメーター  $g_n l_0$  は、一般の部材とは異なって、

$$g_n l_0 = \sqrt{\frac{T l_0^2}{E_c I_n}} \gg 1 \quad \dots\dots\dots (12)$$

となることから、式(10)の級数展開は収束せず、べき級数の近似式を適用することはできない。

ゆえに、本解析では、双曲線関数表示の式(10)を、そのまま、式(9)とともに変位関数とする。すなわち、自由滑動部の両端での境界条件

$$u(0) = u_a, \quad u(l_0) = u_b \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\left. \begin{aligned} v(0) &= v_a, \quad v(l_0) = v_b \quad (\because v_a = v_b) \\ v'(0) &= \theta_a, \quad v'(l_0) = \theta_b \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (14)$$

を式(9)および式(10)に代入して具体的に表わされる変位関数を、適用することとする。

双曲線関数表示の複雑な係数を含むことによって、誘導の過程で少し複雑となることは避けられないが、剛性マトリックスを誘導後に式(12)の無次元パラメーター  $g_n l_0$  の条件を逆に利用すれば、各要素は簡略な近似式で表わされるはずであり、変位関数が複雑であることは問題ではない。

#### (2) 変位-ひずみ関係式

有限変位理論に基づく変位-ひずみ関係式は、式(1)~(6)から、素線  $i$  の曲率を  $\rho_i(x)$ 、軸方向ひずみを  $\epsilon_{xi}(x)$  とし、高次の微小項を無視すれば、次式で表わされる。

$$\rho_i(x) \doteq -v''(x) \quad \dots\dots\dots (15)$$

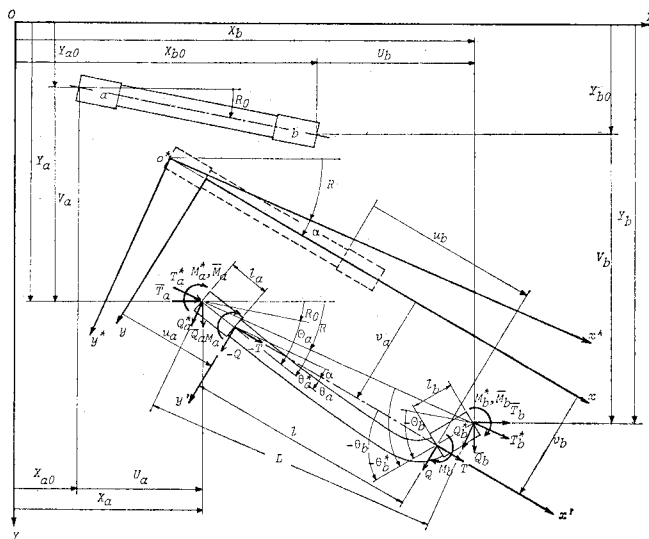


図-2 材端変位と材端力

$$\varepsilon_{xi}(x) \approx u'(x) + \frac{1}{2}v'(x) + \frac{(\tan \theta_a - \tan \theta_b)y_i}{l_0}$$

.....(16)

式 (16) の第 3 項が、本解析が対象としている平行線ケーブル部材の独自の項である。

したがって、バンド締付け部以外の自由滑動部でのひずみエネルギー  $U$  は、式 (15) および式 (16) から、ひずみ-応力関係式を線形として、

$$U = \sum_{i=1}^{n_w} \int_V \frac{1}{2} E_c \varepsilon_i^2 dV$$

$$= \frac{1}{2} E_c A_c \int_0^{l_0} u'(x)^2 dx + \frac{1}{2} E_c I_n \int_0^{l_0} v''(x)^2 dx$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{E_c I_c}{l_0} (\tan \theta_a - \tan \theta_b)^2$$

$$+ \frac{1}{2} E_c A_c \int_0^{l_0} u'(x) \cdot v'(x)^2 dx$$

$$+ \frac{1}{2} E_c A_c \int_0^{l_0} \frac{1}{4} v'(x)^4 dx \dots\dots\dots(17)$$

なる式で与えられる。ただし、本解析では、式 (17) の下線を施した最終項を省略する。すなわち、式 (17) のひずみエネルギー  $U$  を用いて得られる剛性マトリックスは、1 次の非線形項までを有効とする。なぜなら、図-2 に示すように、 $v'(x)$  は部材回転角 ( $R-R_0$ ) の影響を含まず 2 次応力のみに対応した変形であり、その 4 乗の項は十分に微小であると考えられるからである。

(3) 自由滑動部の剛性および接線剛性マトリックス

式 (17) に式 (13) および式 (14) の変位関数を代入すれば、ひずみエネルギー  $U$  が、図-2 に示す  $x$  軸上にある仮想の無応力状態の自由滑動部両端点の  $x, y$  座標系に関する変位ベクトル

$$d = \{u_a, v_a, \tan \theta_a, u_b, v_b, \tan \theta_b\}^T \dots\dots\dots(18)$$

の関数として表わされる。

したがって、一般化された Castigliano の第一定理から、

$$f = k(d) \cdot d \dots\dots\dots(19)$$

なる式で、自由滑動部両端での力ベクトル

$$f = \{-T, -Q, M_a, T, Q, M_b\}^T \dots\dots\dots(20)$$

が与えられる。そして、式 (19) における、

$$k(d) = k_0 + k_1(d)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{E_c A_c}{l_0} & 0 & 0 & -\frac{E_c A_c}{l_0} & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{E_c I_c}{l_0} & 0 & 0 & -\frac{E_c I_c}{l_0} \\ & & & \frac{E_c A_c}{l_0} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 \\ \text{SYMM.} & & & & & \frac{E_c I_c}{l_0} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & A & B & 0 & -A & C \\ & D & E & -A & -D & E \\ & & F & -B & -E & G \\ & & & 0 & A & -C \\ & & & & D & -E \\ \text{SYMM.} & & & & & F \end{bmatrix} \dots\dots\dots(21)$$

が、新たに誘導された自由滑動部の剛性マトリックスである。

次に、式 (19) の増分形

$$\Delta f = \Delta k(d) \cdot \Delta d \dots\dots\dots(22)$$

における接線剛性マトリックス  $\Delta k(d)$  も

$$\Delta k(d) = k_0 + 2k_1(d) \dots\dots\dots(23)$$

なる式で誘導される。ここに、

$$\Delta d = \{\Delta u_a, \Delta v_a, \Delta \tan \theta_a, \Delta u_b, \Delta v_b, \Delta \tan \theta_b\}^T \dots\dots\dots(24)$$

$$\Delta f = \{-\Delta T, -\Delta Q, \Delta M_a, \Delta T, \Delta Q, \Delta M_b\}^T \dots\dots\dots(25)$$

である。

1 次の非線形項までを有効であるとした  $k_1(d)$  の各要素を具体的に示せば、次式のようなのである。

$$\left. \begin{aligned} A &= k_g \{ (g_n^2 \sinh g_n l_0) (v_b - v_a) \\ &\quad - (g_n \cosh g_n l_0 - g_n) (\tan \theta_a + \tan \theta_b) \} \\ B &= k_g \{ (g_n \cosh g_n l_0 - g_n) (v_b - v_a) \\ &\quad - (g_n l_0 \cosh g_n l_0 - \sinh g_n l_0) \tan \theta_a \\ &\quad - (\sinh g_n l_0 - g_n l_0) \tan \theta_b \} \\ C &= k_g \{ (g_n \cosh g_n l_0 - g_n) (v_b - v_a) \\ &\quad - (\sinh g_n l_0 - g_n l_0) \tan \theta_a \\ &\quad - (g_n l_0 \cosh g_n l_0 - \sinh g_n l_0) \tan \theta_b \} \\ D &= k_g (g_n^2 \sinh g_n l_0) (u_b - u_a) \\ E &= k_g (g_n \cosh g_n l_0) (u_b - u_a) \\ F &= k_g (g_n l_0 \cosh g_n l_0 - \sinh g_n l_0) (u_b - u_a) \\ G &= k_g (\sinh g_n l_0 - g_n l_0) (u_b - u_a) \\ k_g &= E_c A_c / \{ 2 g_n l_0 (g_n l_0 \sinh g_n l_0 \\ &\quad - 2 \cosh g_n l_0 + 2) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

しかし、式 (26) の各非線形要素は分子、分母に双曲線関数表示の項を含んでおり、式 (12) の無次元パラメーター  $g_n l_0$  の条件から、コンピュータによる計算においてオーバーフローあるいはアンダーフローを起こす可能性がある。そこで、前述したように、無次元パラメーター  $g_n l_0$  の条件を逆に利用して双曲線関数表示の項を除去することを考え、

$$\sinh g_n l_0 \approx \cosh g_n l_0 \gg g_n l_0 \gg 1 \dots\dots\dots(27)$$

なる条件が成り立つものとして、式 (26) の各非線形要素を近似すれば、次式のような簡略な式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} A &\approx \frac{E_c A_c}{2 l_0^2} \left\{ (v_b - v_a) - \frac{1}{g_n l_0} l_0 (\tan \theta_a + \tan \theta_b) \right\} \\ B &\approx \frac{E_c A_c}{2 l_0} \left\{ \frac{1}{g_n l_0} (v_b - v_a) - \frac{1}{g_n l_0} l_0 \tan \theta_a \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} C &\equiv \frac{E_c A_c}{2l_0} \left\{ \frac{1}{g_n l_0} (v_b - v_a) - \frac{1}{g_n l_0} l_0 \tan \theta_b \right\} \\ D &\equiv \frac{E_c A_c}{2l_0^2} (u_b - u_a) \\ E &\equiv \frac{E_c A_c}{2l_0} \cdot \frac{1}{g_n l_0} (u_b - u_a) \\ F &\equiv \frac{E_c A_c}{2} \cdot \frac{1}{g_n l_0} (u_b - u_a) \\ G &\equiv 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

ゆえに、変位ベクトル  $d$  の各要素が既知であれば、自由滑動部の力ベクトル  $f$  および接線剛性マトリックス  $4k(d)$  の各要素は容易に求められる。ところが、 $x, y$  座標系の位置は  $x$  軸が変形後の自由滑動部の両端点を結ぶ直線と平行でありさえすれば各式の誘導には無関係であったことから、 $x, y$  座標系を  $x', y'$  座標系の位置に移動させることによって、次式のようにすることが可能である。

$$\left. \begin{aligned} u_a &= 0, u_b = l - l_0 \\ v_a &= v_b = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

したがって、 $l$  および  $\theta_a, \theta_b$  が既知であればよいことになる。

なお、有限要素法・有限変位理論に基づき新たに誘導した平行線ケーブル部材の自由滑動部の剛性、および接線剛性マトリックスが、一般の曲げと軸方向力を同時に受ける部材の場合とかなり異なっており、無次元パラメーター  $g_n l_0 \rightarrow \infty$  (無限大) とすれば、一般の軸方向力のみを受ける部材の場合と一致することは容易に確かめられる<sup>10)</sup>。

(4) 自由滑動部とバンド締付け部との一体化

新たに誘導した自由滑動部の剛性および接線剛性マトリックスを、さらに、本解析で対象としているバンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式に拡張するために、図-2 に示すように、

$$f^* = \{T_a^*, Q_a^*, M_a^*, T_b^*, Q_b^*, M_b^*\}^T \dots\dots\dots (30)$$

を変形後の部材座標系である  $x^*, y^*$  座標系に関する材端力ベクトルとして、基準座標系である  $X, Y$  座標系に関する材端力ベクトル

$$\bar{F} = \{\bar{T}_a, \bar{Q}_a, \bar{M}_a, \bar{T}_b, \bar{Q}_b, \bar{M}_b\}^T \dots\dots\dots (31)$$

を次式で与えることを提案する。

$$\bar{F} = \bar{c} \cdot f^* = \bar{c} \cdot e \cdot c \cdot f \dots\dots\dots (32)$$

ここに、 $\bar{c}, e$  および  $c$  は、 $X, Y$  座標系に関する部材角を  $R$ 、両材端の接線回転角を  $\theta_a^*, \theta_b^*$ 、および  $x^*$  軸と  $x$  軸とのなす角を  $\alpha$  として、

$$\bar{c} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{ab} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{c}_{ab} \end{bmatrix} \quad \bar{c}_{ab} = \begin{bmatrix} \cos R & -\sin R & 0 \\ \sin R & \cos R & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \left. \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} e = \begin{bmatrix} e_a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & e_b \end{bmatrix} \quad e_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -l_a \sin \theta_a^* & l_a \cos \theta_a^* & 1 \end{bmatrix} \\ e_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_b \sin \theta_b^* & -l_b \cos \theta_b^* & 1 \end{bmatrix} \\ c = \begin{bmatrix} c_{ab} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & c_{ab} \end{bmatrix} \quad c_{ab} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

である。

したがって、任意の変形状態において、初期無応力状態の基準座標系に関する材端座標値  $(X_{a0}, Y_{a0}), (X_{b0}, Y_{b0})$ 、部材角  $R_0$ 、および、材端変位ベクトル

$$D = \{U_a, V_a, \tan \theta_a, U_b, V_b, \tan \theta_b\}^T \dots (34)$$

から、自由滑動部の両端での力ベクトル  $f$  の各要素を求めるための  $l$  および  $\theta_a, \theta_b$  に加えて、 $l_a, l_b$  および  $R, \alpha, \theta_a^*, \theta_b^*$  が既知となれば、提案した式 (32) によって、基準座標系である  $X, Y$  座標系に関する材端力ベクトル  $\bar{F}$  の各要素が求められる。これらの諸値は次式で得られる。

$$\left. \begin{aligned} X_a &= X_{a0} + U_a, Y_a = Y_{a0} + V_a \\ X_b &= X_{b0} + U_b, Y_b = Y_{b0} + V_b \\ L &= \sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2} \\ \tan R &= \frac{Y_b - Y_a}{X_b - X_a} \\ \tan \theta_a^* &= \tan(\theta_a + R_0 - R) \\ \tan \theta_b^* &= \tan(\theta_b + R_0 - R) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

$$\left. \begin{aligned} l &= \sqrt{\{L - (l_a \cos \theta_a^* + l_b \cos \theta_b^*)\}^2 + \{- (l_a \sin \theta_a^* + l_b \sin \theta_b^*)\}^2} \\ \tan \alpha &= \frac{- (l_a \sin \theta_a^* + l_b \sin \theta_b^*)}{L - (l_a \cos \theta_a^* + l_b \cos \theta_b^*)} \\ \tan \theta_a &= \tan(\theta_a^* - \alpha), \tan \theta_b = \tan(\theta_b^* - \alpha) \\ T &= \frac{E_c A_c}{l_0} (l - l_0) + \frac{E_c A_c}{2 g_n l_0} (\tan^2 \theta_a + \tan^2 \theta_b) \\ Q &= - \frac{E_c A_c}{g_n l_0^2} (l - l_0) (\tan \theta_a + \tan \theta_b) \\ l_a &= l_{a0} \left[ 1 + \frac{1}{E_c A_c} \{ (T \cos \alpha - Q \sin \alpha) \cos \theta_a^* + (T \sin \alpha + Q \cos \alpha) \sin \theta_a^* \} \right] \\ l_b &= l_{b0} \left[ 1 + \frac{1}{E_c A_c} \{ (T \cos \alpha - Q \sin \alpha) \cos \theta_b^* + (T \sin \alpha + Q \cos \alpha) \sin \theta_b^* \} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

ただし、バンド締付け部の伸び変形を考慮したために、式 (36) は各平行線ケーブル部材について反復計算によらねばならない。

ゆえに、後は、

$$\Delta \bar{F} = \{\Delta \bar{T}_a, \Delta \bar{Q}_a, \Delta \bar{M}_a, \Delta \bar{T}_b, \Delta \bar{Q}_b, \Delta \bar{M}_b\}^T \quad \dots\dots\dots (37)$$

$$\Delta D = \{\Delta U_a, \Delta V_a, \Delta \tan \theta_a, \Delta U_b, \Delta V_b, \Delta \tan \theta_b\}^T \quad \dots\dots\dots (38)$$

として、基準座標系である  $X, Y$  座標系に関する、自由滑動部とバンド締付け部とを一体化させた平行線ケーブル部材の材端力-材端変位関係式の増分形

$$\Delta \bar{F} = \Delta K(D) \cdot \Delta D \quad \dots\dots\dots (39)$$

における接線剛性マトリックス  $\Delta K(D)$  の各要素が求められればよいことになる。接線剛性は解の収束性を左右するものであるが、その精度には直接関係しないことから必ずしも厳密である必要はなく、本解析では、

$$\Delta \bar{F} \approx \bar{c} (e \cdot c \cdot \Delta f + \Delta e \cdot c \cdot f) \quad \dots\dots\dots (40)$$

なる近似式を式 (32) の増分形とし、次式の接線剛性マトリックス  $\Delta K(D)$  を用いることを提案する。

$$\Delta K(D) = \bar{c} \{e \cdot c \cdot \Delta k(d) \cdot c^T + \Delta e_f\} \bar{c}^T \quad \dots\dots\dots (41)$$

ここに、 $\Delta e_f$  は、

$$\Delta e_f = \left[ \begin{array}{cc} \Delta e_{fa}, & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}, & \Delta e_{fb} \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \Delta e_{fa} = \left[ \begin{array}{ccc} 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & l_a \cos \theta_a^* (T \cos \alpha - Q \sin \alpha) \\ & & + l_a \sin \theta_a^* (T \sin \alpha + Q \cos \alpha) \end{array} \right] \\ \Delta e_{fb} = \left[ \begin{array}{ccc} 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & l_b \cos \theta_b^* (T \cos \alpha - Q \sin \alpha) \\ & & + l_b \sin \theta_b^* (T \sin \alpha + Q \cos \alpha) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (42)$$

であり、式 (41) の第2項はバンド部の回転に対応する独自の付加項である。

(5) 吊橋の慣用モデルによる2次応力解析法

提案したバンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式が通常の変位法によるマトリックス構造解析プログラムに容易に組み込まれることは明らかである。そして、補剛桁架設途中における主ケーブルの2次応力を考慮した吊橋の有限変位解析を、節点数を増大させることなしに、慣用モデルを対象として実行できる。なぜなら、図-3 に示すように、主ケーブルのバンドのハンガー定着位置の midpoint に節点を設け、それらの節点間を一部材とすることができるからである。

式 (2) の  $M_\theta$  によって最外層索線に生ずる2次応力  $\sigma_\theta$  は、図-4 に示すように、任意の着目する変形状態において、

$$\sigma_\theta = \frac{M_\theta}{I_c} \cdot \frac{D-d}{2} = \frac{E_c(D-d)}{2l_0} (\tan \theta_a - \tan \theta_b) \quad \dots\dots\dots (43)$$

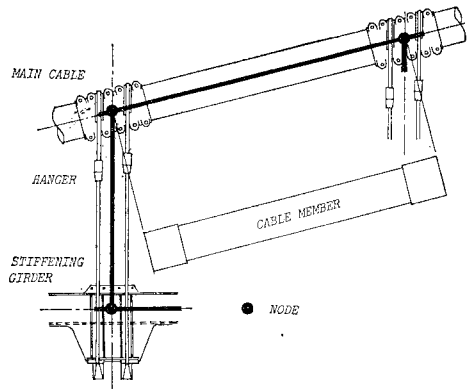


図-3 慣用モデル

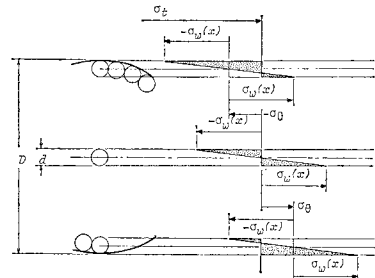


図-4 2次応力

なる式で容易に算定される。ここに、 $D$  および  $d$  は、主ケーブル断面の直径および素線の直径である。一方、式 (3) の  $M_w(x)$  によって各素線の最外縁に生ずる2次応力  $\sigma_w(x)$  も、自由滑動部の  $a, b$  両端で、

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{wa} = \sigma_w(0) = \frac{M_w(0)}{I_n} \cdot \frac{d}{2} = \frac{E_c d}{2T} \cdot \frac{E_c A_c}{l_0} \\ \quad \cdot (l-l_0) g_n \tan \theta_a \approx \frac{E_c d}{2} g_n \tan \theta_a \\ \sigma_{wb} = \sigma_w(l_0) = \frac{M_w(l_0)}{I_n} \cdot \frac{d}{2} = -\frac{E_c d}{2T} \cdot \frac{E_c A_c}{l_0} \\ \quad \cdot (l-l_0) g_n \tan \theta_b \approx -\frac{E_c d}{2} g_n \tan \theta_b \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (44)$$

なる式で容易に算定される。なお、式 (1) の張力  $T$  による1次応力  $\sigma_t$  が、

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \frac{T}{A_c} = \frac{E_c}{l_0} (l-l_0) + \frac{E_c}{2 g_n l_0} (\tan^2 \theta_a + \tan^2 \theta_b) \\ &\approx \frac{E_c}{l_0} (l-l_0) \quad \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

であることはいうまでもない。

4. 解析法の妥当性および合理性の検討

提案したバンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式の精度および収束性を考察し、これらを通常の変位法によるマトリックス構造解

析プログラムに組み込んだ吊橋の有限変位解析法の妥当性および合理性を検討するために、吊橋主ケーブルに擬した簡単なケーブル構造物を用いて、種々の数値計算を行った。

(1) 計算例と計算方法

図-5 が、対象としたケーブル構造物である。図-5 (a) の CASE-1 では、初期張力  $T$  の状態で、中央のバンド中心点にさらに集中荷重  $P$  を載荷し、鉛直方向変位  $V$  および2次応力  $\sigma_b, \sigma_{wa}, \sigma_{wb}$  を算定した。一方、図-5 (b) の CASE-2 では、曲げモーメント  $M$  を載荷し、鉛直方向変位  $V$ 、回転角  $\theta$  および同様の2次応力を算定した。

計算モデルは、従来の解析法との対比も考え、CASE-1 および CASE-2 のおのおのについて、図-6 に示す2種のモデルを用いた。図-6 (a) は吊橋の慣用モデルに対応するものであり、各バンドの中心点のみに節点を設けた7節点、6部材のモデル (MODEL-1) である。そして、図-6 (b) は、バンド締付け部と自由滑動部とを分離し、各バンドの両端にも節点を設けた17節点、16部材のモデル (MODEL-2) である。

表-1 に、EXAMPLE-1 および EXAMPLE-2 の両者の場合の諸量を示す。前者は、既計算、実験報告<sup>3)</sup> との比較を行うために諸量を等しくしたものであり、後者は、実際の長大吊橋の主ケーブルを参考に諸量を決定したものである。

さらに、計算方法としては、本文の計算式のほかに、

表-1 ケーブル構造物の諸量

		EXAMPLE-1	EXAMPLE-2
NO. OF WIRE	$n_b$	217	1157
DIAMETER	$d$ (mm)	5.000	5.170
	$D$ (mm)	78.612	618.000
SECTIONAL VALUE	$A_0$ (m <sup>2</sup> )	0.004261	0.342614
	$J_a$ (m <sup>4</sup> )	$0.166 \times 10^{-5}$	$0.590 \times 10^{-2}$
	$J_b$ (m <sup>4</sup> )	$0.666 \times 10^{-8}$	$0.405 \times 10^{-6}$
	$E$ (t/m <sup>2</sup> ) [MPa]	$2.00 \times 10^7$ [ $1.96 \times 10^8$ ]	$2.00 \times 10^7$ [ $1.96 \times 10^8$ ]
LENGTH	$L$ (m)	1.411000	14.110000
	$\bar{L}$ (m)	1.287000	12.870000
	$\bar{L}_a$ (m)	0.072000	0.720000
	$\bar{L}_b$ (m)	0.072000	0.720000
NON-STRESS LENGTH	$L_0$ (m)	1.410335	14.103350
	$\bar{L}_0$ (m)	1.286337	12.863370
	$\bar{L}_{a0}$ (m)	0.071984	0.719840
	$\bar{L}_{b0}$ (m)	0.071984	0.719840
INITIAL TENSION	$T$ (t)	42.610	2426.140
	[kN]	[417.578]	[23726.172]
INITIAL STRESS	$\sigma_b$ (t/m <sup>2</sup> ) [MPa]	$1.06 \times 10^4$ [ $0.99 \times 10^2$ ]	$1.06 \times 10^4$ [ $0.99 \times 10^2$ ]
	INITIAL PARAMETER	$G_n \bar{L}_0$	513.011
LOADING	$P$ (t) [kN]	1.000 [9.800]	1000.000 [9800.000]
	$M$ (tm) [kNm]	0.930 [9.114]	330.000 [3174.000]

一般の平面骨組部材の有限変位理論に基づく計算式<sup>1)</sup>も用い、以下の5種の方法を適用した。

① ANALYSIS-1 (MODEL-1) : 2次応力の影響を無視し、全部材について、一般の軸方向力のみを受ける部材の計算式を用いた方法。

② ANALYSIS-2 (MODEL-1) : バンド締付け部の長さを零とし、各部材の全域を自由滑動部として、自由滑動部のみに着目した本文の計算式を用いた方法。

③ ANALYSIS-3 (MODEL-2) : 分離したバンド締付け部と自由滑動部との2種の部材について、前者には、一般の軸方向力と曲げを同時に受ける部材の計算式 (曲げ剛性を大とし、曲げ変形に対しては剛とした)、後者には、自由滑動部のみに着目した本文の計算式を用いた方法。

④ PROPOSED ANAL. (MODEL-1) : 全部材について、本文で提案したバンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式を用いた方法。

⑤ PROPOSED ANAL.—NO ADDITION : 上述の計算方法における接線剛性マトリックスに対して、バンド部の回転に対応する独自の付加項を無視した計算式を用いた方法。

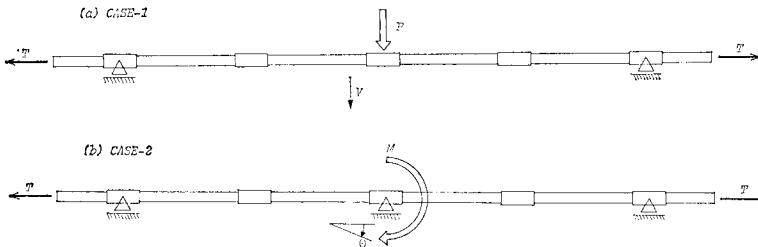


図-5 ケーブル構造物

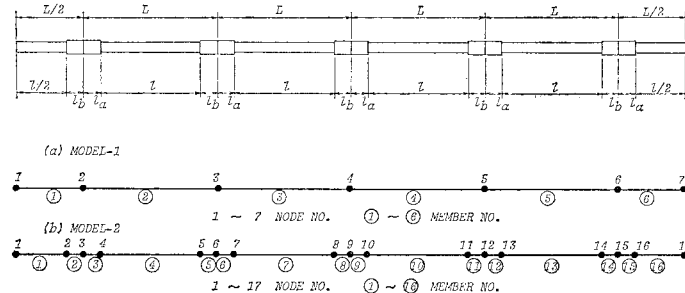


図-6 計算モデル

(2) 計算結果の考察と検討

図-7 および 表-2 が、各計算方法による計算結果の一部である。これらの図表には、比較のために、EXAMPLE-1 に対する既報告<sup>3)</sup>の計算、実験結果も付記した。

また、表-3 は、各計算方法における収束計算の反復回数を示す表である。適用した解析プログラムが増分法と反復法とを併用した混合法によっていたことから、増分段階を1ステップとした場合に加えて4ステップとした場合の1ステップ当たりの反復回数も示した。

図-7 および 表-2 における ANALYSIS-1, 2 および PROPOSED ANAL. による値を対比させれば、2次応力の影響が顕著であり、この計算例の結果を考察することによって本文中で提案した計算式の精度および収束性を十分に把握し得ると判断できる。

まず、EXAMPLE-1, 2 の結果について、ANALYSIS-3 による値と PROPOSED ANAL. による値との比較から、両者の値が完全に一致していることを確認できる。そして、EXAMPLE-1 の結果について、PROPOSED ANAL. による値を既報告<sup>3)</sup>での値と比較することによって、両者の計算結果がほぼ一致しており、実験結果をかなりよく近似していることがわかる。

さらに、表-3 において、PROPOSED ANAL. による計算が ANALYSIS-1 による場合と大差ない反復回数で良好に収束していることがわかる。そして、PROPOSED ANAL.—NO ADDITION による計算の反復回数が非常に多く、バンド部の回転の大きい場合には収束していないことがわかる。

表-2 各種変位の計算結果 (節点 3, 節点 4)

			DISPLACEMENT			
			V (m)		θ (rad)	
			NODE 3	NODE 4	NODE 3	NODE 4
EX.-1	CASE-1	ANALYSIS-1	0.0149	0.0298	-----	-----
		ANALYSIS-2	0.0142	0.0282	-----	-----
		ANALYSIS-3	0.0124	0.0263	-----	-----
	PROPOSED ANAL.	0.0124	0.0263	-----	-----	
	REF. 3)	ANAL.	0.013	0.026	-----	-----
		EXPE.	0.013	0.027	-----	-----
EX.-2	CASE-1	ANALYSIS-1	-0.0010	0.0	0.0104	0.0255
		PROPOSED ANAL.	-0.0010	0.0	0.0104	0.0255
		REF. 3)	ANAL.	-0.001	0.0	0.011
	EXPE.	-0.001	0.0	0.009	0.026	
	CASE-2	ANALYSIS-1	0.7549	1.5098	-----	-----
		ANALYSIS-2	0.7527	1.5052	-----	-----
ANALYSIS-3		0.7429	1.4583	-----	-----	
PROPOSED ANAL.	0.7430	1.4584	-----	-----		
CASE-2	ANALYSIS-1	-0.0174	0.0	0.0350	0.0677	
	PROPOSED ANAL.	-0.0174	0.0	0.0349	0.0676	

表-3 反復回数

			INCREMENTAL STEP	NO. OF ITERATION
			EX.-1	CASE-1
PROPOSED ANALYSIS	1	8		
NO ADDITION	1	15		
CASE-2	PROPOSED ANALYSIS	1		7
	NO ADDITION	1		32
	ANALYSIS-1	1		8
EX.-2	CASE-1	ANALYSIS-1	1	4
		PROPOSED ANALYSIS	1	10
		NO ADDITION	1	NOT CONVERGE
	CASE-2	PROPOSED ANALYSIS	1	8
		NO ADDITION	1	NOT CONVERGE
		ANALYSIS-1	1	4

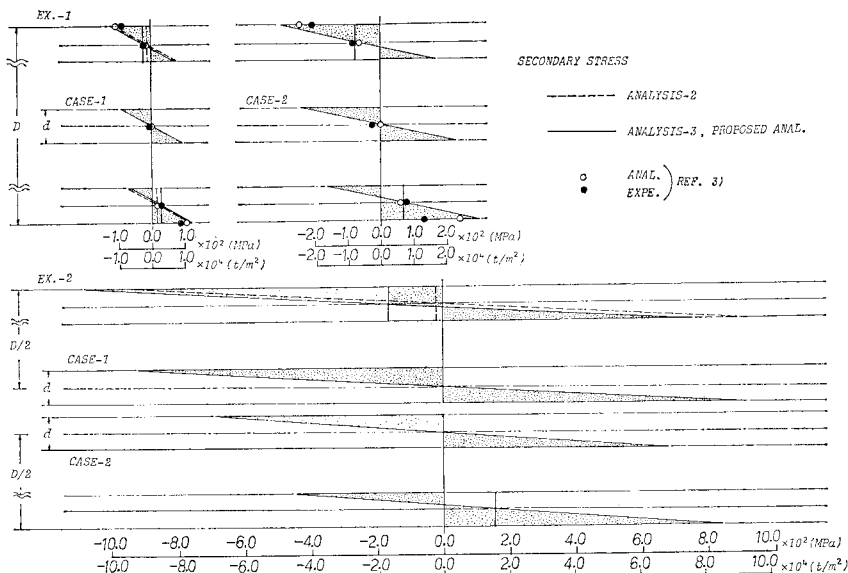


図-7 2次応力の計算結果 (部材 ③—自由滑動部 b 端)



ゆえに、水平方向変位に関しては既往の研究がなく十分な検証を行えなかったが、これらのことから、提案したバンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式が実用上十分な精度を有し、両部を2種の部材に分離した場合のように節点数を増大させることなしに、効率よく2次応力の影響を考慮できるといえる。さらに、接線剛性マトリックスの計算式におけるバンド部の回転に対応した独自の付加項が非常に有効であり、収束性についても実用上十分であるといえる。したがって、提案した計算式を通常の変位法による吊橋のマトリックス構造解析プログラムに組み込めば、妥当かつ合理的に、主ケーブルの2次応力を考慮した有限変位解析が慣用モデルを用いて可能であるといってもよいと思われる。

5. 長大吊橋の実橋架設例の2次応力解析

ここでは、提案したバンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式を組み込んだ吊橋の有限変位解析法が、長大吊橋の実際の設計、施工において、果たすことのできる役割を考察するために、図-8に示す中央径間長770mの実橋補剛桁架設例を対象とした2次応力解析を実行した。そして、塔頂近傍に加えて補剛桁の架設先端部近傍にも注目し、主ケーブルの変形および応力に対してのみならず、補剛桁の変位、ハンガー取付け時の引込力などの施工管理値に対しても、主ケーブルの2次応力が及ぼす影響を検討した。

本解析では、吊橋の通常の架設計算法に従って、完成状態を初期状態として順次に補剛桁を取り除く計算を行ったが、この架設計算法のことについては後で述べる。

表-4が、この実橋架設例の諸量であり、本州四国連絡橋設計案に基づくものである。本橋の解析計算においては、最大8連続パネルの補剛桁を一度に除去するな

表-4 実橋架設例の諸量

TOWER	SECTIONAL VALUE	$A_t$ (m <sup>2</sup> )	0.7528	0.8995
		$I_t$ (m <sup>4</sup> )	2.1027	3.7013
	$E_t$ (t/m <sup>2</sup> )	2.100×10 <sup>7</sup>		
	$E_t$ (MPa)	[2.058×10 <sup>5</sup> ]		
STIFF. GIRDER	SECTIONAL VALUE	$A_g$ (m <sup>2</sup> )	0.0943	0.1223
		$I_g$ (m <sup>4</sup> )	1.9102	2.4764
	$E_g$ (t/m <sup>2</sup> )	2.100×10 <sup>7</sup>		
	$E_g$ (MPa)	[2.058×10 <sup>5</sup> ]		
	DEAD LOAD (COMPL.)	$w_g$ (t/m)	7.3380	7.5330
		$w_g$ (kN/m)	[71.8928]	[73.8234]
DEAD LOAD (ERECTION)	$w_g$ (t/m)	5.2910	5.4865	
	$w_g$ (kN/m)	[51.8616]	[53.7971]	
ERECTION LOAD	$P_1$ (t)	51.80		
	$P_1$ (kN)	[507.64]		
	$P_2$ (t)	84.10		
	$P_2$ (kN)	[834.18]		
	$P_3$ (t)	2.00		
	$P_3$ (kN)	[19.60]		
HANGER	SECTIONAL VALUE	$A_h$ (m <sup>2</sup> )	0.0081	
		$I_h$ (m <sup>4</sup> )	0.0	
	$E_h$ (t/m <sup>2</sup> )	1.400×10 <sup>7</sup>		
	$E_h$ (MPa)	[1.372×10 <sup>5</sup> ]		
MAIN CABLE	NO. OF WIRE	$n_w$	11,567	
		DIAMETER	$d$ (mm)	5.170
	$D$ (mm)		618.000	
	SECTIONAL VALUE	$A$ (m <sup>2</sup> )	0.2426	
		$I_a$ (m <sup>4</sup> )	0.580×10 <sup>-2</sup>	
		$I_n$ (m <sup>4</sup> )	0.406×10 <sup>-6</sup>	
		$E_c$ (t/m <sup>2</sup> )	2.000×10 <sup>7</sup>	
		$E_c$ (MPa)	[1.960×10 <sup>5</sup> ]	
	LENGTH	$l_a$ (m)	0.675	
		$l_b$ (m)	0.575	
DEAD LOAD	$w_c$ (t/m)	2.6090	2.4290	
	$w_c$ (kN/m)	[25.4800]	[23.8043]	
	MINIMUM TENSION	MIN. (t)	2458.00	
		MIN. (kN)	[24098.40]	
	MINIMUM STRESS	MIN. (t/m <sup>2</sup> )	1.01×10 <sup>4</sup>	
MIN. (MPa)		[0.99×10 <sup>2</sup> ]		
MINIMUM PARAMETER	MIN. (g <sub>n</sub> l <sub>c</sub> )	154.816		

ど、かなりの大変形を生じる計算を行ったにもかかわらず、反復回数が10回を超えたことはなく、常に安定な収束状況であった。

まず、図-9および図-10が、各架設段階における主ケーブルの2次応力の計算結果を図示したものである。ここに、注目した各平行線ケーブル部材は、図-8の記号を用いて、塔頂近傍の(X1)および架設先端部近傍の(X0)、(X1)、(X2)である。これらの図から、逐次剛結工法による本橋の場合、塔頂近傍のみならず、架設先端部近傍においても、非常に大きな主ケーブルの2次応力を生じていることがわかる。

次に、このような値の2次応力が各架設段階における水平および鉛直方向変位に及ぼす影響を示すために、2次応力を無視した場合と考慮した場合との両者の場合の計算結果を表示したのが表-5である。ここに、注目した各節点は、架設先端部近傍での主ケーブル上の節点C0、C1、C2、補剛桁上の節点G0、G1、G2、および、径間中央の主ケーブル上の節点CCである。この表からは、2

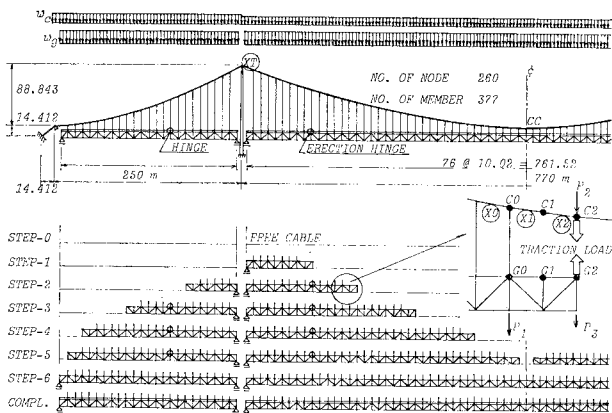


図-8 実橋架設例

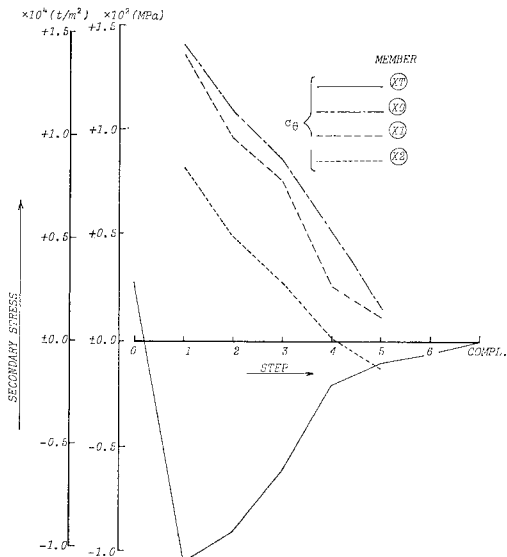


図-9 各架設段階における次応力— $\sigma_6$

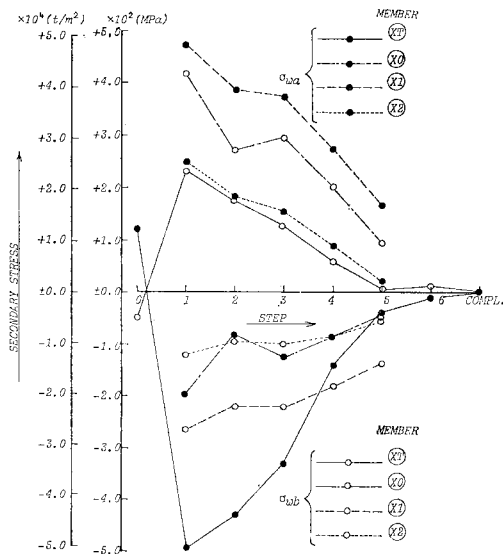


図-10 各架設段階における2次応力— $\sigma_{6a}, \sigma_{6b}$

表-5 各架設段階における水平および鉛直方向変位

ANALYSIS STEP	NODE	NEGLECTING SECONDARY STRESS								SUBJECTED TO SECONDARY STRESS							
		C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC	C0	C1	C2	G0	G1	G2	CC		
STEP-0	HORIZ. DISP.							0.000								0.000	
	VERTI. DISP.							-4.313								-4.322	
STEP-1	HORIZ. DISP.	-1.661	-1.507	-1.864	-1.605	-1.609	-1.613	0.000	-1.618	-1.478	-1.343	-1.588	-1.571	-1.575	0.000		
	VERTI. DISP.	3.240	2.654	2.090	3.388	3.887	4.347	-7.828	3.122	2.587	2.050	3.272	3.734	4.197	-7.755		
STEP-2	HORIZ. DISP.	-1.459	-1.292	-1.120	-1.499	-1.504	-1.509	0.000	-1.441	-1.271	-1.113	-1.482	-1.488	-1.493	0.000		
	VERTI. DISP.	1.901	1.002	0.140	1.974	1.754	1.535	-10.716	1.863	0.999	0.166	1.937	1.712	1.488	-10.638		
STEP-3	HORIZ. DISP.	-0.557	-0.452	-0.361	-0.820	-0.828	-0.836	0.000	-0.551	-0.449	-0.359	-0.813	-0.821	-0.829	0.000		
	VERTI. DISP.	-2.108	-2.997	-3.828	-2.064	-2.390	-2.716	-10.374	-2.181	-2.980	-3.799	-2.074	-2.402	-2.729	-10.317		
STEP-4	HORIZ. DISP.	-0.061	-0.034	-0.014	-0.188	-0.190	-0.193	0.000	-0.060	-0.033	-0.014	-0.188	-0.189	-0.191	0.000		
	VERTI. DISP.	-3.072	-3.803	-4.066	-3.059	-3.253	-3.445	-5.747	-3.077	-3.588	-4.044	-3.064	-3.259	-3.453	-5.712		
STEP-5	HORIZ. DISP.	0.007	0.006	0.003	0.023	0.023	0.023	0.000	0.007	0.006	0.003	0.023	0.023	0.023	0.000		
	VERTI. DISP.	-0.745	-0.886	-0.953	-0.742	-0.715	-0.688	-0.990	-0.761	-0.881	-0.945	-0.748	-0.722	-0.696	-0.980		
STEP-6	HORIZ. DISP.							0.000							0.000		
	VERTI. DISP.							-1.087							-1.086		
COMPL.	HORIZ. DISP.							0.000							0.000		
	VERTI. DISP.							0.000							0.000		

表-6 引込力による鉛直方向増分変位と引込長 (STEP-1)

ANALYSIS NODE	TRACTION LOAD (t) (kN)	NEGLECTING SECONDARY STRESS						SUBJECTED TO SECONDARY STRESS					
		INCREMENTAL DISPLACEMENT		REDUCED DISTANCE		INCREMENTAL DISPLACEMENT		REDUCED DISTANCE					
		C1	C2	G1	G2	C1-G1	C2-G2	C1	C2	G1	G2	C1-G1	C2-G2
50 [490]		-0.109	0.052	-0.355	-0.405	0.246	0.457	-0.107	0.041	-0.338	-0.388	0.231	0.427
100 [980]		-0.116	0.043	-0.361	-0.412	0.492	0.912	-0.113	0.038	-0.343	-0.391	0.461	0.851
150 [1470]		-0.123	0.034	-0.368	-0.418	0.734	1.364	-0.119	0.028	-0.348	-0.397	0.630	1.273
200 [1960]		-0.129	0.028	-0.370	-0.422	0.975	1.812	-0.125	0.017	-0.352	-0.401	0.917	1.691
250 [2450]		-0.135	0.017	-0.375	-0.428	1.215	2.257	-0.130	0.010	-0.356	-0.406	1.143	2.107

次応力が、主ケーブルの変形に対するよりも、補剛桁の変位に対してより顕著な影響を与えていることがわかる。すなわち、水平方向変位で最大 38 mm、および、鉛直方向変位で最大 150 mm (STEP-1, 節点 G2) の差異がみられる。

さらに、表-6 は、逐次剛結工法におけるハンガー取

付け時の引込力による鉛直方向増分変位と引込長とについて、同様に、2次応力を無視した場合と考慮した場合との両者の場合の計算結果を示したものである。この表からは、引込長に対しても、バンドの締付けによりもたらされたケーブルの剛性の増加による影響が顕著であることがわかる。すなわち、STEP-1 において、ハンガ

一定着点間距離をハンガー製作長から若干の余裕長を減じた長さまで短縮するための所要引込力は約 250 t であったが、表—6 の 250 t [2 450 kN] の引込力の場合、最大 150 mm の引込長の差異がみられる。

ただし、本解析は上述したように吊橋の通常の架設計算法に従って完成状態を初期状態とした計算を行っており、主ケーブルの2次応力がフリーケーブル状態で零となるように原点移動して補正しなければならないが、フリーケーブル状態で残留した2次応力が大きくなかったことから、本文では補正前の値のみを 図—9, 10 に示した。そして、表—5 の水平および鉛直方向変位については、フリーケーブル状態で残留した2次応力が主ケーブルの変位に及ぼす影響は小さく、各架設段階における主ケーブルおよび補剛桁の変位に及ぼす影響も小さいと思われる、本文では補正を行わなかった。なお、より厳密な値を求めるには、完成状態に死荷重を逆載荷して得られるフリーケーブル状態を初期状態として、架設計算を実行すればよい。

## 6. 結 言

本文は、補剛桁架設途中における主ケーブルの2次応力を考慮した吊橋の有限変位解析について述べたものである。

種々の数値計算例および解析例の結果からは、次のようなことがいえた。

(1) 提案したバンド締付け部と自由滑動部とを一体化させた平行線ケーブル部材の計算式は、ワイヤーラッピングされていない場合の2次応力を実用上十分な精度で考慮できる。

(2) 接線剛性マトリックスにおけるバンド部の回転に対応した独自の付加項は非常に有効であり、提案した計算式の収束性についても実用上十分である。

(3) 提案した計算式は通常の変位法によるマトリックス構造解析プログラムに容易に組み込まれ、バンド締付け部と自由滑動部とを2種の部材に分離した場合のように節点数を増大させることなしに、慣用モデルを用いて合理的に、主ケーブルの2次応力を考慮した吊橋の補剛桁架設途中における有限変位解析を行うことが可能である。

(4) 補剛桁架設途中における主ケーブルの2次応力は、塔頂近傍のみならず、架設先端部近傍においても顕著であり、吊橋主ケーブルの安全性の検討上無視できない。

(5) 主ケーブルの変形および応力に対してのみならず、補剛桁の変位、ハンガー取付け時の引込力などの施工管理値に対しても、主ケーブルの2次応力の及ぼす影響を無視できない場合が長大吊橋においては十分に予測され、そのような場合に、提案した計算式を組み込んだ有限変位解析法は重要な役割を果たすことができる。

なお、この分野の研究はまだ少なく、提案した計算式の精度の検証に際しては、神戸大学工学部土木工学科教授・西村 昭氏、および、(株)神戸製鋼所構造研究所・新家 徹氏、中村憲市氏、土居憲司氏の4氏による貴重な研究論文<sup>3)</sup>における計算および実験結果を引用させていただいた。また、本文の研究にあたっては、川田工業(株)技術本部・中崎俊三氏、藤井 堅氏(現・広島大学工学部第4類助手)の両氏に多大のご尽力を得た。あわせて、ここに心より謝意を表したい。

## 参 考 文 献

- 1) 土木学会編：吊橋のケーブルに関する検討，本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書，別冊 2，1978.
- 2) Wyatt, T.A. : Secondary Stress in Parallel Wire Suspension Cables, ASCE, ST 7, 1960.
- 3) 西村・新家・中村・土居：吊橋架設途中における平行線ケーブルの変形と2次応力解析，土木学会論文報告集，No. 260, 1977.
- 4) 林・保田・新家：平行線ケーブルの2次応力の解析と評価について，土木学会第20回橋梁構造研究発表会，1973.
- 5) 土木学会編：土木工学における数値解析/変形応力解析編，サイエンス社，pp. 71~87, 1974.
- 6) 大地羊三：構造解析とコンピュータ，産業図書，pp. 239~270, 1971.
- 7) 上田幸雄：骨組構造の弾塑性解析(コンピュータによる構造工学講座 II-1-B)，培風館，pp. 63~74, 250~266, 1971.
- 8) 山田嘉昭：マトリックス法の応用，東京大学出版会，pp. 181~206, 1972.
- 9) Desai, C.S. and J.F. Abel : Introduction to the Finite Element Method, Van Nostrand Reinhold Co., New York, pp. 243~276, 1972.
- 10) 前田・林・中村：増分法による平面骨組構造物の大変形解析の加速計算法，土木学会論文報告集，No. 223, 1974.