

## 曲りばり円筒フランジの応力分布と有効幅

STRESS DISTRIBUTION AND EFFECTIVE WIDTH OF CYLINDRICAL  
FLANGES OF VERTICALLY CURVED BEAMS

三 上 市 蔵\*・米 沢 博\*\*

By Ichizou MIKAMI and Hiroshi YONEZAWA

## 1. ま え が き

充腹アーチ部材は曲りばりであることが多いが、円弧ハンチを有するラーメン隅角部も曲りばりとして近似的に取り扱って設計されることがある<sup>1)</sup>。

曲りばりの応力分布は、曲りばり理論によって近似的に決定するか、または弾性理論に基づいて平面応力問題として決定するか、いずれかの方法が取られる。曲りばり理論による近似応力分布は Résal など多くの研究者によって古くから研究<sup>1),2)</sup>され、公式も種々の表現のものがある。これらに関しては大野<sup>3)</sup>が詳細に検討しているが、中立軸を基準にとった公式<sup>4)~6)</sup>が汎用性に富み、取り扱いやすい。

一方、弾性理論による応力分布は、フランジを考慮しない場合には長方形断面曲りばりに対する解<sup>2)</sup>が利用できる。フランジを考慮する場合には2軸対称のI形断面曲りばりに対して、Chu<sup>7)</sup>がフランジを円筒シェルとして扱い平面応力問題としての解を得ている。いずれの場合も曲りばり理論による解は弾性理論による解と実用上十分に一致している<sup>2),7),8)</sup>。

ところで、曲りばりのフランジは曲率を有しているため、面内力が作用すると面外たわみが生じ、応力が均一でなくなる。このような場合、フランジの有効幅を正しく評価して曲りばり断面の応力分布を決定する必要がある。

Bleich<sup>1)</sup>はI形断面曲りばりの円筒フランジにおける応力分布および有効幅を近似的に決定した。Chu<sup>7)</sup>は同じフランジを円筒シェルとして取り扱い、有効幅を誘導したが、その結果においてポアソン比を0とおいたものが Bleich<sup>1)</sup>の理論に一致する。両理論とも、長さ方向のたわみおよび応力の変化を考慮していないので、無限

長フランジに対する理論といえる。

このような円筒フランジの問題は、連続桁橋の中間支承付近にみられるテーパのついた箱桁のフランジや、縦断面内で曲率を有する箱桁のフランジなどにおいても生じる。Kristek<sup>9)</sup>はテーパのある箱桁の断面変形を考慮した曲げねじり理論を展開している。

円筒フランジにおけるもう一つの重要な問題は、面外たわみに伴って幅方向の板曲げが生じ、このための応力がかなりの大きくなることである。Eibl と Iványi<sup>10)</sup>はテーパのある箱桁において円筒フランジのみを取り出し、Chu<sup>7)</sup>と同様に無限長円筒シェルとしての級数解を求め、横方向曲げモーメントに関して理論値と実験値を比較している。この場合、円筒フランジは両側辺で腹板によって固定されているものとみなされている。

道路橋示方書<sup>11)</sup>や AASHTO の示方書<sup>12)</sup>には円筒フランジに対する規定は見当たらない。1969~1971年の鋼箱桁橋の架設事故を契機に生まれた IDWR<sup>13)</sup>には、無補剛円筒フランジに対する有効幅の規定および縦補剛円筒フランジに対する有効幅と曲げ応力照査の規定が与えられている。ただし、上記各理論と同様にフランジの長さは考慮されていない。

本論文では、箱形断面曲りばりのフランジのように両側辺で支持されている両縁支持パネルと、I形断面曲りばりのフランジのように一側辺が支持され、他側辺が自由な片縁支持パネルとを対象とする。両縁支持パネルの場合は腹板による拘束を考慮できるように、両側辺で弾性固定・支持されているものとする。

まず、円筒シェル線形理論をさらに単純化して適用し、差分法を用いて解析する。数値計算を行って、パネル縦横比、曲率、側辺の拘束などが応力分布および有効幅に及ぼす影響を検討する。また Chu<sup>7)</sup>の片縁支持パネルに対する無限長理論にならって、両縁支持パネルおよび片縁支持パネルの応力分布および有効幅の近似式を誘導する。この近似値を縦横比の影響を考慮した差分解と

\* 正会員 工博 関西大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工博 関西大学教授 工学部土木工学科

比較する。

最後に、 $\pi$ 形断面鋼曲りばり模型3体に対する実験を行い、主として両縁支持パネルにおける応力分布および有効幅に関する理論値と実験値を比較する。また、曲りばり理論に関する腹板の応力分布についても、その妥当性を実験的に検討する。

## 2. 円筒パネルの応力解析

Fig. 1 に示すような弧に沿った長さ  $a$ 、幅  $b$ 、厚さ  $t$ 、中央面の曲率半径  $r$  の等方性円筒パネルを考える。円筒パネルは円周方向面内引張り応力  $\sigma_m$  を受けるものとして解析するが、線形理論に基づくので、円周方向面内圧縮応力を受ける場合は、たわみ、断面力および応力が逆符号になるだけで、引張りを受ける場合の解を利用できる。座標軸は両縁支持パネルの場合、Fig. 1 (a) のように、片縁支持パネルの場合、Fig. 1 (b) のようにとり、断面力および変位を Fig. 2 のように定義する。

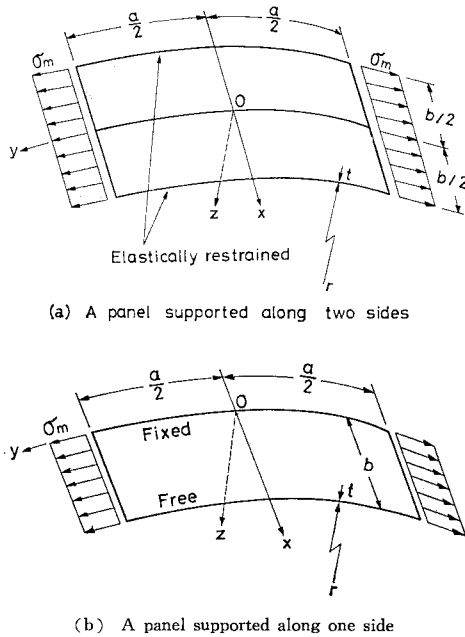


Fig. 1 Cylindrical panels under tension.

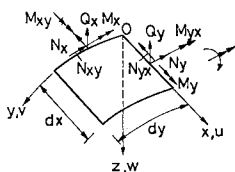


Fig. 2 Positive directions of stress-resultants and displacements.

### (1) 基礎微分方程式

円筒シェルに対する線形理論として、Love<sup>14)</sup>, Flugge<sup>15)</sup>, Donnell-Mushtari-Vlasov<sup>16)</sup>, Lur'e<sup>16), 17)</sup>, Novozhilov<sup>16)</sup>, Marzouk-Abdel-Sayed<sup>18)</sup>, Reissner<sup>19)</sup>, Wang-Lee-Billington<sup>20)</sup> などの理論があり、断面力と変位の関係式、力のつり合い式などが少しずつ異なっている。Chu<sup>7)</sup> は Love の理論<sup>14)</sup> を用いているが、ここではさらに単純化されている<sup>21)</sup> Donnell-Mushtari-Vlasov の理論を用いる。

断面力と変位の関係は次のようになる<sup>16)</sup>。

$$N_x = B[u_{,x} + \nu(v_{,y} - w/r)] \dots\dots\dots (1 \cdot a)$$

$$N_y = B[v_{,y} - w/r + \nu u_{,x}] \dots\dots\dots (1 \cdot b)$$

$$N_{xy} = N_{yx} = \frac{1}{2} B(1-\nu)[u_{,y} + v_{,x}] \dots\dots\dots (1 \cdot c)$$

$$M_x = -D[w_{,xx} + \nu w_{,yy}] \dots\dots\dots (2 \cdot a)$$

$$M_y = -D[w_{,yy} + \nu w_{,xx}] \dots\dots\dots (2 \cdot b)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = -D(1-\nu)[w_{,xy}] \dots\dots\dots (2 \cdot c)$$

ただし、 $(\ )_{,xy} = \partial^2(\ ) / \partial x \partial y$  を意味し、 $B = Et / (1 - \nu^2)$ ,  $D = Et^3 / 12(1 - \nu^2)$ ,  $E =$  弾性係数,  $\nu =$  ポアソン比である。

力のつり合いは次のようになる<sup>16)</sup>。

$$N_{x,x} + N_{yx,y} = 0 \dots\dots\dots (3 \cdot a)$$

$$N_{y,y} + N_{xy,x} = 0 \dots\dots\dots (3 \cdot b)$$

$$M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + \frac{1}{r} N_y = 0 \dots\dots\dots (3 \cdot c)$$

式(1)および(2)を式(3)に代入すると、 $u, v, w$  に関する連立偏微分方程式が得られる。本来、それらを解いて相関している面内変位  $u, v$  と面外変位  $w$  を求めるのであるが、ここではより簡単で近似的な取扱い<sup>7)</sup> をする。すなわち、 $N_x = 0$  とみなすと式(1・a)から、

$$u_{,x} = -\nu(v_{,y} - w/r) \dots\dots\dots (4)$$

となる。また、

$$v_{,y} = \sigma_m / E \dots\dots\dots (5)$$

と仮定する。式(4)および(5)を式(1・b)に代入すると

$$N_y = (\sigma_m - wE/r)t \dots\dots\dots (6)$$

となるので、これと式(2)を式(3・c)に代入し、次の  $w$  に関する基礎微分方程式が得られる。

$$w_{,xxxx} + 2w_{,xxyy} + w_{,yyyy} + (Et/r^2 D)w = \sigma_m t / r D \dots\dots\dots (7)$$

式(7)は無次元化すると次のようになる。

$$\bar{w}_{,\xi\xi\xi\xi} + 2\bar{w}_{,\xi\xi\eta\eta} / \alpha^2 + \bar{w}_{,\eta\eta\eta\eta} / \alpha^4 + 12(1-\nu^2)Z^2 \bar{w} = \pi^2 Z k_m \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 $\xi = x/b, \eta = y/a, \bar{w} = w/t, \alpha = a/b, Z = b^2/rt, k_m = \sigma_m b^2 / \pi^2 D$  である。

(2) 境界条件

両縁支持パネルおよび片縁支持パネルとともに、端辺 ( $y = \pm a/2$ ) で単純支持されている場合と固定されている場合とを考える。Fig. 3 に示すように、連続している円筒パネルがその接合部で補剛材またはダイヤフラムで支持されている場合、曲率のため固定端とみなせる。ただし、部材端に位置するパネルまたは直線部に隣接するパネルで、補剛材またはダイヤフラムの拘束が無視できる場合は単純支持端とみなせる。これには引張りパネルおよび圧縮パネルの区別はない。

端辺の境界条件式は、無次元表示すると次のようになる。

$$\text{単純支持: } \eta = \pm 1/2 \text{ で } \bar{w} = \bar{w}_{,\eta\eta} = 0 \dots\dots (9)$$

$$\text{固定: } \eta = \pm 1/2 \text{ で } \bar{w} = \bar{w}_{,\eta} = 0 \dots\dots (10)$$

両縁支持パネルの場合、両側辺 ( $x = \pm b/2$ ) の弾性固定支持の条件は次のようになる。

$$\xi = \pm 1/2 \text{ で } \bar{w} = \bar{w}_{,\xi\xi} + \psi \bar{w}_{,\xi} = 0 \dots\dots (11)$$

ただし、 $\psi$  は側辺における腹板の回転拘束を表す無次元のパラメーター (拘束係数) で、回転ばね定数を  $K$  とすると  $\psi = Kb/D$  の関係がある。 $\psi = 0$  は単純支持、 $\psi = \infty$  は固定を意味する。

片縁支持パネルの場合、 $x=0$  辺で固定、 $x=b$  辺で自由の条件から次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \xi=0 \text{ で } \bar{w} = \bar{w}_{,\xi} = 0 \\ \xi=1 \text{ で } \bar{w}_{,\xi\xi\xi} + \frac{\nu}{\alpha^2} \bar{w}_{,\eta\eta} = \bar{w}_{,\xi\xi\xi\xi} \\ + \frac{2-\nu}{\alpha^2} \bar{w}_{,\xi\eta\eta} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

(3) 差分解

式 (8) を差分法で解くことにする。変形の対称性を考慮して、両縁支持パネルの場合は  $1/4$  領域 ( $0 \leq x \leq b/2, 0 \leq y \leq a/2$ ) を、片縁支持パネルの場合は  $1/2$  領域 ( $0 \leq x \leq b, 0 \leq y \leq a/2$ ) を解く。

解析対象領域を  $x, y$  方向にそれぞれ  $n_x, n_y$  分割する。仮想分点をを用いない手法<sup>22)</sup>を採用して、電子計算機プログラミングの簡便化を図るとともに、基礎微分方程式を普通差分表示し、境界条件式を高精度差分表示する境界改良技法<sup>23)</sup>によって解の精度を向上させる。

ここで、分割数と解の精度との関係性を調べた結果を Fig. 4 および Fig. 5 に示す。ただし、外挿法<sup>23)</sup>によって正解を推定した。この結果に基づいて、両縁支持パネルの場合は  $n_x = n_y = 12$ 、片縁支持パネルの場合は  $n_x = 18, n_y = 10$  の分割を用いて以下の数値計算を行うことにした。この分割によって、差分の誤差はそれぞれ 1% 以下および 3% 以下にとどめることができるものと予測される。

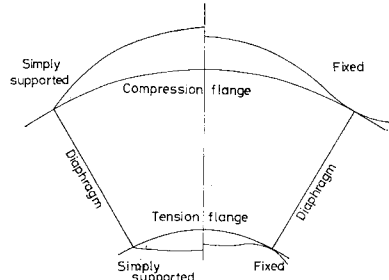


Fig. 3 Deformed shapes in circumferential direction of cylindrical flanges under tension,

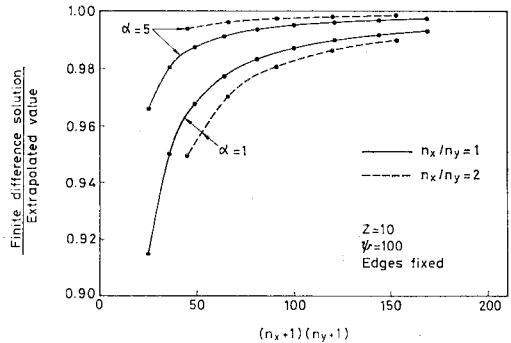


Fig. 4 Accuracy of finite difference solutions for a panel supported along two sides.

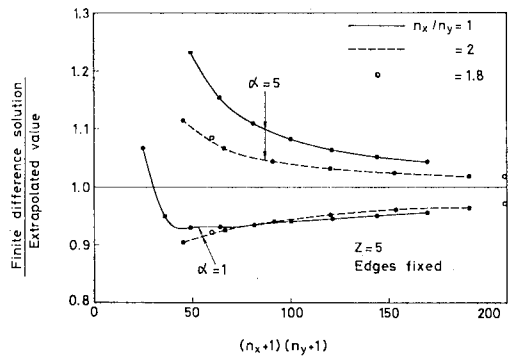


Fig. 5 Accuracy of finite difference solutions for a panel supported along one side.

(4) 応力分布と有効幅

たわみ  $\bar{w}$  が求めれば応力分布と有効幅を計算することができる。まず、膜応力は (1) における仮定から次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_x^m = 0 \\ \bar{\sigma}_y^m = 1 - 12(1-\nu^2) \bar{w} Z / \pi^2 k_m \\ \bar{\sigma}_{xy}^m = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

ただし、 $\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_m$  を意味する。また、曲げおよびねじりモーメントによる曲げ応力は式 (2) から次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_x^b &= -\frac{6}{\pi^2 k_m} \left( \bar{w}_{,\xi\xi\xi} + \frac{\nu}{\alpha^2} \bar{w}_{,\eta\eta} \right) \\ \bar{\sigma}_y^b &= -\frac{6}{\pi^2 k_m} \left( \frac{1}{\alpha^2} \bar{w}_{,\eta\eta} + \nu \bar{w}_{,\xi\xi} \right) \\ \bar{\sigma}_{xy}^b &= -\frac{6(1-\nu)}{\pi^2 k_m} \left( \frac{1}{\alpha} \bar{w}_{,\xi\eta} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

式(13)において、円筒パネルに引張力 ( $\sigma_m, k_m > 0$ ) が作用する場合には曲率内側へのたわみ ( $w > 0$ ) が、圧縮力 ( $\sigma_m, k_m < 0$ ) が作用する場合には曲率外側へのたわみ ( $w < 0$ ) が生ずることを考えると、円周方向膜応力  $\sigma_y^m$  はたわみが大きい部分ほど減少することがわかる。すなわち、Fig. 6 に示すような分布をする。

ここで、よく用いられる有効幅の概念を導入し、Fig. 6 のように定義すると有効幅  $b'$  は次式で表わされる。

$$\text{両縁支持パネル： } \frac{b'}{b} = 2 \int_0^{1/2} \frac{\sigma_y^m}{\sigma_m} d\xi \dots\dots (15)$$

$$\text{片縁支持パネル： } \frac{b'}{b} = \int_0^1 \frac{\sigma_y^m}{\sigma_m} d\xi \dots\dots (16)$$

式(13)で求めた  $\sigma_y^m/\sigma_m$  を式(15)または(16)に代入して、数値積分を行うと有効幅が決定される。

なお、局部的に卓越する応力を照査するために von Mises の等価応力を用いることにすると、曲率外側および内側表面における等価応力は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{e^o} \\ \sigma_{e^i} \end{aligned} \right\} = [(\sigma_x^b)^2 \pm (\sigma_x^b)(\sigma_y^m \mp \sigma_y^b) + (\sigma_y^m \mp \sigma_y^b)^2 + 3(\sigma_{xy}^b)^2]^{1/2} \dots\dots (17)$$

ただし、上付き添字  $o$  および  $i$  はそれぞれ曲率外側表面および曲率内側表面を表わす。

### 3. 近似応力分布

前章では線形シェル理論から円筒パネルの応力分布と有効幅を求めたが、ここでは簡略な取扱いをする。すなわち、円筒パネルは円周方向に無限長であるとみなすと、式(8)は次のようになる。

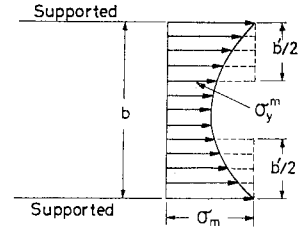
$$\bar{w}_{,\xi\xi\xi\xi} + 4\lambda^4 \bar{w} = \pi^2 k_m \lambda^2 / \sqrt{3(1-\nu^2)} \dots\dots (18)$$

ただし、 $\lambda = \sqrt[3]{3Z^2(1-\nu^2)}$  である。式(18)は Chu<sup>9)</sup>、Eibl-Iványi<sup>10)</sup>、Bleich<sup>11)</sup> が解いた式である。ただし、Eibl-Iványi は左辺の  $\lambda$  において  $\nu=0$  とし、Bleich はさらに右辺においても  $\nu=0$  としている。

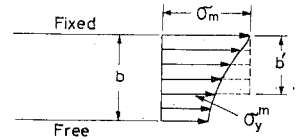
式(18)の一般解は次のようになる。

$$\bar{w} = \frac{\pi^2 k_m}{12(1-\nu^2)Z} \left( 1 + C_1 \sinh \lambda \xi \sin \lambda \xi + C_2 \sinh \lambda \xi \cos \lambda \xi + C_3 \cosh \lambda \xi \sin \lambda \xi + C_4 \cosh \lambda \xi \cos \lambda \xi \right) \dots\dots (19)$$

ただし、 $C_1 \sim C_4$  は積分定数である。



(a) A panel supported along two sides



(b) A panel supported along one side

Fig. 6 Distribution of circumferential membrane stress and effective width.

#### (1) 両縁支持パネル

式(19)を境界条件式(11)に代入し、積分定数を決定するとたわみは次のようになる。

$$\bar{w} = \frac{\pi^2 k_m}{12(1-\nu^2)Z} [1 - X_1(\xi)] \dots\dots (20)$$

ただし、

$$\begin{aligned} X_1(\xi) = 2 \left[ \left( 2\lambda \cosh \frac{\lambda}{2} \cos \frac{\lambda}{2} + \psi \cosh \frac{\lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} \right. \right. \\ \left. \left. + \psi \sinh \frac{\lambda}{2} \cos \frac{\lambda}{2} \right) \cosh \lambda \xi \cos \lambda \xi \right. \\ \left. + \left( 2\lambda \sinh \frac{\lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} + \psi \cosh \frac{\lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} \right. \right. \\ \left. \left. - \psi \sinh \frac{\lambda}{2} \cos \frac{\lambda}{2} \right) \sinh \lambda \xi \sin \lambda \xi \right] \\ \left[ 2\lambda (\cosh \lambda + \cos \lambda) + \psi (\sinh \lambda + \sin \lambda) \right] \dots\dots (21) \end{aligned}$$

応力は式(20)を式(13)、(14)に代入して次のように定まる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_x^m &= 0 \\ \bar{\sigma}_y^m &= X_1(\xi) \\ \bar{\sigma}_{xy}^m &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_x^b &= \sqrt{\frac{12}{1-\nu^2}} \left[ - \left( 2\lambda \cosh \frac{\lambda}{2} \cos \frac{\lambda}{2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \psi \cosh \frac{\lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} + \psi \sinh \frac{\lambda}{2} \cos \frac{\lambda}{2} \right) \right. \\ &\quad \cdot \sinh \lambda \xi \sin \lambda \xi + \left( 2\lambda \sinh \frac{\lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} \right. \\ &\quad \left. \left. + \psi \cosh \frac{\lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} - \psi \sinh \frac{\lambda}{2} \cos \frac{\lambda}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot \cosh \lambda \xi \cos \lambda \xi \right] / \left[ 2\lambda (\cosh \lambda + \cos \lambda) \right. \\ &\quad \left. + \psi (\sinh \lambda + \sin \lambda) \right] \end{aligned} \right\}$$

曲りばり円筒フランジの応力分布と有効幅

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_y^b &= \nu \bar{\sigma}_x^b \\ \bar{\sigma}_{xy}^b &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

有効幅は式 (22), (15) から次のようになる。

$$\frac{b'}{b} = \frac{2[\lambda(\sinh \lambda + \sin \lambda) + \psi(\cosh \lambda - \cos \lambda)]}{\lambda[2\lambda(\cosh \lambda + \cos \lambda) + \psi(\sinh \lambda + \sin \lambda)]} \dots\dots\dots (24)$$

(2) 片縁支持パネル

式 (19) を境界条件式 (12) に代入して積分定数を決定するとたわみは次のようになる。

$$\bar{w} = \frac{\pi^2 k_m}{12(1-\nu^2)Z} [1 - X_2(\xi)] \dots\dots\dots (25)$$

ただし,

$$\begin{aligned} X_2(\xi) &= [(\cosh \lambda \cos \lambda \xi - \sinh \lambda \sin \lambda \xi) \cosh \lambda (1-\xi) \\ &\quad + (\cos \lambda \cosh \lambda \xi - \sin \lambda \sinh \lambda \xi) \\ &\quad \cdot \cos \lambda (1-\xi)] / [\cosh^2 \lambda + \cos^2 \lambda] \dots\dots (26) \end{aligned}$$

である。

応力は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_x^m &= 0 \\ \bar{\sigma}_y^m &= X_2(\xi) \\ \bar{\sigma}_{xy}^m &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_x^b &= \sqrt{\frac{3}{1-\nu^2}} [(\cosh \lambda \sin \lambda \xi \\ &\quad - \sinh \lambda \cos \lambda \xi) \sinh \lambda (1-\xi) \\ &\quad + (\cos \lambda \sinh \lambda \xi - \sin \lambda \cosh \lambda \xi) \\ &\quad \cdot \sin \lambda (1-\xi)] / [\cosh^2 \lambda + \cos^2 \lambda] \\ \bar{\sigma}_y^b &= \nu \bar{\sigma}_x^b \\ \bar{\sigma}_{xy}^b &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

また, 有効幅は次のようになる<sup>2)</sup>。

$$\frac{b'}{b} = \frac{\sinh 2\lambda + \sin 2\lambda}{2\lambda(\cosh^2 \lambda + \cos^2 \lambda)} \dots\dots\dots (29)$$

4. 数値計算結果とその考察

曲りばりの応力分布を決定する場合, 円筒フランジの有効幅を正しく評価する必要がある。ここでは, 円筒パネルの膜応力が最も減少する中央断面 (y=0) の有効幅に対する各パラメーターの影響を調査する。また, 円筒パネルはたわみによって生ずる曲げのため, 局所的に応力が大きくなる。そこで, von Mises の等価応力を計算し, 応力の卓越する位置を検討する。端辺の支持条件としては固定の場合を主に扱うが, 比較のため単純支持の場合についても若干の考察を行う。さらに, 3. の無限長パネルに対する理論の結果と比較する。ただし,  $\nu=0.3$  とした。

(1) 両縁支持パネル

パラメーターは縦横比  $\alpha$ , 曲率パラメーター  $Z$ , 拘束係数  $\psi$  の 3 種で,  $\alpha=0.5\sim 10$ ,  $Z=0.1\sim 20$ ,  $\psi=0\sim 100$  の範囲について数値計算を行った。ただし,  $\psi=100$  は側辺が固定されているとみなせる場合である。

a) 有効幅

パネル中央断面の有効幅係数  $b'/b$  と縦横比  $\alpha$  との関係性を調べると Fig. 7 のようになる。 $\alpha < 2$  の範囲では  $\alpha$  が増すと有効幅が急激に減少するが,  $\alpha > 2$  の場合,  $\alpha = \infty$  の場合の値<sup>注 1)</sup> にほぼ一致する。Fig. 7 には端辺が単純支持されている場合の値が破線で示されている。端辺単純支持の場合, 端辺固定の場合に比べて有効幅は小さくなるが, それも  $\alpha < 2$  の範囲であり, 有効幅は  $\alpha$  の影響を受ける範囲では端辺の支持条件の影響をも受けることがわかる。そして,  $\alpha > 2$  の場合, 縦横比  $\alpha$  および端辺の支持条件は有効幅にほとんど影響を与えない。

パネル中央断面の有効幅係数と  $Z$  の関係を Fig. 8 に示す。図からわかるように,  $Z$  が増加すると有効幅は減少する。その割合は  $\alpha$  が小さいほど, また  $\psi$  が大きいほど小さい。特に  $\alpha > 2$  で,  $Z > 10$  の場合, 有効幅はほとんど一定になる。

次に側辺の拘束度が有効幅に及ぼす影響を調べると, Fig. 9 のようになる。 $\psi < 20$  の場合,  $\psi$  の増加とともに有効幅は増大するが,  $\psi > 20$  の場合には有効幅はほぼ一定で固定の場合の値に近い値をとる。しかし,  $\alpha$  が小さい場合, 有効幅は  $\psi$  の影響を受けない。

b) 等価応力

Fig. 10 に  $\alpha=1$ ,  $Z=5$ ,  $\psi=100$  の場合の等価応力  $\sigma_e/\sigma_m$  の分布を示す。この図から, 中央横断面の側边上 ( $x=b/2$ ,  $y=0$ ) 内側面と端辺の中央 ( $x=0$ ,  $y=a/2$ )

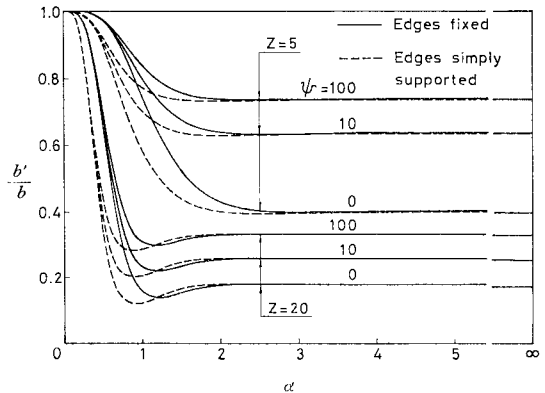


Fig. 7 Relation between aspect ratio and effective width at section y=0 of panel supported along two sides.

注 1) 式 (24) から求められる。

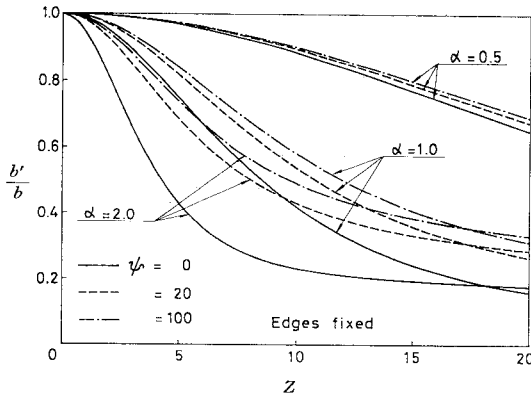


Fig. 8 Relation between curvature parameter and effective width at section  $y=0$  of panel supported along two sides.

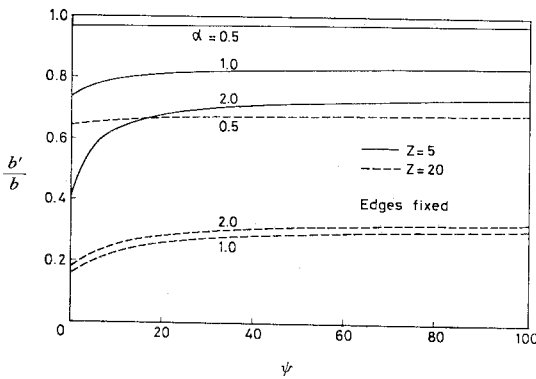


Fig. 9 Relation between coefficient of restraint and effective width at section  $y=0$  of panel supported along two sides.

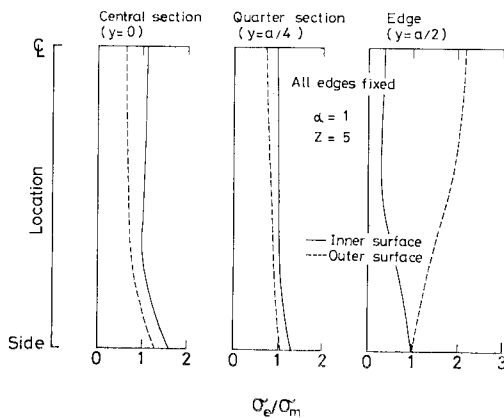


Fig. 10 Transverse distribution of equivalent stresses on panel supported along two sides.

外側面において等価応力が大きくなるのがわかる。したがって、設計においてはこれら2点の応力を照査すればよいことになる。

Fig. 11 に端辺中央の外側面の等価応力と  $\alpha$  の関係

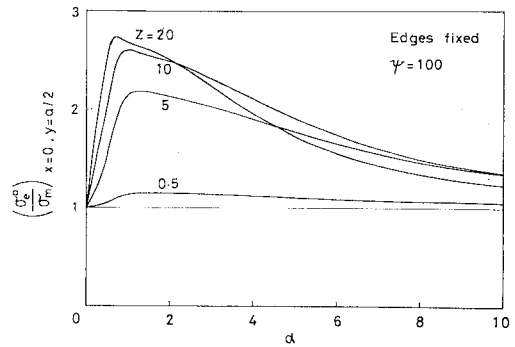


Fig. 11 Relation between aspect ratio and equivalent stress of panel supported along two sides.

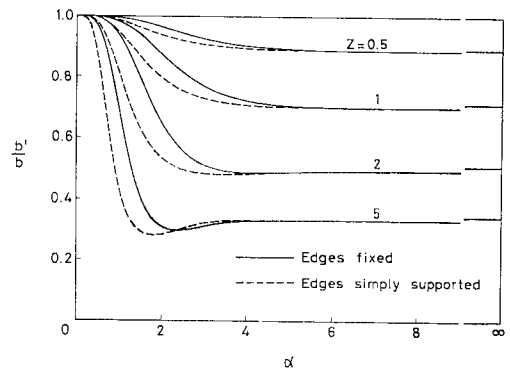


Fig. 12 Relation between aspect ratio and effective width at section  $y=0$  of panel supported along one side.

を示す。この場合、等価応力は、 $\alpha$  の増加とともに急増し、 $\alpha \approx 1$  で最大となり、 $\alpha > 1$  では  $\alpha$  が大きくなるに従って単調に減少する。有効幅の縮小を防ぐには  $\alpha < 2$  となるように小間隔でダイヤフラムを設ける必要があるが、その場合、等価応力が著しく大きくなる。等価応力を低く押さえるためには逆に  $\alpha$  は大なるほどよい。しかし、アーチ部材のように  $Z$  が小さい場合には  $\sigma_e$  の最大値は  $1.2\sigma_m \sim 1.3\sigma_m$  で、 $\alpha$  が増してもそれほど  $\sigma_e$  は減少しない。

## (2) 片縁支持パネル

パラメーターは  $\alpha$  および  $Z$  である。

### a) 有効幅

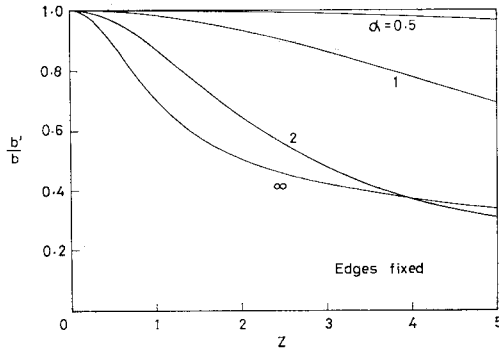
パネル中央横断面の  $b'/b$  と  $\alpha$  との関係を示す。まず、端辺の支持条件の影響は  $\alpha < 2$  の場合大きい、 $\alpha > 2$  の場合ほとんどないことがわかる。次に、縦横比によって有効幅が変化するのは  $\alpha < 3$  の範囲で、 $\alpha > 3$  では無限長理論を適用しても差し支えない。

Fig. 13 には  $b'/b$  と  $Z$  の関係が示されている。有効幅は  $Z$  によって影響を受け、 $Z$  が増すと減少する。

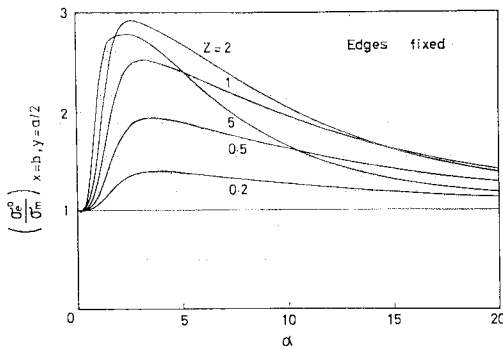
**Table 1** Size of testing models.

(unit : mm)

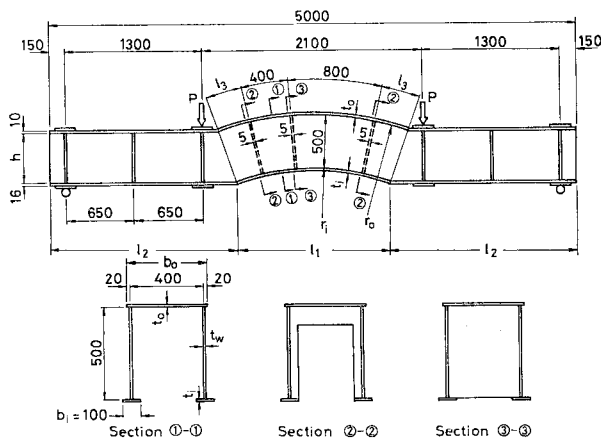
Model	$r_i$	$r_o$	$t_i$	$t_o$	$t_w$	$r_i - \frac{t_i}{2}$	$r_o + \frac{t_o}{2}$	$h$	$l_1$	$l_2$	$l_3$
A	2 196.5	2 696.5	10	7	8	2 191.5	2 700.0	471.4	1 466.2	1 766.9	317.1
B	1 497.5	1 997.5	10	5	8	1 492.5	2 000.0	446.5	1 349.4	1 825.3	333.0
C	4 220.0	4 720.0	4	4	6	4 218.0	4 722.0	491.0	1 609.0	1 695.5	305.6



**Fig. 13** Relation between curvature parameter and effective width at section  $y=0$  of panel supported along one side.



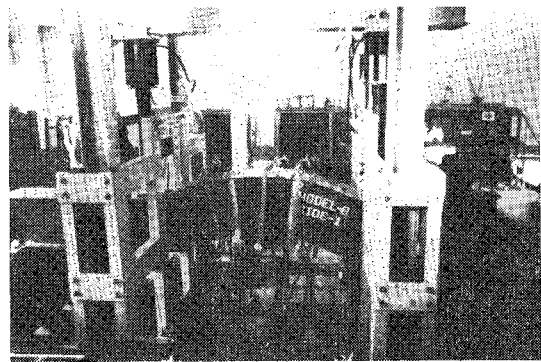
**Fig. 14** Relation between aspect ratio and equivalent stress of panel supported along one side.



**Fig. 15** A vertically curved beam model.

**Table 2** Material properties.

Model	Yield stress in kgf/cm <sup>2</sup> (N/mm <sup>2</sup> )			Young's modulus in kgf/cm <sup>2</sup> (GN/m <sup>2</sup> )
	Inner flange	Web	Outer flange	
A	2 720(267)	3 390(332)	3 030(297)	$2.02 \times 10^6(198)$
B	2 720(267)	3 390(332)	3 030(297)	$2.02 \times 10^6(198)$
C	4 120(404)	3 750(368)	4 120(404)	$2.05 \times 10^6(200)$



**Fig. 16** Test setup.

**b) 等価応力**

端辺固定の場合、端辺と自由側辺の隅部 ( $x=b, y=a/2$ ) の外側面における等価応力と、中央横断面の固定側辺上 ( $x=y=0$ ) の内側面における等価応力が大きくなる。Z の値にもよるが、 $\alpha < 3$  では前者が、 $\alpha > 3$  では後者が卓越する。Fig. 14 に端辺と自由側辺の隅部の外側面の等価応力と  $\alpha$  の関係を示す。

**5. 模型実験の概要**

円周方向内力を受ける円筒パネルの応力分布および有効幅に関する理論の妥当性を検討するため模型実験を行った。

**(1) 曲りばり模型**

Fig. 15 および Table 1 に示すような中央部に  $\pi$  形断面曲りばり部を有する全溶接鋼製模型を 3 体製作した。曲率外側の円筒フランジは腹板によって両縁支持されており、曲率内側の円筒フランジは片縁が自由で片縁は腹板で支持されている。模型は、両縁支持フランジのたわ

みおよび応力に関して理論の妥当性を検討することを主目的に設計されたもので、外側フランジはダイヤフラムによって2つの試験パネル ( $\alpha=1, 2$ ) に分けられている。

模型は SS 41 鋼を用いて製作したが、材料試験の結果は **Table 2** のようであった。

(2) 荷重方法

**Fig. 15** に示すように模型の両端を単純支持し、2点荷重によって試験対象部分に純曲げを作用させた。荷重試験は同一模型に対して2度行った。**Fig. 15** に示す荷重状態、すなわち、両縁支持フランジが圧縮を受ける場合(試験 1)と、模型を反転させて2点荷重した状態、すなわち、両縁支持フランジが引張りを受ける場合(試験 2)である。以下では Model A, B および C に対する試験 1 および 2 を Test A-1, Test A-2, … などとよんで区別する。

Model A および Model B に対しては試験 1→試験 2 の順序で、Model C に対しては試験 2→試験 1 の順序<sup>注2)</sup>で実施した。試験の様子を **Fig. 16** に示す。

(3) 測定装置

模型の鉛直たわみ、外側フランジのたわみおよび腹板のたわみを測定するためにダイヤルゲージを用いた。外側フランジと腹板のたわみについては、軽量山型鋼で組み立てた取付枠を設置し、これにダイヤルゲージを取り付けて相対たわみを測定した。

ひずみの測定には電気抵抗線ひずみ計(1軸および3軸)を用いた。外側フランジおよび腹板には3軸ゲージを、内側フランジには1軸ゲージをそれぞれ両面に貼付した。

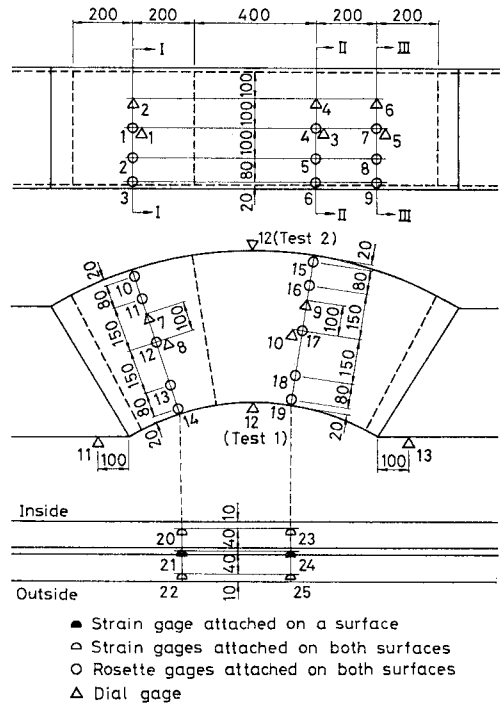
**Fig. 17** に示すようにたわみは 13 点、ひずみは 25 点で測定した。外側フランジについてはパネル 1 ( $\alpha=1$ ) の中央断面 I、パネル 2 ( $\alpha=2$ ) の中央断面 II および 1/4 断面 III を測定断面に選んだ。

なお、試験に先立って外側フランジの初期たわみをデプスゲージを用いて測定した。ほとんどのパネルにおいてたわみは +1.5 mm 以内に納まっていたが、Model C のパネル 1 のみ最大 +4.0 mm あった。

6. 実験結果とその考察

おもな測定結果を示すとともに、理論値と実験値を比較して、円筒フランジのたわみおよび応力に関する理論の妥当性について検討する。

注 2) 初期たわみが大きかったので、早期降伏を避けるため試験順序を逆にした。



**Fig. 17** Instrumentation for testing models.

**Table 3** Parameters of testing panels.

Model	Outer flange				Inner flange		
	Panel	$\alpha$	$\psi$	Z	b/t	Z	b/t
A	1	1	9.43	8.47	57.14	0.114	5.0
	2	2	5.33				
B	1	1	25.87	16.0	80.00	0.168	5.0
	2	2	14.64				
C	1	1	21.32	8.47	100.0	0.148	12.5
	2	2	12.06				

模型の外側および内側フランジに関するパラメーターの値を **Table 3** にまとめておく。ここで、外側フランジに対する腹板の拘束係数  $\psi$  の値は付録 II の考え方と求めたものである。

たわみおよび応力の理論値は任意断面に対して次のように計算する。まず、外側フランジの着目断面の有効幅を腹板の拘束を考慮して 2. の有限長理論に基づいて定める。内側フランジの有効幅は、 $\alpha$  が大であることから 3. の無限長理論に基づいて定める。この有効幅を用いて曲りばり理論(付録 I 参照)により、作用モーメントに対する外側および内側フランジの作用縁応力  $\sigma_m$  を求め、腹板の応力を算定する。フランジのたわみおよび応力は、縁応力の値を 2. または 3. の解に代入すれば決定される。外側フランジ端辺の条件としてはおもに固定の場合を考えるが、比較のため単純支持の場合につい



て若干の考察を行う。

(1) 外側フランジのたわみ

外側フランジのパネル2中央のたわみと荷重との関係を Fig. 18~20 に示す。Model A (Fig. 18) においては  $P=17\text{ t}$  (167 kN) まで、Model B (Fig. 19) においては  $P=13\text{ t}$  (127 kN) まで、Model C (Fig. 20) においては  $P=5\text{ t}$  (49 kN) まで、それぞれたわみは荷重に比例している。したがって、以下では Model A および Model B については  $P=10\text{ t}$  (98 kN)、Model C につ

いては  $P=5\text{ t}$  (49 kN) のときの測定値を代表値として用いる。

Fig. 18~20 に示す理論値は外側フランジ端辺が固定の場合について求めたものである。初期たわみの影響の大きかった Test C-2 を除いて、弾性挙動の範囲で引張、圧縮のいずれの場合も理論値と実験値はよく一致している。

Model A の断面 I、Model B の断面 II および Model C の断面 III における断面変形の測定結果を Fig. 21~23 に示す。破線は端辺固定の場合の理論値である。外側フランジのたわみの理論値は圧縮、引張のいずれの場合も実測値とよく合っている。腹板が外側フランジの変形に伴ってたわんでいる様子が Model B の場合に明らかである。

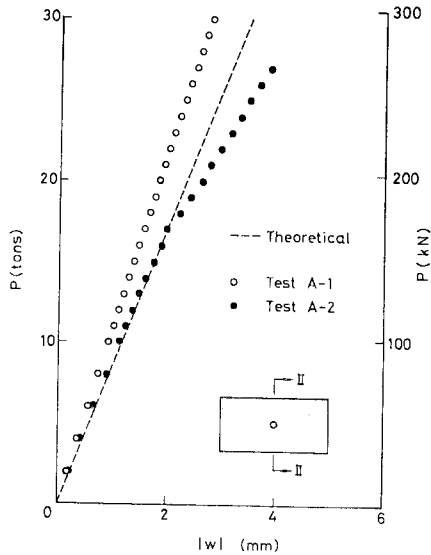


Fig. 18 Load versus deflection of outer flange on Model A.

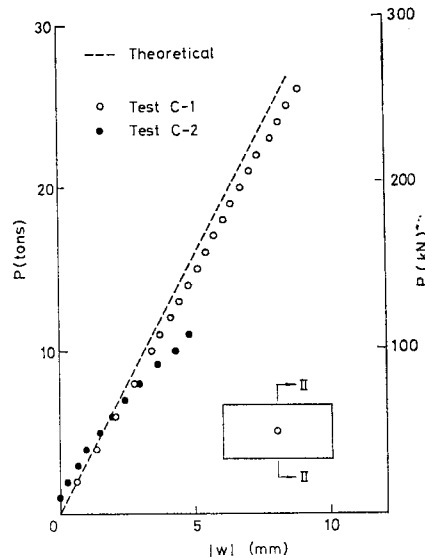


Fig. 20 Load versus deflection of outer flange on Model C.

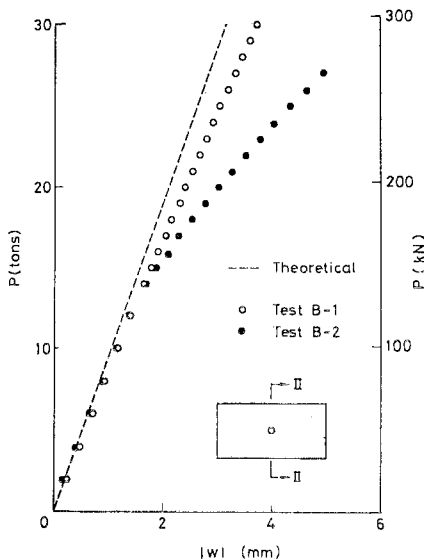


Fig. 19 Load versus deflection of outer flange on Model B.

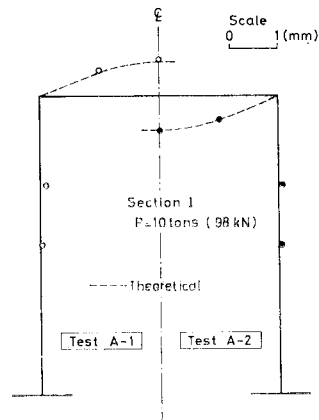


Fig. 21 Deformed cross-section of Model A.

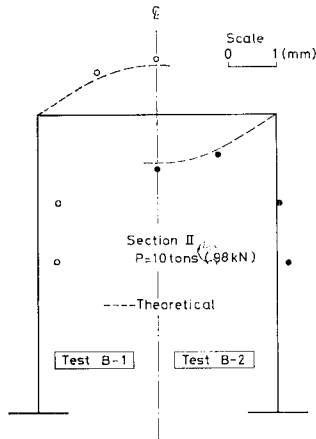


Fig. 22 Deformed cross-section for Model B.

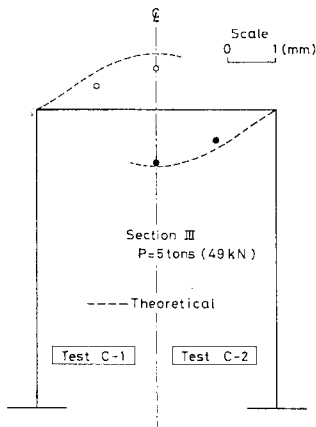


Fig. 23 Deformed cross-section for Model C.

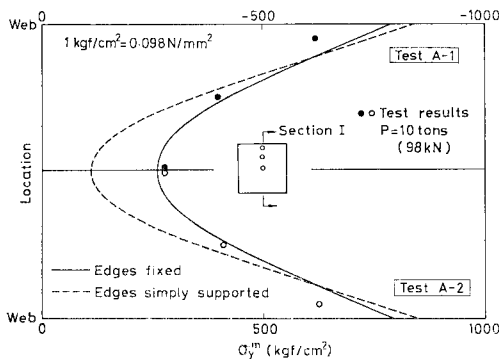


Fig. 24 Theoretical and experimental circumferential membrane stresses on outer flange of Model A.

(2) 外側フランジの応力

Model A の断面 I, Model B の断面 I および Model C の断面 III における円周方向膜応力  $\sigma_y^m$  の分布を Fig. 24~26 に示す。理論値は、端辺固定の場合と端辺単純

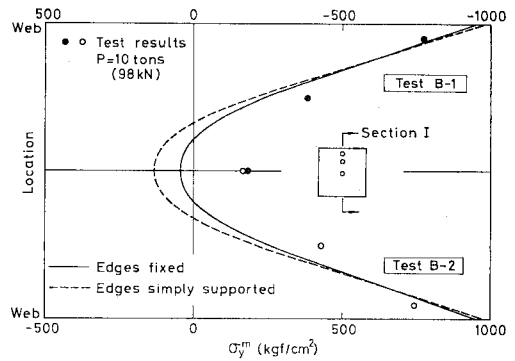


Fig. 25 Theoretical and experimental circumferential membrane stresses on outer flange of Model B.

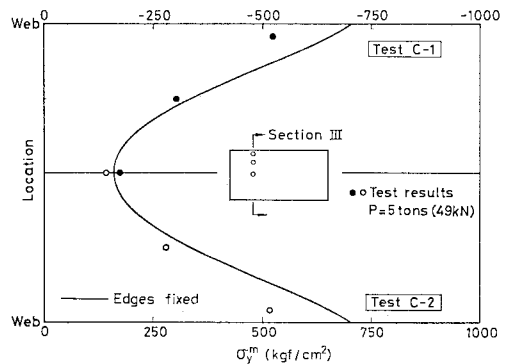


Fig. 26 Theoretical and experimental circumferential membrane stresses on outer flange of Model C.

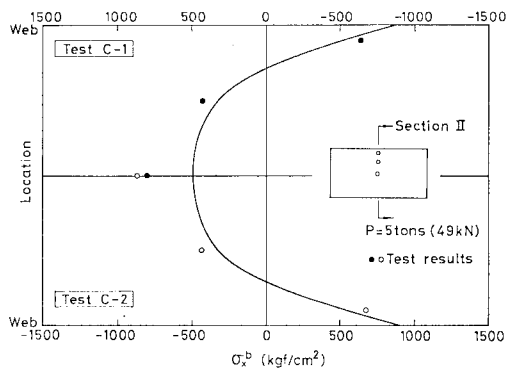


Fig. 27 Theoretical and experimental bending stresses in  $x$ -direction on outer flange of Model C.

支持の場合に対して求め、それぞれ実線と破線とで示した。Fig. 24 および Fig. 25 から端辺固定とみなす方が妥当な理論値が得られることがわかる。Fig. 24 および Fig. 26 では、理論値は実験値と比較的よく一致しているが、側辺に近い部分で実験値を上まわっている。また、逆に Fig. 25 では中央部で理論値が控えめになっている。いずれも外側フランジの有効幅を過小評価していることを意味する。付録 II では腹板の拘束係

数の算定にあたって、ダイヤフラムの位置で単純支持を仮定しており、このため小さい値が得られたものと思われる。

$x$  方向曲げ直応力  $\sigma_x^b$  の例として、Model C の断面 II における分布を Fig. 27 に示す。理論値は端辺固定の場合のもので、実験値とは中央部では差があるが、側辺部ではよく一致している。

なお、無限長理論では式 (13) からわかるように、 $x$  方向膜直応力  $\sigma_x^m$  と膜せん断応力  $\sigma_{xy}^m$  が無視されているが、実験では  $\sigma_x^m$  の値として  $0.1\sigma_m$  の値が観測された。

次に、等価応力  $\sigma_e$  について検討したが、その一例として Fig. 28 に Model B の断面 II の内側面における等価応力  $\sigma_e^i$  の分布を示す。図には  $\sigma_e^i$  の成分である膜応力  $\sigma_y^m$  と曲げ応力  $\sigma_x^b, \sigma_y^b$  の分布も示してある。理論値は端辺固定の場合に対して得られたものであるが、実験値によく合致している。ここにおける  $y$  方向曲げ直応力  $\sigma_y^b$  は 3. の無限長理論では得られないもので、側辺で縁応力の 1/3 程度の大きさをもち無視できない。

### (3) 内側フランジの応力

外側フランジの応力の理論値は当然のことながら内側フランジの有効幅の評価とも関連する。そこで内側フランジの応力の検討の一例として、Fig. 29 に  $y$  方向膜直応力の分布を示す。Table 3 からわかるように  $Z=0.168$  と小さい値であるため、応力の縮小はほとんどみられない。前述のように理論値の計算にあたって、内側フランジの有効幅は無限長理論で定め、外側フランジのみ端辺が固定の場合と単純支持の場合の 2 通りを考

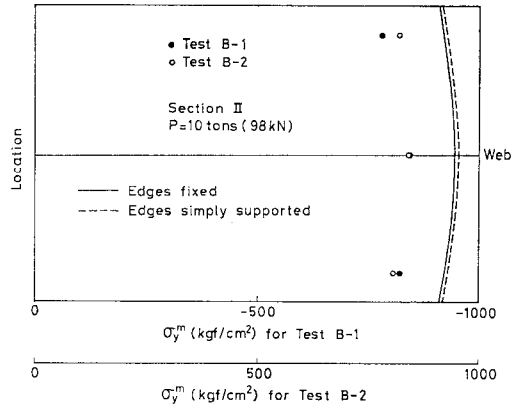


Fig. 29 Theoretical and experimental membrane stresses in circumferential direction on inner flange of Model B.

た。外側フランジの有効幅の相違は内側フランジの応力値にあまり影響を与えていないことがわかる。また、理論値と実験値は分布形においてほぼ等しいが、大きさにおいて 10% 程度の差が生じている。これは、外側フランジの理論有効幅が過小評価されたためと思われる。

### (4) 腹板の応力

腹板の応力は曲りばり理論で算定するが、その妥当性は外側フランジの有効幅の評価に影響を受ける。ここでは理論値と実験値の比較の一例を示しておく。Fig. 30 に Test B-1 の断面 II の腹板の応力分布を示す。Model B は模型 3 体中曲率が最も大きく、曲りばりの特長である半径方向膜直応力  $\sigma_r$  が生じている。また、円周方向膜直応力  $\sigma_\theta$  の分布も線形でなく、中立軸が曲率内側に片寄っている。理論値は、外側フランジの端辺が固定の場合に対して算定したもので、 $\sigma_r, \sigma_\theta$  とも実験値とよく一致している。

等価応力  $\sigma_e$  は  $\sigma_r$  と  $\sigma_\theta$  のみで計算したもので、理論値、実験値ともよく似た分布をしているが、実験値が理論値よりやや小さい。

また、図示されていないが、外側フランジの曲げ直応力  $\sigma_x^b$  は側辺近傍で  $\sigma_m$  程度生じており、これによって腹板の面外変形が生じる。その曲げ直応力  $\sigma_r^b$  は  $\sigma_r^b/\sigma_x^b = (t_o/t_w)^3$  なる関係から計算して  $0.24\sigma_m$  程度であるが、これは Fig. 30 では無視されている。

## 7. あとがき

曲りばりのフランジにみられるように、円筒パネルが円周方向面内力を受ける場合を対象に、応力分布と有効幅に関する理論的および実験的研究を行った。結果をまとめると次のようになる。

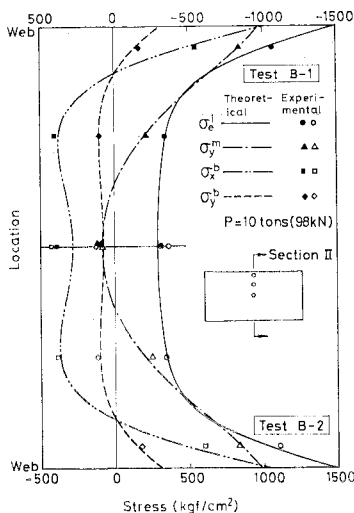


Fig. 28 Theoretical and experimental results of equivalent, membrane, and bending stresses at section II of Model B.

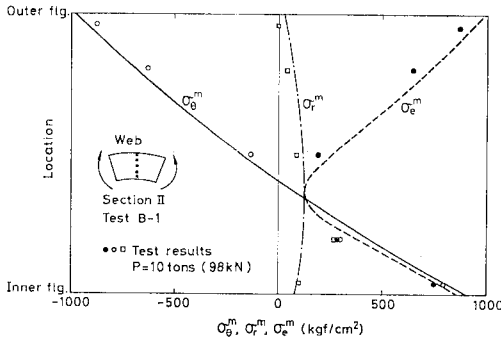


Fig. 30 Theoretical and experimental results of membrane stresses in circumferential and radial directions and equivalent stress on web of Model B.

(1) 両縁支持パネルと片縁支持パネルに円筒シェル理論を単純化して適用し、差分法を用いて解析した。

(2) 両縁支持パネルについては、縦横比、曲率、側辺の弾性拘束度、端辺の支持条件が応力分布および有効幅に及ぼす影響を検討した。

(3) 片縁支持パネルについては、縦横比、曲率、端辺の支持条件が応力分布および有効幅に及ぼす影響を検討した。

(4) 両縁支持パネルおよび片縁支持パネルが無限長の場合について、応力分布および有効幅を決定する閉じた解を示した。その公式では曲率とともに側辺の拘束度もパラメーターになっている。また、この無限長理論の解を有限長理論の解と比較した。

(5) π断面の鋼製曲りばりを3体製作し、円筒フランジ面内引張力が作用する場合と面内圧縮力が作用する場合について実験を行った。

また、得られた結論は次のようである。

(6) 両縁支持フランジのたわみ、応力、有効幅に関して実験値と理論値を比較した。パネル端辺が固定されているとみなすと、両者はよく一致した。腹板の拘束係数の簡単な算定法を示したが、結果は満足すべきものであった。

(7) 片縁支持フランジの応力と有効幅に関して、無限長理論による値はほぼ実験結果に一致した。

(8) 腹板の応力は曲りばり理論で定めたが、実測値とよく合った。

数値計算には関西大学電子計算機室 FACOM 230-48を用いた。実験には関西大学工学部土木工学教室の構造物試験装置を使用した。

本研究を進めるにあたって、森沢敬文関西大学助手には理論計算および実験についてご協力いただいた。青木建設(株)の児玉信行氏と大津市の岡山正行氏(ともに当時・関西大学大学院学生)には修士論文の課題として

助力していただいた。ここに謝意を表する次第である。

付録 I 曲りばりの応力

曲りばりが純曲げを受ける場合、曲りばり理論<sup>4)~6)</sup>に基づく応力は以下のようなになる。断面は Fig. 15 の Section ①-① に示すような一軸対称 π 形で、曲率外側フランジは両縁支持型で、その有効幅および厚さを  $b_o'$  および  $t_o$ 、曲率内側フランジは片縁支持型で、一方の有効幅および厚さを  $b_i'$  および  $t_i$ 、腹板の外側縁および内側縁の曲率半径を  $r_o$  および  $r_i$ 、腹板厚を  $t_w$  とする。また、曲げモーメント  $M$  は曲率内側フランジに引張りが生じる方向を正とする。

(1) 円周方向応力

$$\sigma_\theta^m = \frac{M}{A_e(r_g - r_n)} \left( \frac{r_n}{r} - 1 \right) \dots\dots\dots(30)$$

ただし、 $A_e$ は全有効断面積、 $r_g$ 、 $r_n$  および  $r$  はそれぞれ曲率中心から重心軸、中立軸および着目点までの距離である。対象とするπ形断面については次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} A_e &= 2b_i't_i + 2t_w(r_o - r_i) + b_o't_o \\ r_e &= A_e/G_e \\ r_g &= \{2b_i't_i(r_i - t_i/2) + t_w(r_o^2 - r_i^2) + b_o't_o(r_o + t_o/2)\} / A_e \\ G_e &= 2b_i' \log \frac{r_i}{r_i - t_i} + 2t_w \log \frac{r_o}{r_i} + b_o' \log \frac{r_o + t_o}{r_o} \end{aligned} \right\} \dots\dots(31)$$

Fig. 1 に示す y 方向膜応力  $\sigma_m$  は、外側フランジに対して  $r = r_o + t_o/2$ 、内側フランジに対して  $r = r_i - t_i/2$  として求める。

(2) 半径方向応力

$$\sigma_r^m = \frac{M}{b_r A_e (r_g - r_n) r} \{ (r_g - r_n) \bar{G}_e - \bar{A}_e \} \dots\dots\dots(32)$$

ただし、 $b_r$ は着目点の断面の実幅、 $\bar{A}_e$ は最内縁から着目点までの部分の断面積、 $\bar{G}_e$ は同部の断面一次モーメントで、対象とするπ形断面については次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_e &= 2b_i't_i + 2t_w(r - r_i) \\ \bar{G}_e &= 2b_i' \log \frac{r_i}{r_i - t_i} + 2t_w \log \frac{r}{r_i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

付録 II 拘束係数

Bleich<sup>24)</sup> は箱形断面フランジの局部座屈における

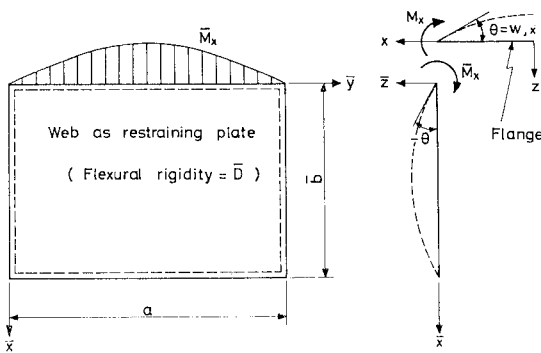


Fig. 31 Web plate as restraining plate.

腹板の拘束を表わす拘束係数を導き、Schultz<sup>25)</sup>はこの理論を直交異方性板構造に拡張した。しかし、両者とも座屈を対象にしているため、腹板の長さをフランジの座屈波形に一致させて考えている。曲りばりフランジにおいては、極端に扁平な場合を除いて座屈現象は生じないので、腹板の長さを考慮に入れる必要がある。

曲りばりの腹板は扇形板であるが、簡単のため Fig. 31 のように外側縁長を長さとする長方形板に置換する。Fig. 31 に示すようにフランジと腹板の接合線において次の関係がある。

$$\bar{M}_x = -M_x = -K\theta \dots\dots\dots(34)$$

ただし、 $M_x$ =フランジの側辺に作用する曲げモーメント、 $\bar{M}_x$ =腹板の側辺に作用する曲げモーメント、 $K$ =回転ばね定数、 $\theta$ =フランジの側辺のたわみ角である。式(34)が式(11)のように無次元表示されるとき拘束係数は次のようになる。

$$\psi = Kb/D \dots\dots\dots(35)$$

いま、腹板側辺上の曲げモーメントを

$$\bar{M}_x = A \sin(\pi \bar{y}/a) \dots\dots\dots(36)$$

と仮定する。作用面内応力の影響を無視すると、腹板のたわみ曲面の微分方程式は次のようになる。

$$\bar{w}_{,xxxx} + 2\bar{w}_{,xx\bar{y}\bar{y}} + \bar{w}_{,\bar{y}\bar{y}\bar{y}\bar{y}} = 0 \dots\dots\dots(37)$$

ただし、 $\bar{w}$ =腹板のたわみである。腹板は周辺単純支持されているものと仮定すると、境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} \bar{y}=0, a: \bar{w}=\bar{w}_{,\bar{y}\bar{y}}=0 \\ \bar{x}=0: \bar{w}=0, \bar{w}_{,xx}=-\bar{M}_x/\bar{D} \\ \bar{x}=\bar{b}: \bar{w}=\bar{w}_{,xx}=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(38)$$

となる。ただし、 $\bar{D}$ =腹板の曲げ剛さである。

式(37)の解として式(36)に類似の関数

$$\bar{w} = X(\bar{x}) \sin(\pi \bar{y}/a) \dots\dots\dots(39)$$

を仮定する。式(39)を式(37)に代入して、境界条件式(38)を用いて積分定数を決定すると腹板のたわみは次のようになる。

$$\bar{w} = \frac{Aa\bar{b}}{2\pi\bar{D}} \left[ -\frac{\sinh \bar{\phi}\bar{\xi}}{\sinh^2 \bar{\phi}} - \bar{\xi} \sinh \bar{\phi}\bar{\xi} \right]$$

$$+ \bar{\xi} \coth \bar{\phi} \cosh \bar{\phi}\bar{\xi} \sin \frac{\pi \bar{y}}{a} \dots\dots\dots(40)$$

ただし、 $\bar{\phi} = \pi \bar{b}/a$ 、 $\bar{\xi} = \bar{x}/\bar{b}$  である。

式(40)から  $\theta = -[\bar{w}_{,x}]_{x=0}$  を求め、式(34)と対比すると回転ばね定数は、

$$K = \frac{2\bar{D}}{\bar{b}} \cdot \frac{\bar{\phi} \sinh^2 \bar{\phi}}{\cosh \bar{\phi} \sinh \bar{\phi} - \bar{\phi}} \dots\dots\dots(41)$$

となり、式(35)から拘束係数は次のようになる。

$$\psi = 2 \frac{b\bar{D}}{\bar{b}D} \cdot \frac{\bar{\phi} \sinh^2 \bar{\phi}}{\cosh \bar{\phi} \sinh \bar{\phi} - \bar{\phi}} \dots\dots\dots(42)$$

参考文献

- 1) Bleich, F. (池部宗薫ほか訳): 鉄骨構造, 下巻, コロナ社, 1953.
- 2) Timoshenko, S.P. and J.N. Goodier: *Theory of Elasticity*, 3rd ed., McGraw-Hill, 1970.
- 3) 大野 諫: ラーメン隅部の応力度の研究, 特に図解法に就て(曲梁の応力度の研究), 土木学会誌, Vol. 29, No. 4, pp. 287~332, 1943.4.
- 4) 大野 諫: 曲梁に於ける垂直応力度並びに断面常数に就て, 土木学会誌, Vol. 29, No. 10, pp. 731~743, 1943.10.
- 5) 大野 諫: 曲梁の剪断応力度及び半径方向の垂直応力度に対する新公式, 土木学会誌, Vol. 37, No. 7, pp. 300~305, 1952.7.
- 6) Oden, J.T.: *Mechanics of Elastic Structures*, McGraw-Hill, 1967.
- 7) Chu, K.Y.: Beuluntersuchung von ebenen Stegblechen kreisförmig gekrümmter Träger mit I-Querschnitt, *Stahlbau*, Jg. 35, H. 5, S. 129~142, Mai, 1966.
- 8) 倉西正嗣: 弾性学(複製版), 文献社, 1970.
- 9) Kristek, V.: Tapered box girders of deformable cross section. *Proc. ASCE*, Vol. 96, No. ST 8, pp. 1761~1793, Aug., 1970 (Errata: Vol. 97, No. ST 6, pp. 1817~1818, June, 1971. Closure: Vol. 97, No. ST 7, pp. 2021~2023, July, 1971).
- 10) Eibl, J. and G. Iványi: Ermittlung der Querbiegung von Druckplatten gevouteter Hohlkastenträger, *Bautechnik*, Jg. 48, H. 4, S. 113~118, 1971.
- 11) 道路橋示方書・同解説, 日本道路協会, 1973.
- 12) Standard Specifications for Highway Bridges, 12th ed., AASHTO, 1977.
- 13) Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges, Appendix I: Interim Design and Workmanship Rules, I-IV, Her Majesty's Stationary Office, 1973~74.
- 14) Love, A.E.H.: *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th ed., Dover Publications, New York, 1944.
- 15) Flügge, W.: *Stresses in Shells*, 2nd ed., Springer-Verlag, 1973.
- 16) Novozhilov, V.V.: *Thin Shell Theory*, 2nd ed., translated from 2nd Russian edition by P.G. Lowe, P. Noordhoff Ltd., Groningen, Netherlands, 1964.
- 17) Washizu, K.: *Variational Methods in Elasticity and Plasticity*, 2nd ed., Pergamon Press, 1975.
- 18) Marzouk, O.A. and G. Abdel-Sayed: Linear theory of orthotropic cylindrical shells, *Proc. ASCE*, Vol. 99, No. ST 11, pp. 2287~2306, Nov., 1973.
- 19) Reissner, E.: A new derivation of the equations for the deformation of elastic shells, *American Jour. of*

- Mathematics, Vol. 63, No. 1, pp. 177~184, Jan., 1941.
- 20) Wang, Y.S., P.C.Y. Lee and D.P. Billington : A simplified theory of thin cylindrical shells, Proc. ASCE, Vol. 100, No. EM 4, pp. 719~736, Aug., 1974.
- 21) Sanders, J.L., Jr. : Nonlinear theories for thin shells, Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 21, No. 1, pp. 21~36, 1963.
- 22) 三上市蔵：“差分法を用いた板の非線形解析”への討議, 土木学会論文報告集, No. 265, pp. 147~150, 1977.9.
- 23) Mikami, I. and H. Yonezawa : Extrapolation technique for finite difference and finite element solutions, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 25, Univ. of Tokyo Press, pp. 567~575, 1977.
- 24) Bleich, F. : Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, 1952.
- 25) Schultz, H.G. : Zum Stabilitätsproblem elastisch eingespannter orthotroper Platten, Schiff und Hafen, Jg. 14, H. 6, S. 479~486, und H. 7, S. 569~576, 1962.

(1980.8.12・受付)

---