

曲げを受ける曲線プレートガーダーの ウェブプレートの弾性挙動について

ELASTIC BEHAVIOR OF WEB PLATES OF CURVED PLATE GIRDERS IN BENDING

倉 西 茂*・樋 渡 滋**

By Shigeru KURANISHI and Shigeru HIWATASHI

1. ま え が き

プレートガーダーおよびボックスガーダーなどの曲げを受ける鋼構造部材の断面は一般にフランジとウェブプレートからなっている。フランジは主として曲げモーメントに抵抗し、ウェブプレートはせん断力を受け持つとともにフランジ間の距離を保つ役割をもっている。そこで経済的に曲げを受ける断面を構成しようとするとき、曲げに対して貢献の少ないウェブプレートの板厚をできる限り薄くし、かつウェブ高を高くすることが望まれる。しかし、ウェブプレートを薄くすると、当然その座屈が問題になるし、座屈後の挙動に注意を払う必要が生じてくる。Basler¹⁾らは薄いウェブプレートを用いた場合、その避けられない元たわみおよびその有限変形挙動を考え、フランジとともに有効に働くウェブ部分を実験結果より考察している。

近年、都市高速道路の発達とともに、曲線プレートガーダーおよび曲線ボックスガーダーが多く用いられるようになってきているが、これら曲線橋のウェブプレートは、その曲率に合わせて製作されるのが普通である。すなわち、ウェブプレートは面外に曲率を有する円筒状となっており、その面内にはりとしての曲げモーメントが作用する状態となっている。このため荷重の初期段階より、圧縮部は外側に、引張部は内側に変形を引き起こす作用を受け、曲げモーメントの増大とともにウェブプレートに大きな変形が生じる可能性がある。

そこで本論文は、水平補剛材をもたない曲線プレートガーダーの上下フランジと垂直補剛材で囲まれた1パネル分のみを取り出し、これに曲げモーメントのみが加わったときのウェブの有限変形挙動を数値解析により明らかにしようとするものである。

曲線プレートガーダーのウェブプレートは、元たわみを考えなければ、フランジと補剛材で囲まれた部分は円筒パネルとみなすことができる。この円筒パネルとは形状はシェル的一种であるが、外力が面内方向（円周方向）に作用する点で本来のシェル構造の役割と異なる。一般のシェルに関する解析については、いままでに多くの研究がすでになされているが、円筒パネルが、その円周方向に外力の作用を受ける場合の解析例は数少なく、わずかに、三上・森沢・米沢の一連の研究²⁾を知るのみである。三上らは曲りばりの円筒状フランジを取り上げ、面内方向に一樣圧縮または引張りを受ける場合の非線形挙動を差分法によって解析しているが、有限変形挙動は考慮されていない。なお、大塚・吉村・片桐³⁾は有限帯板法により曲線I桁の弾塑性座屈強度解析を行い、曲線I形ばりの局部座屈と全体座屈を論じている。

曲げの増大とともに円筒パネルとして取り出したウェブプレートは、面外有限変形の影響を受け、ベルヌーイ・オイラーの断面平面保持の仮定が成り立たなくなり、いわゆる断面の反りは複雑に変化するようになる。そこで、本論文では、全体構造との側縁での適合性を考え、側面縁端部は直線を保つような強制変位により曲げ荷重を与えている。解析は浅いシェル理論に基づき、円筒状要素を用いた有限要素法により、幾何学的非線形のみを考慮し、荷重増分法を用いてその有限変形の影響を求めている。その結果より、ウェブプレートの曲げに対する作用、フランジとウェブプレートとの接合部に生じる応力、フランジの垂直方向変位に対する影響等が論じられている。

2. 解 析 法

(1) 一 般

解析はプレートガーダーのウェブを円筒パネルとみな

* 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 東北学院大学助教授 工学部土木工学科

して有限要素法で行った。曲面構造を有限要素法で解析する場合に、多数の平面要素の集合として扱ういわゆる平面近似の方法があり、その要素の数を増すことによる程度計算精度の向上が期待できる。しかしながら、シェルのような三次元的変形を伴う薄肉構造は複雑な幾何学的性状をもつため、連続体を離散化するための誤差が、要素数を増加させることによる計算精度の向上を打ち消す可能性を有する。曲面要素を用いると、計算精度を低下させる幾何学的不適合（隣接要素間で共通の変位角あるいは指定された変位角をもたないこと）は避けることが可能である：したがって、円筒パネルを解析する場合、四角形円筒要素を用いることは変位関数の定め方によるが計算精度の低下の一因を減少させるという観点から有効である。

本論文の解析は四角形円筒要素を用いて行われた。四角形円筒要素を用いる場合の変位関数の定め方については、いままでいくつかの提案がなされている^{4)~10)}。

本論文では曲線ウェブプレート¹⁾の幾何学的非線形変形問題を扱っているが、荷重増分法を使用することを前提として、剛体変位の影響の評価に多少難点はあるが比較的単純な変位関数をもつ Brebbia and Connor⁴⁾の式を採用した。

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \dots\dots\dots (1 \cdot a)$$

$$v = \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy \dots\dots\dots (1 \cdot b)$$

$$w = \alpha_9 + \alpha_{10}x + \alpha_{11}y + \alpha_{12}x^2 + \alpha_{13}xy + \alpha_{14}y^2 + \alpha_{15}x^3 + \alpha_{16}x^2y + \alpha_{17}xy^2 + \alpha_{18}y^3 + \alpha_{19}x^3y + \alpha_{20}xy^3 \dots\dots\dots (1 \cdot c)$$

ここで、 u, v, w は 図-1 のように円筒パネルの母線方向に X 軸、円筒方向に Y 軸、面外方向に Z 軸をとったときの x, y, z 方向の変位であり、 x, y は X, Y 方向の座標値、 $\alpha_1 \sim \alpha_{20}$ は未定係数である。

解析は、一般的な有限要素解析手順に従っているので説明を省略するが、解析に際して仮定された事項を以下に記す。

- (a) パネルの形状は浅い円筒形である。
- (b) 円筒パネルの板厚は、パネルの代表寸法よりはるかに小さい。
- (c) 変形前に円筒パネルの中央面に垂直であったあらゆる直線は、変形後も直線に保たれかつ変形後の中央面に垂直である。
- (d) 円筒パネルの厚さ方向のせん断変形は考慮しない。
- (e) 材料の鋼材は等方性弾性材料とみなし、塑性の影響は考慮しない。ヤング率は $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ (205.8 MPa) とする。
- (f) 円筒パネルには残留応力等の初期応力および初期変形はないものとする。

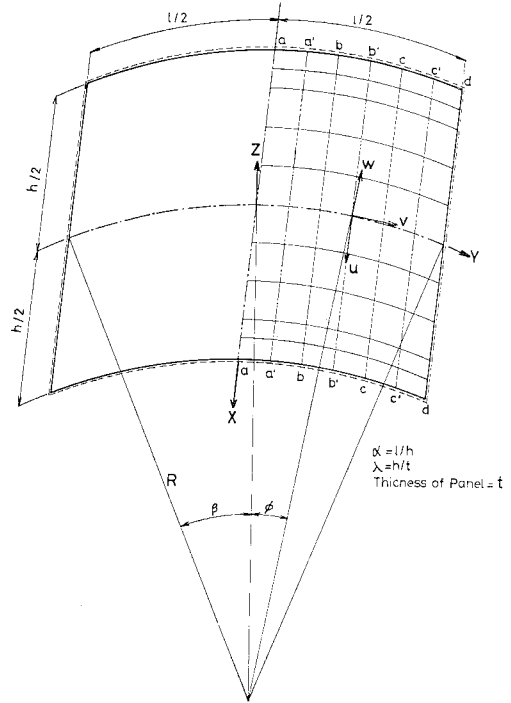


図-1 有限要素解析

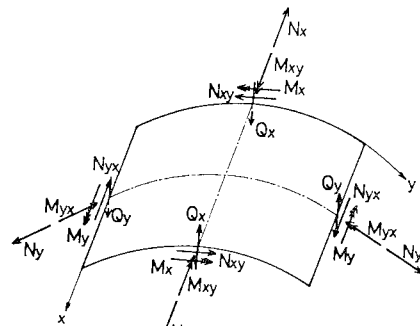


図-2 合応力と合モーメント

(g) 縁端部において中央面の接線方向に作用する外力の方向は一定とし、変形後も変わらない。

(h) 中央面に平行な変位 u, v は微小であり、ひずみと変形の関係では $\partial w / \partial x, \partial w / \partial y$ の 2 次項で表わされる非線形項だけを考慮する。

非線形つり合い方程式の解法は、荷重増分法と Newton-Raphson 法を組み合わせた方法を採用し、収束のための繰返しは不平衡力による変位変動が 3% 以下になる段階まで行った。

各要素に生ずる合応力と合モーメントを 図-2 に示す。

(2) 境界条件および強制変位

曲げを受ける曲面ウェブを解析する場合、上下フラン

ジと垂直補剛材に囲まれた部分を部分構造として取り上げることができる。この部分構造は円筒パネルとみなすことができるが、パネルの支持条件や荷重方法によって解析結果に差異が生ずる。したがって、適当な境界条件を選定することが重要であり、その選定のために次の4種の境界条件を設定して比較を行った。いずれの場合も荷重辺は可動ヒンジで支持され辺に沿う方向の変位 (u) と Y 軸回りの回転 ($\theta_X = \partial w / \partial x$) が拘束されていることおよび非荷重辺で X 軸回りの回転 ($\theta_Y = \partial w / \partial y$) が拘束されていることは共通である (図-3)。

造との適合条件を満足しない。この点を考慮して、荷重辺で分布荷重の代わりに辺の直線性を保持したまま曲げ変形に相当する強制変位を与えたものが Case-C である。この場合、面内曲げ応力分布において圧縮応力の総量が

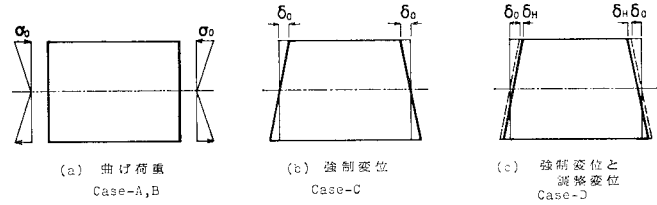


図-3 荷重と強制変位

- a) 非荷重辺をヒンジで支持し、荷重辺に曲げ応力分布に相当する分布荷重 (σ_0) を作用させたもの (Case-A)。
- b) a) の非荷重辺を可動ヒンジで支持したもの (Case-B)。
- c) b) の分布荷重の代わりに曲げ変形に相当する強制変位 (δ_0) を与えたもの (Case-C)。
- d) c) の曲げ応力分布の状態を改善するために、適当な面内軸方向強制変位 (Y 軸方向) (δ_H) を追加したもの (Case-D)。

Case-A~Case-D の比較を $h=120$ cm, $\alpha=1.0$, $t=0.5$ cm, $R=30$ m の場合について 図-4~6 に示す。図-4 はパネル中央部 (a-a 断面) の面外変位 (w) と面内垂直変位 (u) を比較したものである。Case-A では面外変位が小さく、その分布形も Case-B, C, D と大きく異なる。垂直方向変位を拘束しない Case-B, C, D では上下フランジの間隔が縮まり見かけ上の垂直圧縮ひずみが生じている。図-5 は a'-a' 断面の面内曲げ応力 σ_y の分布を示したものである。Case-A の分布はほぼ直線に近く線形解析の結果に近い。他の Case では圧縮縁での応力の増加が著しい。図-6 は荷重辺 (d-d 断面) での面内水平変位 (v) の分布を示している。Case-A, B の場合、荷重辺の直線性が失われており、部分構造における全体構

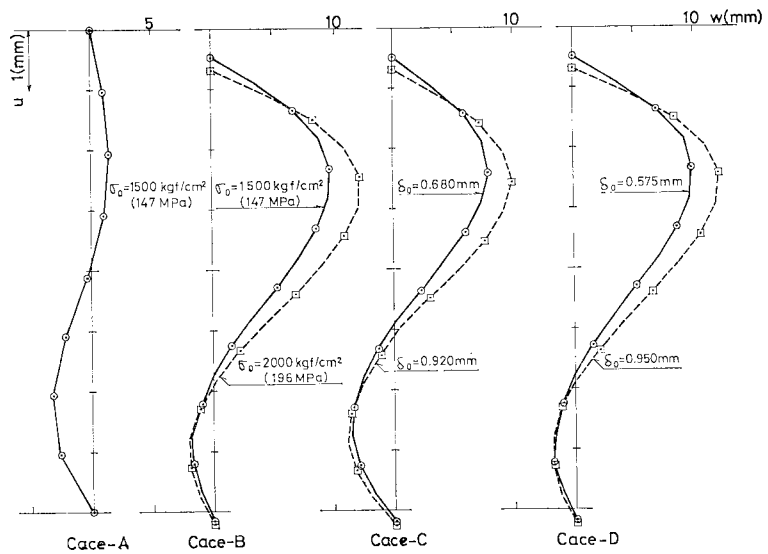


図-4 面外変位と面内垂直変位 ($h=1200$ mm, $\alpha=1.0$, $t=5$ mm, $R=30$ m)

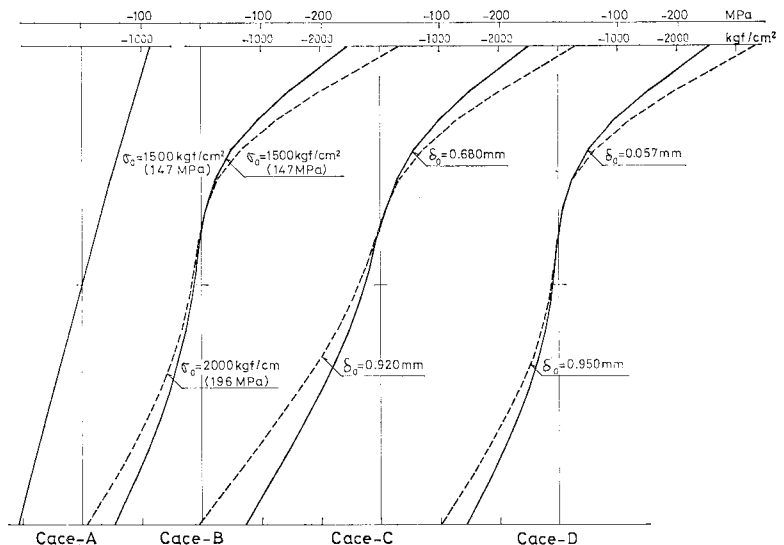


図-5 面内曲げ応力分布 ($h=1200$ mm, $\alpha=1.0$, $t=5$ mm, $R=30$ m)

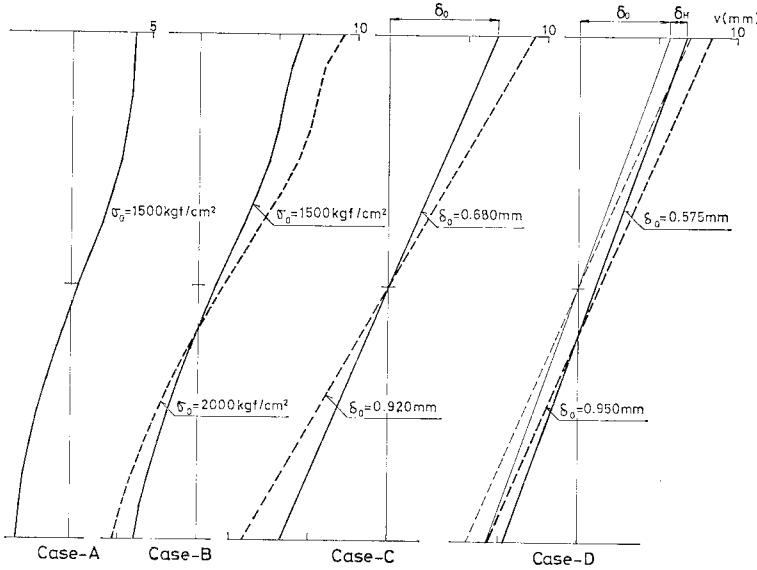


図-6 荷荷辺 (d-d 断面) の水平変位

引張応力のそれより小さくなり (図-5), 純曲げモーメントが作用している状態にならない。純曲げを作用させるためには引張応力を打ち消し圧縮応力を増加させる必要があり, このために断面の平面保持を保ちながら適当な水平方向圧縮変位 (δ_H) を加えたものが Case-D である。図-6 の Case-D において細線は δ_H を与えない Case-C と同様の状態を示している。

実際構造においては, 大きなフランジをもつボックス断面では Case-C の状態に近く, 付加される水平方向圧縮応力は上下フランジに負荷され, 圧縮縁では応力の増大を, 引張縁では応力の低下をきたす。したがって, ボックス断面などのフランジ応力の議論をするときは Case-C により計算し, この面内水平方向圧縮力の値の評価が必要となるものと思われる。小さなフランジをもつ断面では Case-D の状態に近いものと思われ, フランジによる圧縮応力の軽減を受けない Case-D の場合が曲げ作用を受けるウェブにとって厳しい状態になっているものと考えられる。表-1 に Case-C と Case-D の場合の圧縮応力の比較を示す。表中で $\epsilon_0 = 2 \delta_0 / l$ である。全圧縮応力ならびに圧縮縁応力度ともに Case-C は Case-D より 8~30% 小さく, 一般にその差は応力レベルが高くなるにつれて著しくなる。

本論文では特にことわらない限り Case-D の条件によって計算されたものを用いている。この場合, 曲げ応力分布を修正するための水平方向圧縮変位量が, 上下縁における曲げ強制変位量の 8% 以内になるまで繰り返して計算された。

(3) 分割数および精度

有限要素法により解析を行う場合, 計算精度を向上させるためにより小さな要素に分割することが望ましい。一方, 要素数は計算機の記憶容量と計算時間の制約を受け, ある限度内に押えられる。したがって, 解析の目的に応じて適当な分割法および分割数を選定し

なければならない。今回はウェブの面内曲げ応力分布形状の解析をおもな目的として, 図-7 のような分割を行い, 計算結果の比較を行った。パネルの境界条件は Case-B として非線形方程式の収束判定の精度を 0.5%

表-1 Case-C と Case-D における圧縮応力の比較

ϵ_0		$\alpha=0.667, t=8 \text{ mm}, R=30 \text{ m}$			$\alpha=1.0, t=5 \text{ mm}, R=60 \text{ m}$		
		Case-C	Case-D	C/D	Case-C	Case-D	C/D
0.001	$\Sigma \sigma$ (kgf (kN))	38 669 (379.0)	41 888 (410.5)	0.923	21 389 (209.6)	24 004 (235.2)	0.891
	σ_{c-max} (kgf/cm ² (MPa))	2 221 (217.7)	2 503 (245.3)	0.887	2 192 (214.8)	2 603 (255.1)	0.842
0.002	$\Sigma \sigma$ (kgf (kN))	64 703 (634.1)	72 663 (712.1)	0.890	35 032 (343.3)	45 120 (442.2)	0.776
	σ_{c-max} (kgf/cm ² (MPa))	4 676 (458.2)	5 613 (550.1)	0.833	4 219 (413.5)	5 154 (505.1)	0.819
0.003	$\Sigma \sigma$ (kgf (kN))	87 947 (861.9)	101 777 (997.4)	0.864	42 017 (411.8)	65 851 (645.3)	0.638
	σ_{c-max} (kgf/cm ² (MPa))	7 081 (693.9)	8 673 (850.0)	0.816	6 746 (661.1)	7 729 (757.4)	0.873
0.004	$\Sigma \sigma$ (kgf (kN))	110 146 (1 079.4)	130 121 (1 275.2)	0.846			
	σ_{c-max} (kgf/cm ² (MPa))	9 380 (919.2)	11 597 (1 136.5)	0.809			

$h=1 200 \text{ mm}$

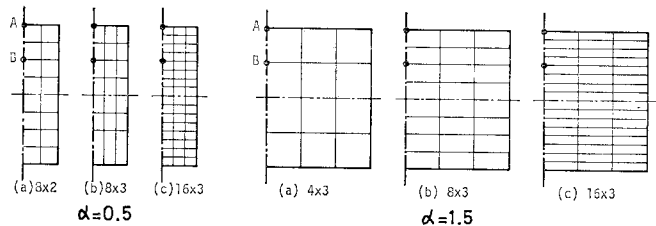


図-7 有限要素分割

表-2 有限要素分割による精度の比較, その 1

			(a)	(b)	(c)	(a)/(c)	(b)/(c)
			16(8×2)	24(8×3)	48(16×3)		
$\sigma_0=700 \text{ kgf/cm}^2$ (68.6 MPa)	A	$u \text{ mm}$	-0.003 07	-0.026 14	-0.025 68	0.120	0.990
		$F_z \text{ kgf (N)}$	-24.335 (-238.4)	-24.921 (-244.2)	-24.678 (-241.8)	0.986	1.010
	B	$u \text{ mm}$	-0.016 01	-0.027 52	-0.027 48	0.583	1.003
		$w \text{ mm}$	2.916	3.769	3.766	0.774	1.001

$h=1200 \text{ mm}, R=30 \text{ m}, t=5 \text{ mm}, \alpha=0.5$

表-3 有限要素分割による精度の比較, その 2

			(a)	(b)	(c)	(a)/(c)	(b)/(c)
			12(4×3)	24(8×3)	48(16×3)		
$\sigma_0=900 \text{ kgf/cm}^2$ (88.2 MPa)	A	$u \text{ mm}$	-0.365 1	-0.399 4	-0.415 8	0.878	0.961
		$F_z \text{ kgf (N)}$	-46.506 (-455.8)	-46.342 (-454.2)	-46.653 (-457.2)	0.997	0.993
	B	$u \text{ mm}$	-0.361 1	-0.380 7	-0.389 0	0.928	0.979
		$w \text{ mm}$	4.161	4.926	5.302	0.785	0.929
$\sigma_0=2600 \text{ kgf/cm}^2$ (254.8 MPa)	A	$u \text{ mm}$	-1.089 2	—	-1.544 2	0.705	—
		$F_z \text{ kgf (kN)}$	-176.52 (-1.730)	—	-180.36 (-1.768)	0.987	—
	B	$u \text{ mm}$	-1.019 6	—	-1.206 5	0.845	—
		$w \text{ mm}$	9.603	—	14.907	0.644	—

$h=1200 \text{ mm}, R=30 \text{ m}, t=5 \text{ mm}, \alpha=1.5$

とした。表-2, 3 は節点 A および B での面内垂直変位 (u), 面外方向反力 (F_z) および面外変位 (w) の精度の比較を示している。一般的に、変位成分についてはばらつきがみられるが、反力については3% 以内の変動に納まっている。水平方向の分割数が少ない場合、垂直変位の値は大きく異なる(表-2 (a))。表-2, 3 において(b) と (c) との差は変位で7%, 反力で1% 以内であり、16×3 分割で一応の目的は達せられると思われる。

(4) パラメーター

解析は対称性を考慮してパネルの半分について行われている。計算対象の部分を16 (X 方向)×3 (Y 方向) の48 要素に分割したものが基本的なモデルである。

パラメーターは縦横比 α , 幅厚比 λ および曲率半径 R とし、それぞれ次の範囲で変化させた。

- $\alpha: 0.5, 0.667, 1.0, 1.2, 1.5$
- $\lambda: 240, 150, 120, 100$
- $R: 30 \text{ m}, 60 \text{ m}, 120 \text{ m}$

3. 解析結果およびその考察

(1) 面内曲げ応力度分布および有効断面

プレートガーダーの圧縮フランジの曲げ座屈時に考慮されるウェブの有効断面は、鋼材の塑性化に伴う応力の再配分などの降伏後の塑性挙動が幾何学的非線形性と関係して決定される面内曲げ応力の分布性状に左右されるものであり、さらにフランジのウェブに対する拘束度についてもその影響が考慮されなければならない。しかしながら、本論文のように現象を単純化した弾性解析においても有効幅の減少が明らかに認められるので考察する。この場合はフランジのねじり拘束を無視した場合に相当する。

図-8 は $\lambda=240, R=30 \text{ m}$ の場合の $a'-a'$ 断面の曲げ応力度の分布を縦横比ごとに示したものである。縦軸に断面の高さを、横軸に応力度をとり、曲げ荷重に相当する強制変位を与えた場合の y 軸方向縁ひずみ $\epsilon_0=2 \delta_0/l$ をパラメーターとして表示した。図中細線はそれぞれ線形解析による分布を示す。

本論文のように載荷辺を単純支持と仮定した場合、 α が小さいほど、また ϵ_0 が大きいほど、圧縮縁応力度

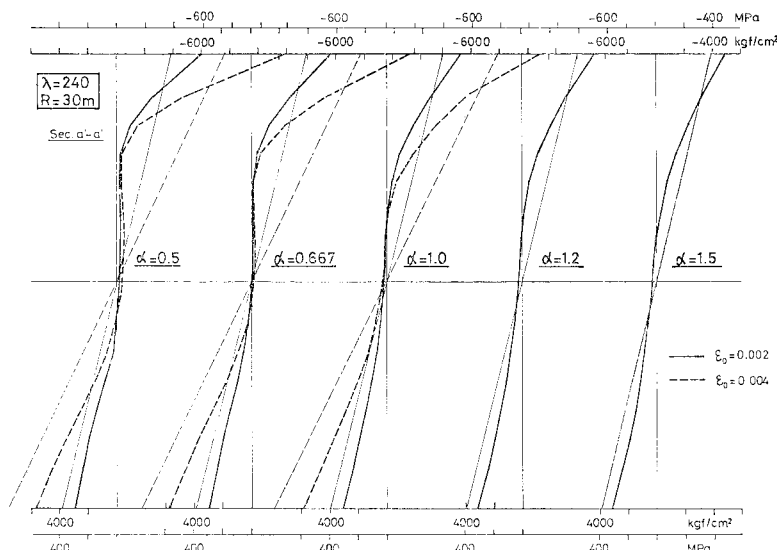


図-8 面内曲げ応力度分布 ($a'-a'$ 断面) ($\lambda=240, R=30 \text{ m}$)

($\sigma_{c,max}$) が大きくなり、圧縮応力が圧縮縁付近に集中し直線分布と大きな違いを示す傾向があるが、引張応力度分布性状は α および ε_0 について大きな差は認められない。また圧縮応力についても α が 1.0 以上の領域では大きな差は認められない。 $\sigma_{c,max}$ の大きさは α が 0.667 以下の場合パネル中央付近の a'-a' 断面で最も大きく、 α が 1.0 以上ではパネル長の 1/4 点 (b'-b' 断面) で大きくなる。これは面外変位の Y 軸方向分布差によるもので、 α が大きくなるにつれて面外変位の y 軸方向分布における最大値が生ずる点がパネル中央部から載荷辺の方へ移動するのに対応している。

曲げ応力度分布において、中立軸の位置は α が 0.5 で引張側に偏っていたものが、0.667 の場合にほぼ中央に位置し、 α が大きくなるにつれて圧縮側へ移動する。

面内曲げ応力度分布は応力レベルの比較的低い部分から直線分布の形を失い、圧縮応力分布は圧縮縁に偏ってくる。この偏り方は応力レベルの増加とともに著しくなり、 α が小さいほど、 R が小さいほどまた λ が大きいほど顕著である。以上のような傾向は計算したすべての範

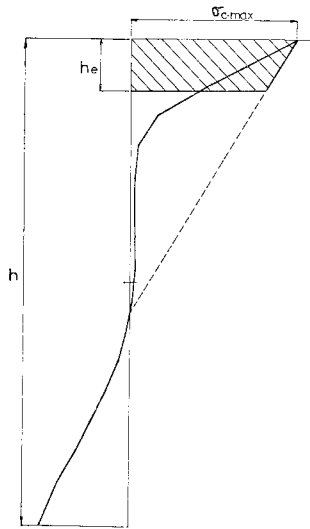


図-9 有効断面

囲に共通し、他のパラメーターが変化してもこの傾向は変わらない。

圧縮応力の偏り方を評価するために、図-9 のように圧縮縁応力と中立軸を直線で結んだ分布を考え、中立軸に関して全圧縮応力をもつモーメントと同等のモーメントを与える断面 h_e を有効断面と定義する。図-10, 11 は a'-a' 断面における有効断面と圧縮縁応力度との関係を示す。縦軸は有効断面をパネル高 h で無次元化した h_e/h で表示している。

図-10 は α が 0.667 の場合について、 λ および R をパラメーターとして表示したものである。同一の R についてみると、 λ による影響が著しく λ が大きいほど h_e/h が小さくなる。図の曲線のうち、 $\lambda=100$ で $R=60$ m および 120 m の線が応力レベルの低い領域で h_e/h が発散する傾向を示すが、これは曲げ応力の分布形によるものである。すなわち、一般の場合、曲げ応力分布は線形分布に対して凹形の分布をなすが、板厚が大きく半径が大きい場合、応力レベルの低い領域では線形分布に対して凸形の分布をすることによる。同一の λ の場合、 R が小さいほど h_e/h が小さくなる。また、すべての λ について R が 120 m と 60 m との差が 60 m と 30 m との差より小さいことは、直線パネル ($R=\infty$) の場合には h_e/h の限界値が存在することを示唆していると思われる。これらの傾向は他の縦横比の場合にも一般的に認められるものである。

図-11 は λ が 240 の場合の α の影響を示したものである。図の縦軸は図-10 より拡大されているが、 α が小さいほど h_e/h が小さく、 α の影響は R より大きく、 λ よりはるかに小さい。この傾向もまた他の幅厚比についても一般的に認められる。

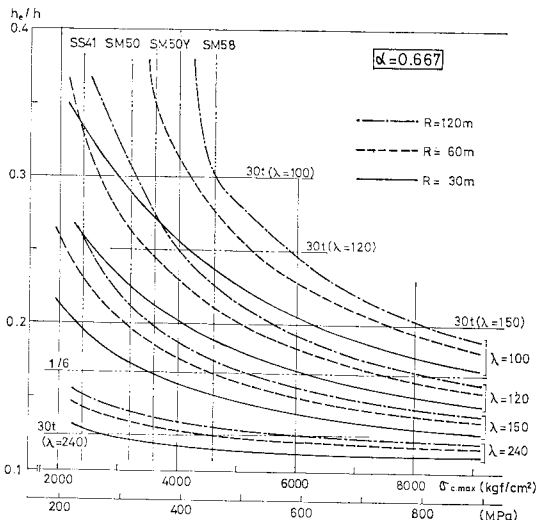


図-10 有効断面と圧縮縁応力度の関係 (a'-a' 断面), その 1 ($\alpha=0.667$)

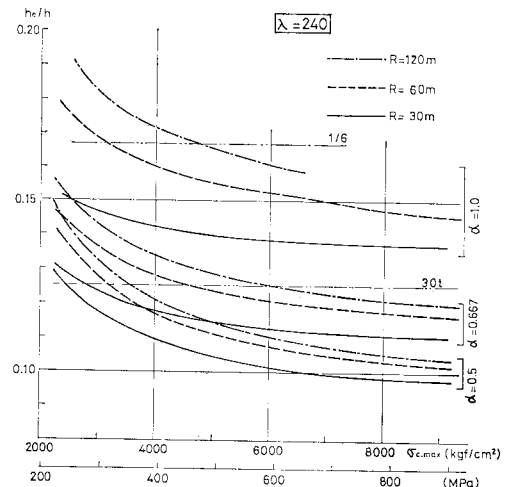


図-11 有効断面と圧縮縁応力度の関係 (a'-a' 断面), その 2 ($\lambda=240$)

直線パネルの場合、有効断面は $30t$ (t はパネル厚) が提案されている。これらの線を 図-10, 11 に細線で示す。図中に有効断面を $h/6$ とした場合も記入されている。図示された応力レベルの範囲で考察すると次のことがいえる。

ウェブプレートのみで考えると有効断面を $30t$ とした場合には、 $\alpha=0.667$, $R=30\text{ m}$ の場合には $\lambda=100$ で $3\,000\text{ kgf/cm}^2$ (294 MPa), $\lambda=120$ で $2\,600\text{ kgf/cm}^2$ (255 MPa), $\lambda=150$ で $2\,300\text{ kgf/cm}^2$ (225 MPa), $\lambda=240$ で $2\,700\text{ kgf/cm}^2$ (265 MPa) を超える応力レベルでは危険側となる。また有効断面を $h/6$ とすると、 $\alpha=0.667$ の場合で有効断面の小さい $R=30\text{ m}$ について考えると、 $\lambda=100$ では安全側に入るが、 $\lambda=120$ で $6\,150\text{ kgf/cm}^2$ (603 MPa), $\lambda=150$ で $3\,600\text{ kgf/cm}^2$ (353 MPa) 以上の応力レベルで危険側に入る。 $\lambda=240$ では α が 1.0 以上、 R が 60 m 以上でかつ応力レベルの低い一部を除いてすべての領域で危険側の評価となる。

表-4 は解析結果から得られた各種鋼材の降伏点応力における有効断面 h_e/h を示す。

以上のように有効断面は幅厚比、応力レベル、縦横比、曲率半径等のすべてのパラメーターの影響を受け一定の値を与えることは困難である。特に本論文の境界条件で垂直補剛材間隔を小さくしてパネルの縦横比を小さくする場合には、有効断面が減少することを考慮しなければならない。また有効断面を予測する場合は上記 4 つのパラメーターの関数となることを考慮に入れる必要がある。

(2) 曲げ有限変形に伴う円周方向面内調整圧縮力

2.(2) で述べたように、側辺に曲げ強制変位を与えたのみでは、曲げ応力分布が純曲げモーメント状態にならず軸力成分が残る。曲げモーメントのみが作用している状態をつくるためには円周方向の圧縮変位を与える必要がある。

表-4 鋼材の降伏点応力における有効断面 (h_e/h)

	σ_y	R (m)	$\lambda=240$	$\lambda=150$	$\lambda=120$	$\lambda=100$
SS 41	2 400 kgf/cm ² (235.3 MPa)	30	0.124	0.195	0.257	0.334
		60	0.142	0.230	0.328	—
		120	0.151	0.256	—	—
SM 50	3 200 kgf/cm ² (313.6 MPa)	30	0.121	0.173	0.224	0.289
		60	0.133	0.195	0.261	0.306
		120	0.140	0.211	—	—
SM 50 Y SM 53 SMA 50	3 600 kgf/cm ² (352.9 MPa)	30	0.119	0.165	0.212	0.189
		60	0.130	0.185	0.245	0.211
		120	0.136	0.198	0.274	0.226
SM 58 SMA 58	4 600 kgf/cm ² (451.0 MPa)	30	0.115	0.151	0.189	0.237
		60	0.124	0.161	0.211	0.277
		120	0.130	0.175	0.226	0.301

$\alpha=0.667$

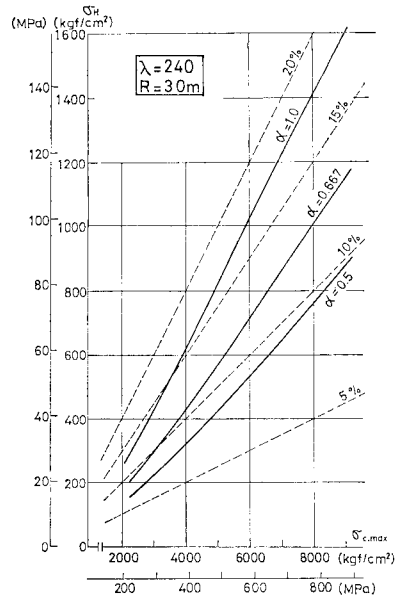


図-12 面内調整圧縮応力度と圧縮縁応力度の関係。その 1 ($\lambda=240$, $R=30\text{ m}$)

載荷辺における修正変位を δ_H とすれば、見かけ上 $\epsilon_H = \delta_H / (l/2)$ の水平ひずみおよび $\sigma_H = E \cdot \epsilon_H$ の応力が与えられたことになる。以下の図においては縦軸に修正軸応力 σ_H を、横軸に圧縮縁応力度 $\sigma_{c,max}$ をとり表示する。

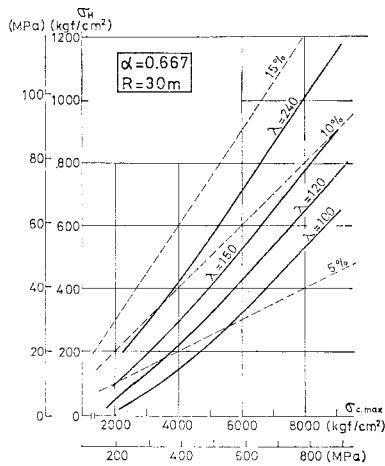
σ_H に対する α の影響を示すために $\lambda=240$, $R=30\text{ m}$ の場合の $\sigma_H - \sigma_{c,max}$ 曲線を例として 図-12 に示す。 α が 0.5 および 0.667 の場合での低い応力レベルの部分を除いて σ_H と $\sigma_{c,max}$ はほぼ直線関係にあり、 α が大きいほど σ_H の増加率は大きい。図の細い破線は σ_H が $\sigma_{c,max}$ の 5%, 10%, 15% および 20% になる線を表わしている。 $\sigma_{c,max}$ が $8\,000\text{ kgf/cm}^2$ (784 MPa) の場合には σ_H は $\sigma_{c,max}$ の 9.5% ($\alpha=0.5$ の場合) から 17.3% ($\alpha=1.0$ の場合) に達し、 $\sigma_{c,max}$ が $4\,000\text{ kgf/cm}^2$ (392 MPa) の場合でもそれぞれ 8%, 15.5% の値になり、応力レベルが高くなるほど σ_H の $\sigma_{c,max}$ に対する比は大きくなる。

σ_H に対する λ の影響の例として、 $\alpha=0.667$, $R=30\text{ m}$ の場合を 図-13 に示す。 λ が小さくなると σ_H の $\sigma_{c,max}$ に対する比は減少し、 $\sigma_{c,max}$ が $8\,000\text{ kgf/cm}^2$ (784 MPa) の場合、 $\lambda=240$ で 12.5% から $\lambda=100$ の場合の 6.6% まで、 $\sigma_{c,max}$ が $4\,000\text{ kgf/cm}^2$ (392 MPa) では 10.5% ($\lambda=240$) から 3.4% ($\lambda=100$) まで減少する。

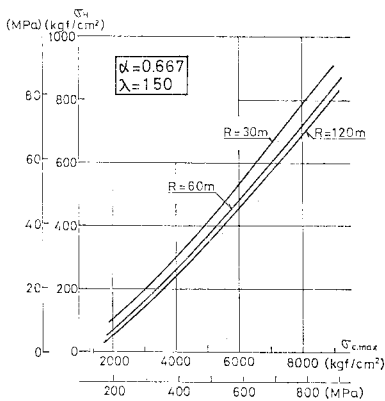
図-14 は σ_H に対する R の影響を $\alpha=0.667$, $\lambda=150$ を例として示したものである。 R が大きいほど σ_H が小さくなるがその影響は比較的小さい。

以上に述べられた α , λ および R の影響は解析した

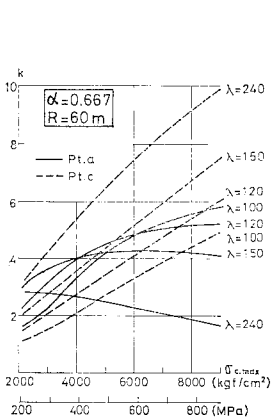
すべての範囲について一般的に認められることで、 σ_H については α の影響が大きく R の影響は比較的小さいといえる。



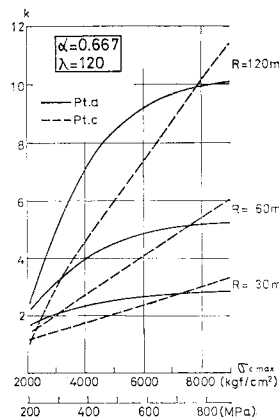
図—13 面内調整圧縮応力度と圧縮縁応力度の関係，その 2 ($\alpha=0.667, R=30\text{ m}$)



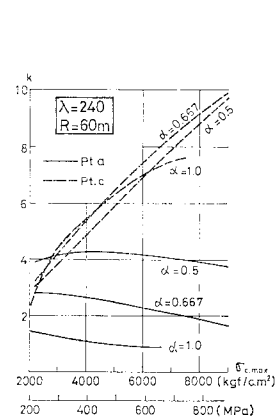
図—14 面内調整圧縮応力度と圧縮縁応力度の関係，その 3 ($\alpha=0.667, \lambda=150$)



図—15 面外方向せん断力と圧縮縁応力度の関係，その 1 ($\alpha=0.667, R=60\text{ m}$)



図—16 面外方向せん断力と圧縮縁応力度の関係，その 2 ($\alpha=0.667, \lambda=120$)



図—17 面外方向せん断力と圧縮縁応力度の関係，その 3 ($\lambda=240, R=60\text{ m}$)

(3) 圧縮縁における面外方向せん断応力

曲線ウェブが曲げを受けると、圧縮縁では曲率半径の外側に、引張縁では内側に変形しようとする。プレートガーダーにおいてはこの変形がフランジによって拘束され、フランジとウェブの接合部に反力を生じることになる。この反力を面外方向せん断力とよぶと、この応力は圧縮縁で引張縁におけるよりも大きく表われ、しかも圧縮フランジの水平座屈を助長する成分となる。

図—15~17 は圧縮縁の a 点および c 点における面外方向せん断力と圧縮縁応力度の関係を示したものである。b 点においてはほぼ a 点、c 点の中間の値を示す。圧縮縁の要素節点における面外方向反力 (F_z) を単位長さ当たりのせん断応力 (τ_r) におし、さらに単純曲線ばかりが曲げを受けたときにはりの上下縁に生ずる面外力を式 (2) の一次理論によって求めた値 (τ_0) との比 $k = \tau_r / \tau_0$ を縦軸とっている。

$$\tau_0 = H/R = M/h/R \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

M : はりに作用する曲げモーメント

h : はりの高さ

R : はりの曲率半径

H : はり圧縮縁に作用する水平方向圧縮力

図—15 は $\alpha=0.667, R=60\text{ m}$ の場合を例として k に対する λ の影響を示したものである。応力レベルが低い領域 ($\sigma_{c,max}=2000\text{ kgf/cm}^2$ (196 MPa) 付近) ではせん断力 k は 1~3 程度でパネル全体にわたり比較的均一に近い分布を示す。 $\lambda=240$ の場合、 k は応力レベルの増加に伴って、c 点のみが増加して a 点では減少するので、せん断力は c 点に強く分布することになる。 λ が小さいほど、a, c 2 点間における k の増加の様子に差がなくなり、せん断力はパネル全体にほぼ均一分

布する。 $\sigma_{c,max}=4000 \text{ kgf/cm}^2$ (392 MPa) と 8000 kgf/cm^2 (784 MPa) における k の値は λ の大きい順にそれぞれ 5.6 (c 点), 4.0, 3.9, 3.3 (各 a 点) および 9.2, 6.7, 5.4 (各 c 点), 5.6 (a 点) となり, $\lambda=240$ の場合には $\lambda=100$ の場合の 1.7~1.64 倍になる。

図-16 は k に対する R の影響の例を示したものである。 R が大きいほど k の値は大きく, $\sigma_{c,max}=8000 \text{ kgf/cm}^2$ (784 MPa) で $R=120 \text{ m}$ の場合約 10, 60 m の場合約 5, 30 m の場合約 3 程度の値となり $R=120 \text{ m}$ の場合には 30 m の場合の 3 倍以上になる。しかし一次理論による値 τ_0 は半径に逆比例して小さくなるため, せん断力の絶対値は R によって大きな差は生じない。

図-17 に $\lambda=240, R=60 \text{ m}$ の場合を示す。 c 点の k の値は α によってほとんど変化しない。 a 点では α の影響を受けるが, その値は c 点に比較して小さく設計上の問題は少ない。

以上に述べられた各パラメーターの影響は, 例として図示された場合に限らず, 解析範囲全体について一般的に認められる傾向である。 面外方向せん断力の平均値は R によって定まり, パネルにおける分布の様子は λ によって定められる傾向があり, α の影響は少ない。 本論文による解析結果はいずれも一次理論による値を上回り, 一次理論によって計算した場合, 特に曲率半径の大きい場合にはせん断力を 1/10 位に過少評価する危険がある。 一般的に 1.0 以上の縦横比を用いる場合にはフランジの水平座屈に対して, せん断力がパネル中央あるいはパネル全体に均一に分布する場合, すなわち幅厚比が小さい場合には十分に検討することが必要である。

(4) 垂直方向変位

円筒パネルは曲げを受けて垂直方向に変位するが, 圧縮縁の変位量が引張縁のそれより大きいので, パネルは見かけ上, 上下フランジ間隔が縮まったような状態となる。 この変形はフランジも含めた断面の曲げ抵抗力を減少させるとともに, フランジのいわゆる垂直座屈にも影響を与える。 見かけ上の垂直ひずみを $\epsilon_u = (u_c - u_t)/h$ で定義する。ここに,

u_c : パネル中央線上の圧縮縁の垂直方向変位

u_t : パネル中央線上の引張縁の垂直方向変位

h : パネルの高さ

図-18 はひずみ ϵ_u と圧縮縁応力度 $\sigma_{c,max}$ の関係を表わしたものである。 $\lambda=150, 120$ の場合については $R=30 \text{ m}$ のみを表示するが, R に関して $\lambda=240$ と 100 の中間の性質を示す。 ϵ_u はほぼ λ のみ依存し λ が小さいほど ϵ_u が小さくなるが, 面外たわみの影響を受けて単純な関係にはならない。 λ が 120 より小さい場合には R が小さいほど ϵ_u が大きく, λ が 150 より大

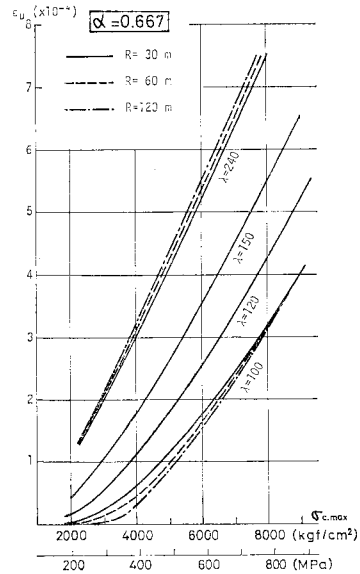


図-18 面内垂直ひずみと圧縮縁応力度の関係 ($\alpha=0.667$)

きい場合には R が大きいほど ϵ_u が大きくなるがその影響は小さい。また図は省略するが α が小さいほど ϵ_u が小さくなる傾向があるが, α の値が大きな影響を与えることはない。しかしフランジの垂直座屈を論じる場合には, さらにウェブプレートのこういった垂直方向変位とともに垂直方向ばね定数の検討が必要となろう。

(5) ウェブと圧縮フランジ接合部に生ずる拘束モーメント

直線プレートガーダーに繰返し曲げモーメントを作用させた場合, 圧縮フランジとウェブの接合部の隅肉溶接部に亀裂が発生することが報告されている¹¹⁾。これは接合部に発生する拘束モーメント (m_r) が繰返し作用することによる疲労に起因するものと思われるが, 曲線プレートガーダーの場合には, より大きなモーメントが生ずる。このモーメントの大きさは動的には振動倍率や構造の減衰率によるが, 静的にはフランジのウェブに対する拘束の割合によって, 大きさが左右されるものであり, フランジがウェブの面外変位を完全に拘束するとき最大値になることは明らかである。この状態は本論文で解析の対象となっているパネルの非載荷辺の単純支持を回転に関して固定とすることで得られる。以下の図において圧縮縁方向の単位長さ当たりの拘束モーメントを縦軸にとっている。図では a 点, c 点のみを示すが, b 点では両者のほぼ中間位の性質を示す。

図-19 は $\alpha=0.667, R=60 \text{ m}$ の場合の m_r と $\sigma_{c,max}$ の関係を示す。 m_r の分布は $\lambda=240$ の場合, c 点に大きく現われるがその値は応力レベルが高くなってあまり増加しない。また a 点の m_r は応力レベルが高くなる

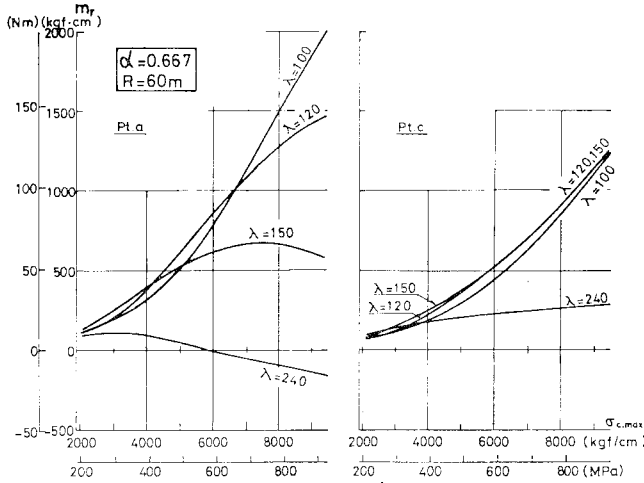


図-19 圧縮フランジとウェブ接合部の拘束モーメントと圧縮縁応力度の関係、その 1 ($\alpha=0.667, R=60\text{m}$)

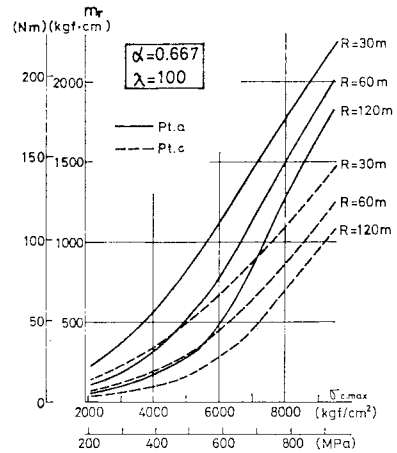


図-20 圧縮フランジとウェブ接合部の拘束モーメントと圧縮縁応力度の関係、その 2 ($\alpha=0.667, \lambda=100$)

につれて減少し、6000 kgf/cm² (588 MPa) 以上では負の値をとる。λ が 150 以上の場合、c 点の m_r は応力レベルが高くなるにつれて大きくなり λ の値によらずほぼ同一の値をとる。a 点の m_r は応力レベルの低い領域では λ によらずほぼ同一の値になるが、応力レベルが高くなるにつれて差が出る。λ=150 では a 点の m_r は 7500 kgf/cm² (735 MPa) で最大に達したのち減少するので 6800 kgf/cm² (667 MPa) 以上の応力レベルでは c 点の方が大きくなる。λ=120 の場合には a 点、c 点ともに同様の増加を示すのでパネル全体にほぼ均一に分布する。λ=100 の場合には a 点の m_r が大きく応力レベルが高くなるにつれて a、c 間の値の差は大きくなる。

パネルに分布する m_r の最大値は応力レベルが 4000 kgf/cm² (392 MPa) のとき 180 kgf·cm (17.6 Nm) [λ=240] および 300~400 kgf·cm (29.4~39.2 Nm) [λ=150, 120, 100] と大差ない値を示すが、8000 kgf/cm² (784 MPa) のレベルではそれぞれ 260 kgf·cm (25.5 Nm) [λ=240], 670 kgf·cm (65.7 Nm) [λ=150], 1270 kgf·cm (125 Nm) [λ=120] および 1500 kgf·cm (147 Nm) [λ=100] となり、 m_r は λ=100 の場合に λ=240 の場合の 6 倍近い値になる。

図-20 は m_r に関する R の影響を α=0.667, λ=100 を例として示したものである。R が小さいほど m_r は大きくなり応力レベルが 5000 kgf/cm² (490 MPa) 付近では R=30 m の場合に R=120 m の場合の 3 倍になる。

4. 結 論

本論文ではプレートガーダーのウェブプレートのみを取り出して、曲げ作用を受ける場合を対象として論じたが、実際の設計にあたってはフランジとの連成効果やウ

ェブの耐荷力を向上させるための垂直および水平補剛材の配置およびその必要剛度などの検討が必要である。同様にウェブのせん断力に対する挙動や補剛効果も明らかにされなければならない。また桁の最終耐力を論ずる場合には材料の弾塑性をも考慮した解析が要求されよう。

しかし本論文で行ったように、ウェブプレートのみを取り出して、これを円筒パネルとみなして四角形円筒要素を用いた有限要素法による有限変形解析を行った結果、仮定された境界条件とパラメーター範囲では、以下の結論を得た。

(1) ウェブを部分構造として取り出して曲げに対する挙動を解析する場合、全体構造との適合性を満足させるためには曲げ強制変形を与える必要がある。

(2) (1) の場合、パネルの面内曲げ応力分布形は純曲げモーメントの状態とはならず引張応力が軸力成分として残る。したがって、この軸力成分を打ち消すためには面内一様圧縮変位を与えなければならない。

(3) 面内曲げ圧縮応力はウェブの圧縮縁近傍に集中的に生じ、この偏り方は応力レベルが高いほど著しい。この傾向は縦横比が小さいほど、曲率半径が小さいほどまた幅厚比が大きいほど顕著である。

(4) (3) の結果として曲げ圧縮応力に関する有効断面 (h_e/h) の大きさは、幅厚比の影響を最も強く受け幅厚比が大きいほど小さくなる。また縦横比が小さいほどあるいは曲率半径が小さいほど小さくなるが後者の影響は前者の影響より小さい。有効断面を板厚の 30 倍と評価することは、線形座屈解析で縁応力を降伏応力と一致させたときに得られる幅厚比を用いる場合には危険側となる場合があり、有効断面をウェブ高の 1/6 と評価する方が解析結果を説明しやすい。

(5) 面内曲げ応力分布を修正するための軸方向圧縮

応力は、縦横比と幅厚比の影響が大きく、いずれもその値が大きいほど修正応力が大きくなり、圧縮縁応力度の17%を超える場合もある。この修正応力は曲率半径によっては大きな影響を受けない。

(6) 圧縮縁に生ずる水平面外方向せん断力分布は幅厚比の影響を強く受け、幅厚比が小さいほどパネル中央部分に強く分布する。このせん断力は設計上では縦横比や曲率半径の影響は少ないが、一次理論で評価することは1/10位の過少評価となることがあり危険である。

(7) パネル中央部における見かけ上の垂直ひずみは、ほとんど幅厚比のみによって決定され、縦横比や曲率半径には鈍感である。このひずみは幅厚比が大きいほど大きくなる。

(8) 圧縮フランジとウェブの接合部に生ずる拘束モーメントは幅厚比によって、また曲率半径によって数倍になる場合がある。両者ともその値が小さいほど拘束モーメントは大きくなる。

5. あとがき

本論文は元東北大学大学院学生 岡部安水君により始められたものであり、同君の努力に感謝したい。また本研究の一部は文部省科学研究費の補助を受けた。数値計算には東北大学大型計算機センターのACOS・NEAC-700、同じくACOS・NEAC-900ならびに東北学院大学計算センターのFACOM・M140-Fを用いた。

参 考 文 献

- 1) Basler, K. and B. Thürlimann : Strength of plate girders in bending, Proc. of ASCE, ST 6, pp. 153~181, Aug., 1961.
- 2) 森沢・三上 : 円周方向引張力を受ける曲りばり円筒フラ

ンジの非線形挙動, 土木学会第34回年次学術講演会講演概要集, I-108, pp. 214~215, 1979, ほか.

- 3) 大塚・吉村・片桐 : 有限帯板法による曲線 I 桁の弾塑性座屈強度解析, 土木学会第34回年次学術講演会講演概要集, I-125, pp. 248~249, 1979.
- 4) Brebbia, C. and J. Connor : Geometrically nonlinear finite-element analysis, Proc. of ASCE, 95, EM 2, pp. 463~483, April, 1967.
- 5) Gallagher, R.H. : The Development and Evaluation of Matrix Methods for Thin shell Structural Analysis, Ph.D. thesis, State Univ. of New York, Buffalo, New York, 1966.
- 6) Bogner, F.K. et al. : A cylindrical shell discrete element; AIAA Jour., Vol. 5, No. 4, pp. 745~750, 1967.
- 7) Cantin, G. and R.W. Clough : A curved cylindrical-shell, finite element, AIAA Jour., Vol. 6, No. 6, pp. 1057~1062, 1968.
- 8) Sabir, A.B. and A.C. Lock : A curved cylindrical shell, finite element, Int. Jour. Mech. Sci., Vol. 14, pp. 125~135, 1972.
- 9) Ashwell, D.G. and A.B. Sabir : A new cylindrical shell finite element based on simple independent strain functions, Int. J. Mech. Sci., Vol. 14, pp. 171~183, 1972.
- 10) Megård, G. : Planar and curved shell elements, Finite Element Methods in Stress Analysis, ed. Holand, I. & K. Bell, pp. 287~312, TAPIR, 1969.
- 11) 大倉・前田 : 薄肉プレート・ガーダーのウェブ周辺溶接部の疲労に関する研究, 土木学会第34回年次学術講演会講演概要集, I-49, pp. 97~98, 1979, ほか一連の研究.
- 12) Ashwell, D.G. and R.H. Gallagher (editors) : Finite Elements for Thin Shells & Curved Members, John Wiley & Sons, 1976.
- 13) 川股重也 : コンピュータによる構造工学講座 II-6-A シェル構造解析, 培風館, 1974.
- 14) 樋渡・倉西 : 曲線橋のウェブ応力について, 土木学会第33回年次学術講演会講演概要集, I-51, pp. 99~100, 1978.
- 15) 樋渡・倉西 : 曲げを受ける円筒シェルの応力, 土木学会第34回年次学術講演会講演概要集, I-106, pp. 210~211, 1979.

(1980.7.16・受付)