

多軸応力下のコンクリートならびにモルタルの 破壊条件と非線形構造解析へのその適用

FAILURE CRITERION OF CONCRETE AND MORTAR UNDER MULTIAXIAL STRESSES AND ITS APPLICATION TO NONLINEAR STRUCTURAL ANALYSIS

平本 誠*・蛭間 享一**・黒岩 眞彦***・色部 誠****

By Makoto HIRAMOTO, Kyoichi HIRUMA,
Masahiko KUROIWA and Makoto IROBE

1. ま え が き

コンクリート構造物の安全性を論ずる際、多軸応力状態のもとでのコンクリートの強度が問題とされるようになったのは比較的新しいことである。これは、アーチダムの発展とプレストレストコンクリート構造物の普及とが契機となっている。特にアーチダムの場合、しばしば、上流面着岩部には引張を伴う三軸応力状態を、また上流面アーチクラウンには高い圧縮応力を伴う三軸圧縮状態を生ずることが、応力計算や模型実験によって認められ、それに対処するためのアーチの形状と並んで、コンクリートの強度^{1)~6)}に重大な関心が払われた時期がある。1960 年以降、原子炉周辺構造物である圧力容器や格納容器にプレストレストコンクリートの応用が目されるようになってからは、これらのコンクリート構造物の挙動の予測や終局荷重の推定の必要から、コンクリートのクリープ特性⁷⁾ならびに多軸強度^{8)~12)}の研究が急速に展開した。

三軸応力状態を呈するコンクリート構造物のクラックを考慮した非線形構造解析を行うには、コンクリートの破壊条件の一般化、別の言葉でいえば、破壊曲面の解析的表示が前提となる。上にあげた数々の研究はその基礎となるものであって、それらの報告のなかに一般化された破壊条件の提案がいくつかみられる。一方、コンクリート構造物の非線形構造解析を扱った研究^{13)~20)}のなかにも、それぞれ特徴をもった提案がなされている。それ

らの提案の間には類似点もあり、相違点もあって、現在なお模索の段階にあるといえる。

本研究は、1977 年の発表²¹⁾を基礎とし、以来内容的に追加検討^{22)~24)}の加えられてきたものである。当時は引張、圧縮の全応力領域にわたる一般化されたコンクリートの多軸強度に関して客観性のあるものとしては、文献 12) の中にみられるものに過ぎなかった。文献 21) では、1974 年に発表された Argyris¹⁸⁾ らの提案を補足改良したモルタルならびにコンクリートの一般的な破壊条件が示されているが、以後一貫して著者らはその提案式に依拠してきた。本研究は、1977 年以降の検討結果をまとめたものであり、実験と数値解析との比較による提案式の有効性の報告とあわせて、鉄筋コンクリート柱の強度の比較解析をも示すものである。

論文は 2 つの部分からなる。前半では破壊条件を論じている。すなわち、2. において多軸応力状態のもとでのモルタルならびにコンクリートの破壊条件を静水圧応力、八面体せん断応力および相似角によって表現することの有用性について述べ、これらの材料に関する破壊条件を提案し、3. において条件式に含まれるパラメータ決定のために行った三軸強度試験の方法と決定された条件式により描かれる理論破壊曲面の断面を示し、4. では任意の応力状態のもとでの材料の強度を理論曲面と比較している。後半では提案式の構造解析への適用を論ずる。すなわち、5. において三軸応力状態にあるコンクリート構造物の破壊を考慮した非線形構造解析の一例として軸対称問題の解法について述べ、6. ではモルタル円板の押抜き破壊、および鉄筋コンクリート短柱の軸圧縮破壊の解を示し、前者については実験との比較を行う。終章で本研究の結論を述べる。

* 正会員 工修 日本原子力事業(株)

** 正会員 工修 原工業(株)

*** 正会員 (株) 奥村組技術研究所

**** 正会員 工博 日本大学教授 理工学部交通 土木工学科

2. モルタルおよびコンクリートの破壊曲面

ここでは、材料は巨視的に均質等方であり、荷重は準静的かつ単調であるとする。

物体内の局部の応力状態は、3つの主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ により過不足なく表わし得るので、材料が均質、荷重が単調であれば、材料の破壊条件が応力をもって規定される場合、これを主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の連続な関数により定義することが可能である。さらに、材料が等方であれば、破壊条件は $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ に関する循環的な関数となる。その関数が主応力空間に描く曲面が破壊曲面である。

さて、モルタルやコンクリートは引張と圧縮に対し異なる抵抗を示す。すなわち、引張の作用により生ずる破壊は脆性的であるといわれており、破壊まで応力とひずみの間にほぼフックの法則が成立する。これに対して圧縮の作用による破壊は非脆性的である。よって、モルタルおよびコンクリートの破壊曲面を、最大主応力 σ_1 が正であるか負であるかにより異なるものとして、次式により与える。

$$\left. \begin{aligned} F_1(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) &= \sigma_c \quad (\sigma_1 \geq 0) \\ F_2(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) &= \sigma_c \quad (\sigma_1 \leq 0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

第1式が脆性破壊を、第2式が非脆性破壊を定義する。2つの曲面 F_1, F_2 の交わりは、 $\sigma_1=0, 0 \geq \sigma_2 > \sigma_3$ なる二軸圧縮による破壊の応力状態を表わす。一軸圧縮による破壊点 $\sigma_1=\sigma_2=0, \sigma_3=\sigma_c$ はその曲線上の点である。式(1)の1, 2式ともその右辺に σ_c を用いたのは、主応力空間内の点 $(0, 0, \sigma_c)$ が曲面 F_1, F_2 に共通の点となることによるのである。

F_1, F_2 の変数に主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ を用いる代わりに、応力の不変量 I_1, I_2, I_3 を用いることも、また静水圧応力 σ_0 、八面体せん断応力 τ_{oct} および τ_{oct} の方向を与える相似角 θ の3倍角の余弦を変数とすることもできる。これらの量の間には、次の関係が存在する。

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 &= \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \\ I_3 &= \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{1}{3} I_1 \\ \tau_{oct} &= \sqrt{\frac{2}{3} (3\sigma_0^2 - I_2)} \\ \cos 3\theta &= \sqrt{2} \frac{I_3 - I_2\sigma_0 + 2\sigma_0^3}{\tau_{oct}^3} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

図-1に示す座標軸 I, II, III を主応力軸とし、これら3軸に等しい傾きをなす面を S とする。素片 OABC の各主応力面に働く応力を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ とし、これとつり合う S 面に働く応力を p とする。S 面に対する p の垂直成分を σ 、せん断成分を τ とする。S 面の外向き法線

の方向余弦は

$$\lambda = \mu = \nu = 1/\sqrt{3}$$

である。 σ が静水圧応力であり、 τ が八面体せん断応力であることは、図-1の素片における力のつり合いとベクトルの合成則とから、 σ および τ に対し式(3)の第1, 2式が成り立つことによりただちに証明できる。

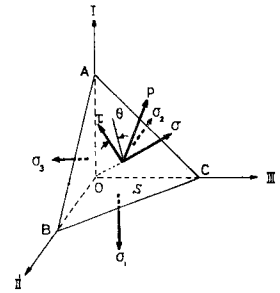


図-1 応力成分

τ の方向は、正三角形をなす S 面の重心と頂点を結ぶ直線を基準としてはかった同面上の角 θ によって定まる。 σ_1 と σ, τ との間に成り立つつり合い式

$$\sigma_1 \lambda = \sigma \lambda + \tau \sqrt{1 - \lambda^2} \cos \theta \dots\dots\dots(4)$$

より、

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sigma_1 - \sigma}{\tau} \dots\dots\dots(5)$$

を得る。これを余弦の3倍角公式に用いれば、

$$\cos 3\theta = \sqrt{2} \cdot \frac{I_3 - I_2\sigma + 2\sigma^3}{\tau^3} \dots\dots\dots(6)$$

が導かれる。よって、 θ が相似角 θ にほかならないことから、 θ すなわち θ の定義域は 0° から 60° の間であることがわかる。

主応力空間において、原点より点 $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ に至るベクトル t の静水圧軸成分およびその直交成分を t_ξ, t_η とすれば、次の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} |t|^2 &= 3 p^2 \\ t_\xi &= \sqrt{3} \sigma = \sqrt{3} \sigma_0 \\ t_\eta &= \sqrt{3} \tau = \sqrt{3} \tau_{oct} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

また、原点を通り $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 軸と等角をなす平面いわゆる Π 平面へのベクトル t の投影と座標軸の投影とのなす角が相似角 θ に一致することはいうまでもない。

以下においては、 $\sigma_0, \tau_{oct}, \cos 3\theta$ を変数とする破壊条件式

$$\left. \begin{aligned} F_1(\sigma_0, \tau_{oct}, \cos 3\theta) &= \sigma_c \quad (\sigma_1 \geq 0) \\ F_2(\sigma_0, \tau_{oct}, \cos 3\theta) &= \sigma_c \quad (\sigma_1 \leq 0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

を用いるが、上に述べたことからわかるように、この表現によると多軸応力状態のもとの破壊曲面の形状を理解するのに便利である。

これまでに独立に行われたモルタルおよびコンクリートの三軸圧縮試験の結果^{3)~5), 25)}によれば、 σ_0 の絶対値の増大とともに曲面は広がるが、文献5)に述べられているように子午線はわずかに外に凸の曲線をなすか、文献10)にみられるようにほとんど直線である。Kupfer³⁾が行ったコンクリートの二軸試験の結果(図-5

参照) から、破壊曲面は引張側で閉じると考えてよい。しかも、これらの材料では一軸引張強度と一軸圧縮強度の比が約 1 : 10 であることから、曲面 F_1 の子午線も直線と見なして大きな誤りはない。いま、 F_1, F_2 のいずれの曲面もその子午線は直線であるとすれば、式 (8) を σ_0, τ_{oct} の一次の関数とすることができる。

静水圧軸に垂直な平面による破壊曲面の断面すなわち偏差断面の形状は単純ではない。そこで、 τ_{oct} が θ により任意に変化し得るよう、 τ_{oct} の係数を相似角のフーリエ級数で表わすことにすれば、破壊曲面表示に、

$$\left. \begin{aligned} F_1(\sigma_0, \tau_{oct}, \cos 3\theta) \\ = A\sigma_0 + \sum_{n=0}^N (B_n \cos 3n\theta + C_n \sin 3n\theta) \tau_{oct} = \sigma_c \quad (\sigma_1 \geq 0) \\ F_2(\sigma_0, \tau_{oct}, \cos 3\theta) \\ = a\sigma_0 + \sum_{n=0}^N (b_n \cos 3n\theta + c_n \sin 3n\theta) \tau_{oct} = \sigma_c \quad (\sigma_1 \leq 0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

を用いることができる。

1974 年における Argyris¹⁸⁾ の提案は曲面を

$$F_A(\sigma_0, \tau_{oct}, \cos 3\theta) = a\sigma_0 + (b - c \cos 3\theta) \tau_{oct} = \sigma_c \dots\dots\dots (9)'$$

とするものであって、曲面は単一であり、子午線は直線をなす。また、その偏差断面は $-60^\circ < \theta < 60^\circ$ で cos 波形を描き、到底前述の曲面形状を表わし得ず、材料実験の結果と比較して満足のものではない。式 (9) はその欠点を補うべく、(9) を多パラメーターとし、かつ応力状態により曲面を 2 つに区分したものである。

さて、 $\theta=0^\circ$ に位置する曲面の子午線を引張り子午線、静水圧軸に関してこれと反対側に位置する子午線を圧縮子午線とよぶが、これらの子午線の勾配は、式 (9) より下式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha_1 &= -\frac{A}{\sum_{n=0}^N B_n} \\ \tan \alpha_2 &= -\frac{a}{\sum_{n=0}^N b_n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

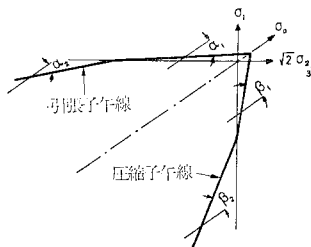


図-2 Rendulic 断面

$$\left. \begin{aligned} \tan \beta_1 &= -\frac{A}{\sum_{n=0}^N (-1)^n B_n} \\ \tan \beta_2 &= -\frac{a}{\sum_{n=0}^N (-1)^n b_n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ は図-2 に示される子午線と静水圧軸とのなす角である。図-2 は破壊曲面の Rendulic 断面である。次に式 (9) を変形して得られる式

$$\left. \begin{aligned} \tau_{oct} &= (\sigma_c - A\sigma_0) \left[\sum_{n=0}^N (B_n \cos 3n\theta + C_n \sin 3n\theta) \right] \quad \left(\sigma_0 \geq \frac{\sigma_c}{3} \right) \\ \tau_{oct} &= (\sigma_c - a\sigma_0) \left[\sum_{n=0}^N (b_n \cos 3n\theta + c_n \sin 3n\theta) \right] \quad \left(\sigma_0 \leq \frac{\sigma_{bc}}{3} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

において、 σ_0 を固定し、 θ による τ_{oct} の変化を追跡すれば、図-3 のように、この σ_0 を通る偏差断面の形状を得る。ただし、 σ_{bc} とは二軸等圧縮強度であり、 $\sigma_c/3$ と $\sigma_{bc}/3$ の間の σ_0 を含む偏差断面の形状は式 (12) の 2 つの式の組合せとなる。

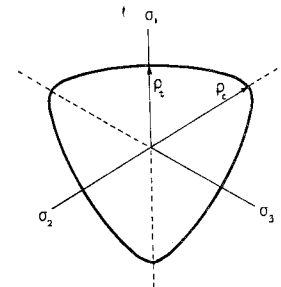


図-3 偏差断面

すでに、単調負荷の場合のコンクリートの破壊曲面が Mroz¹⁷⁾, Argyris¹⁸⁾, Chen¹⁹⁾, Ottosen¹²⁾ らによりさまざまに提案されている。互いに相違する点があると同時に類似点もある。この類似点こそコンクリートの破壊曲面の性状を暗示するものである。Ottosen は、従来の研究を総括して、コンクリートの破壊曲面の特徴を整理しているが、その正否はともかく、今後の研究の参考ともなり、指針ともなると思えるので、それを要約して次に示しておく。

- (1) 破壊曲面の子午線は滑らかな、かつ、外側に凸な曲線をなす。
- (2) 破壊曲面の偏差断面は滑らかな閉曲線をなし、 σ_0 が負の側に増大するとともに広がる。
- (3) 偏差断面の中心から $\theta=0^\circ$ および 60° の方向に引いた断面の半径を ρ_t, ρ_c とすれば、 ρ_t/ρ_c は 0.5 から 1.0 の間であって $-\sigma_0$ の増大とともに 1.0 に近づく。
- (4) 三軸圧縮領域では、偏差断面は外側に凸な曲線をなす。

3. パラメーターの決定

破壊曲面の表示式 (9) に含まれるパラメーターを決定するのに必要な材料試験データの数は、曲面の子午線は直線であるとした仮定と、曲面 F_1 と曲面 F_2 との交わりが二軸圧縮荷重による破壊の応力点の軌跡(破壊曲線)であることとを考えれば、少数で足りる。すなわち、式 (9) において、パラメーターの数は F_1 の式では $2(N+1)$ 個、 F_2 の式においても $2(N+1)$ 個であるが、一軸圧縮強度を含め、二軸圧縮応力による破壊曲線上に $(2N+1)$ 個の応力点が定まれば、すべてのパラメーターを決定するのに必要とされる残りのデータ数は、 F_1 、 F_2 の破壊曲面上に属する応力点各 1 個である。一軸引張強度 σ_t は F_1 上の応力点としてこれにあてることができる。もう 1 つの応力点は、任意の三軸圧縮状態のもとの強度でなければならない。

いま、 $N=2$ とすれば、一軸引張試験、一軸圧縮試験、4 種の応力組合せによる二軸圧縮試験および一組の三軸圧縮試験による材料強度のデータをもって、式 (9) のパラメーターを定めることができる。

(1) 試験装置と載荷板

写真-1 に、これらの材料強度試験を実施するために、試作した小容量の三軸試験装置の主要部を示す。この装置は、直交 3 方向に種々の組合せの荷重を $8\text{ cm} \times 8\text{ cm} \times 15\text{ cm}$ の角柱試験片に作用せしめ得る三対の複動ジャッキからなる。水平方向の二対のジャッキは、最大圧縮荷重 20 t (196 kN)、最大引張荷重 10 t (98 kN) の容量を、鉛直方向のジャッキは、最大圧縮荷重 10 t (98 kN)、最大引張荷重 5 t (49 kN) の容量をもつ。ジャッキの動作は、手動ポンプにより 3 方向独立に行う。

試験片に引張荷重を加えるには、鉛直方向のジャッキを使用する。その際、写真-2 に示すように、試験片長手方向の端面に載荷板をエポキシ樹脂系の接着剤により取り付け、載荷板とプランジャー先端とをピンで連結す

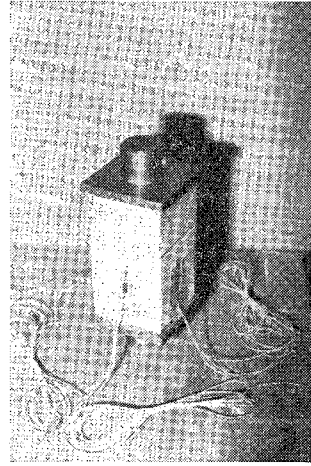


写真-2

る。試験片に二軸または三軸の圧縮荷重を加える場合、水平二対の直交するジャッキのプランジャー先端が接触することのないよう、試験片寸法よりやや小さい $7.6\text{ cm} \times 7.6\text{ cm} \times 1.5\text{ cm}$ の正方形鋼板を載荷板として使用した。また、鋼板と試験片の間には、摩擦による拘束を極力除去するために、内面にシリコングリースを塗布した 2 枚重ねのテフロンシートを挿入した。この方法による場合、文献 5) において、摩擦係数は 0.043 という、きわめて小さいことが確かめられている。

ジャッキの操作が手動であるため、試験片への載荷を正しく比例負荷とすることはできない。そこで荷重の組合せにより、次のような載荷経路を採用した。一軸引張・一軸圧縮、および一軸引張・二軸圧縮の各試験では、はじめに試験片に所定の圧縮荷重を作用させておき、しかるのち、引張荷重を加えて破壊に至らしめた。これに対し、二軸圧縮試験は比例負荷に近い載荷法によった。また、三軸圧縮試験では、試験片の σ_1 軸に所定の圧縮荷重を加えておき、しかるのち、これに直交する 2 方向の圧縮荷重を比例負荷に近い経路をもって加え、破壊に至らしめた。図-4 にこれらの載荷経路を示す。

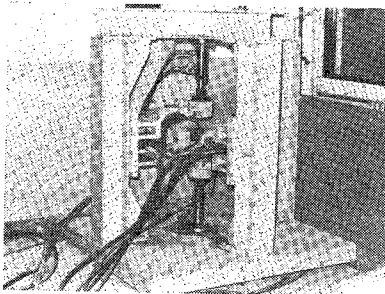


写真-1

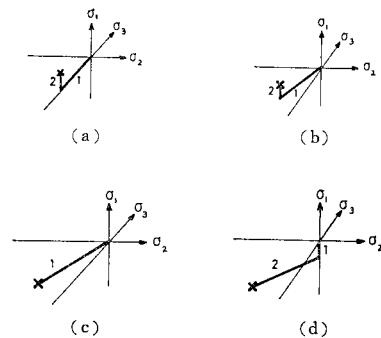


図-4 載荷経路 4 種

(2) 試験片の製作

表-1 に、試験に使用したコンクリートの設計条件と設計配合を示す。

型枠へのコンクリート打ち込み後、1日目に表面にキャッピングを施し、2日目に脱型して、以後水中養生を行った。

引張荷重を加える試験片には、破壊箇所を規制することを目的として、相対する2面に三角形の溝型(底辺3mm×高さ約2mm)をつけてある。

表-1 試験コンクリートの配合

設計条件		設計配合	
圧縮強度	170 kg/cm ²	普通ポルトランドセメント	200 kg/m ³
最大骨材粒径	25 mm	水	150 kg/m ³
スランブ	10 cm	減水剤(ポゾリス No. 8)	2 kg/m ³
セメントの比重	3.15	細骨材	620 kg/m ³
細骨材の比重	2.51	粗骨材(砕石)	1182 kg/m ³
粗骨材の比重	2.60		
粗粒率	2.70		

(×0.098, MN/m²)

(×9.8, kN/m²)

(3) 試験結果

一軸試験および二軸試験の結果を図-5 に示す。図は試験結果を σ_c で除し、それらの値を無次元化された主応力平面にプロットして得た破壊曲線である。

結果の整理にあたり、一軸引張試験、一軸圧縮・一軸引張による二軸試験で、前記の溝底より破断が生じたのは数例にすぎず、ほかは写真-2 にみられるように無欠損断面で破断した。しかもこれらの試験結果には溝による応力集中と判断し得る相違を認めなかったため、強度は単純に平均して求めたものである。

比較のため、図には藤井²⁶⁾、Kupfer⁸⁾および Taylor²⁷⁾

の試験結果を記入してある。藤井は比例荷重を定順路載荷の2つの荷重経路により試験を行っているが、図に示すものは比例荷重の結果である。また、Kupfer は3種のコンクリートを用いているが、ここに示したのは中間強度のものである。

(4) パラメーターの値と破壊曲面の形状

式(9)において N を2とする。したがって、 F_1, F_2 に含まれるパラメーターはおのおの6個である。全12個のパラメーターを決定するのに、 $\sigma_c = -154 \text{ kgf/cm}^2$ (-15.09 MN/m^2) とし、図-5 の曲線上の○印の各点の応力値および三軸圧縮試験の結果1組を用いた。それらを整理して表-2 に示す。表中 I, II の各欄の値を式(2), (3) に用いて $\sigma_a, \tau_{oc}, \cos 3\theta$ を求め、さらに三角公式により $\sin 3\theta, \cos 6\theta, \sin 6\theta$ を求める。この際、 $\sin 3\theta$ は正である点に注意する。これらの値を式(9)の第一式に入れ、得られる $A, B_0, B_1, B_2, C_1, C_2$ に関する6個の方程式を解いて、引張側の6個のパラメーターを定めることができる。表-2 の II, III 欄の値と式(9)の第2式を用い、同様にして、圧縮側のパラメーターを得る。表-3 にこれらのパラメーターを示す。

得られたパラメーターを式(10), (11) に入れて、コンクリートの破壊曲面の Rendulic 断面を得る。また、

表-2 パラメーターの決定に用いたコンクリートの多軸強度

	σ_1 (kg/cm ²)	σ_2 (kg/cm ²)	σ_3 (kg/cm ²)
I	14.9	0.0	0.0
	0.0	0.0	-154.0
II	0.0	-77.0	-249.5
	0.0	-123.2	-263.3
	0.0	-169.4	-258.7
	0.0	-224.8	-224.8
III	-10.1	-245.9	-245.9

(×0.098, MN/m²)

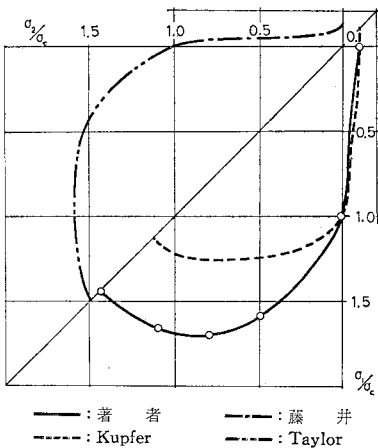
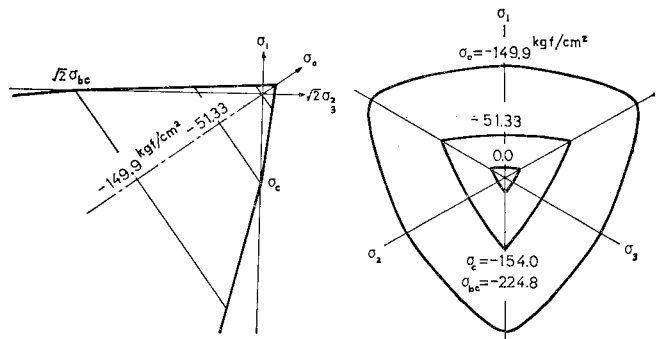


図-5 二軸試験による破壊曲線



(a) Rendulic 断面 (b) 偏差断面 (×0.098, MN/m²)

図-6 試験コンクリートの破壊曲面の断面

表-3 パラメーターの値

引張側破壊条件		圧縮側破壊条件	
A	-9.000	a	-3.889
B ₀	-11.320	b ₀	-5.835
B ₁	-2.847	b ₁	-0.927
B ₂	-0.017	b ₂	0.036
C ₁	-1.151	c ₁	-0.326
C ₂	0.383	c ₂	-0.003

同じパラメーターを式 (12) に入れ、任意の σ_0 に対し、 θ による τ_{oct} の変化を求めれば、破壊曲面の偏差断面を得る。図-6 にこれらの断面を示す。

4. 破壊曲面の検証

破壊条件式 (9) により、表-1 のコンクリートの破壊曲面の形状として図-6 を得たが、パラメーターの決定に使用したコンクリートの強度データはごく限られたものであった。また、条件式そのものにも、二曲面構成、直線子午線などの仮定を含んでいる。そこで、一軸引張・二軸圧縮による強度を求め、前章に得た破壊曲面と比較し、その適合性を調べてみた。

この検証に用いたコンクリートの配合は表-4 のとおりであり、表-1 のコンクリートの倍近い強度が予想される。しかし、Kupier その他の発表によれば、類似のコンクリートであれば、無次元化された二軸強度の性状はほとんど一致するので、計測がやりやすくなることを考え、引張荷重を加える検証実験には強度の高いコンクリートを用いた。表-5 に、一軸引張強度、一軸圧縮強度を含め、一軸引張・二軸圧縮試験の結果を示す。同じ表に、応力成分の値から算出された σ_0 , τ_{oct} および θ

表-4 検証用コンクリート

設 計 配 合	
普通ポルトランドセメント	300 kg/m ³
水	150 kg/m ³
減水剤 (ポゾリス No. 8)	3 kg/m ³
細 骨 剤	670 kg/m ³
粗 骨 剤	1182 kg/m ³

($\times 9.8, \text{kN/m}^3$)

表-5 検証実験における応力

	σ_1 (kg/cm ²)	σ_2 (kg/cm ²)	σ_3 (kg/cm ²)	σ_0 (kg/cm ²)	τ_{oct} (kg/cm ²)	θ (°)
1	0.00	0.0	-300.0	-100.00	141.42	60.0
2	16.25	-150.0	-150.0	-94.58	78.37	0.0
3	16.25	-75.0	-225.0	-94.58	99.46	38.0
4	3.25	-75.0	-300.0	-123.92	128.54	45.6
5	12.07	-225.0	-225.0	-145.98	117.76	0.0
6	9.17	-150.0	-300.0	-146.94	126.23	29.0
7	4.64	-225.0	-300.0	-173.45	129.60	13.7
8	5.22	-300.0	-300.0	-198.26	143.88	0.0
9	30.50	0.0	0.0	10.17	14.38	0.0

($\times 0.098, \text{MN/m}^2$)

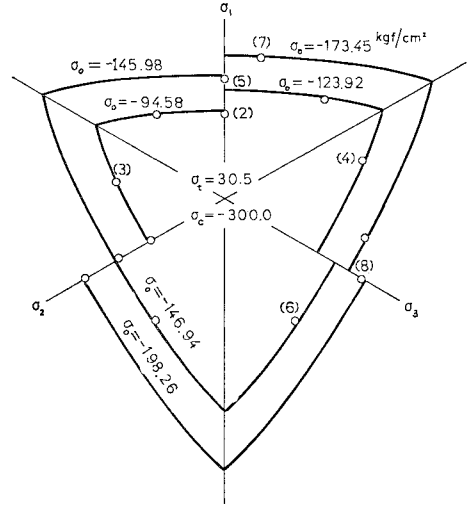


図-7 偏差断面上の検証実験点

の値をも示す。図-7 は、これらの σ_0 の値により、前章に述べたようにして偏差断面をつくり、断面上に表-5 の (τ_{oct}, θ) をプロットして得たものである。この図より、実験点はほとんど理論曲面上にあって、引張応力が作用する場合、前章に求めた破壊曲面によって破壊を十分正しく予測できるといえる。

表-2 以外の応力組合せをもって、三軸圧縮試験を行ってはいないので、圧縮側破壊曲面の検証には既発表の2つのデータを利用した。

その1つは大沼²⁸⁾のデータである。試験に使われたコンクリートがまったく異なるので、新たにパラメーターを求めた。パラメーターの決定には、表-6 に示す一軸圧縮および三軸圧縮試験の結果を用いた。得られたパラメーターの値を表-7 に示す。同氏の実験は広範なものであり、表-8 にその中から静水圧応力がごく接近するデータを選び出して示す。表中の各組の平均的な σ_0 と表-7 のパラメーターとを用いて、破壊曲面の偏差断面をつくり、前と同様にして図-8 を求め、理論曲面と個々の試験結果とを比較してある。この図からは、圧縮側の破壊曲面も高い精度をもって破壊を予測し得るといえる。

表-6 パラメーターの決定に用いた大沼氏のデータ

	σ_1 (kg/cm ²)	σ_2 (kg/cm ²)	σ_3 (kg/cm ²)
1	0.0	0.0	-415.0
2	-41.0	-138.0	-690.0
3	-41.0	-285.0	-720.0
4	-41.0	-441.0	-735.0
5	-41.0	-572.0	-715.0
6	-41.0	-667.0	-667.0

($\times 0.098, \text{MN/m}^2$)

表-7

大沼氏のデータにより得られたパラメーター

圧縮側破壊条件	
a	-2.429
b ₀	-4.839
b ₁	-0.6704
b ₂	0.3286
c ₁	0.2302
c ₂	-0.00169

表-8 検証に用いた大沼氏のデータ

	σ_1 (kg/cm ²)	σ_2 (kg/cm ²)	σ_3 (kg/cm ²)	σ_0 (kg/cm ²)	τ_{oct} (kg/cm ²)	θ (°)
I	1	-41.0	-441.0	-735.0	-405.7	284.4
	2	-82.0	-324.0	-810.0	-406.0	302.0
	3	-125.0	-184.0	-919.0	-409.3	361.2
II	4	-84.0	-502.0	-836.0	-479.0	307.6
	5	-164.0	-212.0	-1061.0	-474.0	412.0
III	6	-84.0	-769.0	-769.0	-540.7	322.9
	7	-164.0	-423.0	-1058.0	-548.3	375.6

($\times 0.098, \text{MN/m}^2$)

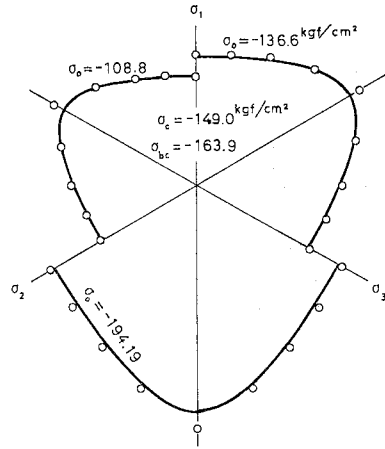
表-9 パラメーター決定に用いた
小林, 小柳氏のデータ

	σ_1 (kg/cm ²)	σ_2 (kg/cm ²)	σ_3 (kg/cm ²)
1	0.0	0.0	-149.0
2	0.0	-47.68	-193.7
3	0.0	-99.83	-198.2
4	0.0	-134.1	-183.3
5	0.0	-163.9	-163.9
6	-61.98	-377.5	-377.5

($\times 0.098, \text{MN/m}^2$)

表-10
小林, 小柳氏のデータ
により得られたパラメ
ーター

圧縮側破壊条件	
a	-2.224
b_0	-4.386
b_1	-0.6897
b_2	0.00317
c_1	-0.1738
c_2	0.00012



($\times 0.098, \text{MN/m}^2$)

図-9 小林, 小柳氏のデータに基づく偏差断面と検証点

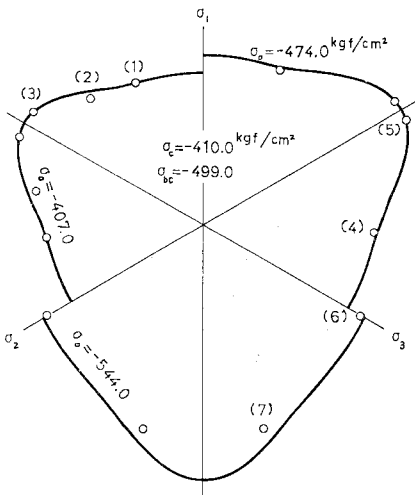
るといえる。

以上, 3つの検証例から, 式(9)によるコンクリートの破壊曲面の表示は一般性をもつものと判断される. 次に, 破壊曲面の検証の中で得られた2, 3の知見と考察を述べておく。

得られたパラメーターの値が互いにかかなり類似していることから, コンクリートの破壊曲面はほぼ相似で, その相似比は一軸圧縮強度比とすることができる. よって, 破壊曲面の断面を一軸圧縮強度 σ_c によって無次元化表示することは, この種の材料に共通する強度性状および配合, 使用骨材などの違いにより現われる強度の特性を知るのに有効であろう。

表-3, 7, 10に示すパラメーターより圧縮側破壊曲面の子午線の静水圧軸に対する勾配を求めると, 引張子午線では0.59, 0.47, 0.44であって, 圧縮子午線では0.80, 0.63, 0.60である. θ が大きくなるに従い, 子午線の勾配が増大する傾向は3つのコンクリートに共通である. かくして, この種の材料の圧縮側破壊曲面上に τ_{oct} が一定となる子午線, すなわち静水圧軸に平行となる子午線のあり得ないこと, いいかえれば, コンクリートの圧縮破壊はいかなる場合にもせん断応力一定の条件とは異なることがわかる。

図-7~9を比較すると, $\sigma_1 \geq 0$ なる引張側破壊曲面の偏差断面の形状は正三角形に近く, Ottosen¹²⁾が指摘するように $\rho_t/\rho_c \approx 0.5$ であるが, 圧縮側の偏差断面は丸味を帯びてはいるものの ρ_t/ρ_c は0.7強に過ぎない. また, 図-8の偏差断面には内側に凸の部分が見られる点に注目したい. 破壊曲面の偏差断面が外側に凸であるとは一般にいわれていることであり, Ottosenも三軸圧縮のもとではという条件付きでこれを肯定している. しかしながら, 図-8のような事例もあるのである. 図-



($\times 0.098, \text{MN/m}^2$)

図-8 大沼氏のデータに基づく偏差断面と検証点

もう1つは小林・小柳⁵⁾のデータである. 両氏が使われたコンクリートは2通りであるが, 大変類似した結果が得られているので, 報告の中で Mix-B とされている $\sigma_c = -149 \text{ kgf/cm}^2$ (-14.6 MN/m^2) のコンクリートのデータに基づき, 解析を行った. 前と同様に, 表-9に示す一軸圧縮, 二軸圧縮および三軸圧縮試験の結果から, 表-10に示すパラメーターの値を決定し, しかるのち, 破壊曲面の偏差断面をつくり, 静水圧応力が一致する断面と試験結果とを図-9によって比較した. 圧縮子午線上の値にいくらかの誤差が見られるが, この図からも, 理論曲面は良好な精度をもって三軸圧縮破壊を予測し得

8, 9 の間の違いは、材料の違いによるものか、載荷装置あるいは載荷経路に由来するものか、いまのところ明言し得ない。

5. クラックの影響を考慮したコンクリート構造物の非線形解析

3. に一般化したモルタルならびにコンクリートの破壊条件を示した。これを用い、クラックの影響を考慮したコンクリート構造物の非線形解析、すなわちコンクリート構造物の破壊の数値的追跡法について考究する。一般化した破壊条件の適用という趣旨に沿い、また実験との比較が容易であるということをも勧めし、三次元応力状態の問題の1つとして、軸対称問題によって考えることとする。ここでは、材料非線形のみを取り上げ、幾何学的非線形については考えていない。数値解析は有限要素法による。

以下、解析を進めるにあたり、材料および構造に関し て設けた仮定をその順に述べる。

(1) 材料モデル

破壊が脆性的である場合、破壊に至るまで材料は初期の微小ひずみの状態と変わらない振舞をなすと見なすことは不自然ではない。よって、引張側の破壊曲面に囲まれる領域では、モルタルならびにコンクリートは弾性を保つとする。一方、圧縮のみが作用する応力領域では、弾性状態から塑性状態を経て破壊に至ると考えその遷移点を降伏点とし、これらの材料の降伏および塑性について次の仮定を設けた。

(i) 一軸圧縮状態では、材料は σ_c の r 倍の応力で降伏する。

(ii) 降伏条件は、体積ひずみの影響を考慮した Drucker-Prager の降伏関数

$$f(\sigma_0, \tau_{oct}) = d\sigma_0 + e\tau_{oct} = \sigma_c \dots\dots\dots (13)$$

により定義されるものとする。

(iii) Rendulic 断面において、降伏曲面 $f(\sigma_0, \tau_{oct})$ と破壊曲面 $F_2(\sigma_0, \tau_{oct}, \cos 3\theta)$ の引張子午線は平行である。

(iv) 塑性変形は硬化材料の流れ則に従うものとし、硬化は等方便化則に従うものとする。

式 (13) の曲面が円錐をなすことは明らかである。式中の定数 d, e は、仮定 (i), (iii) より導かれる次の2式を解いて求まる。

$$\left. \begin{aligned} d - \sqrt{2}e &= \frac{3}{r} \\ \frac{d}{e} &= \frac{-a}{\sum_{n=0}^N b_n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

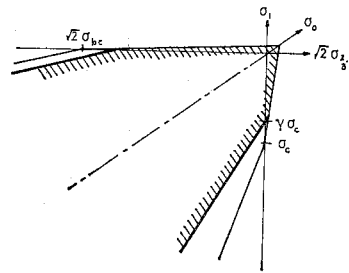


図-10 コンクリートの破壊曲面と降伏曲面の断面

Kupfer の実験⁵⁾によれば、コンクリートは、一軸圧縮の場合 σ_c の 80% 前後で、二軸等圧縮の場合 σ_{bc} の 90% 前後で体積ひずみ対応力の曲線に反曲点が表われ、さらに σ_c の 95% および σ_{bc} の 97% でそれぞれ体積ひずみの増分が 0 になり、収縮から膨張への傾向に転ずる。いま、 $r=0.8$ として、図-9 に示した破壊曲面の Rendulic 断面に降伏曲面の断面を重ねれば、図-10 を得る。この図の上で、二軸等圧縮の降伏点は σ_{bc} のほぼ 90% である。体積ひずみ対応力曲線の反曲点を降伏点とするならば、仮定 (i), (ii), (iii) は、 $r=0.8$ としたとき、一軸状態および等二軸状態の降伏応力を与え、現実的な一面をもつといえる。

材料の降伏後の挙動は硬化の有無によって理想塑性材料と硬化材料の2つに大別される。コンクリートは理想塑性材料とはほど遠く、硬化材料に類似の挙動を示すこと、またここでは荷重が単調に増大する問題に限定しているため、仮定 (iv) を採用した。

さて、構造物の破壊解析を行うには、局所の応力状態が破壊条件に達してからのその部分における材料挙動が明らかなことを要する。しかしながら、この問題に対しては、材料実験のデータから確かな解答は得られていない。そこで、クラックの性状、クラック発生後の材料の変化などに関し、次のように仮定する。

(v) 要素の応力状態が破壊条件に達したとき、要素内に最大主応力 σ_1 に直交するクラックが発生する。

(vi) クラックの発生と同時に最大主応力 σ_1 は解除され、それに等価な力が節点荷重として要素のまわりの節点に働く。

(vii) クラックの生じた要素は、クラック発生時の σ_1 の方向には無視し得る剛性しか持ち得ぬ積層異方性材として働く。

(viii) クラックは同一要素に2方向まで発生し得るとする。

最大主応力 σ_1 が引張応力のときは、仮定 (v) は必ず成立する。 σ_1 が圧縮応力のときでも、引張子午線上の応力状態では、仮定 (v) の成立することはしばしば経験する。中心軸に向かう大きな周圧の作用しない軸対称問題

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & k_{13} & 0 & \dots & \dots & \dots & -K_1 \\ k_{21} & -1 & k_{23} & 0 & \dots & \dots & \dots & -K_2 \\ k_{31} & 0 & k_{33} & -h\mu & \dots & \dots & \dots & -K_3 \\ k_{41} & 0 & k_{43} & -1 & \dots & \dots & \dots & -K_4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{2m-1,1} & 0 & k_{2m-1,3} & 0 & \dots & \dots & -h\mu & 0 \\ k_{2m} & 0 & k_{2m,3} & 0 & \dots & \dots & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{2n-1,1} & 0 & k_{2n-1,3} & 0 & \dots & \dots & k_{2n-1,2n} & 0 \\ k_{2n,1} & 0 & k_{2n,3} & 0 & \dots & \dots & k_{2n,2n} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ z_1 \\ u_2 \\ z_2 \\ \vdots \\ u_m \\ z_m \\ \vdots \\ u_n \\ w_n \\ W \end{pmatrix} \dots \dots \dots (19)$$

ただし、

$$K_p = \sum_{j=1}^i k_{p2j} \dots \dots \dots (20)$$

である。

式 (19) に、対称軸上の節点の半径方向変位は 0 であるという境界条件を用いれば、剛・弾塑性接触をなす構造モデルに対する解式を得る。いずれかの要素の応力状態が降伏条件もしくは破壊条件に達したならば、式(19)を増分形に改めて解を求めてゆけばよい。

図-11において、板の断面外縁に近い位置に周方向の点材または周方向点材と軸方向線材が埋め込まれ、上下面全面に軸方向荷重が作用するものとし、 $\mu=0$ とすれば、図-14 に示す軸方向荷重を受ける鉄筋コンクリート短柱中央部に対するモデルを得る。周方向点材とは帯鉄筋のモデルであり、軸方向線材とは軸方向鉄筋のモデルである。帯鉄筋、軸方向鉄筋の剛性は、棒材の剛性としてただちに求まる。

以下の解析において、鉄筋は弾性体として扱っている。

6. モルタルおよびコンクリートの破壊解析例

(1) モルタル円板の押抜き破壊

数値解析と実験との比較を行うため、材料を均質等方に近いモルタルとした。

はじめに実験の概要について述べる。次の配合

- セメント 602.2 kg/m³ (5.9 kN/m³)
- 水 301.2 kg/m³ (3.0 kN/m³)
- 細骨材 1230.8 kg/m³ (12.1 kN/m³)

によって、一軸引張強度 30.7 kgf/cm² (3.0 MN/m²)、既述の減摩法を用いた状態で一軸圧縮強度 300.0 kgf/cm² (29.4 MN/m²) のモルタルを得た。

押抜きによる破壊の様式が供試体の厚さにより異なるであろうことを考慮し、供試体寸法を直径 30 cm に対し

厚さ 10 cm, 15 cm, 20 cm の 3 種とした。供試体への押抜き荷重は、アムスラー試験機を用い、直径 5 cm, 厚さ 3 cm の鋼製のスタンプおよび内径 5 cm, 外径 30 cm, 厚さ 2 cm の鋼製の円環支承板を介して、加えた(写真-3)。鋼とモルタル円板との間の減摩法にも既述の方法を用いた。

供試体には、はじめに 1 t(9.8 kN) の荷重を加え、500 kg(4.9 kN) まで除荷し、しかるのち 1 t/min(9.8 kN/min) の速度で破壊に至るまで荷重を上昇した。

破壊には明瞭な 2 つのモードがみられた。10 cm 板の場合、支承板の側(下面)から円板の中心を通るほぼ直交する鉛直の引張クラックを生じ、供試体は縦に割れて、3 ないし 4 片に分離する(写真-4)。20 cm 板では、はじめにスタンプの下に円錐状のクラックを生じ、こ

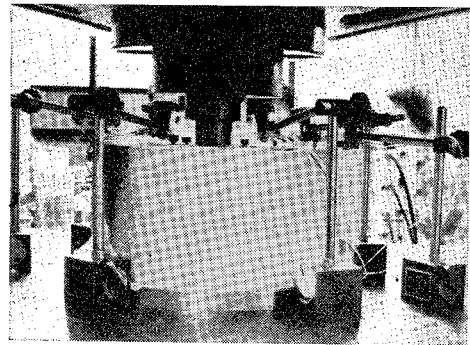


写真-3

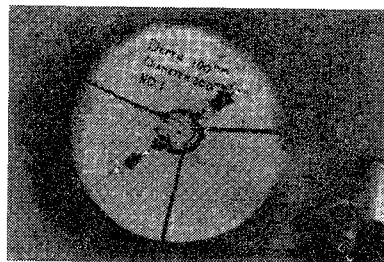


写真-4

表-11 円板の押抜き実験

	10 cm 板			15 cm 板			20 cm 板		
	破壊開始荷重 (t)	最大荷重 (t)	破壊モード	破壊開始荷重 (t)	最大荷重 (t)	破壊モード	破壊開始荷重 (t)	最大荷重 (t)	破壊モード
1	—	5.0	A	5.0	7.0	B	4.0	12.0	B
2	4.0	5.0	〃	6.0	10.5	〃	7.0	9.0	〃
3	—	5.0	〃	6.0	7.0	A	6.0	14.0	〃
4	—	8.0	〃	6.0	13.0	B	6.0	14.0	〃
5	5.0	6.0	〃	5.0	12.0	〃	4.0	13.0	〃
6	6.0	8.5	〃	—	—	〃	7.0	16.0	〃
7	6.0	7.0	〃	—	—	〃	7.0	10.0	〃
平均	5.3	6.4		5.5	9.1		5.7	12.0	

(×9.8, kN)

破壊モード A: 下からクラック進展, B: 上からクラック進展

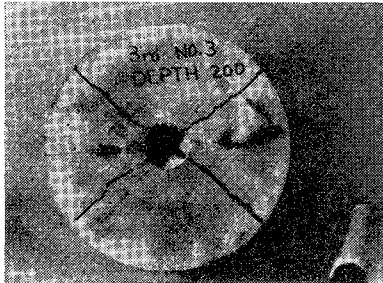


写真-5

にできた円錐くさびが押し込まれる際の横圧により上面から縦割れを生じ、数片に分離する(写真-5)。15 cm 板は、この2つのモードのどちらかに属する破壊を示した。

実験結果を表-11 に示す。ひずみは、写真-5 にみられるように、円板上面で半径方向および円周方向に貼付した抵抗線ひずみゲージにより得られた。破壊開始荷重とは、計測ひずみのいずれかに特異な状況が現われたときの荷重であって、他の有効な方法(たとえば AE)によって確認したものではない。最大荷重は、それ以上に試験機油圧を上昇し得なくなったときの荷重であり、これに到達直後、供試体は完全に破壊した。平均を求める際、特に高い値を示した 15 cm 板 No. 4 および 20 cm 板 No. 6 を除いた。

次に、以上のモルタル円板の押抜き破壊を模擬して行った数値解析について述べよう。

実験に先行して実施した材料試験により、一軸圧縮下でのモルタルの応力・ひずみ曲線を得たが、これを曲線上の最大応力点、その 80% 点および原点を通る 2 直線に置き換え、この折線より算出された弾性係数 E 、ポアソン比 ν および硬化係数 H が計算に用いられた。それぞれの値は次のとおりである。

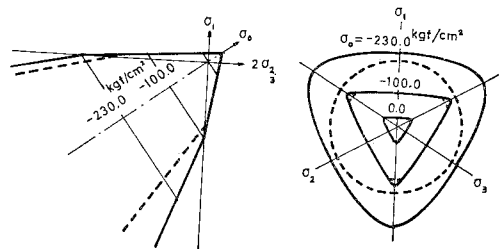
$$E=167\,000\text{ kg/cm}^2\ (16.37\text{ GN/m}^2), \nu=0.23$$

$$H=100\,000\text{ kg/cm}^2\ (9.8\text{ GN/m}^2)$$

モルタルの破壊条件を、一軸引張強度は 30.7 kgf/cm^2 (3.0 MN/m^2)、一軸圧縮強度は 300.0 kgf/cm^2 (29.4 MN/

表-12 モルタルのパラメーター

引張側破壊条件		圧縮側破壊条件	
A	-8.852	a	-2.336
B_0	-11.210	b_0	-4.669
B_1	-2.992	b_1	-0.678 5
B_2	-0.158	b_2	0.208
C_1	-1.664	c_1	0.132 1
C_2	0.555 6	c_2	-0.000 4



(×0.098, MN/m²)

図-12 計算に用いたモルタルの破壊曲面(実線)と降伏曲面(破線)の断面

m²)、二軸圧縮強度・三軸圧縮強度については丹羽・小林・平島のデータ⁹⁾に従うものとし、式(9)において $N=2$ として、6 個のパラメーターにより表わした。このような条件により得られたパラメーターの値は表-12 のとおりである。破壊曲面の断面を図-12 に示す。断面には、5.(1)の記述に従って求まる降伏曲面の断面を記入してある。

厚さ 10 cm, 15 cm, 20 cm の順に分割モデルの節点数は 66, 70, 77 であり、要素数は 102, 111, 133 である。分割の様子は図-13 にみられるとおりである。

10 cm 板の場合、弾性状態で下面中心部の沈下について下面周辺部に浮上りを生ずる。浮上りの範囲は、2 回の試算により確定することができた。破壊の進行に伴い、わずかではあるが、浮上り範囲の変化が数値的に認められたが、弾性状態で決定された浮上り範囲は変わらぬものとして解を進めた。

計算により得られた破壊開始荷重は、10 cm, 15 cm, 20 cm 板の順に、5.18 t, 9.10 t, 9.92 t (50.76 kN,

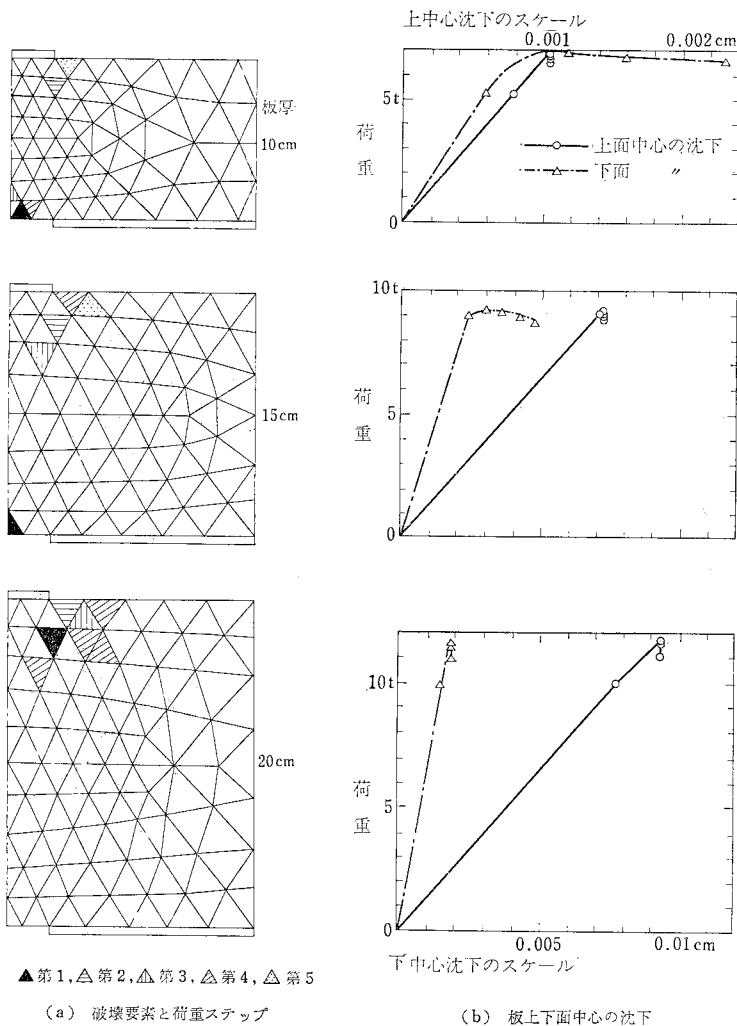


図-13 モルタル円板の分割モデルと押抜き荷重による破壊の進行および円板中心の沈下

89.18 kN, 97.22 kN), また最大荷重は, 同じ順に, 6.90 t, 9.19 t, 11.70 t (67.62 kN, 90.06 kN, 114.6 kN) であった. 図-13 に, 破壊領域の拡大と板の上下面中心に生ずる沈下の経過を示す.

実験では破壊開始荷重を正しく把握できなかったので, 破壊開始荷重については, 表-11 に示した値と数値解析の結果とは比較することは不適當ではあるが, 10 cm 板に対してはかなり近い数値が得られている. 最大荷重については, 数値解析の結果は実験で得られた平均値ときわめてよく一致している.

図-13 から, 10 cm 板の場合下面から進行するクラックにより, これに反し, 20 cm 板の場合上面から進行するクラックにより破壊するであろうことは想像に難くない. 15 cm 板の場合, 全体破壊が上下いずれの面の破壊から生ずるか予測することは困難であり, 上面から

破壊が進行することもあるうし, 下面から進行することもあるう. 数値解析による破壊領域の拡大の様子は, 実験でみられた板の厚さによる破壊モードの違いをよく裏付けているといえる.

(2) 鉄筋コンクリート短柱の圧縮破壊

本節については数値解析の結果のみを述べる.

解析の対象とした鉄筋コンクリート柱は, 直径 15 cm で間隔 5.0 cm, 3.5 cm, 2.5 cm に $\phi 9$ mm の帯鉄筋が挿入され, 軸方向に $\phi 9$ mm の鉄筋 5 本が同一円周上等間隔に配置されているものである. なお, 比較のため, 軸方向鉄筋のないものについても解析した.

5. (2) に述べたように, 帯鉄筋は円周方向に棒材としての剛性をもつ点要素として, 軸方向鉄筋は軸方向に棒材としての剛性をもつ線要素として機能する.

コンクリートの材料定数には, 6. (1) のモルタルと同じ数値を用いた. 鉄筋は弾性係数 210000 kg/cm^2 (206 GN/m^2) の弾性体とした.

いずれの場合も 20 要素に分割して解を求めた.

降伏はかぶりの一部から始まり内部に進行する. しかし, 帯鉄筋に接するかぶりは, 帯鉄筋の影響により半径方向引張を生じ, 柱の他の全域が降伏しても弾性状態を保ち, 図-14 にみられるように, はじめに脆性破壊を起こす. 図-14 に軸方向鉄筋応力が 4000 kg/cm^2 (392 MN/m^2) を超すまでの破壊の進行の様態を示す. 帯鉄筋間隔が大きい柱では, かぶりの破壊について, 内部にいつせいに破壊が進展している. 図の破壊要素はすべて半径方向の円柱異方性に変化していて, この計算結果は, 軸力のみを受ける鉄筋コンクリート柱には周方向クラックが発生, 発達することを暗示している.

軸方向鉄筋のない柱でも, 塑性領域の拡大, 破壊領域の進行の順序は前の場合と変わらない. ただし, 帯鉄筋間隔が同一の柱で, 同じ降伏状態ならびに破壊状態に達する荷重の大きさにはかなりの違いがある. 表-13 に

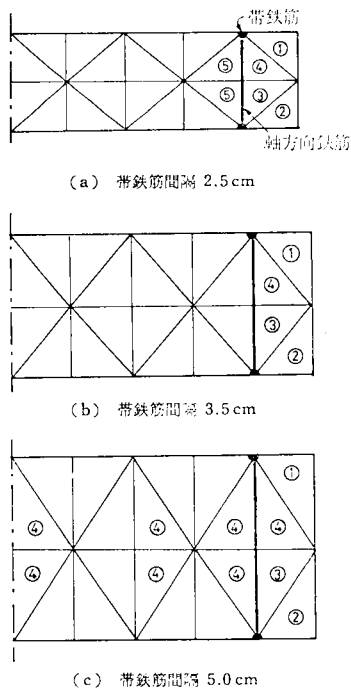


図-14 鉄筋コンクリート柱の分割モデルと破壊の進行順序

表-13 鉄筋コンクリート柱の降伏荷重, 破壊荷重

帯鉄筋間隔 (cm)	軸方向鉄筋	降伏開始 (t)	帯鉄筋部を残り全端降伏 (t)	破壊開始 (t)	かぶり破壊 (t)
2.5	有	41.7	49.0	68.6	69.3
	無	34.1	40.0	55.8	56.6
3.5	有	41.0	46.6	68.1	68.2
	無	33.5	38.0	54.0	55.6
5.0	有	40.4	44.9	67.7	68.0
	無	32.9	36.7	53.2	54.9

(×9.8, kN)

は、降伏開始から破壊開始、かぶりの破壊に至る各段階の荷重比較を示す。この表により、帯鉄筋間隔、軸方向鉄筋の有無が柱の強さに大きく影響することがわかる。

7. むすび

三軸応力状態にあるモルタルおよびコンクリートの破壊条件を提案し、それをすでに発表された材料試験の結果にも用い、提案の破壊条件が良好な適合性をもつことを示した。

また、軸対称問題ではあるが、やや複雑な三軸応力状態を実験によっても容易にかつ正確に得られる問題である円板の押抜きに、この破壊条件を適用して破壊の追跡を数値的に行い実験と比較した。この比較においても、単調な荷重条件のもとでは、提案の適合性の高いことが認められた。なお、同様の手法により、軸力を受ける鉄

筋コンクリート短柱の破壊の数値解析を行い、柱の耐力に対する鉄筋の効果を示した。

以上によって得られたおもな結論は、

(1) モルタルあるいはコンクリートのような材料の破壊条件は、2つの関数で表わすことが可能である。1つは、最大主応力 σ_1 が0または正の引張側の破壊曲面を、もう1つは、 $\sigma_1 \leq 0$ の圧縮側の破壊曲面を定義する。

(2) 破壊条件を静水圧応力 σ_c および八面体せん断応力 τ_{oct} の一次の関数とする表現によって、すなわち、破壊曲面の子午線を直線としても、材料の強度特性を十分よく近似し得る。

(3) 破壊曲面の偏差断面は引張領域では正三角形に近く、圧縮領域ではそれが丸味を帯びる。これらの断面形状の表現には、 τ_{oct} の係数に相似角の3倍角に関するフーリエ級数を用いるとよく、せいぜい5項の級数で十分である。

(4) 配合の違いによる破壊曲面の形状は相似に近い。よって破壊条件式(9)を σ_c にて除し、無次元化すれば相互の関係を知るのに有効であろう。

終わりに、本研究は、昭和51年度関西電力(株)の研究委託金、昭和53年度日本大学学術研究助成金を得て、また昭和51年度日本大学理工学部交通工学科卒業の今村芳章君をはじめとする多数の同科卒業生の協力を得て遂行することができた。電力中央研究所 大沼博志氏からは貴重な資料をまた同 奥田 徹氏からは懇切な助言をいただいた。これらのご支援、ご協力に対し、ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 西澤紀昭：引張と圧縮との組合せ荷重を受けたコンクリートの強度，セメント技術年報第15巻，pp. 242~245, 1961.
- 畑野 正：組合せ圧縮荷重によるコンクリートの変形と破壊，土木学会論文集，第143号，pp. 22~27, 1967.
- 丹羽義次・小林昭一・平島健一：三軸圧縮応力状態におけるモルタルの破壊条件，材料 [16]-161, pp. 38~45, 1967.
- 小林昭一・小柳 洽：コンクリートの圧縮領域における破壊条件，材料 [16]-170, pp. 43~48, 1967.
- 丹羽義次・小柳 洽・小林昭一：人工軽量コンクリートの三軸圧縮破壊条件，土木学会論文集，第143号，pp. 28~35, 1967.
- Newman, K.: The Structure and Engineering Properties of Concrete, Theory of Arch Dams, Pergamon Press, Oxford, pp. 683~712, 1956.
- Browne, R.D. and R. Blundell: The Behaviour of Concrete in Prestressed Concrete Pressure Vessels, Nuclear Engrg. Des. 20, pp. 429~475, 1972.
- Kupfer, H., H.K. Hilsdorf and H. Rüschi: Behavior of Concrete under Biaxial Stresses, ACI Jour. [66], pp. 656~666, 1969.
- Newman, K. and J.B. Newman: Failure Theory of Design Criteria for Plain Concrete, Solid Mechanics

- and Engineering Design in Civil Engineering Materials 1969, London Wiley-Interscience, pp. 499~525, 1971.
- 10) Johnson, R.P. and P.G. Lowe : Behaviour of Concrete under Biaxial and Triaxial Stress, *ibid.*, pp. 1039~1051.
 - 11) Chen, A.C.T. and W.F. Chen : Constitutive Relation for Concrete, *Jour. of Engrg. Mech. Div. ASCE*, EM-4, pp. 465~481, 1975.
 - 12) Ottosen, N.S. : A Failure Criterion for Concrete, *ibid.*, pp. 527~535, 1977.
 - 13) 岩下恒雄：分割要素法による構造体の二次元弾塑性解析，東工大博士論文，1967.
 - 14) 黒正清治・滝口克己：有限要素法による鉄筋コンクリート部材の二次元非線形解析，日本建築学会論文報告集，第189号，pp. 51~57，昭和46年11月.
 - 15) 磯畑 脩：有限要素法による3次元コンクリート構造物の弾塑性解析，日本建築学会論文報告集，第211号，pp. 7~14，昭和48年8月.
 - 16) 武藤 清・菅野 忠・宮下 丘・井上範夫：有限要素法による鉄筋コンクリート部材の3次元弾塑性解析，日本建築学会論文報告集，第249号，pp. 25~33，昭和51年11月.
 - 17) Mroz, Z. : Mathematical Models of Inelastic Concrete Behavior, Inelasticity and Non-linearity in Structural Concrete, Univ. Waterloo Press, pp. 47~72, 1972.
 - 18) Argyris, J.H., G. Faust, J. Szimmat, E.P. Wranke and K.J. Willam : Recent Development in the Finite Element Analysis of Prestressed Concrete Reactor Vessels, *Nuclear Engrg. Des.* 28, pp. 42~75, 1974.
 - 19) Chen, A.C.T. and W.F. Chen : Constitutive Equations and Punch-Indentation of Concrete, *Jour. Engrg. Mech. Div. ASCE*, EM-4, pp. 889~906, 1975.
 - 20) Phillip, D.V. and O.C. Zinkiewicz : Finite Element Non-linear Analysis of Concrete Structures, *Proc. ICE*, Part 2, pp. 59~88, Mar. 1976.
 - 21) 色部 誠・蛭間亨一：押し抜きによるモルタル円板の弾塑性解析，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集(5)，1977.
 - 22) 色部 誠：モルタル円板の剛板による押し抜き—第2報—土木学会第33回年次学術講演会講演概要集(5)，1978.
 - 23) 平本 誠・色部 誠：多軸応力下でのコンクリートの強度，土木学会第34回年次学術講演会講演概要集(5)，1979.
 - 24) Ohno, T., M. Kuroiwa and M. Irobe : Failure criterion of concrete type material and punching failure analysis of thick mortar plate, *Transactions of the 5th International Conference on SMIRT*, H 4/3, August, 1979.
 - 25) Launay, P., H. Gachon and P. Poitevin : Déformation et Résistance Ultime du Béton sous Étreinte Triaxiale, *Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics*, 269, pp. 21~48, 1970.
 - 26) 藤井忠義：コンクリートの複合応力下における力学的性質，セメント技術年報(31)，pp. 385~387, 1977.
 - 27) Taylor, M.A. : A Theory for the Deformation and Failure of Cement Pastes, Mortars and Concretes under General States of Stress, including Time Dependency, *Proc. 1971 Intern. Conf. on Mechanical Behavior of Materials*, V. IV, pp. 21~31.
 - 28) 大沼博志：多軸応力下のコンクリートの強度および変形特性について，土木学会第31回年次学術講演会講演概要集(5)，1976.

(1980.3.24・受付)