

小口径電縫鋼管の統計的材料強度特性と 残留応力分布の評価

STOCHASTIC MATERIAL PROPERTIES AND ESTIMATE OF
RESIDUAL STRESSES OF COLD-FORMED-WELDED STEEL
TUBULAR MEMBERS WITH SMALL DIAMETER

青木 徹彦*・福本 嘯士**

By Tetsuhiko AOKI and Yuhshi FUKUMOTO

1. 序 言

構造用部材として用いられる鋼管にはおもに継目なし管、電縫管、アーク溶接管(U-O管)、スパイラル管などがあり、それぞれの製造方法により部材の強度特性が異なる。これらのうち、中小口径(100~500mm程度)の鋼管には経済的に連続製造ができる電縫管が多く使用される。

電縫鋼管は、始めにコイル状に巻かれた原板をもとに戻し、連続的に管に曲げ加工しつつ高周波加熱圧着を行い、断面形や軸方向変形を多段にわたるローラーで整形して製造する。アーク溶接管に比べ、溶接入熱はきわめて少ない代りに冷間塑性加工の過程を繰り返し経るため材料学的には複雑なひずみ履歴を有する部材となる。

加藤ら¹⁾は電縫管製造におけるこのような塑性加工の過程を理想化したひずみ状態と塑性理論上のいくつかの仮定のもとに数値解析を行い、残留応力の導入過程を明らかにした。この研究結果から、管の板厚方向に変化する残留応力分布の定性的傾向を知るうえでいくつかの手がかりを得ることができる。しかしながら、同論文でも指摘されているように、実際の工場における製造過程はさらに複雑で、材料強度特性や断面内の残留応力分布には多くの不規則性が含まれるものと思われる。信頼度の高い構造用部材として電縫管を使用するためには、この面からの研究も必要であろう。

電縫鋼管に関する他の研究には若林らによって高張力鋼による比較的薄肉の管の残留応力の測定、および座屈実験²⁾がなされており、またJSSCによる各種冷間成形鋼管の短柱実験についての報告³⁾、加藤らによる塑性

局部座屈耐力の研究⁴⁾、そのほか鋼管強度についての報告^{5), 6), 15), 16)}がある。国外での研究にはアーク溶接管に関するものがあるほか^{17)~20), 22)}、電縫管については現在のところほとんどみることができない。

鋼構造部材の耐力を支配する主要因の1つは残留応力であるが電縫鋼管の測定例は多いとはいえない。圧延、あるいは溶接H型部材、箱形断面部材では過去の多くの測定例に基づき、代表的近似分布形として三角形、台形あるいは放物形分布が一般に用いられる。しかしながら中小口径鋼管として多用される電縫鋼管に関する近似残留応力分布形の検討はまだ十分されていないようである。

本研究は以上の点を解明する一助とすべく、比較的小口径の電縫管を実験供試体に用い、初めに材料強度に関する統計的基礎資料を得ることを目的として、管から切り出した試験片による引張試験、短柱実験、焼鈍した短柱実験を多数本行う。次に部材を切断して残留応力の解放を行い、測定された解放ひずみから断面内に仮定した近似残留応力分布の値を求め、その結果を用いて残留応力分布の統計的性質を調べる。さらに近似残留応力分布をもとに数値短柱実験を行い、応力-ひずみ関係を求めて短柱実験結果と比較し、検討を加えるものである。

なお、ここで実験に用いた供試体は製鉄所にて連続的に製造された同一ロットとみなされる原材から切り出されたものであり、必ずしも一般的性質を代表するものではない。部材の材料特性はロット間や、製造会社、使用鋼種、管径、管径板厚比(D/t)の相違によっても異なる。電縫鋼管の材料特性の全ぼうを知るには、これらのパラメーターを変えた大量の実験が必要となろう。本研究で得られた統計データはそれらの一部をなすものであり、また、ここで述べた材料強度定数、および残留応力測定とその処理に関する基本的手法は今後の実験的研究

* 正会員 工博 愛知工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 Ph.D. 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

に役立てることができると思われる。

2. 実験計画および方法

(1) 実験計画

実験に使用する電縫鋼管の公称断面寸法は外径 $D=114.3$ mm, 肉厚 $t=4.5$ mm, $D/t=25.4$ である。材質は STK 41 (SS 41 相当) である。

実験の種類は管から切り出した試験片による引張試験, 短柱実験, 焼鈍した短柱実験 (各 30 本), および残留ひずみの測定 (13 体) である。引張試験片は, 一応残留応力が解放された材料と見なされるが, 冷間加工によるひずみ硬化などの材料強度の変化は保存されている。短柱実験はそれによって断面全体の平均的強度を知ることができ, 電縫管を圧縮部材として用いるときの基準強度を与えるものである。また, 焼鈍した短柱では冷間加工による強度増加と残留応力とをともに取り除いた材料となり, 原板の材料強度を推定することができる。

各試験片の長さ, および本数を **Table 1** に示す。これらの試験片は 1 本の長さ 6 m の原材 60 本のおのおのから一部を切り出し, それぞれを不規則に割り付けたものである。試験に先立ち, 管の外径, および板厚をノギス, およびマイクロメーターで測定した。測定点では黒皮をていねいに取り除いた。

(2) 実験方法

a) 引張試験

試験片は 15 本のパイプ材から 2 本ずつ, 合計 30 本切り出し, JIS 14 B 号に準拠して幅 15 mm, 平行部の長さ 150 mm に加工した。ひずみの測定は試験片中央部の表裏に塑性ひずみゲージを貼り付けて行った。測定ひずみが降伏ひずみを超え, 塑性流動域に入ってから, ひずみ速度を毎秒 1×10^{-6} mm/mm 以下に落ち着かせた後荷重, およびひずみの読取りを行った。試験片には幅方向に曲率がついているので, つかみ部分にはパイプ内, 外径に一致するアタッチメントを取り付けた。

b) 短柱実験

試験柱の長さは 500 mm (細長比 ≈ 20) とし, 60 本用意した。そのうち 30 本には焼鈍*を行った。ひずみの測定用として柱中央部で, 軸方向および円周方向に, 半周隔てて 2 組の塑性ゲージを貼り付けた。また軸方向に標点間 180 mm の変位計 (1/1000 mm 精度ダイヤルゲージ付) を 2 組用いた。実験方法は文献 11) と同様であり, ここでは詳細を省略する。試験柱セットの様子を

* 焼鈍時の温度, 時間管理は 860°C より開始 30 分, 700°C 20 分, 680°C 20 分の後, 約 20 時間炉冷した。

Table 1 Test Program.

	Test	L (mm)	Number
A	Tensile Coupon Test	230	30
B	Stub Column Test	500	30
C	Annealed Stub Column Test	500	30
D	Measurement of Residual Stress	560	13
Nominal Dimensions		$D=114.3$ mm, $t=4.5$ mm $A=15.52$ cm ²	

D =Diameter, t =Thickness, A =Cross Sectional Area



Photo 1 Stub Column After Testing.

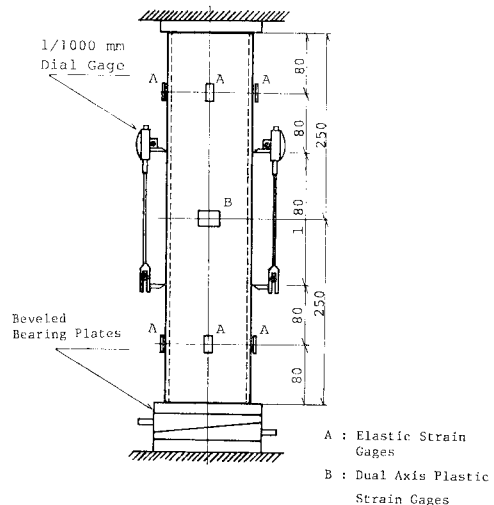


Fig. 1 Stub Column Test Set up.

Fig. 1 に示す。

c) 残留ひずみの測定

残留ひずみの測定には材長 560 mm の供試体 13 本を用い, その中央で **Fig. 2** に示すように管の表裏で管軸方向に 24 組のひずみゲージを貼り付けた。また, 9 本の供試体には円周方向に 4 組のひずみゲージを用いた。残留応力の解放には低速電動帯鋸を使用し, (円弧) \times (長さ) \approx 約 17×74 mm の細片に切断した。切断前後のひずみ差を求め, 解放ひずみの値とした。鋸切断位置を

Table 2 Tensile and Stub Column Test Results.

Test		σ_y (kg/cm ²) ($\times 98$ kPa)	σ_{ult} (kg/cm ²) ($\times 98$ kPa)	E ($\times 10^6$ kg/cm ²) ($\times 98$ GPa)	E_{st} ($\times 10^4$ kg/cm ²) ($\times 98$ GPa)	ϵ_{st} (%)	ν	Elong. (%)
Tensile Coupon Test	M	3479.	4550.	2.10	3.41	0.72	0.258	25.03
	S	89.	200.	0.084	0.65	0.18	0.023	3.83
	V	0.026	0.044	0.038	0.191	0.25	0.088	0.153
	N	26	29	26	29	29	28	28
Stub Column Test	M	3308.	3913.	2.16	3.64	0.48	0.271	
	S	50.	89.	0.068	0.48	0.087	0.030	
	V	0.015	0.023	0.032	0.132	0.180	0.112	
	N	27	28	26	26	26	27	
Annealed Stub Column Test	M	2792.	3147.	2.14	2.23	1.83	0.280	
	S	62.	116.	0.078	0.70	0.30	0.024	
	V	0.022	0.037	0.037	0.315	0.163	0.087	
	N	30	29	27	28	27	27	

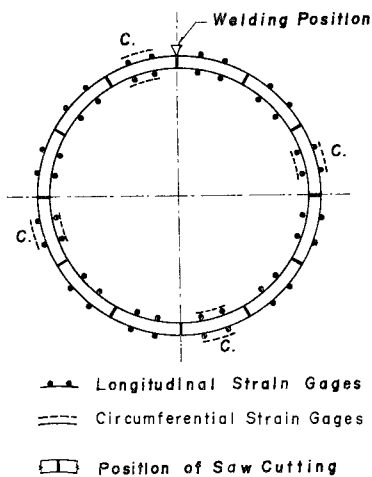


Fig. 2 Position of Strain Gages and Saw Cutting.

Fig. 2 に示す。

3. 実験結果とその考察

(1) 引張試験

引張試験片をパイプから切り出したとき、残留応力が解放されて元の管の外側に反るような初期変形が生じた。このため、載荷すると表裏の測定ひずみに差がみられ、荷重を増加させると両者はやや接近するが、応力-ひずみ曲線ではほぼ平行に上昇する傾向を示した。このひずみ差は降伏ひずみ ϵ_y の平均約 20% 程度であった。結果の整理には両ひずみの平均値を用いた。

応力-ひずみ曲線は降伏応力 σ_y の 95~97% 程度まで直線を保ち、以後、徐々に傾きが減少した。また σ_y の

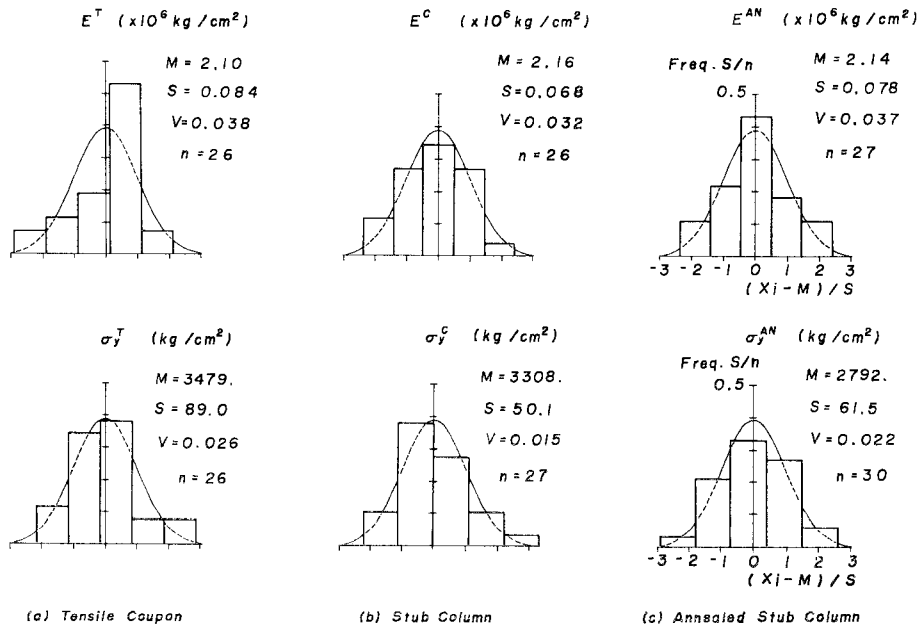


Fig. 3 Normalized Histograms of Measured E and σ_y .

2~3% 大きな上降伏点を示した。ひずみ流動域ではわずかな応力の上昇を示し、比較的早期にひずみ硬化域に入った。

測定項目はヤング係数 E 、降伏応力 σ_y 、ひずみ硬化係数 E_{st} 、最大応力 σ_{ult} 、硬化開始ひずみ ϵ_{st} 、ポアソン比 ν 、および伸び率である。これらのデータから次式 (1) を用い、平均値 M 、標本標準偏差 S 、変動係数 V を求めた。結果を **Table 2** に示す。

$$\left. \begin{aligned} M &= \sum x_i / n \\ S &= \sqrt{\sum (x_i - M)^2 / (n - 1)} \\ V &= S / M \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 x_i ：第 i 測定値、 n ：データ個数。
測定値のうち、ヤング係数の平均値は $\bar{E} = 2.095 \times 10^6$ kg/cm² (205.3 GPa) ($V=3.8\%$)、降伏応力の平均値は $\bar{\sigma}_y^T = 3479$ kg/cm² (340.9 MPa) ($V=2.6\%$) であった。以下、文字の上の一は実験値の平均を表わす。これらのヒストグラムを標準偏差 S で無次元化して表わすと、**Fig. 3(a)** のようになる。

引張試験片のうち、1本だけは管の溶接線の位置を切り出しており、その降伏応力は他の平均値より 34% 高い値を示した。溶着部を含む全断面に対する平均降伏応力は $\bar{\sigma}_y = 3531$ kg/cm² (346.0 MPa) となり、前述の値より約 1.5% 大きくなる。

(2) 短柱実験結果

軸方向に単純圧縮を受ける軸対称弾性体の応力-ひずみ関係は弾性学⁸⁾より、直方体におけるものと同様となる。すなわち、

$$\sigma_z = E \epsilon_z, \epsilon_\theta = -\nu \epsilon_z, \epsilon_r = -\nu \epsilon_z \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 σ_z ：軸方向応力、 ϵ_z ：軸方向ひずみ、 ϵ_θ ：円周方向ひずみ、 ϵ_r ：半径方向ひずみ。

したがって、円筒短柱の E, ν は測定応力、ひずみを上式に代入して直ちに求めることができる。応力を求めるとき、実測断面積の変動 ($V=0.7\%$) が小さいため、ここでは荷重値を断面積の実測平均値 $\bar{A} = 15.29$ cm² で除して求めた。応力-ひずみ曲線は $0.7\sigma_y$ 付近の比例限から勾配が徐々に小さくなるが、 σ_y に達したと思われる点以後は他の測定例^{1),2)}にみられるような応力勾配はみられず、いわゆる理想弾塑性に近い踊場を形成した後にひずみ硬化に至った。ヤング係数の平均値は $\bar{E}^C = 2.16 \times 10^6$ kg/cm² (212.0 GPa) ($V=3.2\%$)、降伏応力の平均値は $\bar{\sigma}_y^C = 3308$ kg/cm² (324.2 MPa) ($V=1.5\%$) であった。これらのヒストグラムは **Fig. 3(b)** のようである。実験で得られた応力-ひずみ関係に対して弾性およ

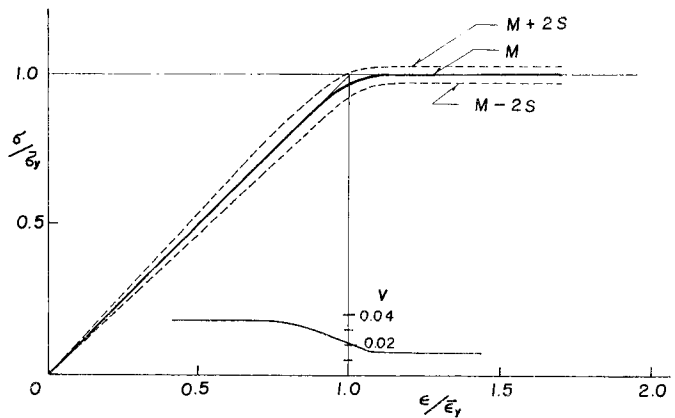


Fig. 4 Stress-Strain Relationship by Stub Column Test.

び塑性領域で直線式を用い、その中間の弾塑性領域では応力をひずみの 4 次式で表わし、いずれも最小自乗法によりそれらの係数を求めた。得られた応力-ひずみ近似曲線の平均 M を実線で、 $M \pm 2S$ を破線で描くと **Fig. 4** のようになる。同図で下方に示した曲線は各ひずみ点における応力の変動係数である。実験後の供試体の様子を **Photo 1** に示す。

焼鈍した短柱では表面が酸化し、板厚は平均 0.13 mm 減少した。そのため断面積は焼鈍前より約 3% 減少し、 $\bar{A}^{AN} = 14.85$ cm² ($V=0.008$) となった。応力の計算にはこの値を用いた。ヤング係数、および降伏応力の平均値は $\bar{E}^{AN} = 2.14 \times 10^6$ kg/cm² (210.0 GPa) ($V=3.7\%$)、および $\bar{\sigma}_y^{AN} = 2792$ kg/cm² (273.6 MPa) ($V=2.2\%$) であった。これらのヒストグラムは **Fig. 3(c)** のようである。他の測定項目と合わせて結果を **Table 2** にまとめる。

焼鈍した短柱の応力-ひずみ曲線は引張試験と同様に、上降伏点はみられるが理想弾塑性状態に近いものであった。

(3) 引張り、短柱、および焼鈍した短柱の各実験結果の比較

Table 2 からわかるように、3種の試験結果のうち、ヤング係数の平均値、変動係数には大きな差はみられないが、降伏応力の平均値には明らかな差が現われており、 $\bar{\sigma}_y^{AN}$ が最も低い値を与えている。これは焼鈍によって短柱内の残留応力が解放されただけでなく、管の製造過程で導入された塑性加工による降伏応力の硬化上昇分も失われ、ほぼ原板の降伏応力 σ_s^V に戻ったためと思われる。

$\bar{\sigma}_y^C$ の値は $\bar{\sigma}_y^{AN}$ の値より 18% 大きい。 $\bar{\sigma}_y^C$ や $\bar{\sigma}_y^T$ の値のように、管に製造された後の降伏応力は D/t によって変化することが従来³⁾で明らかにされてお

り、加藤¹⁵⁾は圧縮降伏応力 σ_y^C に対して次の実験式を提案している。

$$\sigma_y^C / \sigma_y^V = 1.38 - 0.009(D/t) \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 σ_y^V は原板の引張降伏応力である。本試験体の $D/t=25.4$ を上式に代入すれば $\sigma_y^C / \sigma_y^V = 1.15$ を得る。 σ_y^V の値を $\bar{\sigma}_y^{AN}$ で代表させれば本実測値によるこの比は 1.18 となり、両者は近い値となっている。

同様の実験式は圧縮最大耐力 σ_{ult} と σ_y^C との比でも次式のように求められている¹⁵⁾。

$$\sigma_{ult} / \sigma_y^C = 1.1 + 2.65(t/D) \dots\dots\dots (4)$$

上式による値 1.20 も本実測平均値の比 $\bar{\sigma}_{ult}^C / \bar{\sigma}_y^C = 1.18$ による近似を与えている。

本実験による $\bar{\sigma}_y^T$ の値は $\bar{\sigma}_y^{AN}$ より 25% も高くなっている。この結果も、他の実測結果に対して描かれた実験曲線(文献 3)、図 3・4)によく一致している。

このように、ここで得られた 3 種の試験による降伏応力の差は電縫管の一般的な傾向を示すものであることがわかる。降伏応力の各変動係数の値はいずれもヤング係数の変動より小さいものであった。

$\bar{\sigma}_y^T$ の値は $\bar{\sigma}_y^C$ の値より 5% (引張強度に溶着部の影響を加えた場合は 6.7%) 高い。この差は材料の異方性ひずみ硬化履歴によると思われるほか、圧縮の場合にはこれに加えて短柱内の 2 軸方向残留応力による見かけの降伏応力の低下の影響も含まれるものと思われる。

(4) 残留ひずみの測定結果

管軸、および円周方向の解放ひずみの測定結果のうち、二例を Fig. 5(a), (b) に示す。同図以下の図中、D 10 および D 18 の記号は供試体番号を示す。他の測定結果もほぼ同様の傾向を示している。

軸方向解放ひずみの平均値は管の内側で $\bar{\epsilon}_x^{in} = 140 \times 10^{-6}$ mm/mm ($V=0.7$)、外側で $\bar{\epsilon}_x^{out} = -80 \times 10^{-6}$ mm/mm ($V=0.6$) 程度であった。

円周方向解放ひずみの平均値は管の内側で $\bar{\epsilon}_\varphi^{in} = 450 \times 10^{-6}$ mm/mm ($V=0.14$)、外側で $\bar{\epsilon}_\varphi^{out} = -395 \times 10^{-6}$ mm/mm ($V=0.14$) 程度である。

Fig. 6 (a), (b) は Fig. 5 の管軸方向解放ひずみの

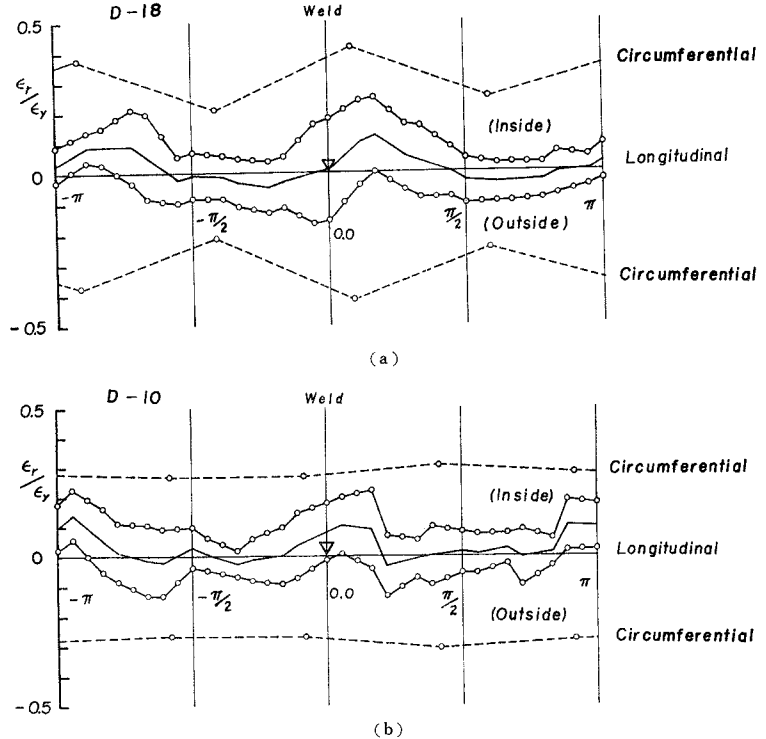


Fig. 5 Measured Released Strains.

測定例を円周上に描いたものである。同図で管の内側のひずみ値を円の外側に描いている。また溶接位置は円の上部にある。この図からわかるように、管軸方向のデータは同心円状には分布せず、傾斜した楕円に近い形となっている。この分布形は管軸のとり方によって断面軸に関して対称な位置に描くことができる。いま、各供試体の残留ひずみ分布の長円方向が右上、左下になるよう必要に応じてデータを反転させた後、管の内外のひずみの平均値の分布形を図示すると Fig. 6 (c) が得られる。同図からもわかるように、電縫管では溶接入熱がきわめて少ないため、アーク溶接管のように溶接位置で大きな引張残留応力を生ずる^{14), 17), 22)} といった特徴はみられない。ゆえに、ここで測定されたような電縫管の残留ひずみは文献 1) にも示されたように、主として管の製造過程における塑性加工や、製品の形状を整えるために行われた Sizing や Straightening などの工程で導入されたものであるといえよう。

今回の供試体に対して測定された残留ひずみの特徴をまとめると以下のようになる。

- 1) 円周方向解放ひずみの方が管軸方向解放ひずみより大きく、
- 2) 両方向とも管の内側に圧縮残留応力、外側に引張残留応力が存在している。
- 3) それらの絶対値は内側の方がやや大きい。
- 4) 管の内、外のひずみの差の方がそれらの和よりかなり大きい。すなわち、曲げひ

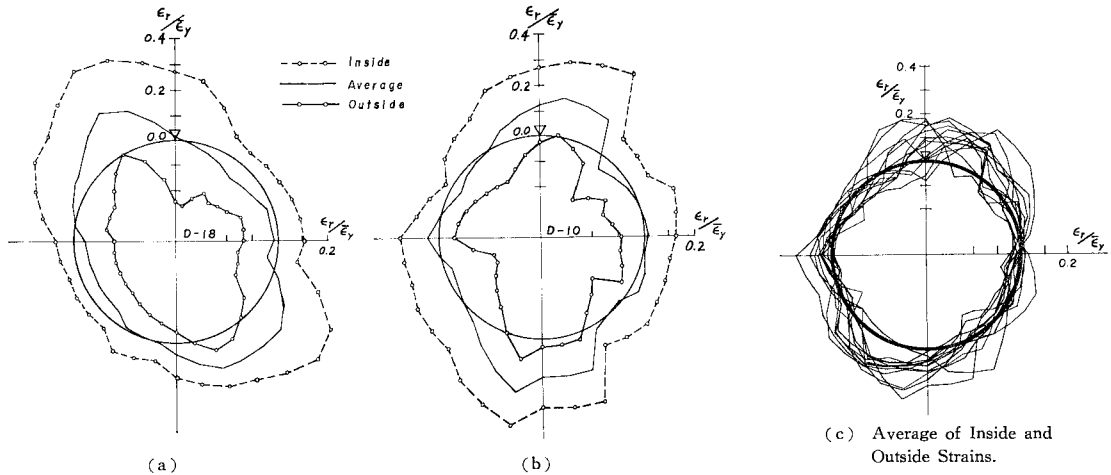


Fig. 6 Measured Released Axial Strains.

ずみが断面の軸ひずみより卓越している。5) データの変動は管軸方向ひずみの方が大きい。また、6) 最大残留応力の生ずる位置は溶接線上とは限らず、それよりややずれた位置に生じている。

以上の結果は 1) 項以外は文献 1), 2) の測定結果とほぼ同じである。1) 項で述べたように、軸方向より円周方向解放ひずみの方が大きかったのは、本実験で用いた鋼管の肉厚が管径に比べいくぶん大きく ($D/t=25.4$)、板の曲げ加工の影響がその後の塑性加工時の効果より大きかったためと思われる (ちなみに文献 1), 2) での D/t の値はそれぞれ、約 31 および 35 である)。

軸方向ひずみの測定データは、Fig. 2 に示したように円周上の 38 等分点上に 24 個あるが、以後の利用のため、36 等分点上で測定値のない点は Fig. 5 のような展開図上で、その点の前後の測定値より直線補間してデータとした。円周方向の測定点に対しても、管軸方向データに対応する位置で補間データを求めた。管軸方向データの無い 4 体は他の 9 体のデータの平均値を用いた。

(5) 円筒シェル理論による残留合応力の算定

鋼管の残留応力を測定するために部材を細かく切断した後の小片は一般には Fig. 7 のような円筒シェル形となる。したがって、ひずみの解放に伴う変形は断面内部の残留応力分布形のいかんにかかわらず、円筒シェルの弾性変形挙動となる。

本節では測定された解放ひずみから円筒シェル理論を用いて管の切断細片に作用する

残留合応力を求める。次節で、これを用いて残留合応力の自己つり合いを調べた後、断面内に仮定した近似残留応力分布の値を決定する。なお、理論の適用に際し、供試体細片の板厚が他の寸法に比べやや大きい、ここではその影響を無視し、通常円筒シェル理論で用いられる仮定^{9), 10)}が成り立つものとする。

いま、板厚 t 、半径 a の円管から切り出した微小な円筒シェル要素 (Fig. 7) を考える。この要素の相対する両端に等しい合応力が作用するものとし、これらを図のように管軸方向に単位幅当りの断面直合応力を T_x 、曲げ合応力を M_x とおき、また円周方向にも同様の合応力をそれぞれ T_ϕ 、 M_ϕ とおく (以下合応力、ひずみ、曲率に対して軸方向成分に添字 x 、円周方向成分に添字 ϕ を付す)。

これらの合応力と中立面でのひずみ ϵ_{x0} 、 $\epsilon_{\phi 0}$ 、および曲率 κ_x 、 κ_ϕ との間には次の関係⁹⁾がある。

$$T_x = N(\epsilon_{x0} + \nu\epsilon_{\phi 0}) - \frac{B}{a}\kappa_x \dots\dots\dots(5 \cdot a)$$

$$T_\phi = N(\epsilon_{\phi 0} + \nu\epsilon_{x0}) + \frac{B}{a}\kappa_\phi \dots\dots\dots(5 \cdot b)$$

$$M_x = B\left(\kappa_x + \nu\kappa_\phi - \frac{\epsilon_{x0} + \nu\epsilon_{\phi 0}}{a}\right) \dots\dots\dots(5 \cdot c)$$

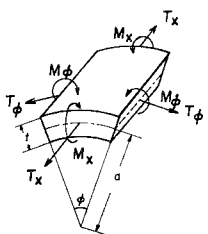
$$M_\phi = B(\kappa_\phi + \nu\kappa_x) \dots\dots\dots(5 \cdot d)$$

ここに、伸び剛性 $N = Et/(1-\nu^2)$ 、曲げ剛性 $B = Et^3/12(1-\nu^2)$ 。

Fig. 7 の要素で、微小距離 dx 、および $ad\phi$ の間の曲げモーメントの大きさに変化はないとしたから、要素切断面上の半径方向に一般的に生ずるせん断力 Q_x 、 Q_ϕ はここには現われず、図中に示していない。さらに、一般の円筒シェル要素における半径方向の力のつり合い式より、次の関係⁹⁾が得られる。

$$T_\phi + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_\phi}{\partial \phi} = 0 \dots\dots\dots(5 \cdot e)$$

Fig. 7 An Element of a Circular Cylindrical Shell.



したがって、式 (5・b), および Fig. 7 の要素に示した T_φ はここでは 0 である。
 ε_{x0} , $\varepsilon_{\varphi0}$, および κ_x , κ_φ は円筒シェル理論式において高次の微小項を省略すれば、測定ひずみから次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{x0} &= (\varepsilon_x^{\text{out}} + \varepsilon_x^{\text{in}}) / 2 \\ \varepsilon_{\varphi0} &= (\varepsilon_\varphi^{\text{out}} + \varepsilon_\varphi^{\text{in}}) / 2 \\ \kappa_x &= (\varepsilon_x^{\text{out}} - \varepsilon_x^{\text{in}}) / t \\ \kappa_\varphi &= (\varepsilon_\varphi^{\text{out}} - \varepsilon_\varphi^{\text{in}}) / t \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

ここに、 $\varepsilon_x^{\text{out}}$, $\varepsilon_\varphi^{\text{out}}$: 試験体の外径位置での x , および φ 方向測定ひずみ, $\varepsilon_x^{\text{in}}$, $\varepsilon_\varphi^{\text{in}}$: 内側位置での x , φ 方向測定ひずみ。

式 (5) の右辺第 2 項が平板と半径 a の円筒シェルとの合応力の違いである。今回の解放ひずみ測定値を用いた場合, T_x , M_x 式中, 第 2 項の値は T_x の値の約 4.7%, M_x では 0.6% であり, M_x ではそれほど大きくはない。

円管の 36 等分点上の解放ひずみデータから, 式 (6) の各値を求め, 式 (5) に代入すれば, 各点の残留合応力が求められる。これを先の二例について図示すると Fig. 8 を得る。同図より, M_x の値は円周方向に沿ってほしい同程度の値となっているが, T_x の値は大きく変動していることがわかる。

(6) 残留合応力の自己つり合い

鋼管断面内で残留応力は自己つり合いを保っているの
 で, 各切断細片の残留合応力を管断面全体に加え合わせた値は 0 になる。ところが実際には測定の誤差や計算における近似によってこれらの値は 0 とならず, 不つり合い量として残る。今回の測定値では Fig. 5 に示したように管の外側より内側の方が絶対値が大きく, 軸方向力の不つり合い量は全断面降伏力 P_y の平均 3% 程度圧縮側が大きく, また曲げ合応力では降伏モーメント M_y の平均 1% 程度の大きさであった。

そこで, 軸方向不つり合い量に対しては簡単のため各測定点ごとに式 (5・a) の第 1 項の値に比例した量を配分して ε_{x0} , $\varepsilon_{\varphi0}$ を補正した。

曲げ合応力に対しては, Fig. 9 の管断面上の x , y 軸まわりの不つり合い量 ΔM_{rx} , ΔM_{ry} は次式から求められる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta M_{rx} &= \sum (M_{xi} - T_{xi}a) \cos \theta_i \\ \Delta M_{ry} &= \sum (M_{xi} - T_{xi}a) \sin \theta_i \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

($i=1\sim 36$, データ点)

ここに, M_{xi} , T_{xi} : 円周上 36 点中の第 i 点の曲げ合応力, および軸力, a : 管半径。

上式中, 本測定値に対して M_{xi} の値はほぼ一定値であるのに比べ, $T_{xi} a$ の値は周期的にも大きく変化し,

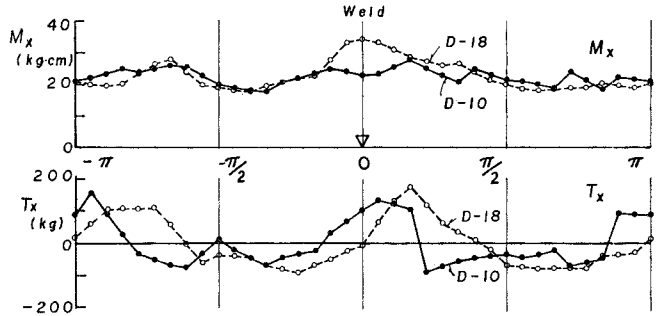


Fig. 8 Residual Stress Resultants.

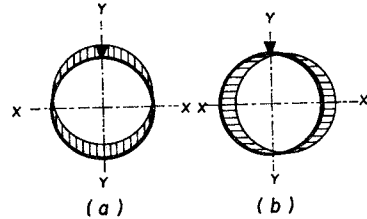


Fig. 9 Modification of Residual Stress for Self Balance in Bending.

その最大値は M_{xi} の値の約 10 倍にもなるので, 簡単のため, ここでは T_{xi} についてのみ補正を行った。 x , y 軸まわりの曲げ補正には Fig. 9(a), (b) に示すように第 i 点の軸合応力 T_{xi} について, それぞれ $\cos \theta_i$, および $\sin \theta_i$ に比例した量を加えて行った。

4. 近似残留応力分布特性

(1) 板厚方向の残留応力分布近似

電縫管は始めに平板を管状に曲げ加工し, 加熱圧着後に断面形や長さ方向の変形を矯正する。その際, ローラーによって幾段にもわたる塑性加工が施されるため, 管の板厚方向に大きく変化する残留応力が発生する。

文献 1) ではこのような残留応力導入の過程を数理塑性理論を用い, 数値解析的に求めている。その結果, 最終的に電縫管内に閉じ込められる板厚方向の残留応力分布形は管の断面寸法により多少異なるものの, 円周方向でも, 管軸方向でも板中央面を境に管の内側で圧縮, 外側で引張りとなるような概略, 台形, もしくは矩形に近い分布形を示している。

電縫管では残留応力に加えて材料学的な変化も生ずる。すなわち, 断面内の位置により材料は大きさ, および方向の異なるひずみ硬化の履歴を受け, これに軸方向圧縮応力が作用したときの降伏強度は位置により異なってくる。

しかしながら, 現段階で圧縮作用応力に関するひずみ

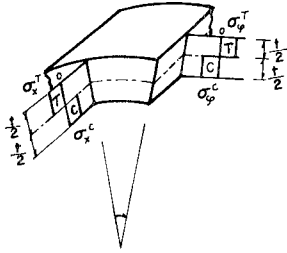


Fig. 10 Simplified Residual Stress Distribution.

履歴を知る手がかりは短柱実験による断面の平均的な降伏応力だけであり、たとえ文献 1) のような数理塑性解析を行ってこれを調べても、どの硬化理論を用いるかによっても結果には無視できない差が生じる。

そこで本研究では電縫管内の残留応力分布の基本的特性を調べることを目的として、上記文献 1) の結果を参考に、軸方向にも円周方向にも Fig. 10 に示すような最も簡単な矩形分布形で板厚方向の残留応力分布を近似する。

一方、材料は短柱実験によって得られた降伏点を有する処女材であると考え、残留応力と作用応力のみによって降伏が生じるものと仮定する。

このような単純化によって塑性理論上の厳密さを欠く代わりに、残留応力分布の基本的性質を簡単に調べることができる。

Fig. 10 に示す矩形近似残留応力分布の軸方向応力を管の内側、および外側で σ_x^C 、および σ_x^T とおき、円周方向応力を管の内側で σ_ϕ^C 、外側で σ_ϕ^T とおくと式 (5) に対応する残留合応力は次式⁹⁾から求められる。

$$\left. \begin{aligned} T_x &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz \\ M_x &= - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x z \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz \\ T_\phi &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_\phi dz \\ M_\phi &= - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_\phi z dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

これらの合応力のおおのどと式 (5) で求められた各合応力との和はひずみ解放時にそれぞれ 0 となるから、上式で改めて合応力の符号を変え、測定ひずみによる合応力で表わし、積分を行った後、 σ_x^T 、 σ_x^C などについて解くと次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^T &= - \left\{ T_x(3a-t) - M_x(4a-t) \frac{3}{t} \right\} / 3at \\ \sigma_x^C &= - \left\{ T_x(3a+t) + M_x(4a+t) \frac{3}{t} \right\} / 3at \\ \sigma_\phi^T &= - \left(T_\phi + M_\phi \frac{4}{t} \right) / t \\ \sigma_\phi^C &= - \left(T_\phi - M_\phi \frac{4}{t} \right) / t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 T_x 、 M_x などは解放ひずみから求められた要素断面の合応力、 σ_x^C 、 σ_x^T の値を先の二例について図示すると Fig. 12 の破線のようになる。

(2) 等価残留応力

電縫鋼管の残留応力特性が複雑であるのは、1 つには残留応力が 2 軸方向に存在することによる。そこで、これを簡単に表現するために、前節で仮定した 2 軸方向の近似残留応力を、力学的にそれと等価な 1 軸方向の残留応力に置き換える。こうすることにより、部材強度に及ぼす残留応力の影響などが、H 型断面柱や箱形断面柱など、一軸方向残留応力を有する部材と同様の方法で求めることができ、また、それらの残留応力分布形やその大きさととの比較も簡単となる。

鋼管断面内のある一点での残留応力を軸方向で $\bar{\sigma}_x$ 、円周方向で $\bar{\sigma}_\phi$ とおき、この点に軸方向作用応力 $\bar{\sigma}_a$ が作用して材料に降伏が生じたとする。ここで、Mises の降伏条件式⁷⁾を用いれば、次式の関係を得る。

$$(\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_a)^2 - (\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_a)\bar{\sigma}_\phi + \bar{\sigma}_\phi^2 = 1.0 \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $\bar{\sigma}_x$ 、 $\bar{\sigma}_\phi$ 、 $\bar{\sigma}_a$ は σ_x 、 σ_ϕ 、 σ_a をそれぞれ材料の降伏応力 σ_y で無次元化した量である。これを $\bar{\sigma}_a$ について解くと、

$$\bar{\sigma}_a = 0.5 \bar{\sigma}_\phi \pm \sqrt{1.0 - 0.75 \bar{\sigma}_\phi^2} - \bar{\sigma}_x \dots\dots\dots (11)$$

を得る。軸方向作用応力が上式の値に達したとき、材料の降伏が始まるから、 $(1.0 - \bar{\sigma}_a)$ という量は 1 軸応力状態に等価な残留応力量とみなすことができる。そこで、これを等価残留応力とよび、 $\bar{\sigma}_{r.eq}$ とおく。すなわち、

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{r.eq} &= 1.0 - \bar{\sigma}_a \\ &= \bar{\sigma}_x - (0.5 \bar{\sigma}_\phi \pm \sqrt{1.0 - 0.75 \bar{\sigma}_\phi^2} - 1.0) \end{aligned} \dots\dots\dots (12)$$

上式の等号の右辺括弧内は $\bar{\sigma}_\phi$ による見かけの降伏応

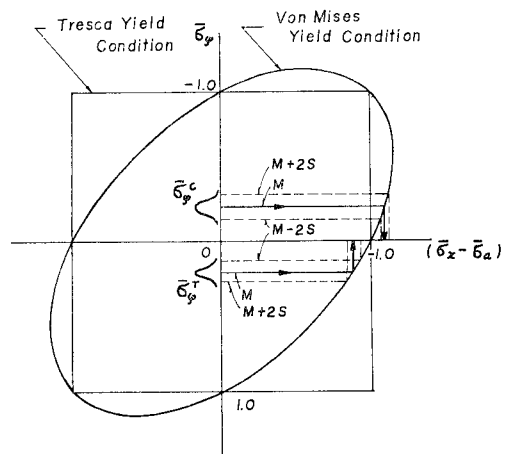


Fig. 11 Mises's Yield Curve and Effect of σ_ϕ on σ_y^C .

力の変化を表わしている。

これを模式的に示すと Fig. 11 のようになる。同図で縦軸は円周方向残留応力を、横軸は軸方向応力を表わし、それぞれ上方、および右方に圧縮側がとられている。また、Von-Mises の降伏曲線に加え、参考のため Tresca の降伏条件式も図示した。

今回の測定値による円周方向近似残留応力の平均値は管の内側で $\bar{\sigma}_\phi^C = -0.223$ ($V = 0.18$)、外側で $\bar{\sigma}_\phi^T = 0.203$ ($V = 0.17$) であり、これによって軸方向の見かけの降伏応力は同図のようにそれぞれ管の内側で約 9% 増加し、 $\bar{\sigma}_y^C = -1.092$ ($V = 0.011$) となり、また外側では約 12% 減少して $\bar{\sigma}_y^T = 0.883$ ($V = 0.025$) となる。

このように等価残留応力は $\bar{\sigma}_x$ の大きさを管の内外でそれぞれ $\bar{\sigma}_y$ の 9%、および 12% 減少させた値として得られる。ただ、この値の変化は管の内外で少し差があるため管全体の平均的な圧縮降伏応力の値も変化し、いまの場合、平均 2% の減少となった。したがって等価残留応力の自己つり合いは保たれていない。式 (12) によって得られた等価残留応力の値を前二例について描くと Fig. 12 の実線となる。破線は軸方向残留応力である。

$\bar{\sigma}_\phi$ の変動係数の値は、はじめに管の内、外でそれぞれ $V = 0.18$ 、および $V = 0.17$ あったものが軸方向の降伏応力に変換された後はそれぞれ $V = 0.011$ 、および $V = 0.025$ と著しく減少している。この様子も Fig. 11 より理解することができる。すなわち、同図の縦軸上の $\bar{\sigma}_\phi$ 分布から引いた平均値 M の実線は降伏曲線による変換後、1.0 近くに大きくなる一方、 $M \pm 2S$ の 2本の破線の幅はかなり小さくなる。特に管の内側では $\bar{\sigma}_\phi$ の値がだいたいどの程度の値であってもその変動の影響は小さくなるのがわかる。

(3) 等価残留応力の分布特性

等価残留応力の円周方向への分布特性を簡潔に表現するために、最小自乗フーリエ分解を行い、級数各項の係数の大きさを調べる。

円周上 36 点で与えられた残留応力の第 i 番目の値を $\sigma_{r,i}$ とし、これを振幅 a_n 、位相 b_n の \cos 級数の第 n 項までの和と定数項 C とで表わすと次式を得る。

$$\sigma_{r,i} = \sum_n a_n \cos 2n\pi(x_i - b_n) + C$$

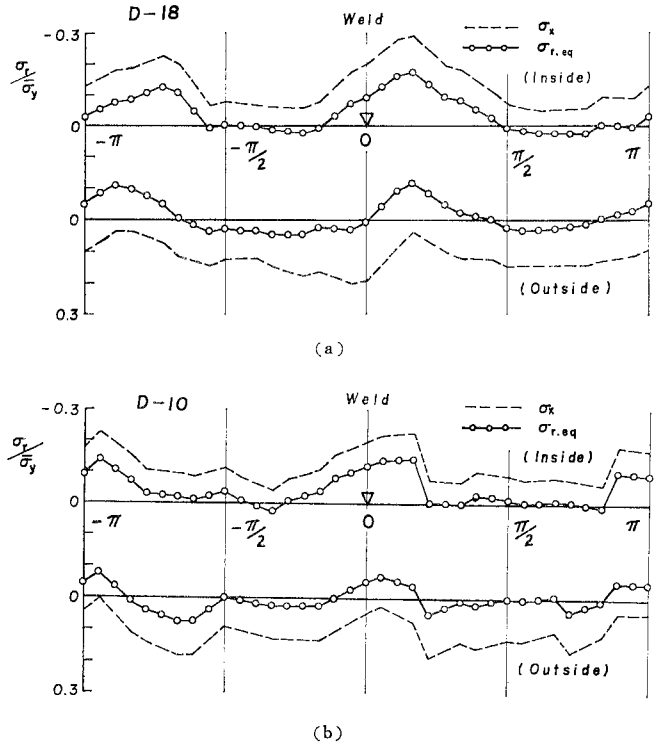


Fig. 12 Equivalent Residual Stress Distribution.

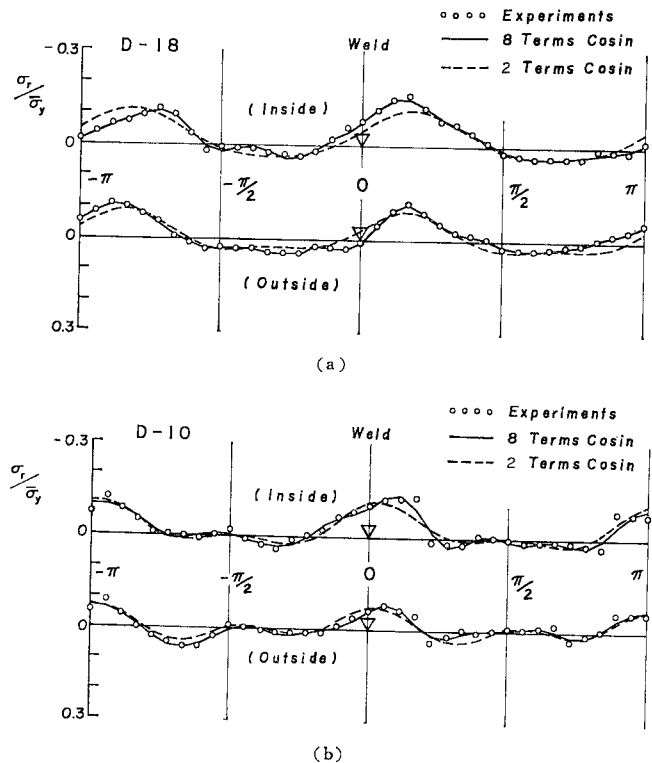


Fig. 13 Fourier Series Approximation for Equivalent Residual Stress Distribution.

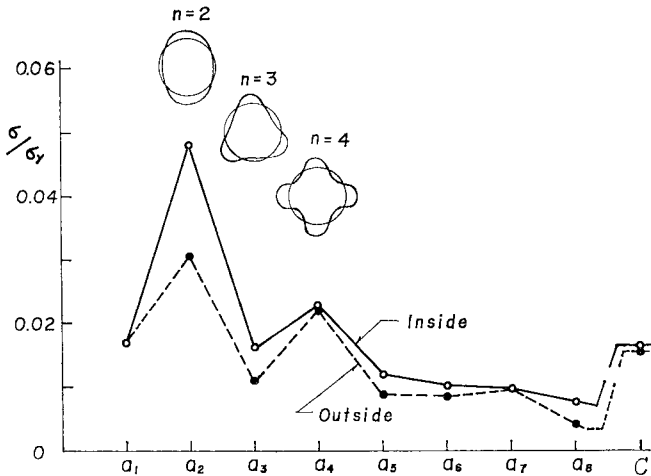


Fig. 14 Fourier Series Coefficients for the Equivalent Residual Stress Distribution.

$$= \sum_n A_n \cos 2 n \pi x_i + \sum_n B_n \sin 2 n \pi x_i + C \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 $A_n = a_n \cos 2 n \pi b_n$, $B_n = a_n \sin 2 n \pi b_n$, $x_i = 1/36, 2/36 \dots 36/36 (i=1, 36)$. 上式で $n=8$ 項までとり、最小自乗法により係数を求め、2つの例について級数曲線を描くと Fig. 13 (a), (b) の実線のようになった。印で示した元のデータとよい一致を示している。他の供試体についても同様の結果を得た。

cos 曲線の振幅 $a_1 \sim a_8$ の値の平均をグラフに描くと Fig. 14 が得られる。同図より、第2、第4項が卓越していることがわかる。これらの項は、グラフ上部に示すような一様圧縮外力を受けるリングの座屈²³⁾モードに一致する。そこで式 (13) の $n=2, 4$ 項と定数項を選び、改めて係数値を求めて曲線を描くと Fig. 13 の破線のようになった。この場合も実測値を比較的良好に表わしている。

次に、式 (13) の位相 b_2 の値を調べる。この値は Fig. 14 のリングの座屈の第1次モードの振幅の最大方向であり、ほぼ、最大残留応力の生ずる方向に一致するとみることができる。 b_2 の値のヒストグラムは Fig. 15 のようになった。同図では対称性を利用して 1/4 円上にまとめている。これから、最大残留応力の生ずる位置は溶接線上ではなく、それよりややずれた位置 (25°) を中心に分布していることがわかる。

(4) 数値短柱実験

等価残留応力 $\sigma_{r,eq}$ が求められるとH型柱などと同様

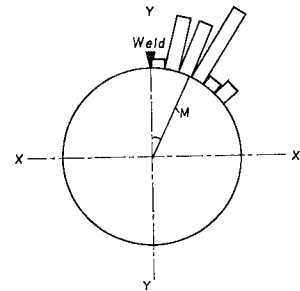


Fig. 15 Histogram of Phase b_2 .

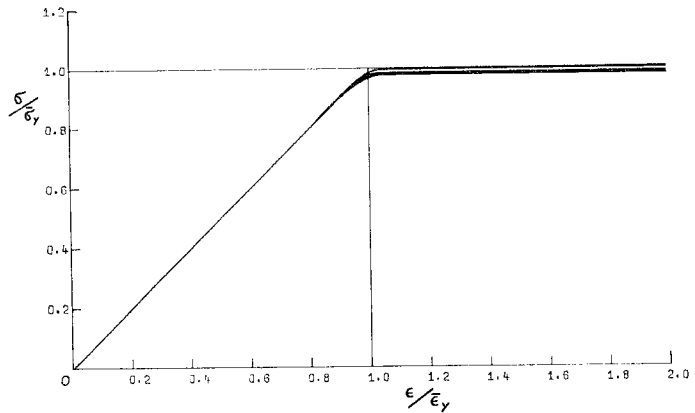


Fig. 16 Stress-Strain Curves by Numerical Stub Column Test.

の方法で鋼管短柱の応力-ひずみ関係を求めることができる。外力による一様圧縮ひずみを ϵ とすると、これに対応する断面の平均応力 σ は次式で与えられる。

$$\sigma = \frac{E}{A} \left(\int_{A_e} \epsilon dA_e + \int_{A_p} (\epsilon_y - \epsilon_{r,eq}) dA_p \right) \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 A : 断面積、 A_e : 断面内の弾性領域、 A_p : 断面内の塑性領域、 $\epsilon_{r,eq} = \sigma_{r,eq}/E$, ϵ_y : 降伏ひずみ。

上式の数値計算には、管断面を周方向に 36 分割、半径方向に 2 分割し、分割線によってできる台形をさらに対角線で 2 分割して三角形要素とし、その各頂点に $\epsilon_{r,eq}$ の値を与えて直線で結び、上式の積分を行った。

13 本の供試体に対する数値計算結果は Fig. 16 のようになった。同図の縦軸、および横軸は 3. (2) の短柱実験による $\bar{\sigma}_y, \bar{E}$ を用いて無次元化した。図からわかるように材料の降伏応力は一定であるにもかかわらず、円周方向残留応力の存在によって降伏応力に見かけのば

らつきが生じている。また、その平均値は $0.98(V=0.4\%)$ であり、短柱実験による降伏応力 $\bar{\sigma}_y$ より約 2% 低下している。その差は特に大きいとはいえないが、電縫管が一様圧縮を受けて降伏する場合、その強度は母材の真の降伏応力より低下することに注意する必要がある。

3.(3) で述べたように短柱実験による降伏応力 $\bar{\sigma}_y^C$ は引張試験結果 $\bar{\sigma}_y^T$ より約 6.7% 低い値を示した。この低下は、材料の異方性ひずみ履歴によるほか、この見かけの降伏応力の変化によるものも含まれているといえよう。

Fig. 17 に実線で示した応力-ひずみ曲線は Fig. 16 の 13 本の曲線を、そのおのおのの降伏応力で改めて無次元化し、平均を求めたものである。また同図の破線は Fig. 4 に示した短柱実験による応力-ひずみ曲線をそれぞれの試験体の降伏応力、ヤング係数で無次元化した後に平均値を求めた結果である。したがって、両曲線ともヤング係数のばらつきと 2 軸残留応力による見かけの降伏応力の変化も含めた材料の降伏応力のばらつきが取り除かれている。同図の下方に示したのは、それぞれ上の曲線に対応する変動係数 V の値であり、実線は数値実験、破線は短柱実験結果である。

Fig. 17 で無次元化降伏ひずみ $\epsilon/\epsilon_y=1.0$ における応力の値は数値計算では $0.982(V=0.42\%)$ 、短柱実験では $0.968(V=1.8\%)$ であった。降伏点からの低下は前者で 1.8% に対し、後者では 3.2% であった。したがって、ひずみの増加に伴う接線係数の低下が残留応力によるものであると考えると、今回の数値実験で用いた残留応力量は短柱実験によるものの約半分強しか見積っていないことになる。

このような差が生ずる原因として解放ひずみの測定誤差や、ここで用いた残留応力近似分布、数値計算上の仮定などが考えられるが、残留応力解放メカニズムの比較的簡単な圧延 H 型部材や溶接 H 型部材にも同様の傾向が観察^{11),12)} されている。すなわち、測定された残留応力量に比較し、短柱実験による応力-接線係数曲線は早期に低下している。あるいは逆に、短柱実験結果から断面内の残留応力量を計算した場合、その結果と実測残留応力量には大きな差がみられる¹³⁾。したがって上記のような結果は必ずしも本電縫管に特有なものであるとはいえない。

これら従来の研究からも明らかなように、実部材を一様圧縮したときに得られる応力-ひずみ曲線の接線係数の低下は残留応力だけによるものではなく、残留応力解

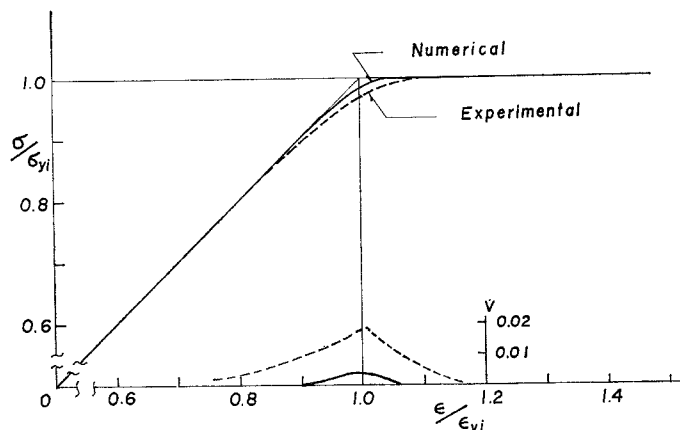


Fig. 17 Comparison of Stress-Strain Curves by Numerical and Experimental Stub Column Tests.

放時のひずみ測定値には現われない材料の異方性ひずみ履歴など、断面内の材料強度変化をも包含した結果の現われであるから、これを残留応力測定値だけから求めることは一般にはむしろ困難であるといえるかも知れない。

これに対処するため文献 11) では中心軸座屈荷重の推定に測定残留応力量は利用せず、短柱実験による接線係数荷重を用いている。また文献 12) では残留応力と初期たわみを考慮したモデル柱により溶接 H 型柱の座屈解析を行っているが、ここでも実測残留応力データを使わず、近似残留応力分布を仮定したうえで、その大きさを短柱実験による応力-接線係数関係から求めている。

電縫鋼管に対しても、数値解析上、材料の圧縮強度特性をとらえるためには、上記文献のように、たとえば、ある残留応力分布形を推定し、そのなかに残留応力と材料学的不完全とを同時に考慮した、いわば初期応力に置き換えた分布形を考え、その大きさを短柱実験結果や、必要ならば部材の曲げ実験結果から決定していくといった方法がよいように思われる。従来の研究²¹⁾にも述べられているように短柱実験の利用価値は十分あると考えられる。

同図下方に示した変動係数曲線を見ると、 E と σ_y のばらつきを取り除いた応力-ひずみ関係の変動は $\epsilon/\epsilon_y=1.0$ 付近でピークとなる様子がわかる。この場合も短柱実験による値 ($V=1.8\%$) と数値解析による変動係数値 ($V=0.42\%$) との間には大きな差がみられる。

5. 結 論

本研究は電縫鋼管の材料強度の統計的特性を実験に基づいて調べ、また、それに関連づけて残留応力分布の評価を行ったものである。得られた結論を要約すると以下

のようになる。

(1) 材料実験として、引張試験、短柱実験、焼鈍した短柱実験の3種を各30本ずつ行った。引張試験による降伏応力の平均値 (V =変動係数) は、 $\bar{\sigma}_y^T=3479$ kg/cm²(340.9 MPa) ($V=0.026$)、また短柱実験による降伏応力の平均値は $\bar{\sigma}_y^C=3308$ kg/cm²(324.2 MPa) ($V=1.5\%$)、両者の比 $\bar{\sigma}_y^C/\bar{\sigma}_y^T$ の値は 0.95 であった。

溶着部を切り出した引張試験片による降伏応力は、他の引張試験結果の約 34% 高い値を示した。その断面全体への影響は 1.5% 程度である。

(2) 焼鈍した短柱による降伏応力の平均値 $\bar{\sigma}_y^{AN}$ を基準にすると、引張試験による降伏応力の平均値 $\bar{\sigma}_y^T$ は約 25% 高く、短柱による値 $\bar{\sigma}_y^C$ は 18% 高い結果となった。これらの結果は、 $\bar{\sigma}_y^{AN}$ を原板の降伏応力とみなしたとき、 D/t を変えて得られた他の実験データ、および実験式とよく一致している。電縫管では引張り、および圧縮方向で異なるひずみ硬化の履歴が導入されていると思われる。

(3) 本電縫管の残留応力解放ひずみの特徴は円周方向の方が管軸方向より大きく、また両方向とも管の内側で圧縮、外側で引張りとなるような曲げ残留応力を有している。軸方向残留応力は管の断面上、溶接位置よりややずれた位置に長径方向をもつ楕円形に近い分布形を示した。溶接入熱はきわめて小さいため、アーク溶接管のように溶着部で特に目立った分布形を生ずる様子はみられない。

(4) 残留応力測定のために管を細片に切断するが、そのとき測定される解放ひずみは円筒シェルの弾性変形挙動を示す。そこで円筒シェル理論を用いて、軸方向、および円周方向測定ひずみから切断細片の断面力を算定した。本鋼管 ($D/t=25.4$) の場合、残留応力算定における円筒シェルの効果は板理論を用いた場合に比べ、軸方向力で 4.7%、軸方向曲げでは 1% 以下の大きさである。

(5) 上記断面力を用いて残留応力の自己つり合いを調べたところ、不つり合い量は軸方向では降伏荷重 P_y の平均 3% 程度圧縮側が大きく、また、曲げ合応力では降伏曲げモーメント M_y の平均 1% 程度の大きさであった。これらの不つり合い量に対して各供試体ごとに補正を行った。

(6) 軸方向と円周方向に 2 軸状態で存在する矩形近似残留応力を、それと力学的に等価な管軸方向の残留応力に置き換えた。本試験体の等価残留応力の値は円周方向残留応力によって、軸方向残留応力を圧縮側でも引張側でもその絶対値を約 $0.1\sigma_y$ だけ減少させた値として得られる。円周方向残留応力の変動が等価残留応力の変動に及ぼす影響はきわめて小さい。

(7) 等価残留応力の円周方向への分布状態をフーリエ級数近似より調べた。その結果、 \cos 級数の第 2、および第 4 項の係数が卓越していた。これらの分布形状は一樣圧縮を受けるリングの座屈モードにも一致している。残留応力の最大値の生じる方向は溶接位置ではなく、それよりややずれた位置に中心をもつ分布となった。

(8) 等価残留応力を用いて数値短柱実験を行い、応力-ひずみ関係を求め、短柱実験結果と比較した。数値実験の結果は、短柱実験の約半分の残留応力量しか見積っていないことになったが、同様の傾向は従来行われた圧延、および溶接 H 型鋼での実験結果にもみられる。

本電縫管におけるこのような差が生じた原因は円周方向残留ひずみの見積り誤差、板厚方向に変化する 2 軸方向塑性ひずみ履歴と残留応力分布の推定近似などが現段階として考えられるものである。

6. あとがき

電縫鋼管の材料特性は、序言にも述べたように、製作条件その他の要因によって異なるし、特に管径/板厚比 (D/t) の値によって明らかな変化を生じている。したがって、実構造物で使用される広範な種類の電縫鋼管の一般的材料特性を知るためには、ここで用いたような小口径電縫管だけでは不十分であり、今後さらに中、大口径の管について、 D/t の値を変えた実験を系統的に効率よく行う必要があるように思われる。そこで得られた統計データを蓄積、整理していくうえで、本研究に述べた基本的手法が参考になれば幸いである。

一般に、実験により統計データを得ようとするとき、実験設備、技術の点だけでなく、多大な時間と労力を要することが一つの問題であり、多くの方々のご理解とご協力がなければ困難である。

本研究を行うにあたり、研究費の多くは昭和 51 年度文部省科学研究費補助金を使用した。また実験供試体として用いた電縫管は川崎製鉄(株)のご好意により提供を受けたものである。実験は愛知工業大学土木工学科構造研究室の衣川哲生君ほか、多数の卒業研究生の協力により行うことができた。ここにあわせて心より感謝する次第である。

参考文献

- 1) 加藤 勉・青木博文：電気抵抗溶接鋼管のひずみ履歴と残留応力——短柱の圧縮試験における見掛けの応力-ひずみ関係への影響について——、日本建築学会論文報告集、第 230 号、昭和 50 年 4 月。
- 2) 若林 実・野中泰二郎・西川一正：電縫鋼管の座屈に関

- する実験的研究, 京大防災研究所年報, 第 12 号 A, 昭和 44 年 3 月.
- 3) 日本鋼構造協会, 標準委員会・鋼管 JIS 小委員会, 実験班: 塑性加工を受けた鋼材の機械的性質—STK 41 の引張ならびに圧縮に対する機械的性質, JSSC, Vol. 6, No. 53, 1970.
 - 4) 加藤 勉・秋山 宏・鈴木弘之: 軸圧縮力を受ける鋼管の塑性局部座屈耐力, 日本建築学会論文報告集, 第 204 号, 昭和 48 年 2 月.
 - 5) 大竹章夫: 鋼管構造接合部の耐力に関する研究, 東京大学学位論文, 1975 年 12 月.
 - 6) 秋山成興・矢島基臣・秋山 宏・大竹章夫: 鋼管構造格点の耐力に関する実験報告, JSSC, 10, No. 102, 1974 年 6 月.
 - 7) 益田森治・室田忠雄: 工業塑性力学, 養賢堂, 昭和 36 年 3 月.
 - 8) 倉西正嗣: 弾性学, 文献社, p. 95, 昭和 45 年.
 - 9) 文献 8) に同じ, pp. 482~496.
 - 10) 坪井善勝: 曲面構造—シェル理論とその応用, 丸善, pp. 261~275, 1965.
 - 11) 青木徹彦・福本嘔士: 鋼柱の座屈強度に及ぼす残留応力分布の影響について, 土木学会論文報告集, 第 201 号, 1972 年 5 月.
 - 12) 青木徹彦・福本嘔士: 溶接 H 形鋼柱の座屈強度分布について, 土木学会論文報告集, 第 222 号, 1974 年 2 月.
 - 13) 青木徹彦: 鋼柱座屈強度の変動性に関する基礎的研究, 名古屋大学学位論文, p. 49, 昭和 49 年 1 月.
 - 14) 小西一郎編: 鋼橋, 基礎編 I, 丸善, p. 619, 昭和 52 年 5 月.
 - 15) Kato, B.: Column Curve for Cold-formed and Welded Steel Tubular Members, Stability of Steel Structures, Preliminary Report, Second International Colloquium at Liege, ECCS, pp. 53~60, April, 1977.
 - 16) Kato, B.: Local Buckling of Steel Circular Tubes in plastic Region, Stability of Structures under Static and Dynamic Loads, International Colloquium, Washington, D.C., May, 1977.
 - 17) Chen, W.F.: Studies of Axially Loaded Fabricated Tubular Columns, Stability of Steel Structures, Preliminary Report, Second International Colloquium at Liege, ECCS, pp. 61~75, April, 1977.
 - 18) Toma, S. and W.F. Chen: Analysis of Fabricated Tubular Columns, ASCE, Vol. 105, No. ST 11, p. 2343, Nov., 1979.
 - 19) Chen, W.F. and D.A. Ross: Test of Fabricated Tubular Columns, ASCE, Vol. 103, No. ST 3, Mar., 1977.
 - 20) Wagner, A.L., W.H. Mueller and H. Erzurumlu: Ultimate Strength of Tubular Beam-Columns, ASCE, Vol. 103, No. ST 1, Jan., 1977.
 - 21) Yu, C.K. and L. Tall: Significance and Application of Stub Column Test Results, ASCE, ST 7, July, 1971.
 - 22) Ostapenko, A. and S.X. Gunzelman: Local Buckling of Tubular Steel Columns, Proc. of Method of Structural Analysis, ASCE, Strength Specialty Conf., Madison, Wiss., 1976.8.
 - 23) Timoshenko, S.P. and J.M. Gere: Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, New York, p. 294, 1961.

(1980.7.10・受付)