

## 橋脚周辺における混合砂礫の局所洗掘特性

CHARACTERISTICS OF LOCAL SCOUR AROUND BRIDGE  
PIERS FOR NONUNIFORM SEDIMENT

中川博次\*・大坪国順\*\*・中川道弘\*\*\*

By Hiroji NAKAGAWA, Kuninori ŌTSUBO and Michihiro NAKAGAWA

## 1. 緒 言

ダム下流部や橋脚周辺部における局所洗掘は流砂の非平衡状態の代表的なものである。局所洗掘に関する解析的研究は、個々の水理構造物周辺の流れと流砂との相互関係を考慮して数多くなされているが、均一砂に対するものがほとんどである。しかし、実際河川の河床は混合砂礫からなり、局所洗掘においても混合砂礫の流送の特徴である分級作用によって、河床表層部に armor ing 現象(粗粒化)が起こり、その進行に伴って洗掘速度が均一砂の場合に比して低減し、初期粒度範囲が広い場合には早期に洗掘の停止が起こる。洗掘予測や洗掘防止の観点から、局所洗掘に及ぼす混合砂礫の効果の解明は重要である。本研究は、粒度構成や接近流速を種々に変えた実験により、粗粒化を伴う混合砂礫の局所洗掘現象の解明を行うとともに、洗掘-粗粒化モデルを構築することによって、洗掘深、粒度分布の時間変化の解析を行ったものである。

混合砂礫の流送に関する研究では、限界掃流力に関するものとして土屋<sup>1)</sup>、Egiazaroff<sup>2)</sup>、芦田・道上<sup>3)</sup>、Gessler<sup>4)</sup>の研究が知られている。Egiazaroff は砂粒子に作用する力の簡単なつり合い関係から粒径別限界掃流力式を提案した。Gessler は armor ing の効果を含めた混合砂礫の限界掃流力を検討した。掃流過程の研究としては、芦田・道上<sup>5)</sup>、平野<sup>6)</sup>、中川・辻本・原<sup>7)</sup>の研究がある。前2つの研究は、粒径別限界掃流力を考慮した粒径別流砂量式を提案し、流れを擬似等流として混合砂礫の河床変動を解析したものであるが、armor ing の形式・伝播による流砂量の非平衡性に対する配慮が十分でないと思われる。

中川・辻本・原は pick up rate および step length の2つの構成要素からなる流砂の確率モデルを用いれば非平衡な流砂過程の一部も説明できる点に着目し、固定床の直下流の平坦河床での armor coat の形成・伝播過程をモデル化し、実験によって検証した。そのほか armor coat の形成に関するものとしては、河村<sup>8)</sup>・中川・鈴木<sup>9)</sup>の研究がある。河村は Gessler によって提案された混合砂礫の限界掃流力を用いてダム下流部に形成される armor coat の粒度構成の予測を行った。中川・鈴木は同じ手法を用いて円柱周辺の局所洗掘における最終洗掘深および armor coat の粒度構成の予測法を示し、実験によって検証した。しかし、これらの研究では、armor coat の粒度構成が初期河床の粒度構成との関係だけで論じられているため、粗粒化の進行やそれによる洗掘深の時間変化の特性については言及されていない。

混合砂礫の局所洗掘の特徴は、洗掘深の増加に伴う粗粒化の進行とそれによる洗掘速度の低減にあり、その機構を解明することが重要である。本研究は、clear water scour を対象として、洗掘形状が時間的に相似性を保つという実験事実を考慮してモデル化した洗掘孔での局所洗掘の進行と粗粒化の進行に関するモデルを提案し、それに基づいて最大洗掘深と孔内の粒度構成の時間変化を解析するとともに、実験的に検証したものである。また実験の結果、初期の粒度構成が対数正規分布である混合

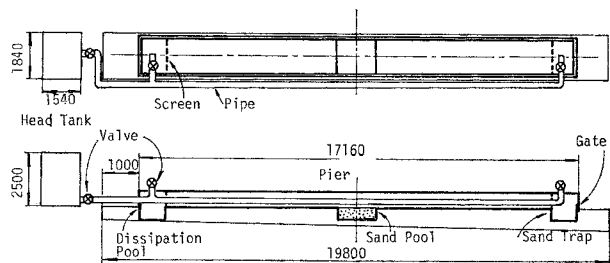


図-1 実験水路

\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室  
\*\* 正会員 工修 国立公害研究所研究員  
\*\*\* 正会員 工修 広島県

(単位: mm)

砂礫において、中央粒径・接近流速が異なっても標準偏差が同一であれば、洗掘深の時間変化の曲線は両対数紙上で相似となることが認められたが<sup>10)</sup>、粗粒化を考慮した洗掘モデルによってこの事実が合理的に説明できることを示す。

## 2. 実験装置、条件および方法

### (1) 実験装置

実験は図-1に示すように、全長 19.8 m、幅 1.5 m、高さ 0.45 m の長方形断面水路を用いて行われた。水路中央部に 1.5 m×1.5 m の面積をもつ移動床部を設け、その中央に橋脚を設置して深さ 0.5 m にわたり砂を敷きつめた。また、水路側壁を通して洗掘状態が観察できるようにになっている。それより上下流 3 m ずつの区間の水路床は砂をニス付けした固定床となっている。流出口バルブおよびゲートは水路両端に取り付けてあり、これらを調節することによって往復流を発生させることができる。洗掘深の測定は小型超音波測深器（測定精度 ±0.1 mm）によった。接近流速は橋脚設置位置から 2 m 上流の水路中央部で測定した。測定にはピトー管とプロペラ式流速計（径 20 mm）とを併用した。

### (2) 実験条件および方法

混合砂の洗掘実験は表-1の条件で行われた。橋脚は幅 20 cm、長さ 35 cm の長方形断面を有する。実験に用いた混合砂は、あらかじめ 15 段階にふるい分けられた砂を、図-2 に示す対数正規分布となるように重量比で混合されたものである。ただし 0.476 cm 以上の構成成分は 0.476 cm~1 cm の砂で代用した。実験に用いた混合砂の粒度曲線は、その標準偏差  $\sigma_d$  が大きくなるにつれて、対数確率紙上での勾配が小さくなる。具体例として 95% 通過粒径  $d_{95}$  を取り上げると、 $d_{95}$  の値は  $\sigma_d=4$  の場合が  $\sigma_d=1.5$  の場合に比して 5 倍強大きくなる。

実験方法については、まず移動床部に角柱を設置し、そこに砂を上・下流部河床と同じ高さになるまで敷き、金属製の押え板で移動床部を覆った状態で通水し、流れが定常になった後、河床を乱さないように押え板を除去し、このときの時間を  $t=0$  とし、5 分までは隅角部のみ、5 分後からは適当な時刻に図-3 に示した測線に沿って 5 cm 間隔に測深した。2 時間通水後、洗掘孔全面にわたって測深し、図-3 に示す A, B, C の 3 領域に分けて表層部の砂を採取した。採取した砂については、乾燥後に粒度分布を求めた。

なお、著者らの数年来の局所洗掘の実験において、洗掘初期を除いて結果の再現性が確認されているので、今

表-1 実験条件

Run	Approach Velocity $u$ (cm/s)	Water Depth $h$ (cm)	Sand $d_{50}$ (cm)	S.D. $\frac{\sigma_d}{\sqrt{d_{95}/d_{15}}}$		
1	17.9	20.0	0.05	1.5		
2				2.0		
3				3.0		
4				4.0		
5	23.2	20.0	0.05	1.5		
6				2.0		
7				3.0		
8				4.0		
9			0.10	uni.		
10				1.5		
11				2.0		
12				3.0		
13				4.0		
14			28.2	20.0	0.05	1.5
15						2.0
16						3.0
17						4.0
18	0.10	uni.				
19		1.5				
20		2.0				
21		3.0				
22	4.0					
23	0.15	uni.				
24		1.5				
25		2.0				
26		3.0				
27	34.0	19.0	0.10	uni.		
28				1.5		
29				2.0		
30				3.0		
31			4.0			
32			0.15	uni.		
33				1.5		
34				2.0		
35			3.0			

回の各ケースの実験は 1 回とした。

## 3. 実験結果とその考察

### (1) 洗掘深の時間変化

洗掘の時間変化を観察した結果、洗掘はまず角柱上流側の両隅角部（図-3 の A 領域）から始まり、おのおの

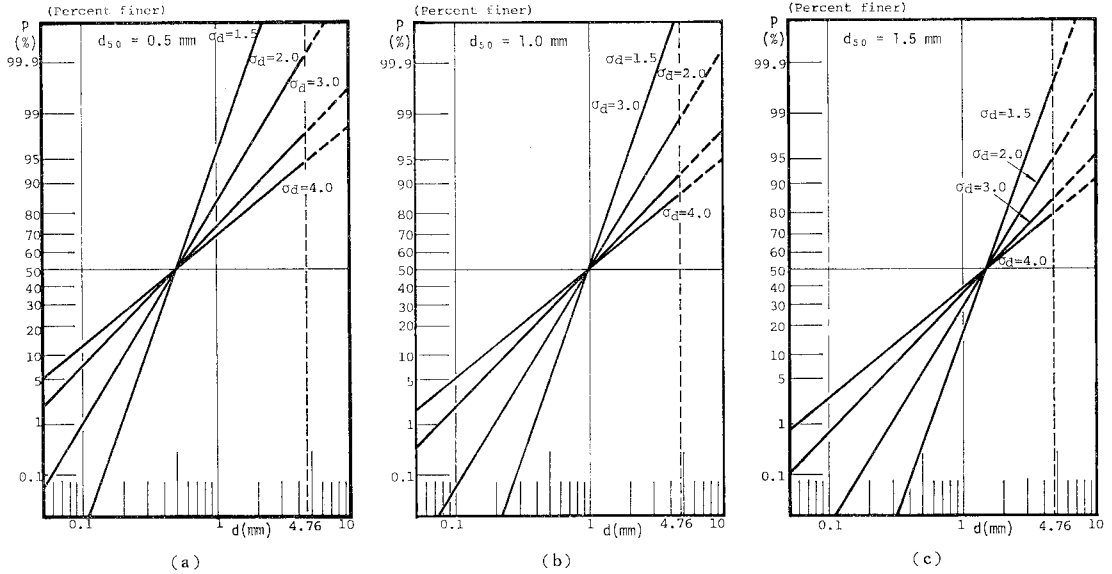


図-2 実験に用いた混合砂の粒度分布

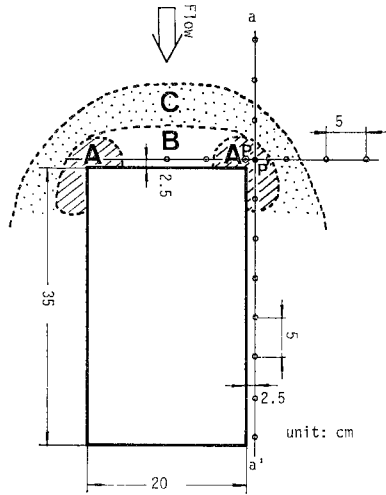


図-3 測深点と採砂区分

の隅角部を頂点とするほぼ逆円錐形で進行することが認められた。最深部の位置は時間的に変化せず常にこの隅角部にある。以下で洗掘深の時間変化を議論する際は特別に指定しない限り最大洗掘深を対象とする。図-4 は洗掘深  $z_s$  の時間変化の測定結果を示したものであるが、混合砂礫の粒度構成の影響をみるため、接近流速  $u_0$ 、中央粒径  $d_{50}$  が同じものごとにまとめている<sup>11)</sup>。粒度構成を代表する要素としては、 $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$  ( $d_{84}$ 、 $d_{16}$  : 累積重量百分率がそれぞれ 84%、16% に対応する粒径) で定義される粒度分布の標準偏差  $\sigma_d$  を用いた。図から  $u_0$  と  $d_{50}$  が同じならば、洗掘初期には  $d=d_{50}$  の均一砂と同様の洗掘特性を示し、ある時刻から混合効果が現われ、洗掘速度は均一砂に比して急減することがわか

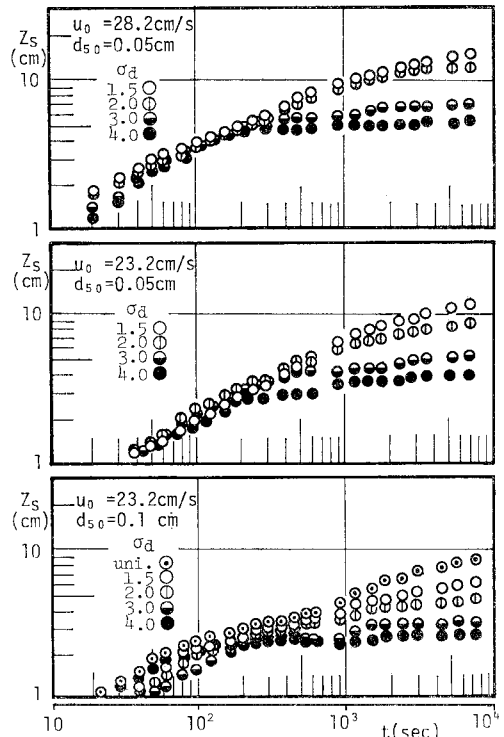


図-4 標準偏差による洗掘深の時間変化の違い

る。また、 $\sigma_d$  が大きいほどその変化点が早期に現われ、洗掘速度の低減率も大きくなることが認められる。なお、 $\sigma_d=3.0$  および  $4.0$  で変化点以降で  $z_s$  が急増加しているのは、大粒径の砂礫が 1 個抜け出したためと考えられる。

図-5 および 図-6 は、 $\sigma_d$  の一定値に対し  $d_{50}$  およ

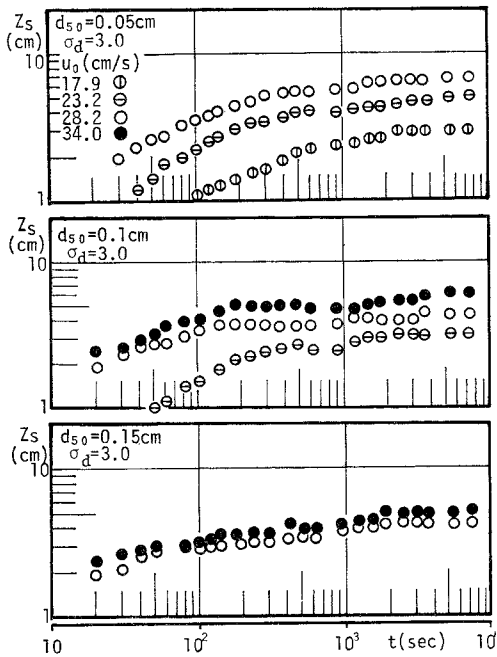


図-5 接近流速による洗掘深の時間変化の違い

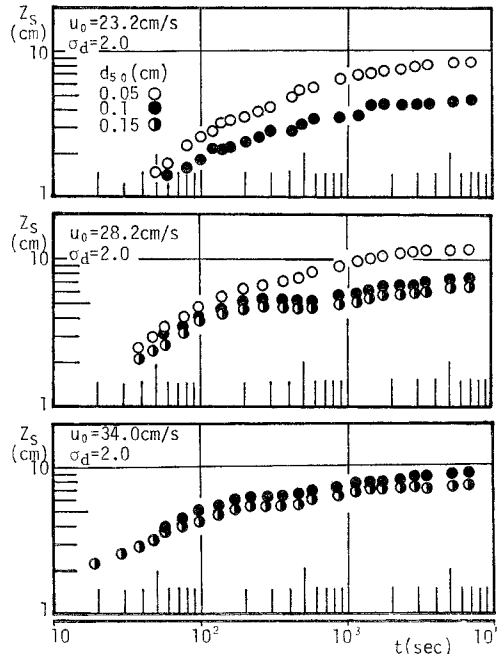


図-6 中央粒径による洗掘深の時間変化の違い

び  $u_0$  をそれぞれ変化した場合の  $z_s$  の時間的変化の一例を示したものである。  $\sigma_d$  が同じであれば、両対数紙上に図示された  $z_s$  と  $t$  との関係には  $d_{s0}$ 、  $u_0$  に無関係に相似性が認められる。ここでいう相似性とは、  $z_s$  の大きさや変化点の位置は異なるが、変化点前後の勾配

が同じということである。

図-7 は  $\sigma_d$  の各値に対して混合砂礫での洗掘深  $z_m$  とその中央粒径に等しい均一砂での洗掘深  $z_u$  との比  $z_m/z_u$  の時間変化を両対数紙上に示したものである。時刻  $t$  は後に説明される遷移時刻  $t_p$  によって無次元化されている。いずれの  $\sigma_d$  に対しても、  $t/t_p < 1$  で少しばらつきはあるが、  $t > t_p$  なるある時刻までは  $z_m/z_u = 1$  なる関係があり、その時刻以後は  $z_m/z_u < 1$  となりほぼ1本の直線に沿って減少してゆき、その勾配は  $\sigma_d$  が大きくなるほど急になることがわかる。また、  $z_m/z_u < 1$  となる  $t/t_p (> 1)$  の値は  $\sigma_d$  が大きくなるほど小さくなって  $t/t_p = 1$  に近づくことがわかる。  $t/t_p < 1$  での結果のばらつきは、  $t/t_p < 1$  の時刻が洗掘初期にあたるので実験技術の制約上ある程度避けられないものである。

以上の結果から、混合砂における洗掘深の時間変化は  $t > t_p$  なるある時刻までは同一中央粒径の均一砂と同様な特性を示すが、その時刻以後は粗粒化のため時間変化特性は  $\sigma_d$  のみに支配されるものとなることがわかった。

(2) 洗掘形状と粒度分布

洗掘形状の時間的相似性を検討するために、図-3 の  $aa'$  線に沿って測定した河床の縦断形状の時間変化を  $z_{s0}$  (図-3 の測点 P' の洗掘深) で無次元化したものが図-8 である。堆積域は時間とともに平坦になる特性があるが、洗掘域は相似性が認められる。また図-9 は  $\sigma_d$  が同じで  $d_{s0}$ 、  $u_0$  が異なる場合の縦断形状を比較したものであり、時刻  $t = 120$  分の結果を  $z_{s0}$  で無次元化してある。堆積域では形状の相似性が認められないが、上流側斜面と洗掘孔底部では相似性が成立する。図-10 は洗掘孔の等深線を示したものであり、  $\sigma_d$  が大きくなるほど洗掘孔内の洗掘形状は平坦となる。

以上の結果から、混合砂の場合の角柱周辺の洗掘形状は堆積域では形状の相似性が成立しないが、洗掘域では  $\sigma_d$  に支配される相似形を保つことが明らかになった。

図-11 は通水前と通水 2 時間後での河床表層の粒度分布の変化を示したものである。図-3 に示した A、 B、 C の 3 領域の 2 時間後の粒度分布には大きな違いがある。A 領域は隅角部周辺で洗掘および粗粒化の進行が最も早い場所であり、B 領域は橋脚前面の平坦部で A 領域について粗粒化が進行している。C 領域は洗掘孔上流側の斜面で粗粒化はそれほど進行していない。C 領域の砂は A、 B 領域の洗掘の進行に伴い斜面をずり落ちたのち A、 B 領域で分級されるものと考えられる。

また、図から、  $\sigma_d$  が大きいほど粗粒化が進行し、  $d_{s0}$  が大きくなることがわかる。

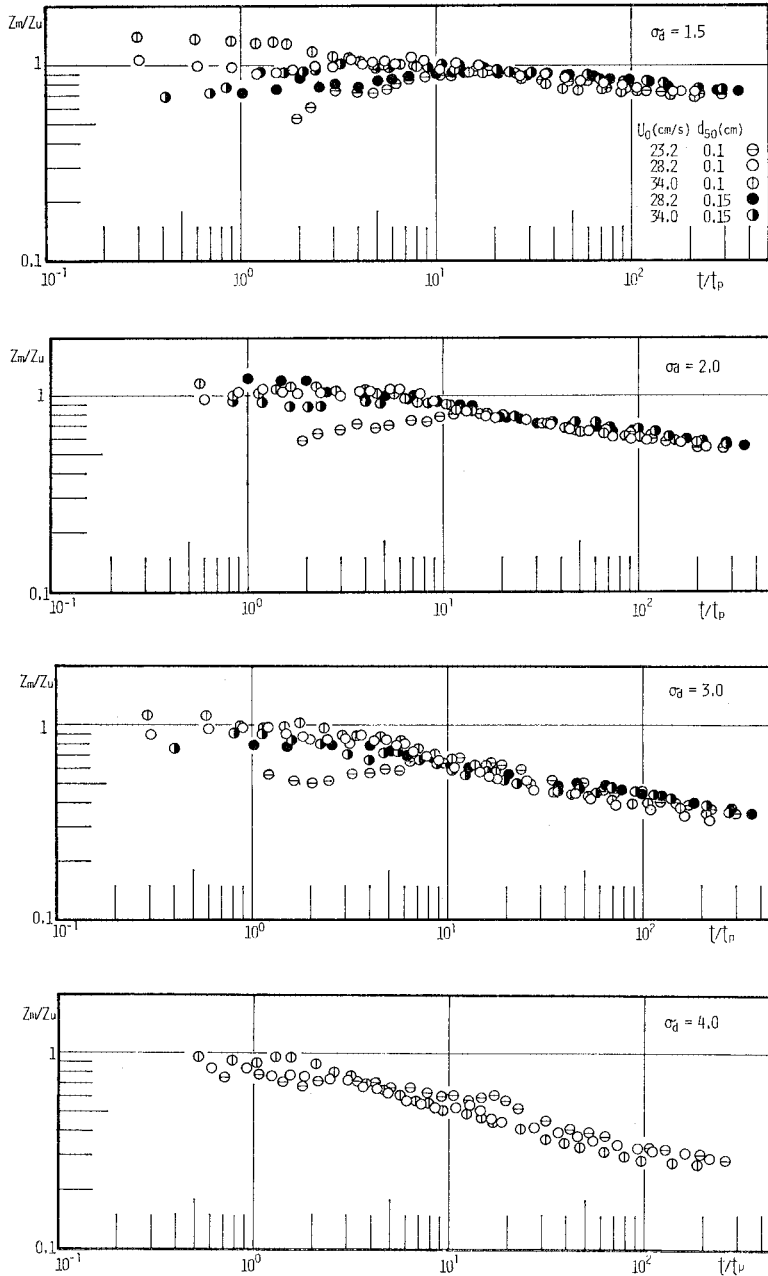


図-7  $z_m/z_u$  と  $t/t_p$  の関係

#### 4. 混合砂礫の局所洗掘に関する理論的考察

##### (1) 洗掘特性とモデル化の方向

3. において実験観察に基づいて混合砂礫の場合の局所洗掘特性を明らかにしたが、そのような特性が現われる主要因としては河床材料の粗粒化現象が挙げられる。

粗粒化現象は粒径別限界掃流力に基づいて粒径ごとの流砂量が異なることによるが、この現象は洗掘過程全般にわたって生じるわけではない。粗粒化は、洗掘深の増加に伴う掃流力  $\tau$  の減少によって、最大粒径範囲の砂礫の流砂量にその粒径に対応した限界掃流力  $\tau_{cmax}$  の影響が顕著となる状況下において初めて発生する。

混合砂礫床の局所洗掘過程は  $\tau$  と  $\tau_{cmax}$  の大小関係によって3つに大別される。

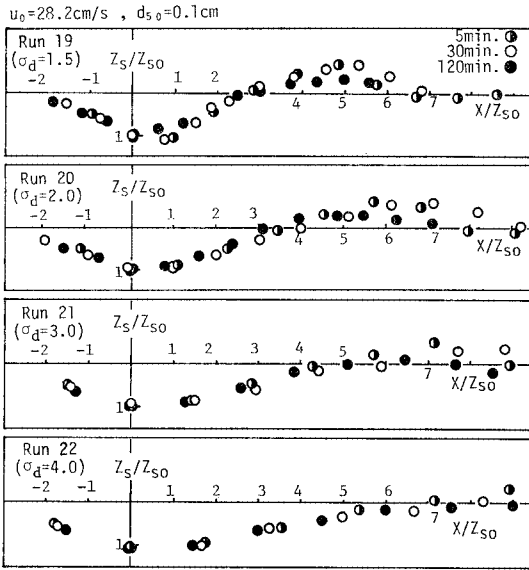


図-8 河床の縦断形状の時間的变化

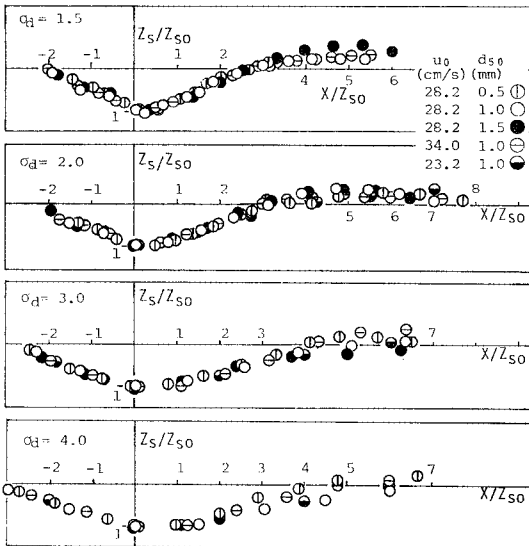


図-9 標準偏差が同一な場合の縦断形状 (t=120 min)

①  $\tau \gg \tau_{max}$ : 洗掘初期の  $\tau$  が  $\tau_{max}$  より十分大きい状態ではすべての粒径の砂が流送され、河床の粒度構成に変化はみられず、均一砂と等しい速度で洗掘される。事実、円柱橋脚に関する中川・鈴木の実験<sup>9)</sup>でも洗掘初期には粒度構成が変化しないことが確かめられている。

②  $\tau \approx \tau_{max}$ : 最大粒径範囲の砂礫が移動しにくくなり、粒径別の砂礫飛び出し量に差が現われてきて粗粒化が始まる。

③  $\tau < \tau_{max}$ : 粗粒化の進行により河床表層には大粒径の砂礫の比率が増加し洗掘速度はいっそう低下す

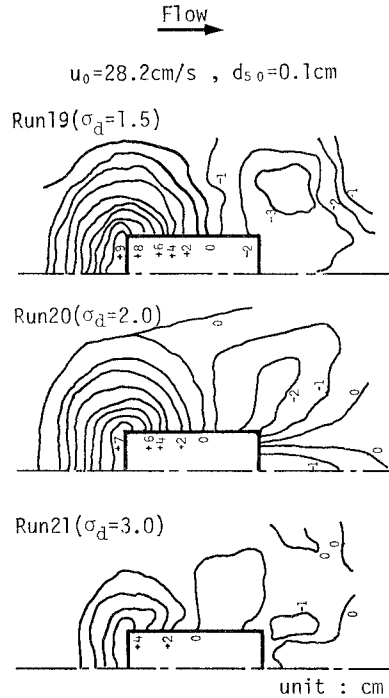


図-10 等深曲線 (通水2時間後)

る。さらに  $\tau$  が小さくなり河床から小粒径の砂だけが飛び出す状態となると、河床低下はほとんど停止する。

混合砂礫の洗掘深および粒度構成の時間変化をモデル化するには、上記の区分けに応じた扱いが必要と思われる。そのため、粗粒化開始時刻を遷移時刻  $t_p$ 、この時刻での洗掘深を遷移洗掘深  $z_p$  と定義し、 $t_p$  までは代表粒径に等しい均一砂として扱い、 $t_p$  以後は粗粒化を考慮した扱いを行う。

ここでは、粒径別 pick up rate の概念を用いて粗粒化現象をとらえ、混合砂礫の粒度分布が最大粒径範囲の砂礫の限界掃流力や河床からの全飛び出し量に及ぼす影響を明らかにする。さらに、洗掘-粗粒化過程を定式化し、それを用いて局所洗掘のシミュレーションを行うとともに、遷移時刻以降の洗掘特性が混合砂礫の粒度分布特性 (標準偏差  $\sigma_d$ ) のみに支配されるという実験事実について検討する。

(2) 限界掃流力と洗掘量に及ぼす混合砂礫の効果

河床砂礫の粒度構成による洗掘特性の著しい相違は、洗掘孔内での粗粒化現象に起因しており、洗掘過程のモデル化に先立って粗粒化の基本特性量である粒径別限界掃流力に及ぼす  $\sigma_d$  の効果を検討する。粗粒化の特性は最大粒径範囲の砂礫の挙動と深く関連している。いま、最大粒径  $d_{max}$  を 95% 累積重量にあたる粒径で代表させ、その限界掃流力を Egiazaroff<sup>2)</sup> によって導かれた式

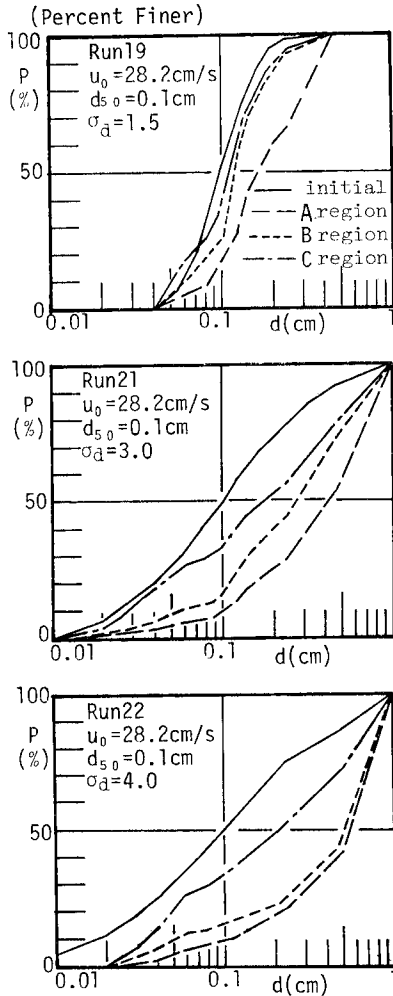


図-11 各領域の粒度分布 (通水2時間後)

(1) に基づいて評価する。

$$\tau_{*ci} = \tau_{*ce} \{ \ln 19 / \ln 19 (d_i / d_e) \}^2 \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $\tau_{*ci}$  : 粒径  $d_i$  の無次元限界掃流力、 $d_e$  : 代表粒径、 $\tau_{*ce}$  :  $d_e$  の無次元限界掃流力である。

$d_e$  として中央粒径  $d_{50}$  を用い、対数正規分布をする混合砂礫に対して、 $\tau_{cmax}$  と  $\tau_{ce}$  との比と  $\sigma_d$  の関係を図示すると 図-12 となり、 $\sigma_d=4.0$  の場合  $d_{max}$  の移動には  $d_{50}$  の場合の 4.6 倍の掃流力を必要とすることがわかる。

次に、洗掘砂量に及ぼす  $\sigma_d$  の効果を明らかにする。clear water scour の場合、洗掘深の時間変化は各粒径ごとの砂粒の飛び出し個数と密接な関係があり、洗掘過程や粗粒化過程の定式化の容易性からの粒径別 pick up rate  $p_{si}$  の概念を用いる。

混合砂の粒度分布を  $p_i (i=1, 2, \dots, N, N$  : 粒度クラス数) とすると、 $p_i$  は第  $i$  クラスの重量百分率であり、混合砂の各粒径の比重が等しく均等に分布しているなら

ば表面に占める面積の割合に等しくなる。したがって、単位面積の床面に露出している第  $i$  クラスの砂粒個数  $n_i$  は  $p_i / A_2 d_i^2$  で表わされる。ここで  $d_i$  は第  $i$  クラスの砂の代表粒径、 $A_2$  は面積に関する砂の形状係数である。

各粒径ごとの pick up rate を  $p_{si}$  とすると、単位時間に単位面積の床面から飛び出す第  $i$  クラスの砂粒個数は  $n_i p_{si}$  である。これに  $A_3 d_i^3$  を掛け合わせれば体積表示となる。ここで  $A_3$  は体積に関する砂の形状係数である。

$p_{si}$  の関係式として中川・辻本・原により示された式<sup>7)</sup>を用いると、単位時間・単位面積当たりの第  $i$  クラスの砂の飛び出し量  $Q_i$  は、

$$Q_i = n_i \cdot p_{si} \cdot A_3 d_i^3 = \frac{A_3}{A_2} p_i p_{si} d_i$$

$$= 0.03 \frac{A_3}{A_2} \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1\right) g d_i} p_i \tau_{*i} \left(1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}\right)^3 \dots \dots \dots (2)$$

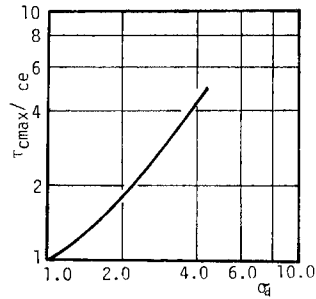


図-12  $\tau_{cmax}/\tau_{ce}$  と  $\sigma_d$  の関係

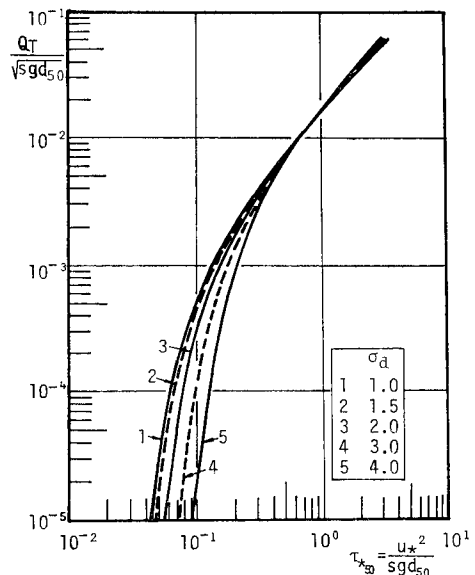


図-13 粒度分布の標準偏差が洗掘総量と掃流力の関係に及ぼす影響

で与えられる。ここで  $\sigma, \rho$  は砂および水の密度、 $\tau_{*i}$  は粒径別無次元掃流力 ( $=\tau/sgd_i$ )、 $s=\sigma/\rho-1$  である。

図-13 は対数正規分布をする混合砂に対して式 (2) を用いて計算した洗掘総量  $Q_T/(sgd_{50})^{1/2} (Q_T = \sum_{i=1}^N Q_i)$  と無次元掃流力  $\tau_{*50} (= \tau/sgd_{50})$  との関係を  $\sigma_d$  をパラメーターとして示したものである。図-13 の実験による直接的検証はないが、式 (2) の  $Q_i$  に対する実験的検証はなされている<sup>7)</sup>。その際  $A_3/A_2$  の値は球とみなして  $2/3$  とした。 $\tau_{*50}$  が  $0.7$  以上では  $\sigma_d$  の影響はほとんど現われず、 $\tau_{*50}$  が  $0.7$  以下において分級作用が現われ、 $\sigma_d$  が大きいほど同一中央粒径の均一砂に比して洗掘砂量が減少することがわかる。

(3) 粗粒化を伴う局所洗掘過程のモデル化

粗粒化を伴う局所洗掘をモデル化するにあたり、3. (2) に示した実験事実に基づいて洗掘形状を 図-14 のようにモデル化した。実際の橋脚周辺の洗掘孔形状は 3 次元的であるが、ここでは次の理由で 2 次元モデルとした。局所洗掘において問題となるのは最大洗掘深と洗掘範囲であるが、後者は洗掘形状の相似性より前者からある程度推測できるので、最大洗掘深の特性の把握が最も重要となる。橋脚周辺の局所洗掘において、最大洗掘深は橋脚前面 (図-3 の B 領域の橋脚付近) と上流側隅角部 (図-3 の A 領域) に現われる。この領域の局所洗掘現象は 2 次元モデルで十分取り扱いが可能と考えられる。

実質的に砂礫が飛び出す部分は  $K_1 z_s$  ( $K_1$ : 定数) の洗掘孔底部のみで、その上流側斜面の砂礫は  $K_1 z_s$  部分が低下するにつれて底部へ滑落するものとする。また、図-11 の結果を参照して混合砂礫の分級作用は  $K_1 z_s$  の部分のみで起こり、上流側斜面では起こらないものとする。さらに、河床低下を伴った粗粒化をモデル

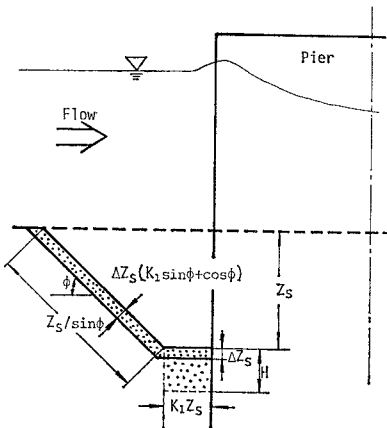


図-14 洗掘形状のモデル

化するために、 $K_1 z_s$  部に厚さ  $H$  の移動層を考え、層内の粒度構成は鉛直方向に変化しないと仮定する。

微小時間  $dt$  の間の洗掘深の増分を  $\Delta z_s$ 、そのときの第  $i$  クラスの砂粒の飛び出し率を  $p_{si}$  とし、飛び出した砂礫はすべて洗掘孔外に移動すると考えると、clear water scour の場合の砂礫の連続式は、

$$\Delta z_s \left( \frac{z_s}{\tan \phi} + 2 K_1 z_s \right) = \frac{A_3}{(1-\lambda) A_2} K_1 z_s \sum_{i=1}^N p_i p_{si} d_i dt \dots \dots \dots (3)$$

となる。ここで  $\lambda$ : 空隙率、 $\phi$ : 上流側斜面傾斜角、 $p_i$ : 第  $i$  クラスの粒度分布である。

時刻  $t$  における各量の値を用いて式 (3) を  $z_s$  の微分方程式で表わすと、

$$\frac{dz_s}{dt} = \frac{CK_1}{(c_1 + 2K_1)} \sum_{i=1}^N p_i(t) p_{si}(t) d_i \dots \dots \dots (4)$$

となる。ここで、 $C=A_3/(1-\lambda)A_2$ 、 $c_1=1/\tan \phi$  である。

一方、時刻  $(t+dt)$  における移動層部の第  $i$  クラスの砂粒の粒度分布は次のように考える。 $dt$  時間内に砂粒の飛び出しによって  $\Delta z_s$  河床が低下したものとすると、新たに下層から  $\Delta z_s$  だけ移動層に繰り込み、新たな粒度分布をもった厚さ  $H$  の移動層が形成されるものとする。単位幅当たりを考えて、 $dt$  時間内に移動層部から飛び出す砂粒個数を  $\Delta N_{ei}$ 、上流側斜面から滑落する砂粒個数を  $\Delta N_{ui}$ 、新しく下層から繰り込む個数を  $\Delta N_{bi}$  とすると、時刻  $(t+dt)$  における移動層内の砂粒個数は次式で求められる。

$$n_i(t+dt) = n_i(t) - \Delta N_{ei} + \Delta N_{ui} + \Delta N_{bi} \dots \dots \dots (5)$$

式 (5) の各項は粒度分布を用いて以下のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} n_i(t) &= \frac{(1-\lambda) K_1 z_s H}{A_3 d_i^3} p_i(t) \\ n_i(t+dt) &= \frac{(1-\lambda) K_1 z_s H}{A_3 d_i^3} p_i(t+dt) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

$$\Delta N_{ei} = \frac{K_1 z_s}{A_2 d_i^2} p_i(t) p_{si}(t) dt \dots \dots \dots (7)$$

$$\Delta N_{ui} = \frac{(1-\lambda)(c_1 + K_1) z_s \cdot \Delta z_s}{A_3 d_i^3} p_i(0) \dots \dots \dots (8)$$

$$\Delta N_{bi} = \frac{(1-\lambda) K_1 z_s \cdot \Delta z_s}{A_3 d_i^3} p_i(0) \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 $p_i(0)$  は第  $i$  クラスの砂粒の初期粒度分布である。式 (5) に式 (6)~(9) を代入し整理すると

$$p_i(t+dt) = p_i(t) - \frac{C}{H} p_i(t) p_{si}(t) d_i dt + \frac{(c_1 + 2K_1) \Delta z_s}{K_1 H} p_i(0) \dots \dots \dots (10)$$

となる。 $\Delta p_i = p_i(t+dt) - p_i(t)$  とし、 $dt \rightarrow 0$  とすれば  $p_i$  に関する微分方程式が得られる。

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = - \frac{C}{H} p_i(t) p_{si}(t) d_i$$



$$+ \frac{c_1 + 2K_1}{K_1 H} p_i(0) \frac{dz_s}{dt} \dots\dots\dots(11)$$

式(4)および式(11)を解くと、洗掘深・粒度構成の時間変化が求められる。しかし、 $p_{si}$  は水理条件・粒度構成および洗掘深によって規定され、式(2)での表示を用いる場合にも、 $\tau_{*ci}$  が時々刻々変化してゆく  $d_e$  の関数となっているので、式(4)および式(11)を解析的に解くことは一般に不可能であり、 $dt$  ステップごとの数値解法に頼らざるを得ない。

(4) 洗掘深と粒度構成の時間変化の解析手順

混合砂礫の場合の洗掘深および粒度構成の時間変化の解析は次の手順で行うことができる。

① 洗掘のごく初期を除き、遷移洗掘深  $z_p$  に達するまでは  $z_s$  の時間変化は代表粒径が同じである均一砂の式で解析する。著者の一人は角柱橋脚の場合の均一砂での洗掘深を与える式として、洗掘の相似則をもとにした解析によって次式を提示している<sup>12)</sup>。

$$\frac{z_s}{D} = \left\{ \frac{1}{29.2} \left( \frac{\sqrt{2} u_0 - u_c}{\sqrt{sgd}} \right)^3 \left( \frac{D}{d} \right)^{-1.9} \frac{\sqrt{2} u_0}{D} t \right\}^{0.22} \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 $D$ : 角柱幅、 $u_c = \psi u_{*c}$  ( $\psi = 8$ )、 $u_{*c}$ : 限界摩擦速度、 $d$ : 均一砂の粒径である。

また、粒度構成は遷移時刻  $t_p$  までは変化しないと考え、 $p_i(t) = p_i(0)$  とする。

② 遷移洗掘深およびその時刻は 4.(2) で検討した結果に基づいて洗掘孔底部での  $\tau_*(= \tau/sgd_e)$  の値が 0.7 となる時点とする。

③ 時刻  $t_p$  以後の時間変化は、式(4)および式(11)を用いて、初期条件として時刻  $t_p$  において  $z_s = z_p$ 、 $p_i(t_p) = p_i(0)$  を与えることによって逐次計算ができる。

ここで問題となるのが底面せん断応力  $\tau(t)$  の評価である。洗掘孔内では流れが剝離して河床付近に馬蹄型渦が発達し、洗掘に伴う底面せん断応力の変化を合理的に評価することはほとんど不可能に近い。そこで本論文では、均一砂の場合の洗掘深の時間変化の式をもとにして、粒径別飛び出し率  $p_{si}(t)$  を求めることとする。洗掘深や粒度分布の時間変化に及ぼす混合特性の効果を検討するには、均一砂の特性と比較するこの方法でも十分と考えられる。

次に、 $p_{si}(t)$  を求める方法を説明する。図-15は接近流速と中央粒径を同じくする均一砂と混合砂の洗掘深の時間変化を模式的に示したものである。破線が均一砂の場合、実線が混合砂の場合であり、時刻  $t_p$  以降に分級作用による差が現われる。洗掘深が  $z_0$  となる時刻を混合砂に対しては  $t$ 、均一砂に対しては  $t_u$  とする。時刻  $t$  における  $p_{si}(t)$  は次式で与えられるものとする<sup>1)</sup>。

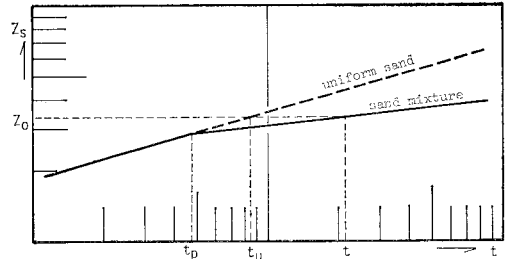


図-15  $t$  および  $t_u$  と  $z_{s0}$  との関係の模式図

$$p_{si}(t) \sqrt{d_i/sg} = \begin{cases} 0.03 \tau_{*i}(t) \left( 1 - \frac{\tau_{*ci}(t)}{\tau_{*i}(t)} \right)^3 & (\tau_{*i}(t) > \tau_{*ci}(t)) \\ 0 & (\tau_{*i}(t) \leq \tau_{*ci}(t)) \end{cases} \dots\dots\dots(13)$$

モデル化した洗掘孔においては、砂粒の飛び出しは洗掘孔底部 ( $K_1 z_s$  部) のみで起こると考えており、 $K_1 z_s$  部に作用する底面せん断応力  $\tau$  はおもに接近流速と洗掘深によって規定されると考えられる。そこで、接近流速が同一の場合、洗掘深が等しければ、底面せん断応力は粒径、粒度分布によらず等しいと仮定すると、 $z_s = z_0$  における粒径別無次元掃流力  $\tau_{*i}(t)$  と均一砂の無次元掃流力  $\tau_*(t_u)$  との間に次の関係が成立する。

$$\tau_{*i}(t) = \frac{\tau(t)}{sgd_i} = \frac{\tau(t_u)}{sgd_e} \frac{d_e}{d_i} = \tau_*(t_u) \frac{d_e}{d_i} \dots\dots(14)$$

ここで、 $d_e$ : 均一砂の粒径で混合砂の代表粒径に等しい。したがって、時刻  $t_u$  における均一砂の飛び出し率  $p_s(t_u)$  が求められれば、均一砂の pick up rate の式から逆算することによって  $\tau_*(t_u)$  が求まり、式(14)および式(13)から  $p_{si}(t)$  が求められることになる。 $p_s(t_u)$  は式(4)において、 $N=1$ 、 $p_i(t) = p_i(0)$  として変形した次式

$$p_s(t_u) = \frac{c_1 + 2K_1}{CK_1} d_e^{-1} \left( \frac{dz_s}{dt} \right)_{t=t_u} \dots\dots\dots(15)$$

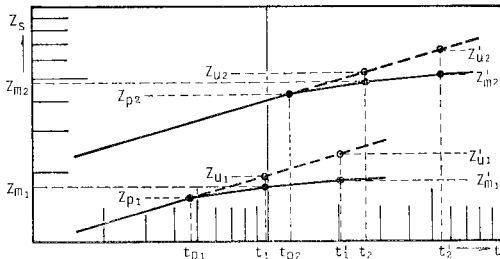
に、式(12)を代入することによって求められる。また均一砂に対する pick up rate は式(13)において  $\tau_{*ci} = 0.035$  として与えられる。

実際の計算に際しては、時刻  $t_u$  から  $dt$  時間後の均一砂の洗掘深の増分  $\Delta z_u$  を式(12)から計算し、これを用いて  $p_{si}(t)$  の  $dt$  時間内の平均値を求めることになる。

(5) 粒度構成(標準偏差)と洗掘深の時間変化特性

4.(3) および 4.(4) に展開したモデルをもとに、図-7に示された実験結果の合理的な説明を試みる。

まず、 $\sigma_d$  が同じ場合に、 $z_m/z_u$  と  $t/t_p$  の関係が両対数紙上でほぼ1本の直線で表わされる事実について考察する。図-16は  $\sigma_d$  が同じで  $d_e(0)$  と  $u_0$  が異なる条



図一六 粒度分布の標準偏差のみが同じ条件での2組の洗掘深の時間変化の模式図

件での2組の洗掘深の時間変化を模式的に示したものである。図中、実線は混合砂の場合を、破線は均一砂の場合を示す。以後の議論の便宜のため2組の各量にそれぞれ  $j(j=1, 2)$  の添字をつける。

遷移時刻  $t_{pj}$  からの最初の時間ステップを  $dt_j$  とおく。 $dt_j$  の値としては、 $t_j = t_{pj} + dt_j$  で与えられる  $t_j$  が  $t_1/t_{p1} = t_2/t_{p2}$  を満足するように、すなわち図一六において  $t_{pj}$  から  $t_j$  までの両対数紙上の水平距離が両者で等しくなるようにとる。 $dt_j$  の間は、洗掘孔底部での掃流力・粒度構成に変化がないと考える。

遷移時刻の定義により、微小時間  $dt_j$  内の平均の  $\tau_{*j}$  の値は両者で等しいので、 $p_{sj}(t_{pj})\sqrt{d_{ej}/sg}$  の値が等しいことになる。したがって、式 (15) より、

$$\frac{dz_{u1}}{dz_{u2}} = \frac{p_{s1}(t_{p1})}{p_{s2}(t_{p2})} \frac{d_{e1}}{d_{e2}} \frac{dt_1}{dt_2} = \left(\frac{d_{e1}}{d_{e2}}\right)^{1/2} \frac{dt_1}{dt_2} \dots\dots\dots(16)$$

の関係が得られる。ここで、 $dz_j = z_{uj} - z_{pj}$  である。

$dt_j$  および  $dz_{uj}$  にはそれぞれ、 $dt_1/dt_2 = t_{p1}/t_{p2} = t_1/t_2$ 、 $dz_{u1}/dz_{u2} = z_{p1}/z_{p2} = z_{u1}/z_{u2}$  の関係が成立するので、式 (16) から次式の関係が導かれる。

$$\frac{z_{u1}}{z_{u2}} = \frac{z_{p1}}{z_{p2}} = \beta^{1/2} \frac{t_1}{t_2} = \beta^{1/2} \frac{t_{p1}}{t_{p2}} \dots\dots\dots(17)$$

ここで、 $\beta = d_{e1}/d_{e2}$  である。

一方、混合砂礫に関しては、式 (3) より、

$$\frac{dz_{m1}}{dz_{m2}} = \frac{\sum_{i=1}^N p_{i1}(t_{p1}) p_{s11}(t_{p1}) d_{i1} dt_1}{\sum_{i=1}^N p_{i2}(t_{p2}) p_{s12}(t_{p2}) d_{i2} dt_2} \dots\dots\dots(18)$$

である。いま、2組の混合砂の粒度を次の関係式が成立するようにクラス分けすると、

$$d_{i1}/d_{e1}(0) = d_{i2}/d_{e2}(0) \quad (i=1, 2, \dots, N) \dots\dots(19)$$

粒度分布の関数形および  $\sigma_d$  の値が両者で等しい場合には、初期粒度分布には  $p_{i1}(0) = p_{i2}(0)$  の関係が成立する。

時刻  $t_{pj}$  における粒度分布は初期分布に等しいので、

$$\left. \begin{aligned} p_{i1}(t_{p1}) &= p_{i2}(t_{p2}) \\ \tau_{*ci1}(t_{p1}) &= \tau_{*ci2}(t_{p2}) \end{aligned} \right\} (i=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots(20)$$

となる。また  $\tau_{*j}(t_{pj})$  の値が両者で等しいことと式 (14) の関係より、 $\tau_{*i1}(t_{p1}) = \tau_{*i2}(t_{p2})$  となり、

$$p_{s1i} \sqrt{d_{i1}/sg} = p_{s12} \sqrt{d_{i2}/sg} \quad (i=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots(21)$$

が成立する。

式 (18) に式 (20) および式 (21) の関係を代入すると、

$$\frac{dz_{m1}}{dz_{m2}} = \beta^{1/2} \frac{dt_1}{dt_2} \dots\dots\dots(22)$$

が導かれる。 $z_{mj} = z_{pj} + dz_{mj}$  とおき、式 (17) の関係を用いると、 $t_1/t_{p1} = t_2/t_{p2}$  が成立する遷移時間後の最初の時間ステップに対して次の関係が成立する。

$$\frac{z_{m1}}{z_{u1}} = \frac{z_{m2}}{z_{u2}} \quad \text{または} \quad \frac{z_{m1}}{z_{p1}} = \frac{z_{m2}}{z_{p2}} \dots\dots\dots(23)$$

また、移動層厚を  $K_2 dz_{mj}$  ( $K_2$ : 定数) とおくと、時刻  $t_j$  における移動層部の混合砂の粒度分布は次式となる。

$$p_{ij}(t_j) = p_{ij}(t_{pj}) \left\{ 1 - \frac{C}{K_2 dz_{mj}} p_{sij}(t_{pj}) d_{ij} dt_j \right\} + \frac{c_1 + 2K_1}{K_1 K_2} p_{ij}(0) \quad (j=1, 2) \dots\dots(24)$$

式 (21) および式 (22) より、

$$\frac{p_{s1i}(t_{p1}) d_{i1} dt_1}{dz_{m1}} = \frac{p_{s12}(t_{p2}) d_{i2} dt_2}{dz_{m2}} \dots\dots\dots(25)$$

が成立する。したがって、式 (25) と式 (20) の関係より、

$$p_{i1}(t_1) = p_{i2}(t_2), \quad d_{e1}(t_1) = d_{e2}(t_2) \dots\dots\dots(26)$$

が導かれる。

以後の時間ステップについても同様の考え方で、 $(t/t_p)_1 = (t/t_p)_2$  なる時刻に対して  $(z_m/z_u)_1 = (z_m/z_u)_2$  および  $(z_m/z_p)_1 = (z_m/z_p)_2$  の成立が示される。これらの関係は図一七の結果を説明し、 $\sigma_d$  が等しい混合砂礫において  $z_s$  の時間変化を表わす曲線が両対数紙上で相似形となることを示している。

次に、 $\sigma_d$  が相違する場合を考える。図一七は  $\sigma_d$  の大きな値ほど、同一の  $t/t_p$  の値に対する  $z_m/z_u$  の値が小さくなることを示しているが、この事実について考察する。

いま、 $d_e(0)$ 、 $u_0$  が同じで  $\sigma_d$  のみが異なる2組の条件を考える。 $d_e$ 、 $u_0$  が同一なことより、2組の遷移時刻  $t_p$  と遷移洗掘深  $z_p$  は等しい。また、 $(t/t_p)_1 = (t/t_p)_2$  を満足する微小時間  $dt$  も両者で等しくなる。したがって、式 (19) が成立する  $d_{i1}$ 、 $d_{i2}$  に対して、式 (21) の関係が成立する。さらに、 $d_{e1} = d_{e2}$  の条件より  $d_{i1} = d_{i2} = d_{i0}$  となることより、

$$p_{s1i}(t_p) = p_{s12}(t_p) = p_{s10}(t_p) \dots\dots\dots(27)$$

が成立する。

しかし、粒度分布に関しては、その関数形は同じであ

つても  $\sigma_{d1} \approx \sigma_{d2}$  であるため、

$$p_{i1}(0) \approx p_{i2}(0), p_{i1}(t_p) \approx p_{i2}(t_p) \dots \dots (28)$$

となる。

両者の  $dt$  時間内の洗掘深の増分の比は、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta z_{m1}}{\Delta z_{m2}} &= \frac{\sum_{i=1}^N p_{i1}(t_p) p_{s1i}(t_p) d_{i1} dt}{\sum_{i=1}^N p_{i2}(t_p) p_{s2i}(t_p) d_{i2} dt} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N p_{i1}(t_p) p_{s1i}(t_p) d_{i1}}{\sum_{i=1}^N p_{i2}(t_p) p_{s2i}(t_p) d_{i2}} \dots (29) \end{aligned}$$

と表わされる。式 (29) は  $\Delta z_{m1}/\Delta z_{m2}$  の値が粒度分布のみに依存することを示す。式 (29) に式 (2) を代入して次式を得る。

$$\frac{\Delta z_{m1}}{\Delta z_{m2}} = \frac{\sum_{i=1}^N Q_{i1}}{\sum_{i=1}^N Q_{i2}} = \frac{Q_{T1}}{Q_{T2}} \dots \dots (30)$$

対数正規分布形で  $d_e = d_{50}$  とした場合の  $Q_T$  に及ぼす  $\sigma_d$  の効果は図-13 で示され、図より粗粒化が発生する  $\tau_* (< 0.7)$  の範囲に対して次の関係が成立することがわかる。

$$\frac{\sigma_{d1}}{\sigma_{d2}} \approx 1 \text{ に対して } \frac{\Delta z_{m1}}{\Delta z_{m2}} < 1 \dots \dots (31)$$

よって、 $z_{mj} = z_p + \Delta z_{mj}$  に対して次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{d1}}{\sigma_{d2}} \approx 1 \text{ に対して} \\ \frac{z_{m1}}{z_{m2}} \approx 1, \frac{z_{m1}}{z_u} \approx \frac{z_{m2}}{z_u} \dots \dots (32) \end{aligned}$$

式 (32) は、同一の  $t/t_p$  に対する  $z_m/z_u$  の値は、 $\sigma_d$  が大きい場合ほど小さいことを示し、図-7 の結果を説明する。

(6) 混合砂礫の洗掘特性のシミュレーション

4.(3) で導かれた粗粒化を伴う洗掘モデルを用いて、4.(4) に示した手順に従って混合砂における洗掘深の時間変化と洗掘孔底部の粒度構成の時間変化のシミュレーションを行った。計算にあたって、初期の粒度分布として実験との対応のため対数正規分布を与え、クラス分け個数は 15 とした。また代表粒径としては中央粒径を用いた。上流側斜面の傾斜角は一律に  $30^\circ$  とし、粒子形状を便宜的に球として  $A_2 = \pi/4$ ,  $A_3 = \pi/6$ ,  $\lambda = 0.6$  とした。

図-17 は  $K_1 = 0.25$ ,  $K_2 = 10.0$  とした場合の計算結果とそれに対応する実験結果を示したものである。 $K_1$  の値は 図-14 の洗掘形状モ

デルに実験結果をあてはめて得た平均値を用いた。 $K_2$  の値に対しては実験的な裏づけはない。しかし、この洗掘-粗粒化モデルにおいては、河床低下量  $\Delta z_m$  は洗掘孔底部 ( $K_1 z_s$  部) から飛び出す各粒径の砂の総量と上流側斜面部からの供給砂量の収支の結果として現われるものである。粗粒化の対象となる移動層厚は  $\Delta z_m$  よりかなり大きいと考えられる。ここでは洗掘孔底部と上流側斜面部の長さの比を考慮して  $K_2 = 10.0$  とした。

$K_2$  の値の変化が洗掘深や粒度構成の時間変化に及

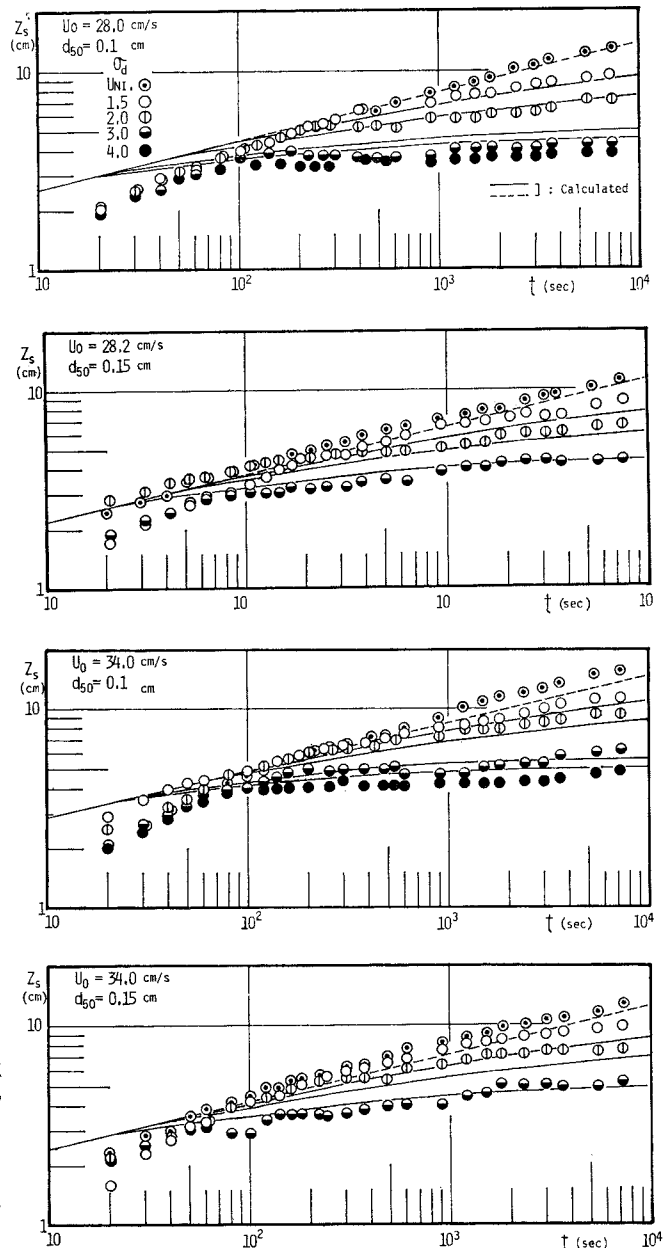


図-17 洗掘深の時間変化のシミュレーション結果

ばす影響については詳しく検討しなかったが、 $K_s=5.0 \sim 10.0$  の変化に対して、洗掘深はたかだか 1 割程度変化するのみであり、粒度分布曲線も若干ずれる程度で、定性的な特性にはまったく変化がなかった。 $K_s$  は 10 前後の値であれば結果にはさほど大きな影響を与えないと思われる。各図は  $d_{50}$  と  $u_0$  が同じ条件でまとめてあり、均一砂も含めて  $\sigma_d$  による  $z_s$  と  $t$  の関係曲線の違いを比較したものである。洗掘の初期を除いて数値計算の結果と実験結果は比較的良好に対応している。すなわ

ち、 $\sigma_d$  が大きな混合砂ほど早期に  $z_s$  の時間変化が均一砂に比して減少すること、また減少の割合は  $\sigma_d$  のみに規定され、 $\sigma_d$  が大きいほど大きくなることである。

図—18 は、粗粒化による洗掘孔底部の粒度構成の時間変化の計算例である。図中の破線は、通水 2 時間後の A 領域での実測結果である。粗粒化はその初期に急速に進行し、時間の経過とともに鈍化する傾向を示す。 $d_{50}$  の増加の程度は  $\sigma_d$  が大きいほどすみやかに大きくなっており、このことが 図—17 での洗掘深の時間変化特性に関係していると考えられる。

今回の実験では、粗粒化の時間変化を追跡しなかったため、洗掘途上における実測値との比較はできないが、通水 2 時間後にあたる計算値と実測値は比較的良好一致を示している。

図—17 および 図—18 の結果より 4.(3) に展開した粗粒化および洗掘過程のモデルの妥当性がうかがえるとともに、混合砂礫の局所洗掘特性はその粒度構成（ここでは  $\sigma_d$ ）におもに支配されることが確認された。

図—17 および 図—18 のシミュレーション結果が示すように、混合砂礫の局所洗掘においては  $d_e$ ,  $p_i$  は時々刻々変化し、 $z_s$  と  $t$  の関係は両対数紙上で直線とはならず、緩やかな上に凸な曲線となる。したがって、図—7 において、 $z_m/z_u$  と  $t/l_p$  の関係を両対数紙上で各  $\sigma_d$  の値に応じた勾配をもつほぼ 1 本の直線で表わされたとしたが、厳密には緩やかな曲線である。曲線の曲率が非常に小さいので、直線で近似するのが実用的であるが、その際には数値計算の結果をもとに適当な勾配を見出すことが必要である。

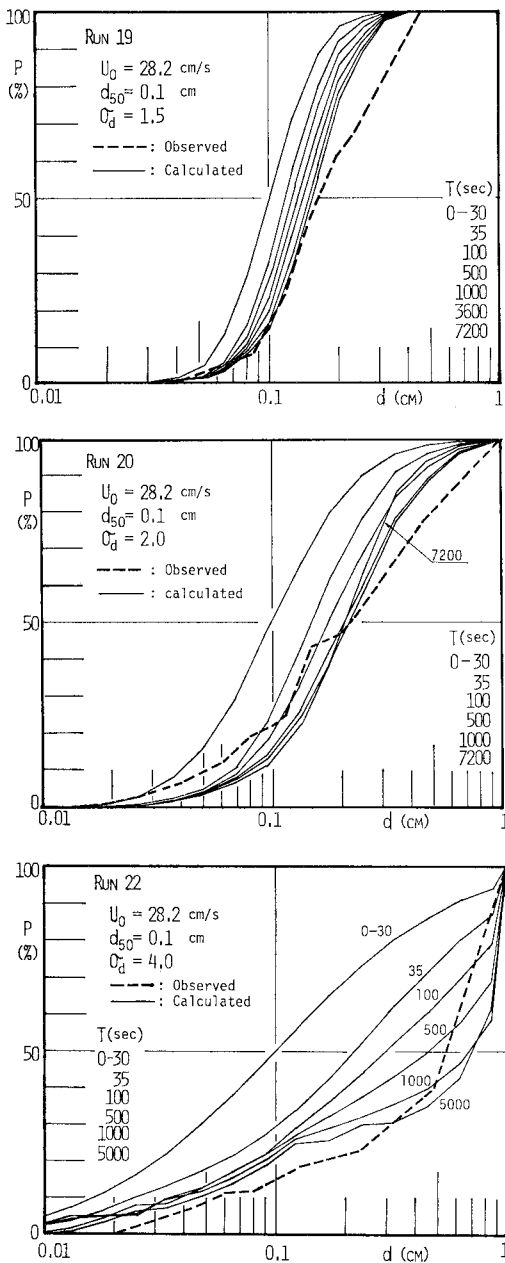
## 5. 結 言

混合砂礫が局所洗掘に及ぼす効果を、砂礫の粒度分布の標準偏差に重点をおいて、実験的・理論的に考察したが、得られた結果を要約して以下に述べる。

(1) 角柱橋脚を用いて、混合砂礫の局所洗掘の実験を行った結果、ある時刻から混合砂の洗掘速度が同一中央粒径の均一砂に比して低減すること、その割合は  $\sigma_d$  のみに規定され、 $\sigma_d$  が大きいほど大きくなり、変化点も早く現われることが明らかとなった。

(2) 混合砂と均一砂の場合の洗掘深の比と、遷移時刻で無次元化された時刻との関係は、両対数紙上でほぼ直線で表わされ、その勾配は  $\sigma_d$  によって決まる。

(3) 混合砂礫の局所洗掘の解析にあたり、粗粒化および洗掘過程のモデル化を行った。このモデルは、洗掘孔底部に粗粒化が進行する移動層を考え、上流側斜面の砂礫も滑落ののちに分級作用を受けるとした粗粒化モデルと、粒径別飛び出し砂量の総和と洗掘深の増分とを関



図—18 粒度構成の時間変化のシミュレーション結果

係づけた洗掘モデルとを組み合わせたものである。

(4) 粗粒化-洗掘モデルと均一砂の洗掘特性に基づいて、(2)に示した実験事実の理論的根拠を示すとともに、洗掘深および粒度分布の時間変化の数値シミュレーションを行い、実測結果との比較を行った。

#### 参 考 文 献

- 1) 土屋義人：混合砂礫の限界掃流力に関する研究，京大防災研究所報，第6号，pp. 228～253，1953.
- 2) Egiazaroff, I.V. : Calculation of nonuniform sediment concentration, Proc. ASCE, Vol. 91, HY 4, pp. 225～246, 1965.
- 3) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，pp. 59～69，1972.
- 4) Gessler, J. : Self-stabilizing tendencies of alluvial channels, Proc. ASCE, WWHD, pp. 235～248, 1970.
- 5) 芦田和男・道上正規：混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究，京大防災研究所報，第14号B，pp. 259～273，1971.
- 6) 平野宗夫：Armorling をともなう河床低下について，土木学会論文報告集，第195号，pp. 55～65，1971.
- 7) 中川博次・辻本哲郎・原 稔明：混合砂れき床面の粗粒化過程について，京大防災研究所報，第20号B，pp. 335～370，1977.
- 8) 河村三郎：Armor Coat の生成に関する研究，第15回水理講演会講演集，pp. 37～42，1971.
- 9) 中川博次・鈴木幸一：局所洗掘におよぼす混合砂礫の効果について，京大防災研究所報，第18号B，pp. 689～700，1975.
- 10) 中川博次・大坪国順・中川道弘：橋脚周辺の局所洗掘に及ぼす混合砂礫の効果，土木学会第33回年次学術講演会講演概要集，II-280，pp. 539～540，1978.
- 11) 中川博次：明石海峡大橋下部工洗掘模型実験検討（その4），本州四国連絡橋公団委託報告書，1978.
- 12) 中川博次・鈴木幸一：潮流による橋脚周辺部の洗掘特性に関する研究，第22回海岸工学講演会論文集，pp. 21～27，1975.

(1980.5.20・受付)