

揚水における井戸ロスの評価に関する考察

ON THE ESTIMATION OF WELL-LOSSES IN CASE
OF PUMPING-UP OF THE GROUNDWATER

星 田 義 治*・市 川 勉**

By Yoshiharu HOSHIDA and Tsutomu ICHIKAWA

1. ま え が き

井戸を用いて地下水を揚水するとき、井戸内と井戸枠のすぐ外側で地下水位の不連続が発生する。このとき生ずる井戸内と井戸枠の外側の水位差を「井戸ロス」とよんでいる。井戸ロスの定量的評価については、Jacob (1852)¹⁾、狩野 (1934)²⁾、野満 (1935)³⁾、嶋 (1965)⁴⁾、星田ら (1978)⁵⁾ の研究がある。

Jacob は被圧地下水において、井戸損失が揚水量の2乗に比例するという考えに立って、1つの式で表現しているが、井戸枠のストレーナの開孔率の影響については議論していないので現場で用いるのには不十分である。また鉛直流の影響のある不圧地下水についての議論はなされていない。狩野は不圧地下水の場合について論じ、井戸壁内外の水位差は、揚水量と井戸内の湛水深の比の n 乗に比例するという実験式を提案している。この式では比例定数および冪数 n という2つのパラメーターを定める困難さがあり、また、パラメーターの物理的意味が判然としない。野満は不圧地下水について、鉛直流を考慮した定常状態の近似解を求め、これによって井戸ロスの大きさを計算している。そこでは、井戸枠の抵抗による井戸ロスは考慮されていない。嶋は不圧地下水について、井戸枠の抵抗を考慮した運動方程式と井戸における連続式を考慮し、帯水層内の基礎式を線形近似して非定常解を導いたが、鉛直流の影響は考慮されていない。

本論文は、このような過去に発表された理論を踏まえ、井戸ロスの発生原因または構成要素を次の3点に分類して、これらの各要素が井戸ロスに関与する割合を定量的に議論したものである。i) 井戸枠の抵抗による井戸ロス、ii) 鉛直流の影響による井戸ロス、iii) 乱れの影響による井戸ロス、の各要素で発生する井戸ロスは、

それぞれが別個に存在するのではなく、揚水等によって発生した井戸ロスの中に、この各要素によるものが混在し、その合成された結果として、1つの井戸ロスが現われてくる。したがって、著者らの目的は、井戸ロスの中に含まれる各要素ごとの大きさを理論および実験を用いて定量的に表現することである。

第1要素に挙げた井戸枠の抵抗による井戸ロスは、被圧および不圧の地下水において同一の結果を与えるものと予想される。第2の鉛直流の影響による井戸ロスは、不圧地下水において揚水量が大きくなる（このとき井戸内の水位降下が大きくなる）とき、この影響が卓越してることが考えられる。第3の乱れの影響による井戸ロスは、被圧および不圧地下水を井戸で大量に揚水するとき、井戸へ流入する地下水流のレイノルズ数が大きくなり、流れが乱流となるとき、この影響が井戸ロスとなって現われることが考えられる。この論文における主目的は前2者にある。第3の要因である乱れによる影響については、本文中で若干の定性的考察を試みる。

上述したように、本論文の主たる目的は、この3つの要素より構成されている井戸ロスについて、各構成要素が井戸ロスに占める大きさを、理論および実験によって定量的に定めることである。

このようにして、井戸ロスが定量的に評価されると、地下水位の挙動がより定量的に把握され、井戸を用いた地下水利用計画等に有効な情報を提供することになる。

2. 井戸枠の抵抗による井戸ロス

井戸枠の抵抗を考慮した非定常解を求め、実験で検証して、解の妥当性を確認する。さらに、抵抗係数については、被圧および不圧の地下水で同一の値を用いることができることを確認する。

* 正会員 東海大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 東海大学講師 工学部土木工学科

(1) 理論

図-1 に示したような被圧地下水における井戸への放射流は平行流である。一方、不圧地下水における場合は、図-2 に示されている水位 h_w が初期水位 H に近い (井戸内の水位降下が小さい) ときだけ準一様流 (平行流) の仮定が成立し、被圧の場合と同様な理論的取扱いが可能となることは周知のとおりである。

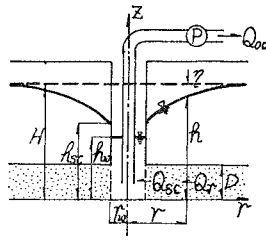


図-1 被圧帯水層

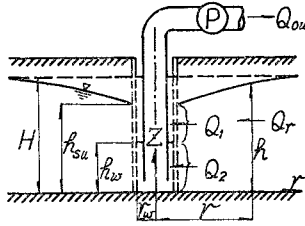


図-2 不圧帯水層

被圧および不圧の地下水は、揚水を始めると井戸枠のストレーナを通過して井戸へ流入する。地下水がストレーナを通過するときストレーナの形状抵抗等によって井戸ロスが生ずる。いま、 Σf を管路における形状損失係数に相当するものとし、 h を損失水頭とすると、ストレーナを通過する流速 v は、近似的に、

$$v = \sqrt{2G/\Sigma f \cdot h} = K\sqrt{h} \quad (1)$$

と表わすことができる。G は重力の加速度である。また、K は井戸枠の抵抗係数で $[L^{1/2}T^{-1}]$ の次元をもっている。式 (1) を用いると井戸への流入量 Q_{sc} (被圧) と Q_{su} (不圧) は、井戸枠のストレーナが連続的かつ一様に分布していると仮定すると、次のように表わすことができる⁵⁾。

$$Q_{sc} = 2\pi r_w K D \sqrt{h_{sc} - h_w} \quad (\text{被圧}) \quad (2)$$

$$Q_{su} = 2\pi r_w K \sqrt{h_{su} - h_w} (2h_{su} + h_w)/3 \quad (\text{不圧}) \quad (3)$$

ここで、 r_w は井戸の半径、D は被圧帯水層の厚さ、 h_w は井戸内の水位、 h_{sc} 、 h_{su} はそれぞれ被圧および不圧における井戸枠のすぐ外側の水位を示す。

次に、井戸内の連続の式は、井戸および揚水管の断面積をそれぞれ A_w 、 A_p とすると

$$(A_w - A_p) \frac{dh_w}{dt} = Q_{sc} - Q_{oc} \quad (\text{被圧}) \quad (4)$$

$$(A_w - A_p) \frac{dh_w}{dt} = Q_{su} - Q_{ou} \quad (\text{不圧}) \quad (5)$$

となる。帯水層内の基礎式は、透水係数を k 、被圧帯水層の貯留係数を S 、不圧帯水層の有効空隙率を β で表わすと、

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{kD}{S} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (\text{被圧}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{\beta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r h \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (\text{不圧}) \quad (7)$$

となる。初期および境界条件は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} t \leq 0; h = H, Q_{oc} = Q_{ou} = 0 \\ t > 0; Q_{oc} = Q_{ou} = \text{const.} \\ ; r = r_w; Q_r = Q_{sc} = Q_{su}, r = R; h = H \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

無次元化

$$\left. \begin{aligned} Z_{rc} &= \frac{Q_r}{2\pi k D H}, Z_{ru} = \frac{Q_r}{2\pi k H^2}, Z_{sc} = \frac{Q_{sc}}{2\pi k D H} \\ Z_{su} &= \frac{Q_{su}}{2\pi k H^2}, Z_{oc} = \frac{Q_{oc}}{2\pi k D H}, Z_{ou} = \frac{Q_{ou}}{2\pi k H^2} \\ \tau_c &= \frac{k D t}{S r_w^2}, \tau_u = \frac{k H t}{\beta r_w^2}, g = \frac{h}{H}, g_{sc} = \frac{h_{sc}}{H} \\ g_{su} &= \frac{h_{su}}{H}, g_w = \frac{h_w}{H}, x = \frac{r}{r_w}, X = \frac{R}{r_w} \\ \alpha &= \frac{r_w K}{k \sqrt{H}}, S' = \frac{S}{1 - A_p/A_w}, \beta' = \frac{\beta}{1 - A_p/A_w} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 Q_r は井戸の中心から r の地点を井戸へ向かって流れる流量である。

式 (2) から (8) までを式 (9) の記号を用いて無次元化すると、次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} Z_{sc} &= \alpha \sqrt{g_{sc} - g_w} \quad (\text{被圧}) \quad (10) \\ Z_{su} &= \alpha \sqrt{g_{su} - g_w} \cdot (2g_{su} + g_w)/3 \quad (\text{不圧}) \quad (11) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} dg_w/d\tau_c &= 2S'(Z_{sc} - Z_{oc}) \quad (\text{被圧}) \quad (12) \\ dg_w/d\tau_u &= 2\beta'(Z_{su} - Z_{ou}) \quad (\text{不圧}) \quad (13) \end{aligned} \right.$$

$$\frac{\partial g}{\partial \tau_c} = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial g}{\partial x} \quad (\text{被圧}) \quad (14)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \tau_u} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x g \frac{\partial g}{\partial x} \right) \quad (\text{不圧}) \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_c \leq 0, \tau_u \leq 0, g = 1, Z_{oc} = Z_{ou} = 0 \\ \tau_c > 0, \tau_u > 0; Z_{oc} = Z_{ou} = \text{const.} \\ x = 1; Z_{rc} = Z_{sc}, Z_{ru} = Z_{su} \\ x = X; g = 1 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式 (10) から (15) までを式 (16) の条件で Runge-Kutta 法を用いて数値計算によって、 g, g_{sc}, g_{su}, g_w の 4 つの無次元水位を算定した。計算の順序は次のようである。たとえば、不圧地下水においては、式 (15) を $y = x/\sqrt{\tau}$ 、 $y_0 = 1/\sqrt{\tau}$ 、 $\xi = y/y_0$ 、 $Z_{ru} = \xi g(dg/d\xi)$ の変換を行って、次の連立常微分方程式とした⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dg}{d\xi} &= \frac{Z_{ru}}{\xi g} \\ \frac{dZ_{ru}}{d\xi} &= -\frac{y_0^2 \xi Z_{ru}}{2g} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここで、式 (17)、(13)、(11) を同時に解いて結果を図-6 および 図-9 に示した。

(2) 実験および考察

前述の理論の結果を検証するために、図-3、4 に示

すような被圧および不圧の帯水層の砂モデルによる実験を行った。実験は中心角 15° の扇形水槽に、 $D_{10}=0.43$ mm, 均等係数 1.49 の砂を用いて行った。図-5 は被圧地下水, 図-6 は不圧地下水について, 実験値と理論値を比較したものである。ここで, 図-5 と図-6 における井戸枠の無次元抵抗係数 α は, 実験より定める。すなわち, 式 (10) および式 (11) で, $Z_{sc}=Z_{oc}$, $Z_{su}=Z_{ou}$ の定常状態において, Z_{oc} , g_w , g_{sc} (被圧), Z_{ou} , g_w , g_{su} (不圧) をそれぞれ測定して α を計算する。両ケースとも実験値と理論値がよく一致している。特に, 式 (10), (11) の井戸枠の抵抗を考慮した式の導入によって, 井

戸内の水位 g_w と井戸枠のすぐ外側の水位 g_{sc} , g_{su} が正確に評価されている。また, 図-5 および 図-6 に用いられている記号 τ_c' と τ_u' は,

$$\tau_c' = D/r_w^2, \tau_u' = H/r_w^2 \dots \dots \dots (18)$$

図-5 および 図-6 を用いると, 井戸を用いた揚水試験より, 透水係数 k および有効空隙率 β を算定することができる。この算定された帯水層のパラメーターは, 他の方法と比較して妥当な値であることを確認している。

井戸枠のストレーナの開孔率 (ストレーナの開孔部分の面積を井戸枠にあるストレーナ部分の全側面積で除した値で, 記号 Y で表現する) と井戸枠の抵抗係数の関係を表わすと 図-7 のようになる。図-7 において, 井戸枠にあるストレーナの開孔率が小さい (実験では, $Y < 18\%$) とときは, 被圧と不圧の値は一致している。このことは, ストレーナの開孔率が小さいときの井戸ロスは, 井戸枠の抵抗によるものが最も卓越し, 鉛直流や乱流によって生ずる井戸ロスはきわめて小さいことを意味している。したがって, 井戸ロスの大きさは, 井戸枠の抵抗を考慮するだけで算定できる。また, 開孔率が大きい (実験では, $Y=54\%$) とときでも, 不圧における無次元揚水量 Z_{ou} が約 0.1 以下 (被圧のときは Z_{oc} は約 0.15 と大きくなる) であると, 井戸枠の抵抗を考慮す

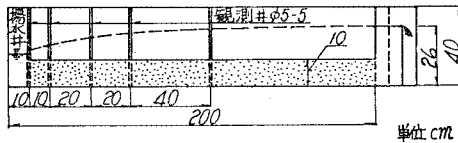


図-3 被圧帯水層モデル

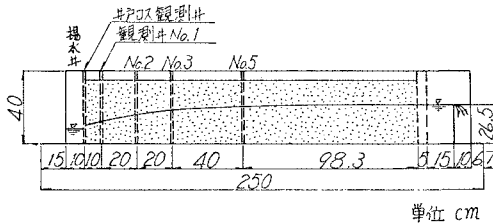


図-4 不圧帯水層モデル

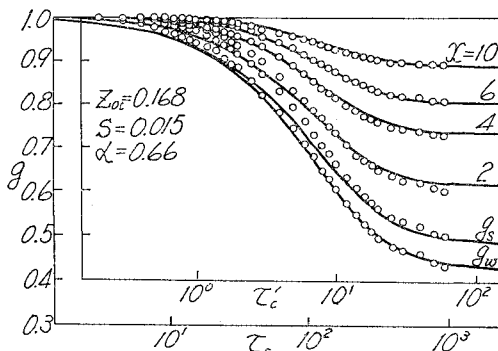


図-5 被圧帯水層 ($g-\tau_c$ 曲線)

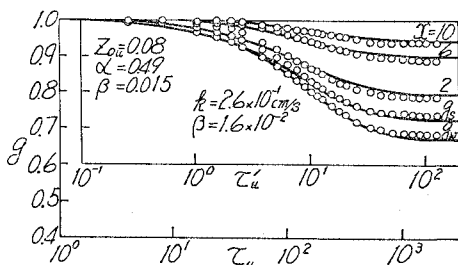


図-6 不圧帯水層 ($g-\tau_u$ 曲線)

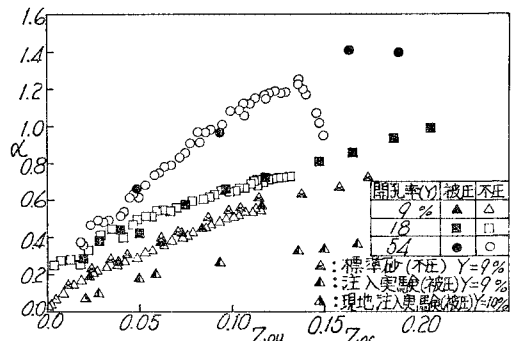


図-7 揚水量と井戸枠の抵抗係数

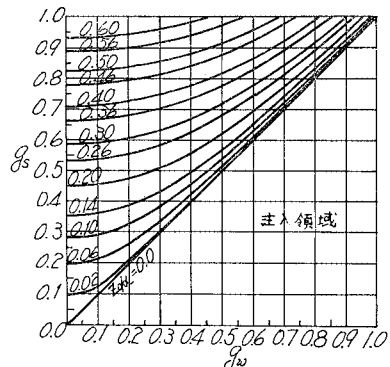


図-8 g_s と g_w の関係

るだけで算定できる。

算定法は、ストレーナの開孔率、無次元の揚水量 Z_{oc} (被圧), Z_{ou} (不圧) を既知量として、図-7 より α を読みとる。次に井戸内の水位 (g_w) を測定し、式 (10) または (11) より g_{sc} および g_{su} を算定する。これより、井戸ロスの大きさ ($g_{sc}-g_w$) (被圧), ($g_{su}-g_w$) (不圧) が求められる。特に、不圧地下水における井戸枠の抵抗を考慮した式 (11) は、 g_w と g_{su} の関係が3次式になるので、図-8 のグラフを用いて計算の簡便化を図る。また、図-7 は無次元表示されているので、現地試験にも、このまま直接利用できる。

図-7 には開孔率 9% の注入実験の結果も併記しているので、一例として、大阪市で実施された現地注入実験の資料⁹⁾を用いて、井戸枠の無次元抵抗係数 α を計算すると次のようになる。式 (10) に現地測定値を代入する。

$$\alpha = \frac{Z_{oc}}{g_w - g_{sc}} = \left(\frac{0.396/60}{2 \times 3.14 \times 2.1 \times 10^{-4} \times 8 \times 31} \right) / \frac{0.229}{31} = 0.055 \dots\dots\dots (19)$$

この値は、図-7 に Δ 印でプロットされている。この現地注入実験では、SKS スクリーンを使用しており、その開孔率は公称 10% である。室内実験は 10% を目標に作ったのであるが完成後の実際の値は 9% であった。スクリーンの開孔率は、この両者でだいたい同じように思われるし、実験結果も近い値を示している。

しかし、図-7 からわかるように、注入と揚水の実験では、開孔率は同じ 9% でも注入実験の方が井戸ロスが大きくなり、 α の値が小さくなっている。この原因は、注入の場合には井戸内の水位および水頭分布が揚水の場合と異なるためと推測されるが、この点についての詳細は今後の問題である。式 (10) の係数 α は揚水と注入で違ってくるが、式 (10) の考え方は注入にも使用可能であろうと思われる。

3. 鉛直流による井戸ロス

不圧帯水層においては、井戸から揚水するとき揚水量が大きくなると、井戸内の水位降下が大きくなり、そのために井戸の近傍で発生する鉛直流が無視できなくなる。そして、井戸ロスの中に占める鉛直流による寄与が急激に増大してくる。図-7 の開孔率 54% の実験値が、およそ $Z_{ou} > 0.1$ で被圧の実験値から外れてくるのは、不圧地下水において、鉛直流の影響が卓越してきたことによるものであると考えられる。また、準一様流の仮定を用いた不圧地下水の基礎式の解を、揚水量の大きい場合 ($Z_{ou}=0.13$) に適用したのが図-9 である。図-9 で、井戸内の水位 (g_w) および井戸枠の外側の水位 (g_{su})

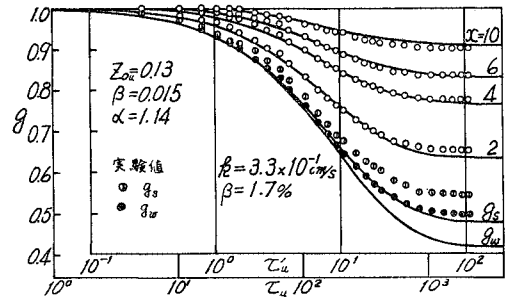


図-9 不圧帯水層 (g - τ_u 曲線)

は、この解が井戸枠の抵抗を考慮した式を用いているにもかかわらず、理論値と実験値は一致していない。しかし、図-9 で、井戸の半径の 2 倍以上 ($x > 2$) のところにある観測井では、両者がほぼ一致している。このことから、鉛直流の影響が卓越するのは、井戸から比較的近いところであることがわかる。著者らの解析によると、井戸へ向かう地下水の流れは、井戸の中心からの距離が帯水層厚の 10 倍ぐらいの地点では、鉛直方向の流速成分が水平方向の流速成分の 1/100 以下になることがわかった (付録 A 参照)。

ここで、無次元の揚水量が大きくなると、井戸ロスの中に占める鉛直流の割合が卓越してくることが実験的にも確認されたので、鉛直流を考慮した解を誘導し、この解を用いて、井戸ロスに寄与する鉛直流の効果を解析的、定量的に検討する。

(1) 理 論

不圧帯水層において、図-10 のような完全貫入井から地下水を揚水する場合を考える。流れの場は軸対称流で Darcy 則が成立し、水は非圧縮性、帯水層は均質、等方で、揚水量は一定であるとする。ここで、図-10 の記号を用いると関係式は以下のように表わされる。

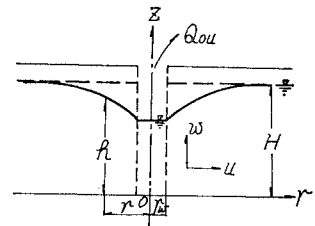


図-10 不圧帯水層機構

帯水層内の運動方程式

$$u = \frac{1}{\rho a} \frac{\partial p}{\partial r} \dots\dots\dots (20)$$

$$w = -\frac{G}{a} - \frac{1}{\rho a} \frac{\partial p}{\partial z} \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 p は帯水層内における流体の圧力、 ρ は流体の密度、 a は帯水層内における流体の抵抗係数で $[T^{-1}]$ の次元をもっている。帯水層内の連続式は、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (22)$$

となる。初期および境界条件は、

$$t \leq 0; h=H, u=w=0, p=\rho G(H-z) \dots\dots\dots (23)$$

$$\left. \begin{aligned} t > 0; r=r_w, Q_{ou} = -\int_0^h 2\pi r u dz \text{ (一定)} \\ r=R, h=H, p=\rho G(H-z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

$$z=0; w=0 \dots\dots\dots (25)$$

$$z=h; \beta \partial h / \partial t + u \partial h / \partial r = w \dots\dots\dots (26)$$

$$p=0 \dots\dots\dots (27)$$

となる。次のようにして無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} X=R/r_w, x=r/r_w, y=z/H \\ \tau_v=kt/\beta H, g=h/H, \delta=r_w/H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

ここに、

$$k=G/a \dots\dots\dots (29)$$

境界条件式 (26) が非線形であるから摂動法を用いるため p を次のようにおく。

$$p=\rho GH(1-y) + \rho GH\varphi(x, y, \tau_v) \dots\dots\dots (30)$$

式 (20)~(27) を無次元表示すると次のようになる。

$$\partial u/k = -\partial\varphi/\partial x \dots\dots\dots (31)$$

$$w/k = -\partial\varphi/\partial y \dots\dots\dots (32)$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \delta^2 \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (33)$$

$$\tau_v \leq 0; g=0, u=w=0, p=\rho GH(1-y) \dots\dots\dots (34)$$

$$\tau_v > 0; x=1, \frac{\delta Q_{ou}}{2\pi r_w k H} = -\frac{\delta}{k} \int_0^g u(1, y, \tau_v) dy \dots\dots\dots (35)$$

$$x=X, p=\rho GH(1-y) \dots\dots\dots (36)$$

$$y=0; w=0 \dots\dots\dots (37)$$

$$y=g; \frac{\partial g}{\partial \tau_v} + \left(\frac{u}{\delta k}\right) \frac{\partial g}{\partial x} = \frac{w}{k} \dots\dots\dots (38)$$

$$1-g+\varphi(x, g, \tau_v)=0 \dots\dots\dots (39)$$

自由表面の式 (38) は非線形であるから、摂動法を用いて線形化した式に置き換える。いま、 φ, g を微小量を表わすパラメーター ε を用いて次のようにおく。 ε は解の積分定数とともに汲み出し量の条件から定められる。

$$\varphi(x, y, \tau_v) = \varepsilon\varphi_1(x, y, \tau_v) + \varepsilon^2\varphi_2(x, y, \tau_v) + \dots\dots\dots (40)$$

$$g(x, 1, \tau_v) = 1 + \varepsilon g_1(x, \tau_v) + \varepsilon^2 g_2(x, \tau_v) + \dots\dots\dots (41)$$

式 (40) および (41) を式 (31) から (39) に適用し、 ε の各オーダーについて整理すると、基礎式および境界条件は次のように表わされる。 ε オーダー

$$\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial\varphi_1}{\partial x} + \delta^2 \frac{\partial^2\varphi_1}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (42 \cdot a)$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial \tau_v} + \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial y}\right)_{y=1} = 0 \dots\dots\dots (42 \cdot b)$$

$$g_1(x, \tau_v) = \varphi_1(x, 1, \tau_v) \dots\dots\dots (42 \cdot c)$$

$$(\partial\varphi_1/\partial y)_{y=0} = 0 \dots\dots\dots (42 \cdot d)$$

$$x=X; g_1=\varphi_1=0, \partial\varphi_1/\partial x = \partial\varphi_1/\partial y = 0 \dots\dots\dots (42 \cdot e)$$

$$x=1; \varepsilon \int_0^1 \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right)_{x=1} dy = Z_{ou} \dots\dots\dots (42 \cdot f)$$

ε^2 オーダー

$$\frac{\partial^2\varphi_2}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial\varphi_2}{\partial x} + \delta^2 \frac{\partial^2\varphi_2}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (43 \cdot a)$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial \tau_v} + \left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial y}\right)_{y=1} = -g_1 \left(\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial y^2}\right)_{y=1} + \frac{1}{\delta^2} \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right)_{y=1} \frac{\partial g_1}{\partial x} \dots\dots\dots (43 \cdot b)$$

$$g_2(x, \tau_v) = \varphi_2(x, 1, \tau_v) + g_1(\partial\varphi_1/\partial y)_{y=1} \dots\dots\dots (43 \cdot c)$$

$$(\partial\varphi_2/\partial y)_{y=0} = 0 \dots\dots\dots (43 \cdot d)$$

$$x=X; g_2=\varphi_2=0, \partial\varphi_2/\partial x = \partial\varphi_2/\partial y = 0 \dots\dots\dots (43 \cdot e)$$

$$x=1; \varepsilon \int_0^1 \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right)_{x=1} dy$$

$$+ \varepsilon^2 \left\{ \int_0^1 \frac{\partial\varphi_2}{\partial y} dy + g_1 \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right)_{y=1} \right\}_{x=1} = Z_{ou} \dots\dots\dots (43 \cdot f)$$

最初に ε オーダーの解を求めると次のようになる (付録 B 参照)。

$$\varphi_1 = Z_{ou} \left\{ \log \frac{x}{X} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 S_0(\lambda_n) S_0(\lambda_n x) e^{-\sigma n^2 \tau_v} \cosh \mu_n y}{\lambda_n^2 [X^2 S_1^2(\lambda_n X) - S_0^2(\lambda_n)] \cosh \mu_n} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

$$g = 1 + Z_{ou} \left\{ \log \frac{x}{X} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 S_0(\lambda_n) S_0(\lambda_n x) e^{-\sigma n^2 \tau_v}}{\lambda_n^2 [X^2 S_1^2(\lambda_n X) - S_0^2(\lambda_n)]} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

また、 ε^2 オーダーの定常状態における 1 つの近似解は次のようになる (付録 C 参照)。

$$g = 1 + (\varepsilon C) \log \frac{x}{X} + (\varepsilon C)^2 \frac{1}{\delta^2 x^2} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{6} C_1 + \frac{1}{12} C_2 \right] \dots\dots\dots (46)$$

ここで、 (εC) は定数で次のような値をもつ。

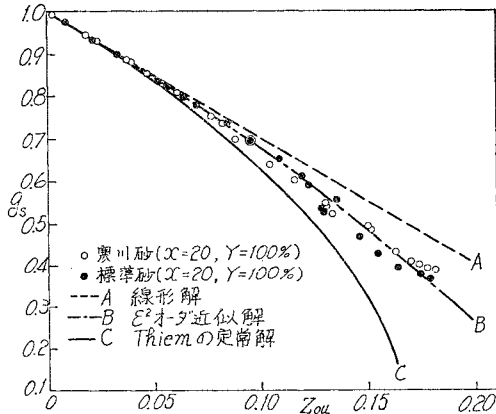
$$\varepsilon C = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4(2A/\delta^2 + \log X) Z_{ou}}}{2(2A/\delta^2 + \log X)} \dots\dots\dots (47)$$

ここで、 εC の値は小さいので摂動展開の前提は満足されている。

式 (46) に実験値を用いて、パラメーター $(\varepsilon C), C_1, C_2$ を定め、水面形 ($y=1$ における値) を求めると、図-11 のようになる。計算は実験の諸元、 $\delta=r_w/H=(10)/(26.5), X=20, x=1$ を用いて、未定係数 C_1 および C_2 を求めた。

$$C_1 = -11.48, C_2 = 19.73 \dots\dots\dots (48)$$

図-11 において、実験値と理論値はだいたい一致し



図一11 汲み出し量と水位の関係

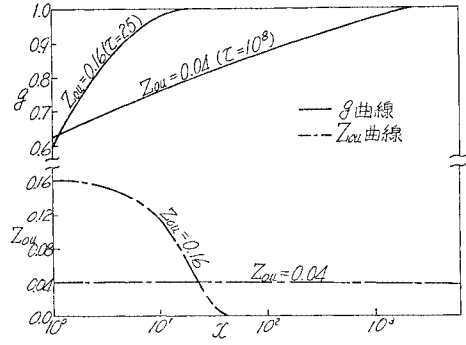
ている。また、式 (47) において、根号内が負になると ϵC の値が意味をもたなくなる。根号内の符号は涵養源までの距離 X の値が大きくなると、揚水量 Z_{ou} の値がそれに対応して小さくならない限り負となる。このことは、Thiem の定常解とよく似ている。Thiem の定常解をここで用いている無次元記号で表示すると、被圧および不圧地下水において、それぞれ次のようになる。

$$g_w = 1 - Z_{oc} \log X \quad (\text{被圧}) \dots\dots\dots (49)$$

$$g_w = \sqrt{1 - 2Z_{ou} \log X} \quad (\text{不圧}) \dots\dots\dots (50)$$

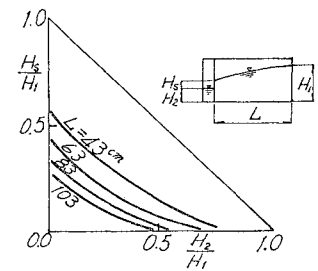
式 (49) において、 X が大きくなると Z_{oc} がそれに対応して小さくならない限り、井戸内の水位 g_w は負となる。また、式 (50) では根号内が負となる。このことは、物理的には、井戸の中心から一定水位の涵養源までの距離 X が大きいときは、揚水量 Z_{ou} が小さくなければ、水位降下の影響が涵養源まで達して定常状態が出現しないことを意味している。すなわち、 Z_{ou} が大きくなると井戸内の水位が急速に下がり、井戸の底まで達し、それ以降の揚水の継続は不可能であり、この Z_{ou} に対して定常状態は出現しない。したがって、式 (49) と (50) の定常解は、現象が定常状態を示すときに意味があるわけで、式そのものに矛盾している点はないものと思われる。

ここで、準一様流の仮定を用いた解による、揚水量をパラメーターとした、帯水層内の水位および流量の空間的な変化を示せば 図一12 のようになる。図一12 からわかるように、揚水量 Z_{ou} が小さいときは、井戸内の水位 g_w が 0.6 近くなくても水面勾配は緩やかで、鉛直流は無視できることになる。また、 Z_{ou} が小さいときは、井戸内の水位降下速度がきわめて緩やかで、影響半径は非常に速くに及んでいる。このため、鉛直流の影響による井戸ロスは、 Z_{ou} が小さく、影響半径が大きいときは、ほとんど生じない。このことは、Chapman⁷⁾ の 1 次元浸透流による実験 (図一13) からも類推できる。



図一12 不圧地下水における水位と汲み出し量の空間的变化

すなわち、図一13 で涵養距離 L が大きくなると、鉛直流による井戸ロスは、非常に小さくなって無視できることが推定できる。また、式 (49) より計算される水位 g_w は、 ϵ オーダーの解 ($\tau \rightarrow \infty$) より得られる水位に一致するし、被圧帯水層の実験における井戸棒の外側の水位 g_{sc} の実験値と一致する。一方、式 (50) は不圧地下水における準一様流の仮定を用いた式 (15) の解 ($\tau \rightarrow \infty$) に一致する。したがって式 (50) の g_w は実験値より一般に小さくなり、揚水量が大きくなると、その傾向は一段と強くなる。



図一13 一次元における H_2 の算定法 (Chapman による)

(2) 井戸ロスに関する考察

鉛直流を考慮した ϵ^2 オーダーの近似解 (46) より求められる水位 g は、井戸棒の抵抗のないときの、井戸棒のすぐ外側の水位 g_{su} を示しているし、準一様流 (平行流) の仮定を用いた解 (50) より求められる水位は、井戸内の水位 g_w を算定していると考えられる。すなわち、鉛直流を考慮して解いた式 (46) と考慮していない式 (50) の差が、井戸壁における浸潤面 (これも井戸ロスの中に入れて考える) となる。図一14 に、このような考えで算定した、鉛直流による井戸ロスと井戸棒の抵抗による井戸ロスをそれぞれ独立に計算し、揚水量との関係を示している。図一14 より、ストレーナの開孔率 (Y) および揚水量が小さいときは、井戸棒の抵抗による井戸ロスが大きくなって、鉛直流による井戸ロスは、その中に含まれてしまうことがわかる。揚水量が大きくなっても、ストレーナの開孔率が小さいときは、井戸棒の抵抗による井戸ロスが卓越する。

鉛直流による井戸ロスが卓越し始めるのは、図一7 で

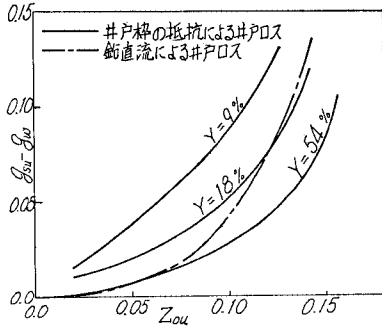


図-14 井戸ロスの算定図

は開孔率 54%、揚水量 Z_{ou} が 0.1 以上であるが、図-14 では開孔率 54% で揚水量 Z_{ou} が 0.1 より少し小さくなっている。この両者の違いは、図-7 における被圧の実験をさらに追加して検討を加える必要がある。さらに理論の厳密化も必要であろう。しかし、図-7 と図-14 から判断して、不圧地下水における無次元揚水量 Z_{ou} が 0.1 以下では、鉛直流を無視して、井戸棒の抵抗だけで井戸ロスを計算しても、開孔率 54% まで、マクロ的には十分使用できるものと思われる。また、この 2 つの図より、開孔率 Y が 18% より小さいときは、井戸ロスの算定は井戸棒の抵抗のみを考慮するとよいことが確認できる。

4. 乱れによる井戸ロス

井戸からの揚水量が大きくなると、井戸の近傍で地下水の流れが乱流となり、このために井戸ロスが生ずることが考えられる。本論文の実験におけるレイノルズ数と井戸棒の形状損失係数 Σf との関係を示すと図-15 のようになる。井戸へ向かって流れる帯水層内の地下水流は、井戸棒のストレーナを通過するときに流水断面積が一番小さくなる。したがって、ここでの流速が最大を示すことになるので、このときのレイノルズ数を算定した。ここでレイノルズ数の算定には、次の式を用いた。

$$Re = (Q_{oc} \cdot d_{10}) / (2 \pi r_w D Y \nu) \quad (\text{被圧}) \quad \dots\dots (51)$$

$$Re = (Q_{su} d_{10}) / (2 \pi r_w h_{su} Y \nu) \quad (\text{不圧}) \quad \dots\dots (52)$$

ここで、 Y はストレーナの開孔率、 ν は水の動粘性係数である。

図-15 において、被圧帯水層における実験では、開孔率と揚水量がともに大きい場合を含めて、すべての流れが層流状態を示している。したがって、被圧帯水層における実験での井戸ロスには、乱れの影響は含まれていないと考えられる。このことは、図-7 において、無次元の揚水量が増加しても、抵抗係数 α が規則的に変化していることから確認できる。さらに、図-5 に示したような揚水量の大きいときの実験が乱流を考慮していない

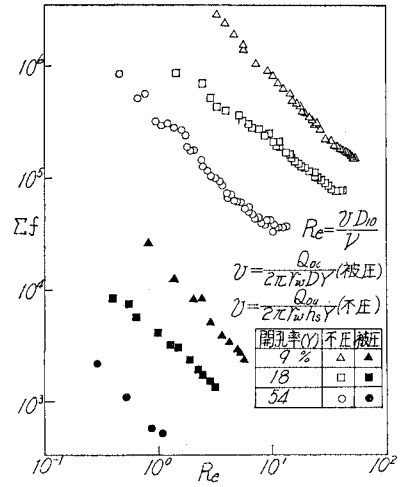


図-15 Σf と Re の関係

式とよく一致していることから、井戸ロスに乱流の影響があまりないことがわかる。

一方、不圧帯水層における実験では、図-15 からわかるように、揚水量が大きくなるとレイノルズ数が大きくなり、乱流状態が発生している。このことは、図-7 における開孔率 (Y) 54% の実験で揚水量が 0.1 を超えると、被圧のグラフから大きく外れていることで確認される。また、揚水量が大きいとき ($Z_{ou}=0.13$) の実験と理論値を比較している図-9 において、両者の値が一致していないことから推定できる。しかし、これらのことは、その原因が乱流によるものだけでなく、鉛直流の影響による井戸ロスも同時に存在しているのであって、この両者がどのような大きさで井戸ロスに関与しているか明らかでない。ただ、図-11 で示したように、鉛直流を考慮した解によって、今回行った実験における井戸ロスは、揚水量が大きい場合も、だいたい説明がつくため、井戸ロスに占める乱れの影響は、鉛直流の影響に比較して小さいように思われる。

5. 結 論

被圧および不圧の帯水層から、井戸を用いて地下水を揚水する場合に生ずる井戸ロスについて、次の結論を得た。

(1) 被圧および不圧の帯水層から、井戸を用いて揚水する場合に生ずる井戸ロスの大きさを評価する式を定めた。

(2) 井戸棒の抵抗係数 α の関数形を実験により定め、無次元揚水量 Z_o が、およそ 0.1 より小さいときは、井戸棒のストレーナの開孔率に関係なく、被圧および不圧の両者で一定となることを示した。

(3) 井戸枠のストレーナの開孔率が小さいとき（実験では開孔率 $Y < 18\%$ ）の井戸ロス、井戸枠の抵抗によるものが最も卓越し、鉛直流や乱流によって発生する井戸ロスは、ほとんどないものと推定できる。

(4) 井戸枠のストレーナの開孔率が大きく（今回の実験で開孔率 $Y > 54\%$ 、実際の現場ではこんな大きい開孔率をもっているのは、ほとんどない）無次元揚水量がおおよそ 0.1 以上のときで、涵養源までの無次元の影響半径 $X < 100$ ぐらいの場合に限って、不圧地下水においては、鉛直流を考慮した井戸ロスの大きさを 図-14 のようにして求める必要がある。

(5) 井戸を用いた揚水および注入において、注入の場合の井戸ロスが揚水の場合より大きくなる実験結果が得られたが、これは、井戸を用いて行う揚水と注入が同一のメカニズムでないことを示唆している。この原因の 1 つに乱れの問題が考えられる。しかし、これにもかかわらず本論文で示した揚水ときの井戸枠の抵抗を考慮した式は井戸を用いた注入の場合にも敷えんできる。

(6) 揚水における井戸枠の抵抗の式は、流れが乱流領域までも成立するように考慮しているのので、この式で乱流の影響もいづらか含まれているものと解釈される。

この論文をまとめるにあたり、ご指導いただいた東京大学土木工学科の玉井信行助教授に厚く御礼申し上げます。また、実験や資料のとりまとめには東海大学大学院生、前原弘光君（現在 間組勤務）の協力を得た。本論文における数値計算には、東海大学電子計算システム UNIVAC 1108 を使用した。また、本研究の一部は、昭和 53 年度、54 年度の文部省の試験研究（代表者 埼玉大学助教授 佐藤邦明）による補助を受けた。記して謝意を表す。

付録 A 鉛直流を考慮した非定常解（不圧）

仮定 (1) 半径方向の流速成分 u は、 t, r のみの関数である。(2) 流れの場は均質・等方であり、流れは非圧縮性・放射流でダルシー則が成り立ち、井戸は完全貫入である。帯水層内の運動方程式は、

$$u = -k(\partial\phi/\partial r) \dots\dots\dots (A-1)$$

$$w = -k(\partial\phi/\partial z) \dots\dots\dots (A-2)$$

$$\phi = p/\rho g + z \dots\dots\dots (A-3)$$

であり、帯水層内の連続方程式は、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (A-4)$$

で表わされる。また、初期および境界条件は次のようになる。

$$t \leq 0; h = H, Q_{ou} = 0 \dots\dots\dots (A-5)$$

$$t > 0; z = h, \beta(\partial h/\partial t) + u(\partial h/\partial r) = w \dots\dots\dots (A-6)$$

$$z = 0, w = 0 \dots\dots\dots (A-7)$$

$$r = r_w, Q_{ou} = 2\pi k r_w \{h(\partial h/\partial r)\}_{r=r_w} \dots\dots\dots (A-8)$$

$$r = \infty, h = H \dots\dots\dots (A-9)$$

仮定 (1) を考慮して、式 (A-4) を $0 \sim z$ について積分し、式 (A-1)、(A-3) を用いると

$$w = z/r \cdot [\partial\{rk(\partial h/\partial r)\}/\partial y] \dots\dots\dots (A-10)$$

を得る。式 (A-10) において w は z の 1 次式となり、野満の仮定²⁾ と一致する。自由表面では、

$$\phi = h \dots\dots\dots (A-11)$$

となる。式 (A-1)、(A-2)、(A-10) および (A-11) を式 (A-6) に代入すると

$$\beta/k(\partial h/\partial t) = (1/r) \cdot [\partial\{rh(\partial h/\partial r)\}/\partial r] \dots\dots\dots (A-12)$$

となる。式 (A-12) は準一様流の仮定による、不圧地下水の水面形を表わす基礎式である。次の記号を用いて無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} Z_{ou} &= Q_o/2\pi k H^2, \quad g = h/H, \quad x = r/r_w \\ \tau_u &= k H t / \beta r_w^2, \quad Z_{ru} = Q_r/2\pi k H^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A-13)$$

さらに、 $y = x/\sqrt{\tau_u}, y_0 = 1/\sqrt{\tau_u}, \xi = y/y_0$ を用いて変数変換すると、式 (A-12) は次のような常微分方程式になる。

$$[d\{\xi g(dg/d\xi)\}/d\xi] + (y_0^2 \xi^2/2)(dg/d\xi) = 0 \dots\dots\dots (A-14)$$

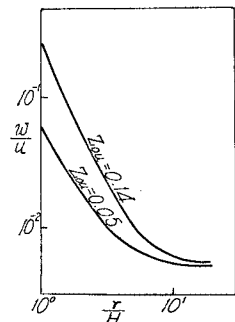
また、式 (A-8) を無次元化すると、 $r = x$ で、

$$\xi g(dg/d\xi) = Z_{ru} \dots\dots\dots (A-15)$$

となり、式 (A-14) より $\xi(=x)$ に対する水位 g と、無次元流量 Z_{ou} が無次元時間 y_0 をパラメーターとして求められる⁵⁾。 g と Z_{ou} が計算されると水平および鉛直方向の流速成分 u, w は式 (A-1) ならびに式 (A-10) を無次元化した、次の式より求められる。

$$u/k = -(H/r_w)(Z_{ru}/g) \dots\dots\dots (A-16)$$

$$w/k = -(H/r_w)^2 \{ (y_0^2/2)(Z_{ru}/g) + (Z_{ru}^2/\xi^2 g^2) \} \dots\dots\dots (A-17)$$



付図-1 $\frac{w}{u}$ 曲線 ($y_0 = 0.1, \frac{H}{r_w} = 1$)

式 (A-14) における g および Z_{ru} の関係および式 (A-16), (A-17) より求められる値を用いて, w/u と r/H の関係を示したのが付図-1である。

付録 B 鉛直流を考慮した ϵ オーダーの解

式 (42) より基礎式は,

$$\partial^2 \varphi_1 / \partial x^2 + (1/x) (\partial \varphi_1 / \partial x) + \delta^2 (\partial^2 \varphi_1 / \partial y^2) = 0 \quad \text{.....(B-1)}$$

$$\partial g_1 / \partial \tau_v + (\partial \varphi_1 / \partial y)_{y=1} = 0 \quad \text{.....(B-2)}$$

$$g_1(x, \tau_v) = \varphi_1(x, 1, \tau_v) \quad \text{.....(B-3)}$$

となる。初期および境界条件は,

$$\tau_v \leq 0; g=0 \quad \text{.....(B-4)}$$

$$\tau_v > 0; (\partial \varphi_1 / \partial y)_{y=0} = 0 \quad \text{.....(B-5)}$$

$$x=X, g_1 = \varphi_1 = 0 \quad \text{.....(B-6)}$$

$$x=1, \epsilon \int_0^1 (\partial \varphi_1 / \partial x)_{x=1} dy = Z_{ou} \quad \text{.....(B-7)}$$

となる。初めに定常解 $\bar{\varphi}_1$ を考える。 $\bar{\varphi}_1$ を

$$\bar{\varphi}_1 = \bar{\psi}(x) \cosh \bar{\mu} y \quad \text{.....(B-8)}$$

と仮定すると

$$(\partial \bar{\varphi}_1 / \partial y)_{y=0} = \bar{\psi}(x) \bar{\mu} \sinh \bar{\mu} y = 0 \quad \text{.....(B-9)}$$

となる。式 (B-9) が成り立つためには, ϵ オーダーの定常解に y は含まれない。したがって, 式 (B-1) より, C_1 を定数として, $\bar{\varphi}_1$ は,

$$\bar{\varphi}_1 = C_1 \log(x/X) \quad \text{.....(B-10)}$$

となる。 ϵ オーダーの1つの素解を次のようにおく。

$$\varphi_1 = C_1 \log(x/X) + \psi_1(x, \tau_v) \cosh \mu y \quad \text{.....(B-11)}$$

式 (B-11) を式 (B-1) に代入し, A, B を x に無関係な関数とすると φ_1 の一般解は,

$$\varphi_1(x, \tau_v) = A J_0(\lambda x) + B Y_0(\lambda x) \quad \text{.....(B-12)}$$

となる。ここで,

$$\lambda = \delta \mu \quad \text{.....(B-13)}$$

である。 $x=X$ で, $\psi_1(X, \tau_v) = 0$ であるから,

$$B = -\{J_0(\lambda X) / Y_0(\lambda X)\} A \quad \text{.....(B-14)}$$

となる。したがって, φ_1 の素解は,

$$\varphi_1 = C_1 \log(x/X) + A S_0(\lambda x) \cosh \mu y \quad \text{.....(B-15)}$$

となる。ここに,

$$S_0(\lambda x) = J_0(\lambda x) - \{J_0(\lambda X) / Y_0(\lambda X)\} Y_0(\lambda x) \quad \text{.....(B-16)}$$

である。

式 (B-15) を式 (B-2) に代入すると

$$A = A_0 \exp(-\sigma \tau_v) \quad \text{.....(B-17)}$$

を得る。よって, φ_1 の素解は,

$$\varphi_1 = C_1 \log(x/X) + A_0 S_0(\lambda x) \cosh \mu y \cdot \exp(-\sigma \tau_v) \quad \text{.....(B-18)}$$

となる。ここに,

$$\sigma = \mu \tanh \mu = (\lambda / \delta) \tanh(\lambda / \delta) \quad \text{.....(B-19)}$$

である。

式 (B-18) の λ は, 境界条件の式 (B-7) より求められる。式 (B-18) を式 (B-7) に代入する。

$$\epsilon \{C_1 - \delta A_0 S_1(\lambda) \sinh \mu \cdot \exp(-\sigma \tau_v)\} = Z_{ou} \quad \text{.....(B-20)}$$

ここに,

$$S_1(\lambda) = J_1(\lambda x) - \{J_0(\lambda X) / Y_0(\lambda X)\} Y_1(\lambda x) \quad \text{.....(B-21)}$$

である。式 (B-20) より,

$$S_1(\lambda) = 0 \quad \text{.....(B-22)}$$

を得る。このとき,

$$\epsilon C_1 = Z_{ou} \quad \text{.....(B-23)}$$

である。ゆえに ϵ オーダーの解 φ_1 の一般形は, 次のように表わすことができる。

$$\varphi_1 = C_1 \log(x/X) + \sum_{n=1}^{\infty} A_{on} S_0(\lambda_n x) \cosh \mu_n y \cdot \exp(-\sigma_n \tau_v) \quad \text{.....(B-24)}$$

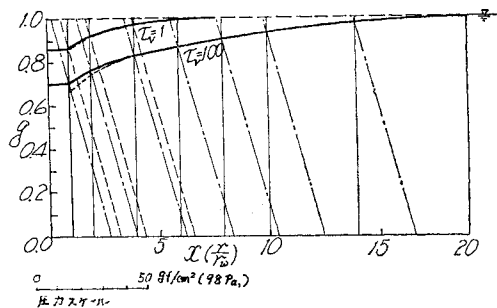
初期条件 $\tau_v = 0$ で $g_1 = 0$ より,

$$A_{on} = [2 S_0(\lambda_n) / \lambda_n^2 \{X^2 S_1^2(\lambda_n X) - S_0^2(\lambda_n)\}] \cdot (C_1 / \cosh \mu_n) \quad \text{.....(B-25)}$$

となる。したがって, ϵ オーダーの解 φ_1 は,

$$\varphi_1 = Z_{ou} \left[\log \frac{x}{X} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 S_0(\lambda_n) S_0(\lambda_n x) \exp(-\sigma_n \tau_v) \cosh \mu y}{\lambda_n^2 \{X^2 S_1^2(\lambda_n X) - S_0^2(\lambda_n)\} \cosh \mu} \right] \quad \text{.....(B-26)}$$

となる。 ϵ オーダーの解は, 付図-2 に示している。一次解においてもすでに井戸の近くにおいて鉛直流の効果がみられる。ただし, 圧力分布は一次解の範囲では線形である。



付図-2 水面形と圧力分布 (鉛直流一次解)
 $(Z_{ou} = 0.1 \left(\frac{Q_{ou}}{2 \pi k H^2} \right), \tau_v = \frac{kt}{\beta H})$

付録 C 鉛直流を考慮した ϵ^2 オーダーの近似解

式 (43) より基礎式および境界条件は,

$$(\partial^2 \varphi_2 / \partial x^2) + (1/x)(\partial \varphi_2 / \partial x) + \delta^2 (\partial^2 \varphi_2 / \partial y^2) = 0 \quad \dots\dots\dots (C-1 \cdot a)$$

$$(\partial \varphi_2 / \partial \tau_v) + (\partial \varphi_2 / \partial y)_{y=1} = -g_1 (\partial^2 \varphi_1 / \partial y^2)_{y=1} + (1/\delta^2) (\partial \varphi_1 / \partial x)_{y=1} (\partial g_1 / \partial x) \quad \dots\dots\dots (C-1 \cdot b)$$

$$g_2(x, \tau_v) = \varphi_2(x, 1, \tau_v) + g_1 (\partial \varphi_1 / \partial x)_{y=1} \quad \dots\dots\dots (C-1 \cdot c)$$

$$(\partial \varphi_2 / \partial y)_{y=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (C-1 \cdot d)$$

$$x=X, g_2 = \varphi_2 = 0, (\partial \varphi_2 / \partial x) = (\partial \varphi_2 / \partial y) \quad \dots\dots\dots (C-1 \cdot e)$$

$$x=1, \varepsilon \int_0^1 (\partial \varphi_1 / \partial x)_{x=1} dy + \varepsilon^2 \left\{ \int_0^1 (\partial \varphi_2 / \partial y) dy + g_1 (\partial \varphi_1 / \partial x)_{y=1} \right\}_{x=1} \quad \dots\dots\dots (C-1 \cdot f)$$

となる。この式の定常解を $\bar{\varphi}_2$ ，非定常解を ψ_2 とおくと，

$$\varphi_2 = \bar{\varphi}_2(x, y) + \psi_2(x, y, \tau_v) \quad \dots\dots\dots (C-2)$$

と書ける。 φ_1 の解を求める過程より，

$$S_1(\lambda_n) = 0 \quad \dots\dots\dots (C-3)$$

の関係が判明している。また， ε オーダーの解 φ_1 は，

$$\varphi_1(x, y, \tau_v) = C \left\{ \log(x/X) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n S_0(\lambda_n x) \cdot \cosh \mu_n y \cdot \exp(-\sigma_n \tau_v) \right\} \quad \dots\dots\dots (C-4)$$

である。ここに，

$$A_n = 2 S_0(\lambda_n) / [\lambda_n^2 \{ X^2 S_1^2(\lambda_n X) - S_0^2(\lambda_n) \} \cosh \mu_n]$$

である。式 (C-4) を式 (C-1.b) に代入し，定常状態を考えると，

$$(\partial \bar{\varphi}_2 / \partial y)_{y=1} = C^2 / (\delta^2 x^2) \quad \dots\dots\dots (C-5)$$

となる。したがって， ε^2 オーダーの定常状態を求める基礎式および境界条件は，

$$(\partial^2 \bar{\varphi}_2 / \partial x^2) + (1/x)(\partial \bar{\varphi}_2 / \partial x) + \delta^2 (\partial^2 \bar{\varphi}_2 / \partial y^2) = 0 \quad \dots\dots\dots (C-6 \cdot a)$$

$$(\partial \bar{\varphi}_2 / \partial y)_{y=1} = C^2 / (\delta^2 x^2) \quad \dots\dots\dots (C-6 \cdot b)$$

$$\bar{g}_2 = \bar{\varphi}_2 \quad \dots\dots\dots (C-6 \cdot c)$$

$$(\partial \bar{\varphi}_2 / \partial x) = 0 \quad \dots\dots\dots (C-6 \cdot d)$$

$$x=X, \bar{g}_2 = \bar{\varphi}_2 = 0, \partial \bar{\varphi}_2 / \partial x = \partial \bar{\varphi}_2 / \partial y = 0 \quad \dots\dots\dots (C-6 \cdot e)$$

$$x=1, \varepsilon \int_0^1 (\partial \varphi_1 / \partial x)_{x=1} dy + \varepsilon^2 \left[\int_0^1 (\partial \bar{\varphi}_2 / \partial x) dy + g_1 (\partial \varphi_1 / \partial x)_{y=1} \right]_{x=1} = Z_{ou} \quad \dots\dots\dots (C-6 \cdot f)$$

式 (C-6) の 1 つの解として，次の式を考える。

$$\bar{\varphi}_2 = \frac{C^2}{\delta^2} \left\{ \frac{y^2}{2x^2} + \frac{C_1}{x^2} \left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right) + \frac{C_2}{x^2} \left(\frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (C-7)$$

式 (C-7) は，式 (C-6.b) と (C-6.d) を満足しているが，式 (C-6.a) は満足していない。そこで，重みつき

残差法により，式 (C-6.a) を近似的に満たすように係数 C_1, C_2 を定める。式 (C-7) を式 (C-6.a) に代入したときの残差に重み関数として， $(1/x^2)(y^2/2 - y^3/3)$ と $(1/x^2)(y^3/3 - y^4/4)$ を乗じ，重みつき残差の積分を零とおくと，

$$\frac{4}{5 \delta^2} \left(1 - \frac{1}{X^5} \right) \left(\frac{1}{45} + \frac{13}{1260} C_1 + \frac{1}{224} C_2 \right) + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{X^2} \right) \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{30} C_1 - \frac{1}{60} C_2 \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (C-8)$$

$$\frac{4}{5 \delta^2} \left(1 - \frac{1}{X^5} \right) \left(\frac{5}{504} + \frac{1}{224} C_1 + \frac{1}{504} C_2 \right) + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{X^3} \right) \left(\frac{1}{30} - \frac{1}{60} C_1 - \frac{1}{105} C_2 \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (C-9)$$

式 (C-6.f) の境界条件より式 (C-7) の定数 C を定める。式 (C-7) を式 (C-2) に代入し，これと式 (C-4) を式 (C-6.f) に代入して，定常状態について解くと，

$$\varepsilon C = \{ 1 + \sqrt{1 - 4(2A/\delta^2 + \log X) Z_{ou}} / \{ 2(2A/\delta^2 + \log X) \} \} \quad \dots\dots\dots (C-10)$$

となる。ここで， $A = (1/6) + (1/12)C_1 + (1/30)C_2$ である。ゆえに， ε^2 オーダーの近似解は，

$$g = 1 + (\varepsilon C) \log \frac{x}{X} + (\varepsilon C)^2 \frac{x}{\delta^2 x^2} \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{6} C_1 + \frac{1}{12} C_2 \right] \quad \dots\dots\dots (C-11)$$

となる。式 (C-11) で， $x=1$ における水位は，前述の論文の井戸枠の外側の水位 g_s に相当する。この水位は，式 (C-8)，(C-9) より C_1, C_2 を求め，式 (C-10) より (εC) が算定されるので，これらを用いると，式 (C-11) より計算できる。

参 考 文 献

- 1) Jacob, C.E.: Drawdown test to determine effective radius of artesian well, Trans. A.S.C.E., No. 2321, pp. 1047~1049, 1852.
- 2) 狩野徳太郎：井戸壁内外の水位差，農業土木研究，Vol. 6, No. 3, pp. 67~75, 1934.
- 3) 野崎隆治：An advance in the theory of wells, 1 steady states, 日本天文学会及び地球物理学集報 12, pp. 159~171, 1935.
- 4) 嶋 祐之：井戸枠の抵抗を考慮した場合の地下水の非定常運動についての研究，土木学会年次学術講演会講演概要集，II-93, p. 4, 1965.
- 5) 星田義治・濱野啓造・市川 勉・前原弘光：揚水における井戸枠の抵抗の評価に関する一考察，土木学会論文報告集 (ノート)，No. 275, pp. 131~134, 1978.
- 6) 建設省近畿地方建設局：大都市圏における水管理計画調査報告書，pp. 48~104, 1975.
- 7) Chapman, T.G.: Groundwater flow to trenches and wellpoints, Journal of the Institution of Engineers, Australia, Vol. 28, No. 10-11, pp. 275~280, 1956.

(1980.7.24・受付)