

## 流域内での流出特性の平均化過程と流出モデル

THE AVERAGING PROCESS OF RUNOFF CHARACTERISTICS  
WITHIN WATERSHEDS AND THE RUNOFF MODEL

高木 不折\*・松林 宇一郎\*\*

By Fusetsu TAKAGI and Uichiro MATSUBAYASHI

## 1. 緒 言

流出現象において、雨水の運動の場としての流域は種々の地形地層特性をもつ多くの斜面と、それら斜面からの流出水を集める河道とから成り立っている。流域に降った雨水は、まず個々の斜面で変換を受け、それが最寄りの河道に流入し、さらに、河道内での集水流下過程を経て流域最下流端の流出流量として観測される。

これまでに示されてきた流出解析モデルでは、こういった複雑な流域での変換をある理想的なモデルで置換し、流域平均降雨から流出に至る変換過程を議論している。したがって、モデルに含まれるパラメーターは、流域を形成する個々の斜面などの物理特性そのものではなく、河道における集中過程を通じて個々の斜面特性の分布を含めた、流域全体としての特性を表現するものと解釈される。

流出現象は、本来流域内部での雨水の運動という物理的側面と同時に、きわめて複雑な要素から成るという確率統計的側面をもっており、これらそれぞれの側面に焦点を合わせた、いわゆる物理モデルや統計的モデルなどが提案されてきた。しかし、これらの両側面の関係という点ではなお未解明のまま残されている。この問題はいわゆる流域のランピング・スケールをどのように評価すべきかという事がら、流域内部での流出特性の変化、平均化の問題などとも深くかかわり合っていることはいまでもない。

河道での変換過程やランピングの事がらについては、洪水流出過程を対象とし、集中面積という概念を導入した高棹らの研究<sup>1)~3)</sup>、石原・小葉竹の研究<sup>4)</sup>をあげることができ、さらに、近年いくつかの試みがされるようになってきた<sup>5), 6)</sup>。筆者らも、先に述べた個々の流域要素

としての斜面特性がどのように合成平均化され、見かけ上の流域代表特性としてわれわれの眼に触れるか、その変化平均化のようすについて検討を進めている。ランピングの問題は非常に難解かつ多くの側面をもってはいるが、本研究では流域の代表特性と、個々の斜面要素の特性、特にその分布特性との関係を基礎として上記の問題について得た知見について報告する。

ここで取り上げるのは表面流出ではなく、いわゆる表層あるいは一部地下水帯を通じて現われる遅い中間流出成分である。流域内部の個々の要素としての斜層における水の挙動については Darcy 則に従う飽和浸透流として水理学的に解析する。実際の流域は種々の地形・地層特性から成るわけで、個々の斜層で起こる水理学的な特性も異なったものとなっている。そこで、個々の斜層における水理学的特性が流域内部で合成される過程で、どのように平均化されるかを、特に流域の地形・地層特性の場所的な分布状況と関連させつつ論じる。流域内部での詳細な地層特性の分布や狭い地域での流出流量の測定資料が十分でないので、一部仮定せざるを得ない面もあるが、本研究での成果は、流域内部での流出特性の平均化のプロセス、あるいは、なぜ実際の流域で従来のような単位図法や比較的単純な貯留量-流出量関係などが用いられるか、すなわち、全体の流域についてどのような流出特性が表に現われてくるのかを議論するうえで有用な指針となるであろう。

## 2. 斜面浸透流と無次元パラメーター

流域を代表する要素としての斜層における流れは Fig. 1 のような傾斜透水層内の浸透流として扱われてきた<sup>2), 7), 8)</sup>。その取り扱いについてはすでに発表されているので<sup>8)</sup>、ここでは以下の議論に必要な事がらについてのみ触れておこう。

よく知られているように、このような1次元浸透流の

\* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工修 名古屋大学助手 工学部土木工学科

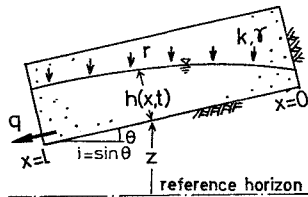


Fig. 1 One-dimensional sub-surface layer model.

基礎方程式は

$$r \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ kh \frac{\partial (h+z)}{\partial x} \right\} - r = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

と書かれる。ここに、 $x$  は斜面に沿った距離、 $h$  は水深、 $z$  は不透水性基盤の鉛直高、 $r$  は浸透流への水供給強度、 $k$  は透水係数、 $r$  は有効間隙率である。

流域内部には種々の特性を持った斜層が存在し、これらを統一的に表現する必要があるので、斜層特性と入力条件としての水供給特性を用いて基礎式を無次元化して扱う。すなわち、基準量として、斜層長  $l$ 、斜層勾配  $i$  ( $=-\partial z/\partial x$ )、水供給強度  $r$  とその継続時間  $t_r$  を用いると、式 (1) は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial h'}{\partial t'} + \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left\{ h' \left( 1 - \beta \frac{\partial h'}{\partial x'} \right) \right\} - r' &= 0 \\ r' &= \begin{cases} 1, & t' < 1 \\ 0, & t' > 1 \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

と無次元化される。ここに、 $h'$ 、 $x'$ 、 $t'$  はそれぞれの量の無次元量であって、実際の諸量との間には、

$$h = h' \cdot \frac{rt_r}{i}, \quad x = x' \cdot l, \quad t = t' \cdot t_r, \quad r = r' \cdot r \quad \dots\dots\dots (3)$$

の関係がある。また、 $\alpha$ 、 $\beta$  は無次元パラメーターであって

$$\alpha = \frac{kit_r}{rl}, \quad \beta = \frac{rt_r}{li} \quad \dots\dots\dots (4)$$

である。これらの物理的意義は、前論文でも示したように、 $\alpha$  は流出の速さを表わし、 $\beta$  は移流に対する拡散の卓越度を表現している。

式 (2) を所定の境界条件について数値的に解くと<sup>8)</sup>水深分布の場所的・時間的消長  $h'(x', t')$  がえられ、斜層最下流端よりの流量  $q(t)$  は斜層の幅を  $b$  として、

$$\begin{aligned} q(t) &= -k h b \frac{\partial (h+z)}{\partial x} \Big|_{x=l} = r l b \alpha h' \left( 1 - \beta \frac{\partial h'}{\partial x'} \right) \Big|_{x'=1} \\ &= r w q'(t') \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

と求められる。ここに、 $w$  は斜層の面積 ( $w=bl$ ) であり、 $q'(t')$  は斜層単位平面積当たりの無次元流量である。

### 3. 流域における斜層の分布特性

流域全体からの流出は個々の斜層（細胞流域）よりの流出が合成されたものである。ところで、前論文で述べ

たように、斜層内の流れの特性は、無次元量  $\alpha$ 、 $\beta$  によってかなり異なったものとなる。したがって、流域からの流出特性を考えるためには、まず、流域内のパラメーター  $\alpha$ 、 $\beta$  の分布特性を知る必要がある。

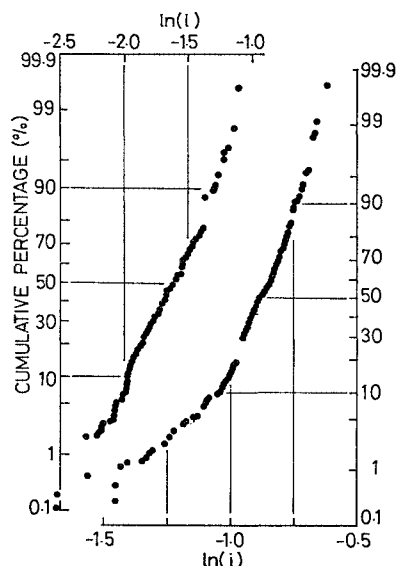
$\alpha$ 、 $\beta$  には、式 (4) が示すように、地形特性  $l$ 、 $i$ 、地層特性  $k$ 、 $r$  と同時に水供給特性  $r$ 、 $t_r$  が含まれている。しかし、ここでは、取り扱いの簡単のため、地形、地質特性の分布を考え、水供給特性は流域内で一様、すなわち、各降雨現象ごとに、 $r$ 、 $t_r$  は流域で一定であるとしておく。

まず、地形特性は地形解析によって得られる。ここで解析の対象としたのは、長良川の洞戸流域（流域面積：281.5 km<sup>2</sup>）であるが、参考のため同水系下津原流域（118.8 km<sup>2</sup>）についても解析している。前述の細胞流域としては、Strahler 方式によって 5 万分の 1 地形図に河道網を描き、2 次河川流域およびそれより高次の河道の残流域をとり、洞戸を 161 の細胞流域に分割した。なお、河道網を描くにあたって河道の最上流端は「地形図上で、(谷の幅)/(谷の湾入長さ)=2 となる点」とっている。

以上の分割に従って、斜面長は次式によって求めた。

$$l = \{ \text{細胞流域の面積} \} / \{ 2 \times (\text{細胞流域内の全河道長}) \} \quad \dots\dots\dots (6)$$

また、斜面の勾配は、250 m 格子の各メッシュの最急勾配を各小流域ごとに平均し、その平均値として定義する。この方法からわかるように、細胞流域の斜層特性はその中に含まれるいくつかの斜層特性を平均したものになっている。

Fig. 2 Distributions of the quantities  $l$  and  $i$  in Horado basin.

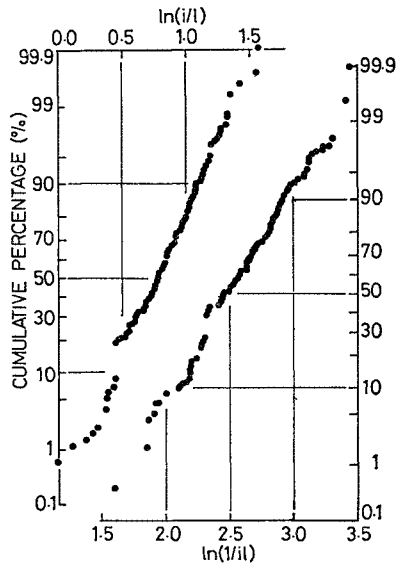


Fig. 3 Distributions of the quantities  $i/l$  and  $1/il$  in Horado basin.

Table 1 Geographical and Geological distributions.

variable	average	variance
$\ln i$	-0.87	0.02
$\ln l$	-1.64	0.07
$\ln i/l$	0.76	0.07
$\ln 1/il$	2.51	0.11
$\ln k$	-4.75	0.64
$\ln r$	-1.90	0.16

こうして求められた  $i, l$  の分布を Fig. 2 に示す。また、これらの値  $i, l$  が  $\alpha, \beta$  に式 (4) の形式で含まれているので、 $i/l, 1/il$  の分布状況を示したものが Fig. 3 である。後に述べるように、 $\alpha, \beta$  の分布は、その特性をもった斜層の全体において占める面積比が重要となる。したがって、本研究でいう地形・地層特性、 $\alpha, \beta$  などの分布はすべて面積比で示したものである。これら 2 つの図から、 $i$  については不十分ながら、 $l, i/l, 1/il$  など（特に  $\alpha, \beta$  に直接関係する  $i/l, 1/il$ ）が対数正規分布しているとみなし得ることがわかる。

次に、地層特性  $k, r$  について考えねばならないが、残念ながら個々の小流域についてのこれらの値は測定されていない。しかしながら、透水係数  $k$  については、Nielsen<sup>(10)</sup>、Warrick<sup>(11)</sup>、Baker<sup>(9)</sup> などが現地調査に基づいて、やはり対数正規分布がよく適合することを指摘している。そこで、ここでは、 $k, r$  についても一部観測値を参考にして対数正規分布が成立するものと仮定することにする。上に得られた地形量、仮定した地層特性量の分布特性を Table 1 に一括する。

一部仮定をも含んではいるが、式 (4) の構造からまわ

かるように、 $\alpha, \beta$  は対数正規分布に従うと考えてよいであろう。そこで、以下では  $\alpha, \beta$  の代りに、その対数  $A = \ln \alpha, B = \ln \beta$  を用いて考えることにする。

#### 4. ハイドログラフの合成と流域特性 $A^*, B^*$

実際の流域からの流出は、上記の種々の特性をもった数多くの斜層からの流出水の合成として現われる。この合成過程では河道における遅れ変換などがかわるが、ここで対象としている流域では河道における伝播に要する時間はせいぜい 1 時間程度にすぎず、斜層内での現象の時間スケールに比べて非常に小さいのでこれを無視して考えよう。また、各斜層からの流出は単純合計の形式で流域末端の流量に寄与するものとする。このように考えると、流域全体としての流量  $Q(t)$  は、

$$\begin{aligned} Q(t) &= \sum q_j(t) = \sum r w_j q_j'(t'; A_j, B_j) \\ &\approx r W \iint p(A, B) \cdot q'(t'; A, B) dA dB \\ &= r W Q'(t') \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

と記される。ここに、 $W, w_j$  はそれぞれ全流域、および、 $A_j = \ln \alpha_j, B_j = \ln \beta_j$  のパラメーターを持つ斜層の面積であり、 $p(A, B)$  は面積率で表わしたパラメーター  $A, B$  の確率密度関数である。また、 $Q'(t')$  は全流域に対する無次元ハイドログラフである。

個々の斜層内での流れの特性、線形・非線形要素の場所的・時間的変化、斜面よりの流出ハイドログラフの形状などは前論文で詳論したとおり、 $A, B$  の値によって変化する。しかしながら、上記の地形解析から得られた  $A, B$  の値に対しては、非線形的な要素があっても斜層のごく限られた場で、しかもごく限られた時間しか現われ得ないことがわかっている。また、ハイドログラフの形状はここで対象としている流域では  $B$  の値によってあまり影響を受けない。言い換えれば、上の  $A, B$  の値の範囲内では、個々の斜層で起こっている現象は線形性の卓越した現象である。

Fig. 4 は、 $Q'(t')$  の一例として Table 1 に示す分布をもとに計算したものである。ただし、ここでは上に述べた理由によって各ケースで  $B$  の値は固定し ( $B = \bar{B}$ )、 $A$  の値の分布のみを考えている。図からわかるように、個々の斜層からのハイドログラフは種々異なっているが、降雨終了後のある時間、斜層内で移流現象が卓越する時間、ある一定の流量状態が続いているようすが見られる。これに対して、合成されたハイドログラフでは、よく観測される特徴的なピークとそれにつづく長い低減部が認められよう。

さて、このような流域末端でのハイドログラフはどのような  $A, B$  の値をもった斜層からの流出に対応する

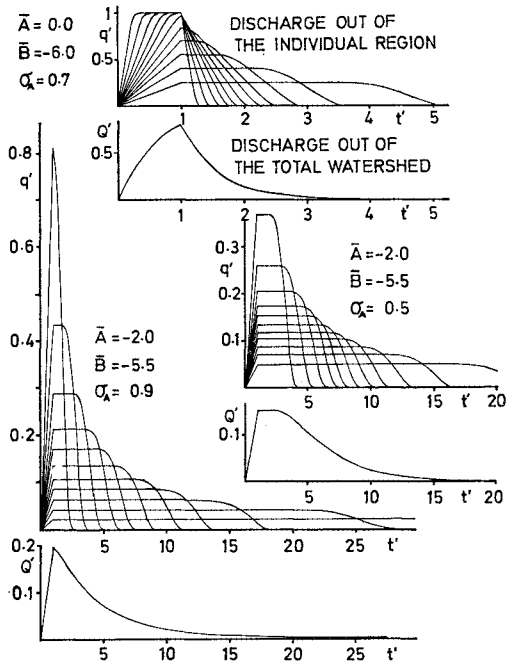


Fig. 4 Discharge hydrographs out of the individual cell regions and the total watershed.

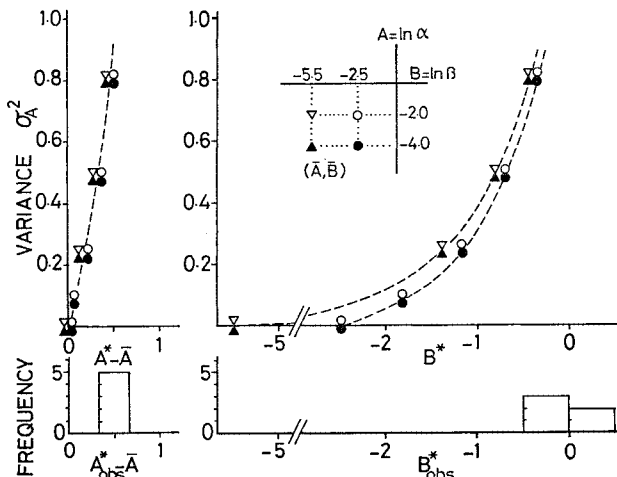


Fig. 5 Relationships between  $A^* - \bar{A}$ ,  $B^*$  and  $\sigma_A^2$ .

か、言い換えれば、この流域を単純な1つの斜層で表現しようとするれば、どのような  $A, B$  の値のものを用いるべきかを考えよう。このような意味での  $A, B$  の値をそれぞれ、 $A^*, B^*$  と記せば、この値は全流域に対する等価量であると思なしてよい。

ところで、流量ハイドログラフの形状が一致するという点に主眼を置けば、

$$\begin{aligned} & \int \{Q(t) - Q^*(t; A^*, B^*)\}^2 dt \\ &= (rW)^2 \iint p(A, B) \{q'(t'; A, B) \end{aligned}$$

$$-Q'(t'; A^*, B^*)\} dA dB \Big] t_r dt' \rightarrow \text{Min.}^m \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる  $A^*, B^*$  が求められる。ごく単純な近似計算によれば、 $A^*, B^*$  の値は

$$\begin{aligned} A^* &= \bar{A} + \text{const.} \times \sigma_A^2 + \dots \\ B^* &= \bar{B} + f_B(\sigma_A^2, \sigma_B^2, \bar{B}, [q_m q_n], \dots) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9)$$

の構造をしていることが導かれる<sup>12)</sup>。

Fig. 5 は種々の平均値  $\bar{A}, \bar{B}$  ならびに  $A$  の分散  $\sigma_A^2$  をもった斜層が流域内に分布しているいくつかの場合の  $A^* - \bar{A}$  あるいは  $B^*$  の値を  $\sigma_A^2$  に対してプロットしたものである。図からもわかるように、 $A^*$  についてはほぼ式 (9) の関係があることが認められる。一方、 $B^*$  の値は  $\sigma_A^2 = 0$  すなわち流域がすべて同質の斜層から成る場合には  $\bar{B}$  の値が表に現われているが、流域内部の斜層が種々複雑な分布をし、 $\sigma_A^2$  が大きくなるに従って、 $\bar{B}$  とは関係なくほぼ一定の値に漸近するようすが見られる。同様な方法で、実際の流域でのハイドログラフから求めた  $A_{\text{obs}}^*, B_{\text{obs}}^*$  の値も上記の大きな  $\sigma_A^2$  に対応した値に近くなっていることは興味深い。

すでに述べてきたように、斜層内部での物理的な現象は  $A, B$  いかんにかに依存する。ここで求められた  $A^*, B^*$  などの値は実際の  $A, B$  で特徴づけられた斜層内部での現象とは一部異なり、たとえば、より非線形性を含む水理現象に対応することにはなるが、少なくとも全流域からのハイドログラフという点では等価なものを生み出す斜層に対するものとなろう。このように、種々複雑な斜層での現象が重なることによって、外見上はある際立った性質をもった斜面からの流出として現われることを念頭に置いておこう。

## 5. 合成ハイドログラフと単位図

ここで対象とした個々の斜層での流れでは線形性が卓越しており、さらにこのような  $\beta$  の値の範囲では単位図による流量計算をしてよい<sup>9)</sup>。ところで、これまでに述べた無次元ハイドログラフ  $q'(t')$  は、無次元の水供給条件 (強度  $r' = 1$ , 継続時間  $t' = 1$ ) に対するもので、まさしく単位図に相当している。降雨継続時間  $t_r$  として解析の単位時間をとっておけば、斜層からの流出流量は

$$\begin{aligned} q(t) &= \int_{-\infty}^t r(\tau) w q' \left( \frac{t-\tau}{t_r} \right) \frac{d\tau}{t_r} \\ &= \int_{-\infty}^t r(\tau) w \frac{q'(t' - \tau')}{t_r} d\tau \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

となり、さらに、流域全体からの流量は、

$$Q(t) = \sum q_j(t) = \int_{-\infty}^t r(\tau) W \iint p(A, B) \frac{1}{t_r} \cdot q'(t' - \tau'; A, B) dA dB d\tau \\ = \int_{-\infty}^t r(\tau) W \frac{1}{t_r} Q'(t' - \tau') d\tau \dots\dots\dots (11)$$

と書かれるので、 $Q'$  は全流域の無次元単位図であることがわかる。

そこで、この単位図が流域内のパラメーター  $A, B$  の分布とどのような関係にあるかを考えよう。式 (10) や式 (11) の  $q', Q'$  は数値解としてしかえられていないが、単位図の形を規定するうえで重要なピーク流量  $Q_p'$  と低減特性を取り上げることとする。

#### a) ピーク流量

個々の斜面では  $\beta$  の値が小さく移流現象が卓越する。このようなときは、前報で示したとおり、 $\alpha < 1$  のとき、 $t' = 1$  で  $q_p' = \alpha$ 、また、 $\alpha > 1$  では  $0 < t' \leq 1$  の期間で  $q_p' = 1$  となる。したがって、合成流量のピークは

$$Q_p' = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A} \exp\left\{-\frac{(A-\bar{A})^2}{2\sigma_A^2}\right\} \exp A \cdot dA \\ + \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A} \exp\left\{-\frac{(A-\bar{A})^2}{2\sigma_A^2}\right\} 1 \cdot dA \\ = \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right) \int_{-\infty}^{\frac{(\bar{A}+\sigma_A^2)}{\sigma_A}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi \\ + \int_{-\bar{A}/\sigma_A}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi \dots\dots\dots (12)$$

と求められる。もし、 $\bar{A}, \sigma_A^2$  が非常に小さい場合には、 $\bar{A}$  自身が負の値であるから、第1項の積分の値は1に漸近し、第2項の積分は0に漸近する。すなわち、このようなときには  $Q_p' =$

$$Q_p' = \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right) \dots\dots\dots (13)$$

の形式で与えられる。

**Table 2** でいくつかの例について、式 (7) の合成ハイドログラフのピーク流量を式 (12)、(13) で計算したものと比較した。表からわかるように、 $\bar{A}, \sigma_A$  の両者ともに大きい  $\bar{A} = -1.0, \sigma_A = 0.9$  の例では 20% 程度の誤差があるが、他の場合には両者の  $Q_p'$  はほとんど一致している。ここで対象とした実際の流出は、 $\bar{A} = -1.9, \sigma_A = 0.7$  程度に対応するものと考えられ、実際上は  $Q_p'$  を式 (13) で与えても誤差はきわめて小さい。

#### b) 低減係数

**Table 2** Non-dimensional peak discharge  $Q_p'$ .

$\bar{A}$	-1.0		-1.9	
$\sigma_A$	0.9	0.5	0.9	0.5
Eq. (7)	0.45	0.41	0.22	0.17
Eq. (12)	0.46	0.41	0.22	0.17
Eq. (13)	0.55	0.42	0.22	0.17

**Table 3** Non-dimensional Recession factor  $\lambda'$ .

$\bar{A}$	-1.0	-1.9
$\sigma_A$	0.9	0.9
Eq. (7)	0.65	0.26
Eq. (15)	0.76	0.25

**Fig. 4** で見られたように、 $\sigma_A$  が大きくなると合成ハイドログラフは指数関数的低減を示す。そこでこのような場合の低減係数を考えよう。**Fig. 4** のハイドログラフ  $Q'$  の立上り部分を直線的と仮定し、ピーク流量より指数低減するものとするとき単位図の面積が1であるという条件より、次のようにして低減係数  $\lambda'$  が求められる。

$$\int_0^{\infty} Q'(t') dt' = \frac{1}{2} \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right) \\ + \int_1^{\infty} \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right) \exp(-\lambda'(t'-1)) dt' \\ = \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\lambda'}\right] = 1 \dots\dots\dots (14)$$

すなわち、

$$\lambda' = \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right) / \left(1 - \frac{1}{2} \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)\right) \dots\dots\dots (15)$$

こうして予測される  $\lambda'$  の値を合成ハイドログラフから直接求めた低減係数の値と比較したのが **Table 3** である。 $\bar{A} = -1.0$  の場合には式 (13) が実際の値より過大に評価されるので、式 (15) の低減係数も過大になっているが、 $\bar{A} = -1.9$  の場合には両者の値はほとんど等しい。

式 (15) の低減係数は無次元の低減係数であるが、実際の低減特性  $\lambda$  は  $\lambda = \lambda'/t_r$  で与えられ、式 (15) を用いると、

$$\lambda = \frac{\exp\left(\frac{\sigma_A^2}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2} \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)} \cdot \frac{\bar{k} \bar{t}}{\bar{r} \bar{l}} \dots\dots\dots (16)$$

となる。この式は近似的ではあるが、単位降雨に対する流域での単位図の低減特性  $\lambda$  を地形・地層特性の分布と結びつけるものである。以上のように、個々の斜層からの流出は斜層特性によって大きく変化するものの、多くの斜層からの流出が合成されると、単位図が通常観測されるような単位図の形状に近いものとなり、かつ、そのピーク流量、低減特性が流域の地形・地層要素の分布とそれぞれ式 (13)、式 (16) の関係にあることがわかる。

## 6. 流量・貯留量関係

lump model としての扱いには、タンクモデルや貯留関数法がある。ここでは、その基本となる流量・貯留量

関係(以下、 $S$ - $Q$  関係と記す)が流域内部の地形・地層特性とどのように関係づけられるかを考えよう。

流域についての貯留関数を考えるに先だち、まず、流域内に分布するそれぞれの斜層についての  $S$ - $Q$  関係を取り上げる。Fig. 6 はその一例として、いくつかの  $(\alpha, \beta)$  の値に対する  $S$ - $Q$  関係を無次元の形式で示したものである。この図によれば、それぞれの斜層については、従来からの指摘のような  $S$ - $Q$  関係とは異なって、特徴的なループがみられる。すなわち、① 流量の上昇時  $0 < t' < 1$  の期間では両者の間には一見して比例関係がみられるが、②  $1 < t' < 1/\alpha$  では流量一定の状態が現われるために、 $S$  軸に平行な直線部が現われる。③  $t' > 1/\alpha$  の期間は流量の低減部に対応している。

このような  $S$ - $Q$  関係を水深分布の時間的変化と対応

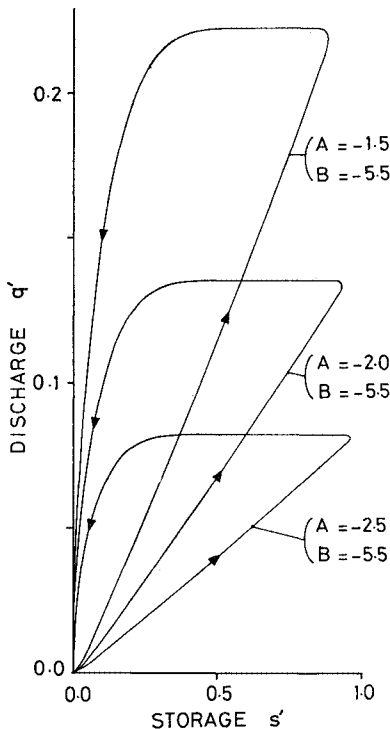


Fig. 6 Storage discharge relationships of individual cell regions.

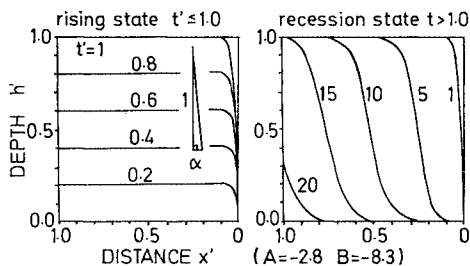


Fig. 7 Time variation of water profile.

づけて見よう。Fig. 7 は、 $\alpha$  が小さい斜層内部での典型的な水深分布の時間的変化を示したものである<sup>8)</sup>。①  $0 < t' \leq 1$  の場合には水深は斜層底面にほぼ平行に上昇する。したがって、斜層末端での無次元流量は  $q' = \alpha h'$  ( $1 - \beta \frac{\partial h'}{\partial x'} = \alpha h_d'$ ) となり、貯留量  $s'$  は大略  $s' = C h_d'$  となるので  $q' = \frac{\alpha}{C} s'$  となるわけである。ここに  $h_d'$  は下流端水深、 $C$  は水深の場所的変化を補正する係数(平均的には  $C \approx 1 - \frac{\alpha}{2}$ ) である。

次に ② の時間には、流れは移流によって流下するので、 $q' = \alpha$  の見かけ上の定常状態が現われる。③ の部分は水面の上流部の擾乱部が下流端に達した状態である。

さて、次に、これら個々の斜層が集まった流域全体としての  $S$ - $Q$  関係を考えよう。Fig. 8 はその例として、平均値が共通で分散が異なるいくつかの  $(A, B)$  分布について計算した合成ハイドログラフの無次元  $S$ - $Q$  関係を示したものである。このうち、 $\sigma_A = 0.0$  のものは流域内の斜層特性が一樣な場合であり、当然前記の単位斜層のものと一致している。これに対して  $\sigma_A$  が大きくなるに従って、流量の上昇部と低減部での  $S$ - $Q$  関係は互いに近づいて、あたかも  $S, Q$  両者の間には一価のしかも比例的な関係が現われてくることがわかる。従来、1つ

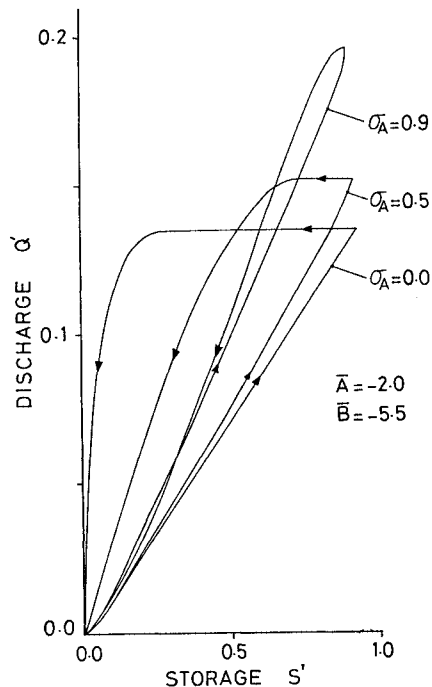


Fig. 8 Storage discharge relationships of total watershed.

の流域では若干のループが現われはするものの、大局的には  $S$  と  $Q$  の間には 1 対 1 の対応が成立するといわれてきた。個々の斜層ではそのような関係が成立するとは考えられないが、実際の流域は面積が小さくとも、多様でかつ複雑な斜層から成り立っているわけで、流域特性の分布が多様性をもつほど、上記のようにかなりはっきりとした  $S$ - $Q$  関係が見出されることは興味深い。

ところで、このようにして観察された  $S$ - $Q$  関係を流域特性との関係でみておこう。まず、合成流量  $Q'$  は流量上昇部について

$$Q' = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(A) h_{d'} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_A}} \exp\left\{-\frac{(A-\bar{A})^2}{2\sigma_A^2}\right\} dA \\ = \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right) h_{d'} \dots\dots\dots (17)$$

また、貯留量  $S'$  は

$$S' = \int_{-\infty}^{\infty} C h_{d'} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_A}} \exp\left\{-\frac{(A-\bar{A})^2}{2\sigma_A^2}\right\} dA \left\{ \begin{array}{l} (C=1-\frac{\alpha}{2}) \\ = h_{d'} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right) \right\} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

となるから、この両式より、

$$Q' = \frac{\exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2} \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)} \cdot S' \dots\dots\dots (19)$$

すなわち、線形の  $S$ - $Q$  関係の比例定数が流域内の斜面要素のパラメーターの分布と関連づけられる。この無次元の関係式を次元をもったものに書き直すと、

$$Q = \frac{\exp\frac{\sigma_A^2}{2}}{1 - \frac{1}{2} \exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)} \cdot \frac{\bar{k}\bar{l}}{\bar{l}} \cdot S = KS \dots\dots\dots (20)$$

となるが、Fig. 8 はこの係数  $K$  がいわゆる流量低減係数  $\lambda$  と一致することを示唆している<sup>13)</sup>。ここで対象とした流域について式 (20) から求めた  $K$  は 0.18 1/day であり、一方、実際のハイドログラフ低減部から求めた値は 0.31 1/day とオーダー的に同様な値が求められた。両者の差異はたとえば  $\bar{k}$ ,  $\bar{l}$  などの仮定の仕方や誘導過程での近似などによるものであろう。

## 7. 斜層モデルと単位流域

以上議論してきたように、個々の斜層内での現象は  $A$ ,  $B$  の値に依存するものの、種々複雑な斜層からの流出が合成されると、 $A^*$ ,  $B^*$  の値、単位図あるいは貯留関数として外見上ではあるがある一定の性質が表に現われてくるのがわかった。以下では、こういった事がらを念頭に置き、従来の斜層モデルを振り返るとともに実

際の流域での現象との関係を考察することにしよう。

### a) 斜層モデル

同様な斜層モデルについては高棹らの研究が著名である<sup>2), 3)</sup>。高棹らは表層内の流れを対象として、理論的ならびに実験的検討を踏まえて中間流出理論を展開した。その研究を本研究での議論をとおしてかえりみると、彼らが対象とした現象が、ちょうど全流域での  $A^*$ ,  $B^*$  (あるいは  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$ ) の値や貯留-流出量関係に相当したのになっていることは興味深い。彼らの研究は単に 1 つの要素としての現象ではなく、高棢自身も述べているとおり<sup>14)</sup>、“流出現象は stochastic であり、時間・空間についての集団平均としての規則性”を考えようとしたものであって、実際の個々の斜層内での微視的な水理現象を説明しないという批判は無意味であるといつてよいであろう。斜層内での現象と流域モデルとしての表現との関係は前述したとおりである。

### b) 単位流域

石原・小葉竹は試験流域での長期間にわたる、非常に克明な観測と数多くの流域についての検討を基礎に、大きな流域からの流出は単位流域からの流出を集中面積図を用いて再現することができると述べている<sup>7)</sup>。彼らの研究は、大きな流域の内部のある小さい流域で実測すれば全体の系での挙動を表現し得る、いわば実物モデルの可能性を示したという意味で画期的なものである。しかし、ここで特に注目したいのは、この単位流域からの流出を 3 段のタンクモデルで表現すると、その主要なパラメーターのいくつか、特に貯留・流出関係を与える係数がどこの単位流域でも一定値となると指摘していることである。

石原らは流域のオーダーを  $N$  としたとき、そこに含まれるオーダー  $N-3$  の流域を単位流域として扱ってよいと述べているが、その面積は大略 10~18 km<sup>2</sup> のものを扱った。その大きさは、本研究での細胞領域を 10~70 個程度集めたものに相当している。言い換えれば、その単位流域も相当数のかつかなりバラエティーに富んだ斜層を含んでいるわけで、その特性もここで述べてきたような合成あるいは平均化を経た総合的な性質をもった流域に対応していると考えてよいであろう。

ところで、そのような流域での貯留量・流出量関係は式 (20) の形式で与えられた。石原らの主張はこの  $K$  の値がどこの単位流域でも一定値<sup>注 1)</sup>になるというものである。 $K$  の値を形造る要素は式 (20) からわかるように、 $\bar{k}/\bar{l}$ ,  $\bar{l}$ ,  $\exp\left(\bar{A} + \frac{\sigma_A^2}{2}\right)$ ,  $\exp\left(\frac{\sigma_A^2}{2}\right)$  などである。

注 1) 石原らは各段のタンクで、流出が現われるまでの初期貯留等をも考えているのでこの値は  $K$  と同一のものではないが、タンク流出口のもつ係数は定性的にこの  $K$  に対応する。

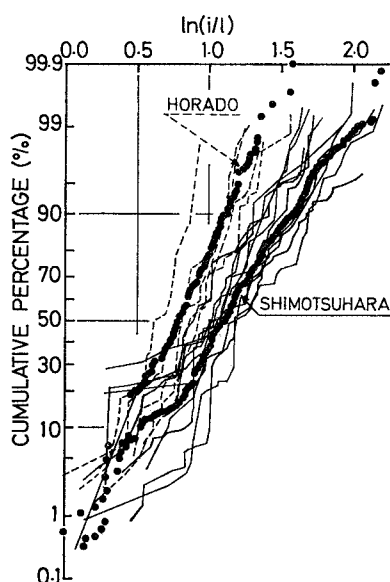


Fig. 9 Distributions of the quantities  $i/l$  within the sub-watersheds and the total watersheds (Horado and Shimotsuhara basins).

このうち  $\bar{k}/\bar{l}$  についてはここでは一部便宜的な扱いをしたので詳しくみることはできないので、他の量について考えてみることにする。

Fig. 9 は、長良川流域の洞戸と下津原流域をそれぞれ5個および10個の流域に分割し、それらの流域をさらに数多くの細胞流域に分割して、この5個あるいは10個の流域における  $i/l$  の分布状態を示したものである。この分布は個々の流域でいろいろ異なっているようにも見られるが、巨視的にみれば  $\bar{i}/\bar{l}$  は大略同程度の値を示しており、さらに分布曲線の勾配もほぼ同程度であるといつてよいであろう。このことは、 $\alpha$  すなわち  $A$  を与える式(4)からもわかるように、他の量に大きな差異がなければ、この5個あるいは10個の流域で  $\bar{A}$ 、 $\sigma_A^2$ 、 $\bar{i}/\bar{l}$  などの値がほぼ同程度、すなわち、これら5個あるいは10個の流域ではつねにほぼ同じ  $K$  の値が見出され得る可能性を暗示しているといつてよい。ただ、洞戸流域の例は5万分の1地形図を用いており、下津原流域のものは2万5千分の1地形図を用いているので両者の  $\bar{i}/\bar{l}$  などの値の間には若干の差異がみられる。用いる地形図の縮尺によるこうした差については今後具体的に検討しなければならないが洞戸流域のものも2万5千分の1地形図で扱えば、両者の差異がより小さくなることは期待され得る。

ここでは、洞戸と下津原流域を取り上げたにすぎず、なお多くの流域で検討する必要がある、さらに、石原らの対象とした流出成分とここで述べているものとも必ずしも一致しているわけではないが、少なくとも定性的に

は、単位流域自身が数多くの要素の平均化過程を経たうえでである1つの特徴的な性質を表に現わしており、その過程で流域の地形・地層特性が大きな位置を占めているといえよう。

## 8. ま と め

以上、本研究では遅い中間流出を対象として、流域内に分布する種々の斜層からの流出が合成されたとき、流域全体のもつ流出特性を流域の地形・地層特性との関連で考察した。本研究で得られた結論は以下のとおりである。

(1) 流域を構成する個々の斜層内の流れを、式(2)で表現すると、その物理的な特性は地形・地層ならびに水供給条件からなる無次元パラメーター  $\alpha$ 、 $\beta$  に支配される。

(2) 長良川流域の地形解析より、 $\alpha$ 、 $\beta$  を形造る  $i$ 、 $l$ 、 $i/l$ 、 $1/i/l$  などの諸量は対数正規分布に従っていると考えられる。 $k$ 、 $r$  などについての過去の調査をも考えあわせると、無次元パラメーター  $\alpha$ 、 $\beta$  もまた対数正規分布に従う。

(3) 個々の斜層での水理現象では、いわゆる移流型の現象が卓越し、比較的線形性の強い現象が起こっているものと思われる。

(4) 数多くの斜層からの流出が合成されれば、河道での変換過程を無視すると、式(7)で与えられる末端流量を生み出す。この合成ハイドログラフを1つの斜層からの流出として近似すると、等価な斜層特性  $A^*(=\ln \alpha^*)$ 、 $B^*(=\ln \beta^*)$  が見出される。

(5) 流域の総合特性としての、これらの  $A^*$  と  $B^*$  を検討すると、 $\alpha$ 、 $\beta$  の役割の違いによって  $A^*-\bar{A}$ 、 $(\bar{A}=\ln \alpha)$ 、と  $B^*$  が  $A(=\ln \alpha)$  の分散  $\sigma_A^2$  と関係づけられる。

すなわち、流域内部が一様な場合には、 $A^*$ 、 $B^*$  としては流域内部の平均的特性  $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$  が表に現われるが、流域内部の斜層特性の多様性が増し複雑さが増すにつれ  $A^*-\bar{A}$  は  $\sigma_A$  によって決まり、 $B^*$  は  $\bar{B}$  にかかわらずほぼ一定の値を持つようになる。また、これらの値は現地での値とよく一致する。

(6) 本研究での合成ハイドログラフを用いて、いわゆる単位図の重要な諸元、ピーク流量・流量低減特性とパラメーター  $A$  の分布との関連を示した。

(7) 貯留関数についても個々の斜層については一価関数として表現し得ないが、流域内の斜層の性質が複雑になればなるほど一価関数に近い際立った形で見られようになる。



本研究は、流域内部での流出特性の平均化過程を明らかにする第1段階として考察したものであるが、このような単純な扱いでも、流出特性と地形・地層特性の分布の関係をある程度把握することができ、しかも従来の知見を矛盾なく説明し得ることは興味深い。

#### 参 考 文 献

- 1) 石原藤次郎・高埴琢馬：中間流出現象とそれが流出過程に及ぼす影響について，土木学会論文集，第79号，pp. 15～23，昭和37年3月。
- 2) 石原藤次郎・石原安雄・高埴琢馬・頼 千元：由良川の出水特性に関する研究，京都大学防災研究所年報，第5号A，pp. 147～173，昭和37年3月。
- 3) 高埴琢馬・岸本貞男：雨水流出の実験的研究，京都大学防災研究所年報，第4号，pp. 132～154，昭和36年3月。
- 4) 石原安雄・小葉竹重機：洪水ハイドログラフの形成過程に関する研究，京都大学防災研究所年報，第18号B，pp. 425～435，昭和50年4月。
- 5) 高木不折・F.G. ローデ：地下水流出の流域における特性変化と場所的スケール，土木学会論文報告集，第270号，pp. 99～108，昭和53年2月。
- 6) 平野宗夫・伊東尚規：到達時間の分布を考慮した流出解析，第22回水理講演会論文集，pp. 197～202，昭和53年2月。
- 7) 小葉竹重機：河川流域における洪水の形成過程に関する研究，京都大学学位論文，昭和54年2月。
- 8) 高木不折・松林宇一郎：遅い中間流出・地下水流出の非線形性について，土木学会論文報告集，第283号，pp. 45～55，昭和54年3月。
- 9) Baker, F.G. and J. Bouma: Variability of hydraulic conductivity in two subsurface horizons of two silt loam soils, Soil Sci. Soc. Am. J. 40, pp. 219～222, 1976.
- 10) Nielsen, D.R., J.W. Biggar and K.T. Erh: Spacial variability of field-measured soil water properties, Hilgardia 42, pp. 215～259, 1973.
- 11) Warrick, A.W., G.J. Mullen and D.N. Nielsen: Predictions of the field water flux based upon field measured soil-water properties, Soil Sci. Soc. Am. J. 41, pp. 14～19, 1977.
- 12) Takagi, F. and U. Matsubayashi: On the averaging Process of runoff characteristics within watersheds, 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, 1980, Tokyo (under printing).
- 13) 高木不折：低水流出の低減特性に関する研究，土木学会論文集，第128号，pp. 1～11，昭和41年4月。
- 14) 高埴琢馬：洪水流出系の分析と総合に関する基礎的研究，京都大学学位論文，昭和46年6月。

(1980.6.13・受付)