

伝達マトリックス法による曲線 I 形ばりの耐荷力解析

ULTIMATE STRENGTH ANALYSIS OF CURVED I-BEAMS
BY TRANSFER MATRIX METHOD

前川 幸次*・吉田 博**

By Kouji MAEGAWA and Hiroshi YOSHIDA

1. 緒 言

薄肉曲線ばりが構造要素として使用される機会はしだいに多くなり、その力学的挙動の解析も多くの研究者によって行われている。西野らは有限変位のひずみ-変位関係式をもとに仮想仕事の原理と変分法を応用して薄肉直線ばりの支配方程式が数学的演算のみで導けることを文献 1) に示し、その手法を用いて文献 2) では、微小変位理論における薄肉円弧曲がりばりの静的挙動の定式化を行っている。また、遠田³⁾は変位の微小増分を考慮したつり合い条件式から薄肉開断面曲線ばりの基礎微分方程式を導いている。さらに、薄木ら^{4),7)}は薄肉回転シェルの非線形ひずみ-変位関係式をもとに薄肉曲線部材の変形解析を剛性法による有限変位解析として行い、その曲げねじり現象について考察している。

しかしながら、これまでは厳密な支配方程式を導くことに力点が置かれてきたように思われる。曲線ばりでは鉛直荷重だけを受けても曲率に起因するねじりおよび曲率方向への変位が生じるうえに、その応力分布特性から通常の 1 軸あるいは 2 軸対称断面部材であっても断面の塑性化に伴う未降伏断面の非対称化が生ずる。曲線ばりに対して安全性を確保した設計を行うためには、幾何学的非線形性のみならず材料的非線形性を考慮した解析を行い、曲線ばりの耐荷力について把握しておく必要がある。

本研究では、まず、遠田の方法³⁾を用いて曲線 I 形ばりの非弾性状態を考慮した基礎微分方程式を導き、はりの非弾性解析に対する有効性をかんがみて伝達マトリックス法を用いて数値解析を行うための定式化を行う。次に、得られた数値解析プログラムの妥当性を実験値¹⁵⁾と

の比較により検討したうえで、曲線 I 形ばりの耐荷力曲線の性状および耐荷力に及ぼす残留応力の影響についての検討を行う。

2. 解 析 法

本研究においては、前述のように曲線ばりの材料非線形性を考慮した有限変位理論による基礎微分方程式に伝達マトリックス法を用いて解析する。本文では紙面の都合上、格間伝達マトリックスと格点伝達マトリックスの誘導過程を示す。ここに格間伝達マトリックスとは、曲線ばりを長さ方向に分割して得られる円弧要素（格間）の両端における状態量を結ぶマトリックスであり、分割点（格点）の両側における状態量を結ぶものを格点伝達マトリックスという。

(1) 仮 定

- ① 部材は水平面内のみ に一定の曲率を有する薄肉曲線 I 形ばりであり、横断面の図心を通る母線の曲率半径は R である。
- ② 横断面形状は部材軸方向に一定であり、曲率半径

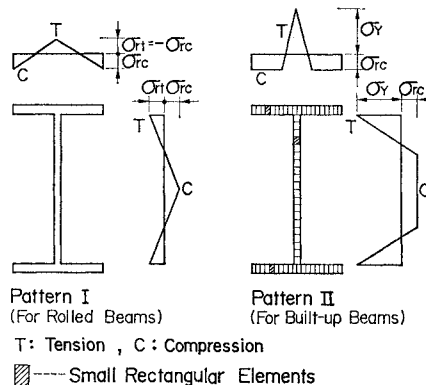


図-1 残留応力分布および微小断面要素

* 正会員 工修 国立石川工業高等専門学校講師 土木工学科

** 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木工学科

方向の断面寸法は曲率半径に比べて十分小さい。また、はりを構成する母線ごとの曲率の差は無視する。

- ③ 横断面の形状は変形後も不変である。
- ④ 残留応力の分布型は直線ばりに用いられているものを適用し、部材軸接線方向にのみ存在し板厚方向には一定である(図-1)。また、初期不整としての残留応力は自己つり合いを保つものとする注1)。
- ⑤ 図-1 に示す微小断面要素の図心におけるひずみ ϵ_i (残留ひずみを含む) が降伏ひずみ ϵ_Y を超えたとき、その要素は降伏したものとする。
- ⑥ 格間においては、部材軸方向に断面の降伏部分は一定であり、したがって弾性域にとどまっている残された部分(以後、弾性核とよぶ)は変化しない。
- ⑦ 材料は完全弾塑性体である。また、除荷は起こらないものとする。
- ⑧ 弾塑性域における曲げ剛性およびそりねじり剛性は弾性核のみ有効であるとし、St. Venant のねじり剛性は弾塑性域でも全断面有効とする¹⁰⁾。
- ⑨ 断面定数はいずれも曲率の影響^{1),2),4)}を無視する。

(2) 格間伝達マトリックス

図-2 のように曲率半径 R を有する円曲線ばりの微小要素を考え、図心 D を原点とし、曲率半径方向に Y 軸を一致させた直交曲線座標 (X - Y - Z 座標)、および弾性核の図心 C を原点とし、弾性核の主軸を y - z 軸とした変形前の座標 (x - y - z 座標)を設定する。図中、 β は Y 軸と y 軸のなす角 (x の正の方向に向かって時計回りを正とする) であり、 Y_c および Z_c は図心 C の Y - Z 座標値である。はりの微小要素の原点 C を通る母線の弧長 dS とその中心角 $d\alpha$ は $dS = (R - Y_c)d\alpha$ の関係があり、 $\Pi dS, \Psi dS, \Omega dS$ および ΘdS をそれぞれ dS 間における点 C の x, y, z 方向の変位増分およびねじり角の増分とすれば文献 5) の式 (6.1) に座標変換を行ない次のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \Pi dS &= \{u' - (v \cos \beta - w \sin \beta) / (R - Y_c)\} dS \\ \Psi dS &= \{v' + u \cos \beta / (R - Y_c)\} dS \\ \Omega dS &= \{w' - u \sin \beta / (R - Y_c)\} dS \\ \Theta dS &= \{\theta' + (v' \sin \beta + w' \cos \beta) / (R - Y_c)\} dS \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot a \sim d)$$

注 1) 残留応力は直線ばりと同様、次式を満足するものとする。

$$\int_F \sigma_r dF = \int_F \sigma_{ry} dF = \int_F \sigma_{rz} dF = 0$$

ここに、 σ_r は残留応力、 F は断面を表わす。なお、図-1 のような残留応力分布を仮定すると、必然的に条件式 $\left(\int_F \sigma_r \varphi_c dF = 0 \right)$ が成立する。

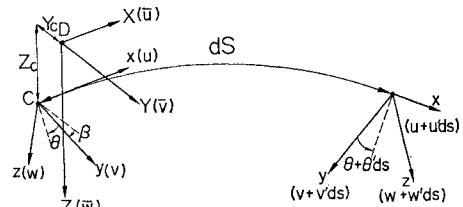
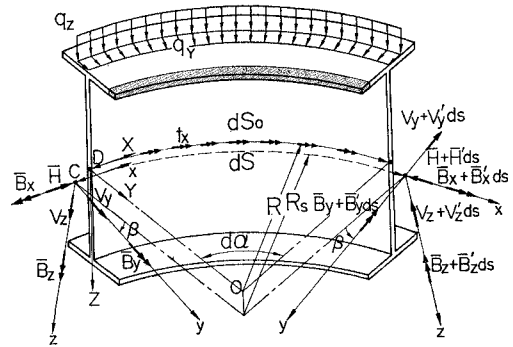


図-2 曲線 I 形ばりの断面力と変形量

ここに、 u, v, w および θ はそれぞれ弾性核の図心 C の x, y, z 方向の変位および断面回転角であり、 $()' = d() / dS$ とする。なお、以後、仮定 ② より $R - Y_c \approx R$ とする。

横断面上の任意の点 $A (y, z)$ における x, y および z 方向の変位は仮定 ③ から次のように表わされる⁶⁾、注 2)。

$$\left. \begin{aligned} u_A &= u - \psi y - \Omega z - \theta \varphi_c \\ v_A &= v - \theta x, \quad w_A = w + \theta y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot a \sim c)$$

ここに、 φ_c は弾性核の図心に関するそり関数である注 3)。なお、式 (2) には変位の 2 次的成分は含まれていないが、力のつり合い条件式において変位の微小増分を考慮することにより線形化有限変位理論による解析を行う^{7),8)}。

横断面上の任意点の垂直ひずみ ϵ_A は式 (2) を用いて次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_A &= du_A / dS_A - (v_A \cos \beta - w_A \sin \beta) d\alpha / dS_A \\ dS_A &= (R - Y_c - y \cos \beta + z \sin \beta) d\alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

仮定 ② より母線ごとの曲率の差を無視すれば、

$$dS_0 \approx dS \approx dS_A \approx R \cdot d\alpha, \quad ()' = d() / dS_0 \dots\dots\dots (4)$$

となり、ここに、 dS_0 は全断面の図心 D を通る母線の微小円弧長である。

注 2) 部材軸方向の剛体変位は横断面上ですべて原点 C の変位 u に等しいものとする⁷⁾。

3) 断面の降伏部分もそりは連続している。したがって、降伏部分については板厚 $t=0$ の仮想板で置き換えて、降伏部分のそり関数を算定する^{1),2)}。

圧縮を正とする残留ひずみ $\varepsilon_r = \varepsilon_r(y, z)$ を式 (3) に加えて, 式 (1) および (2) を代入すると, 垂直ひずみ ε は次式で表わされる.

$$\varepsilon = \Pi - \Psi' y - \Omega' z - \theta' \varphi_c + (z \cos \beta + y \sin \beta) \theta / R - \varepsilon_r \dots \dots \dots (5)$$

ここで, 各格間の弾性核の決定は次のように行う.

まず, 断面を構成する薄板 (フランジおよびウェブ) を板幅方向に微小分割し (図-1 参照), その微小断面要素の図心における垂直ひずみ ε_i を式 (5) より求める. なお, 式 (5) における変形量は格間の両端における平均値を用い, 得られるひずみ ε_i は格間内で一定であると仮定する. 次に, 得られたひずみ ε_i と降伏ひずみ ε_Y を比較して, $|\varepsilon_i| < \varepsilon_Y$ であるときその微小断面要素は弾性核の一部を構成するものとする. この操作は 図-4 における ⑨, ⑩, ⑪ に相当する.

得られた弾性核について断面定数を次のように定義する.

$$\left. \begin{aligned} F_e &= \int_e dF, & I_y &= \int_e z^2 dF, & I_z &= \int_e y^2 dF \\ I_c &= \int_e \varphi_c^2 dF, & R_y &= \int_e \varphi_c z dF, & R_z &= \int_e \varphi_c y dF \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

ここに, 記号 $\int_e (\) dF$ は弾性核についての積分を意味し, 曲率の影響は無視する.

弾性核のせん断中心の y および z 座標をそれぞれ y_m および z_m とすると, y および z 軸が主軸であることおよび φ_c は正規化したそり関数であることから次式が成立する⁹⁾.

$$\left. \begin{aligned} y_m &= R_y / I_y, & z_m &= -R_z / I_z, & \int_e y dF &= 0 \\ \int_e z dF &= 0, & \int_e y z dF &= 0, & \int_e \varphi_c dF &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

x - y - z 座標に対応させて, 曲線ばりの変形後の状態に対する直交曲線座標 ξ - η - ζ を定めて, この座標に関する全断面について求めた断面力を \bar{H} , \bar{B}_ξ , \bar{B}_η , \bar{B}_ζ , \bar{B}_w とする. ここに, 断面の降伏部分は降伏応力 σ_Y に相当する軸方向力を負担するものとし, \bar{H} は軸方向力, \bar{B}_ξ , \bar{B}_η および \bar{B}_ζ はそれぞれ ξ 軸まわりのねじりモーメント, η および ζ 軸まわりの曲げモーメントであり, \bar{B}_w はバイモーメントであり, E をヤング率として次式で表わせる.

$$\left. \begin{aligned} \bar{H} &= - \int_e E \varepsilon dF - \int_P \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) dF \\ &= [-EF_e \Pi] + \left[- \int_P \{ \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) + E \varepsilon_r \} dF \right] \\ &= [H] + [\Delta H] \\ \bar{B}_\eta &= - \int_e E \varepsilon z dF - \int_P \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) z dF \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} &= [EI_y (\Omega' + \theta' y_m - \theta \cos \beta / R)] \\ &+ \left[- \int_P \{ \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) + E \varepsilon_r \} z dF \right] \\ &= [B_\eta] + [\Delta B_\eta] \\ \bar{B}_\zeta &= \int_e E \varepsilon y dF + \int_P \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) y dF \\ &= [-EI_z (\Psi' - \theta' z_m - \theta \sin \beta / R)] \\ &+ \left[\int_P \{ \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) + E \varepsilon_r \} y dF \right] \\ &= [B_\zeta] + [\Delta B_\zeta] \\ \bar{B}_w &= \int_e E \varepsilon \varphi_c dF + \int_P \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) \varphi_c dF \\ &= [-EI_c \theta' + EI_z \cdot z_m (\Psi' - \theta \sin \beta / R) \\ &- EI_y y_m (\Omega' - \theta \cos \beta / R)] \\ &+ \left[\int_P \{ \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) + E \varepsilon_r \} \varphi_c dF \right] \\ &= [B_w] + [\Delta B_w] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8 \cdot a \sim d)$$

ここに, 各定義式の右辺第 1 項の ε には式 (5), (6) および (7) を用いた. 記号 $\int_P (\) dF$ は断面の降伏部分についての積分であり, $\operatorname{sgn}(\varepsilon)$ は ε が引張ならば 1, 圧縮ならば -1 である. なお, 各式の右辺の第 2 式および第 3 式は $\left[\int \right]$ で区切られた第 1 項および第 2 項がそれぞれ対応しており, 便宜上, “弾性項” および “非弾性項” とよぶことにする.

一方, ねじりモーメント \bar{B}_ξ は St. Venant のねじりモーメント B_1 , そり拘束による 2 次的ねじりモーメント B_2 および垂直応力 σ のねじり変形に伴う分力によるねじりモーメント B_3 の和として得られる⁹⁾.

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= GK_T \theta \\ B_2 &= d \bar{B}_w / dS_0 \\ &= -EI_c \theta'' - y_m EI_y (\Omega'' - \theta'' \cos \beta / R) \\ &+ z_m EI_z (\Psi'' - \theta'' \sin \beta / R) \\ B_3 &= \int_e E \varepsilon (y^2 + z^2) \theta dF + \int_P \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) \\ &\cdot (y^2 + z^2) \theta dF \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9 \cdot a \sim c)$$

ここに, GK_T は St. Venant のねじり剛性であり弾塑性域でも全断面有効とする¹⁰⁾. また, θ は仮定 ② より断面内で一定とする.

拘束計算における 1 回前に得られた状態量を式 (16) に代入して得られる Π , Ψ' , Ω' および θ' を式 (5) に用いて式 (9 \cdot c) を線形化すると, \bar{B}_ξ は次式のように表わされる.

$$\left. \begin{aligned} \bar{B}_\xi &= [-EI_c \theta'' - y_m EI_y (\Omega'' - \theta'' \cos \beta / R) \\ &+ z_m EI_z (\Psi'' - \theta'' \sin \beta / R) + C_T \theta] \\ &+ \left[\theta \int_P \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) (y^2 + z^2) dF \right] \\ &= [B_\xi] + [\Delta B_\xi] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

ここに,

$$\begin{aligned}
 C_T &= A_1 r_c - A_2 r_z - A_3 r_y - A_4 r_\varphi \\
 &\quad - E \int_e \varepsilon_r (y^2 + z^2) dF + GK_T \\
 r_c &= \int_e (y^2 + z^2) dF, \quad r_y = \int_e z (y^2 + z^2) dF \\
 r_z &= \int_e y (y^2 + z^2) dF, \quad r_\varphi = \int_e \varphi_c (y^2 + z^2) dF \\
 A_1 &= -N/F_c \\
 A_2 &= -C_1 M_z - (y_m z_m M_y + z_m M_w)/I_w \\
 &\quad + (C_1 M_y - y_m z_m M_z/I_w) \phi \\
 A_3 &= C_2 M_y + (y_m z_m M_z + y_m M_w)/I_w \\
 &\quad + (C_2 M_z - y_m z_m M_y/I_w) \phi \\
 A_4 &= -(y_m M_y + z_m M_z + M_w)/I_w \\
 &\quad + (z_m M_y - y_m M_z) \phi/I_w \\
 I_w &= I_c - y_m^2 I_y - z_m^2 I_z, \quad C_1 = 1/I_z + z_m^2/I_w
 \end{aligned}$$

および

$$C_2 = 1/I_y + y_m^2/I_w$$

であり、 N, M_y, M_z, M_w および ϕ はそれぞれ収束計算における 1 回前の断面力および断面回転角を表わす。また、式 (10) の右辺の第 1 式および第 2 式は [] で区切られた第 1 項および第 2 項がそれぞれ対応している。

降伏断面を有するある格間から取り出した微小要素 dS_0 について、変形前の座標系に関する変位および断面力を 図-2 に示す。各断面力を式 (8) と同様な形式で、便宜上名づけた“弾性項”および“非弾性項”の和として表わす。

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{H} &= H + \Delta H, \quad \bar{B}_x = B_x + \Delta B_x, \quad \bar{B}_y = B_y + \Delta B_y \\
 \bar{B}_z &= B_z + \Delta B_z, \quad \bar{B}_w = B_w + \Delta B_w
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

微小要素 dS_0 について変形の増分を考慮して³⁾ x, y および z 軸方向の力および x, y および z 軸まわりのモーメントのつり合い式を求めて次式のように整理する。

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{H}' &= (V_y \cos \beta - V_z \sin \beta)/R \\
 V_y' + \bar{H} \cos \beta/R &= q_z \sin \beta + q_Y \cos \beta \\
 V_z' - \bar{H} \sin \beta/R &= q_z \cos \beta - q_Y \sin \beta \\
 \bar{B}_x' + (\bar{B}_y \cos \beta - \bar{B}_z \sin \beta)/R \\
 &\quad + V_y \varrho - V_z \psi = -t_X + m_q \\
 \bar{B}_y' - \bar{B}_x \cos \beta/R + \bar{H} \varrho - V_z (1 + \Pi) &= 0 \\
 \bar{B}_z' + \bar{B}_x \sin \beta/R - \bar{H} \psi + V_y (1 + \Pi) &= 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12 \cdot a \sim f)$$

ここに、 V_y および V_z はそれぞれ y および z 軸方向のせん断力である。また、

$$\begin{aligned}
 m_q &= q_Y \{ (b_Y - Z_c) + (a_Y - Y_c) \theta \} \\
 &\quad - q_Z \{ (a_Z - Y_c) + (b_Z - Z_c) \theta \}
 \end{aligned}$$

であり、 q_Y および q_Z は作用点の Y および Z 座標がそれぞれ (a_Y, b_Y) および (a_Z, b_Z) である Y および Z 軸方向の分布荷重であり、 t_X は分布ねじりモーメン

ト荷重である。

変形後の座標系に関する \bar{B}_x, \bar{B}_y および \bar{B}_z と変形前の座標系に関する B_x, B_y および B_z は次の関係式を満足する。

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{B}_x &= B_x + \bar{B}_y \psi + \bar{B}_z \varrho, \quad \bar{B}_y = \bar{B}_y - \bar{B}_z \theta \\
 \bar{B}_z &= \bar{B}_z + \bar{B}_y \theta
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13 \cdot a \sim c)$$

微小変位理論によって求まる断面力を用いて式 (13) を線形化したのち、“弾性項”および“非弾性項”を分離し、さらに B_x, B_y および B_z に式 (8), (10) を代入すると、

$$\left. \begin{aligned}
 B_x &= -EI_e \theta'' - y_m EI_y (\varrho'' - \theta' \cos \beta/R) \\
 &\quad + Z_m EI_z (\psi'' - \theta' \sin \beta/R) \\
 &\quad + C_T \theta + M_y \psi + M_z \varrho \\
 B_y &= EI_y (\varrho' + y_m \theta' - \theta \cos \beta/R) - M_z \theta \\
 B_z &= -EI_z (\psi' - z_m \theta' - \theta \sin \beta/R) + M_y \theta \\
 \Delta B_x &= \Delta B_x + \Delta M_y \psi + \Delta M_z \varrho \\
 \Delta B_y &= \Delta B_y - \Delta M_z \theta \\
 \Delta B_z &= \Delta B_z + \Delta M_y \theta
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14 \cdot a \sim f)$$

となる。

有限変位理論の場合の状態量ベクトルを弾性核の図心に関する変形量および弾性項と名づけた断面力を用いて次のように定義する。

$$\begin{aligned}
 V &= \{ v, \psi, B_x, V_y, w, \varrho, B_y, V_z, \theta, \theta, B_w, \\
 &\quad B_x, u, H \} \dots\dots\dots (15)
 \end{aligned}$$

状態量ベクトルに対する 1 階の連立微分方程式系を導くために、まず、式 (1) および (8 \cdot a) より、

$$\left. \begin{aligned}
 u' &= -H/EF_e + (v \cos \beta - w \sin \beta)/R \\
 v' &= \psi - u \cos \beta/R \\
 w' &= \varrho + u \sin \beta/R \\
 \theta' &= \theta - \psi \sin \beta/R - \varrho \cos \beta/R
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16 \cdot a \sim d)$$

式 (8 \cdot d) および式 (14 \cdot b, c) より

$$\begin{aligned}
 \theta' &= -(y_m B_y + z_m B_z + B_w)/EI_w \\
 &\quad + (z_m M_y - y_m M_z) \theta / EI_w \\
 &\quad + (z_m M_z + y_m M_y) \theta^2 / EI_w \dots\dots\dots (16 \cdot e)
 \end{aligned}$$

また、式 (16 \cdot e) の第 3 項を無視し、式 (14 \cdot b, c) に適用すると、

$$\left. \begin{aligned}
 \psi' &= -C_1 B_z / E - y_m z_m B_y / EI_w - z_m B_w / EI_w \\
 &\quad + (C_1 M_y / E - y_m z_m M_z / EI_w + \sin \beta/R) \theta \\
 \varrho' &= C_2 B_y / E + y_m z_m B_z / EI_w + y_m B_w / EI_w \\
 &\quad + (C_2 M_z / E - y_m z_m M_y / EI_w + \cos \beta/R) \theta
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16 \cdot f, g)$$

となる。

ここに、式 (16 \cdot e) は式 (13) から θ^2 が十分小さいものとして $M_y = M_y + M_z \theta, M_z = M_z - M_y \theta$ を用いて

導き、第 3 項は他の項に比べて小さいので無視できるものとする。

断面力については式 (12) の各式に式 (11) を考慮し、非線形項には収束計算における 1 回前の断面力を用いて線形化すれば、

$$\left. \begin{aligned} H' &= (V_y \cos \beta - V_z \sin \beta) / R \\ V_{y'} &= -H \cos \beta / R - \Delta H \cos \beta / R + q_z \sin \beta \\ &\quad + q_y \cos \beta \\ V_{z'} &= H \sin \beta / R + \Delta H \sin \beta / R + q_z \cos \beta \\ &\quad - q_y \sin \beta \\ B_{x'} &= (B_z \sin \beta - B_y \cos \beta) / R - Q_y \varrho + Q_z \psi \\ &\quad + \{q_y(a_Y - Y_c) + q_z(b_Z - Z_c)\} \\ &\quad + \Delta M_\zeta \cos \beta / R + \Delta M_\eta \sin \beta / R \theta - t_X \\ &\quad + q_y(b_Y - Z_c) - q_z(a_Z - Y_c) \\ &\quad + (\Delta B_\zeta \sin \beta - \Delta B_\eta \cos \beta) / R - \Delta B_{x'} \\ B_{y'} &= B_x \cos \beta / R - N \varrho + V_z - Q_z H / EF_e \\ &\quad - \Delta N \varrho + \Delta B_x \cos \beta / R - \Delta B_{y'} \\ B_{z'} &= -B_x \sin \beta / R + N \psi - V_y + Q_y H / EF_e \\ &\quad + \Delta N \psi - \Delta B_x \sin \beta / R - \Delta B_{z'} \\ &\dots\dots\dots (17 \cdot a \sim f) \end{aligned} \right\}$$

となる。また、式 (8 \cdot d) および式 (14 \cdot a) から、

$$B_w' = B_x - C_T \theta - \psi (M_y + M_z \phi) - \varrho (M_z - M_y \phi) \dots\dots\dots (17 \cdot g)$$

となる。ここに、式 (17 \cdot a) には $\Delta H' = 0$ を、式 (17 \cdot d) には式 (14 \cdot e, f) を、さらに式 (17 \cdot e) および (17 \cdot f) には式 (8 \cdot a) より $\Pi = -H / EF_e$ を用いた。

式 (17) で $\Delta B_{x'}$ 、 $\Delta B_{y'}$ および $\Delta B_{z'}$ は式 (8)、(10) および (15) に仮定 ⑥ を用いて次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \Delta B_{x'} &= \theta' \int_P \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) (y^2 + z^2) dF \\ &\quad + \Delta M_\eta \psi' + \Delta M_\zeta \varrho' \\ \Delta B_{y'} &= -\Delta M_\zeta \theta', \quad \Delta B_{z'} = \Delta M_\eta \theta' \end{aligned}$$

さらに、 θ' 、 ψ' 、 ϱ' および θ' に対して式 (16 \cdot d \sim g) を代入して若干の計算の後、式 (17 \cdot d \sim f) は次のように線形化される。

$$\left. \begin{aligned} B_{x'} &= B_y \left\{ -\frac{\cos \beta}{R} + \frac{y_m}{EI_\omega} K + \frac{y_m z_m}{EI_\omega} \Delta M_\eta - \frac{C_2}{E} \Delta M_\zeta \right\} \\ &\quad + B_z \left\{ \frac{\sin \beta}{R} + \frac{z_m}{EI_\omega} K - \frac{y_m z_m}{EI_\omega} \Delta M_\zeta + \frac{C_1}{E} \Delta M_\eta \right\} \\ &\quad + B_w \left\{ \frac{1}{EI_\omega} K - \frac{y_m}{EI_\omega} \Delta M_\zeta + \frac{z_m}{EI_\omega} \Delta M_\eta \right\} - \varrho Q_y \\ &\quad + \psi Q_z + \theta \left\{ q_y(a_Y - Y_c) + q_z(b_Z - Z_c) \right. \\ &\quad \left. - \frac{z_m M_y - y_m M_z}{EI_\omega} K - \left(\frac{C_2}{E} M_z - \frac{y_m z_m}{EI_\omega} M_y \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot \Delta M_\zeta - \left(\frac{C_1}{E} M_y - \frac{y_m z_m}{EI_\omega} M_z \right) \Delta M_\eta \right\} \\ &\quad - t_X + q_y(b_Y - Z_c) - q_z(a_Z - Y_c) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} &\frac{\Delta B_\zeta \sin \beta - \Delta B_\eta \cos \beta}{R} \\ B_{y'} &= B_x \frac{\cos \beta}{R} + V_z - H \frac{Q_z}{EF_e} \\ &\quad - \psi \frac{\Delta M_\zeta \sin \beta - \Delta M_\eta \cos \beta}{R} - \varrho (N + \Delta N) \\ &\quad + \theta \left(\Delta M_\zeta + \frac{\cos \beta}{R} K \right) \\ B_{z'} &= -B_x \frac{\sin \beta}{R} - V_y + H \frac{Q_y}{EF_e} - \psi (N + \Delta N) \\ &\quad + \varrho \frac{\Delta M_\eta \cos \beta - \Delta M_\zeta \sin \beta}{R} \\ &\quad - \theta \left(\Delta M_\eta + \frac{\sin \beta}{R} K \right) \\ &\dots\dots\dots (17 \cdot d' \sim f') \end{aligned} \right\}$$

ここに、 $K = \int_P \sigma_Y \operatorname{sgn}(\varepsilon) (y^2 + z^2) dF$ である。

式 (15) の状態量ベクトル V を用いて式 (16)、(17) および (17') を整理すると次式のように表わせる。

$$\frac{dV}{dS_0} = GV + H \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 G は格間内で S_0 の関数となる 14 行 14 列の係数マトリックスであり、 H は荷重項ベクトルである。

式 (18) に Runge-Kutta 法を用いて格間 k において数値積分を行うと、次式を満足する格間伝達マトリックス F_k を数値的に得ることができる。

$$V_k^R = F_k V_k^L + L_k \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 V_k^L および V_k^R はそれぞれ格間 k の左端および右端の状態量ベクトルを表わす。また、 L_k は格間 k における荷重項を表わす。

(3) 格点伝達マトリックス

格間 k の右端の状態量ベクトルを V_k^R とし格間 $k + 1$ の左端のそれを V_{k+1}^L とすれば、それらは次式のように結ばれる。

$$V_{k+1}^L = P_k V_k^R + M_k \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 P_k は格点伝達マトリックスとよばれ、 M_k は荷重項を表わすベクトルである。

a) 格点に集中荷重が作用する場合^{3), 11)}

格点 k には、 X 、 Y および Z 軸方向の集中荷重 P_X 、 P_Y および P_Z が Y - Z 座標でそれぞれ (a_X, b_X) 、 (a_Y, b_Y) および (a_Z, b_Z) に作用しているものとする。格点 k の左右の格間の弾性核は等しいものとし、状態量ベクトル V を変形量に関するベクトル q と断面力に関するベクトル Q に分けると、変位の連続性から、

$$q_{k+1}^L = q_k^R = q_k \dots\dots\dots (21)$$

が成り立ち、断面力のつり合い条件式からは集中荷重による飛躍量を考慮して、

$$Q_{k+1}^L = Q_k^R + T_k q_k^R + U_k \dots\dots\dots (22)$$

が成り立つ。ここに、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q} &= \{v, \Psi, w, \Omega, \theta, \Theta, u\} \\ \mathbf{Q} &= \{V_y, B_z, V_z, B_y, B_x, B_w, H\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23 \cdot a, b)$$

であり、 T_k および U_k の具体的な内容は文献 3) の値に座標変換を行ったものである。

式 (21) および (22) を式 (20) の形式で整理すると、格点伝達マトリックス P_k を得る。

b) 格点 k の左右の格間における弾性核が異なる場合¹²⁾

解析には仮定 ⑥ の近似を用いるため格点において弾性核が不連続になることは避けられない。このような場合の格点伝達式を求める。

図-2 で定義した X - Y - Z 座標に関する格間 k (格点 k の左側) の弾性核の図心 C の座標および主軸方向をそれぞれ添字 l をつけて $C_l(Y_{cl}, Z_{cl})$ および β_l とし、格間 $k+1$ (格点 k の右側) のそれらには添字 r をつけて $C_r(Y_{cr}, Z_{cr})$ および β_r とする。ここで、図-3 に示すように原点を Y - Z 座標に一致させた格点 k の主軸方向の座標系 (\bar{y} - \bar{z} 座標) を定めて、この座標に関する前述の図心座標をそれぞれ $C_l(\bar{y}_{cl}, \bar{z}_{cl})$ および $C_r(\bar{y}_{cr}, \bar{z}_{cr})$ とすれば次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \bar{y}_{cl} &= Y_{cl} \cos \beta_l + Z_{cl} \sin \beta_l \\ \bar{z}_{cl} &= -Y_{cl} \sin \beta_l + Z_{cl} \cos \beta_l \\ \bar{y}_{cr} &= Y_{cr} \cos \beta_l + Z_{cr} \sin \beta_l \\ \bar{z}_{cr} &= -Y_{cr} \sin \beta_l + Z_{cr} \cos \beta_l \end{aligned}$$

断面上の任意の 2 点 (\bar{y}_1, \bar{z}_1) および (\bar{y}_2, \bar{z}_2) について、式 (2) に関する変位の連続性を考慮すると、

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_l - (\bar{z}_1 - \bar{z}_{cl})\theta_l = v_r^* - (\bar{z}_1 - \bar{z}_{cr})\theta_r^* \\ v_2 &= v_l - (\bar{z}_2 - \bar{z}_{cl})\theta_l = v_r^* - (\bar{z}_2 - \bar{z}_{cr})\theta_r^* \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24 \cdot a, b)$$

となる。ここに、* 印は格点 k の左側の弾性核の主軸 (\bar{y} , \bar{z} 軸) 方向で表わした図心 C_r の変形量を意味す

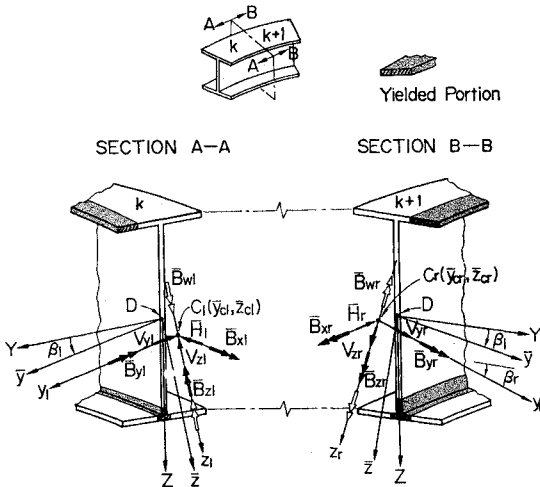


図-3 格点の左右における断面力

る。

$$\text{式 (24 \cdot a) と (24 \cdot b) の辺々を差し引くと、} \\ \theta_r^* = \theta_l \dots\dots\dots (25)$$

が得られ、式 (25) を式 (24) に代入して次式を得る。

$$v_r^* = v_l - \Delta \bar{z}_c \theta_l, \Delta \bar{z}_c = \bar{z}_{cr} - \bar{z}_{cl} \dots\dots\dots (26)$$

また、 w についても同様な結果が得られる。

$$w_r^* = w_l + \Delta \bar{y}_c \theta_l, \Delta \bar{y}_c = \bar{y}_{cr} - \bar{y}_{cl} \dots\dots\dots (27)$$

\bar{y} - \bar{z} 座標の原点 D に関するそり関数を φ_D とすれば、図心 C に関するそり関数 φ_c は、

$$\varphi_c = \varphi_D + \bar{z}_c \bar{y} - \bar{y}_c \bar{z} \dots\dots\dots (28)$$

となり^{9), 12)}、任意の 2 点について式 (2 \cdot a) に式 (28) を用い、変位の連続性を考慮することにより式 (24) ~ (27) と同様な展開を行うことができ、次式を得る¹²⁾。

$$\left. \begin{aligned} \theta_r^* &= \theta_l, \Psi_r^* = \Psi_l - \Delta \bar{z}_c \theta_l, \Omega_r^* = \Omega_l + \Delta \bar{y}_c \theta_l \\ u_r^* &= u_l - \Delta \bar{y}_c \Psi_l - \Delta \bar{z}_c \Omega_l + \varphi_D \theta_l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29 \cdot a \sim d)$$

ここに、 $\varphi_D = \varphi_{Dri} - \varphi_{Dli} + \Delta \bar{z}_c \bar{y}_{cr} - \Delta \bar{y}_c \bar{z}_{cr}$ であり、 φ_{Dli} および φ_{Dri} はそれぞれ格点 k の左側および右側の弾性核について求めた点 i の単位そりである。

式 (27) ~ (34) で得られた $\theta_r^* \sim u_r^*$ に座標変換を行うと格点 k の右側の断面 (弾性核) の主軸方向に関する変形量が求まる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_r &= \theta_l \\ v_r &= v_l \cos \tau + w_l \sin \tau - \theta_l \Delta_1 \\ w_r &= w_l \cos \tau - v_l \sin \tau + \theta_l \Delta_2 \\ u_r &= u_l - \Psi_l \Delta \bar{y}_c - \Omega_l \Delta \bar{z}_c + \theta_l \varphi_D \\ \Psi_r &= \Psi_l \cos \tau + \Omega_l \sin \tau - \theta_l \Delta_1 \\ \Omega_r &= \Omega_l \cos \tau - \Psi_l \sin \tau + \theta_l \Delta_2 \\ \Theta_r &= \Theta_l \end{aligned} \right\} \dots\dots (30 \cdot a \sim g)$$

ここに、 $\tau = \beta_r - \beta_l$, $\Delta_1 = \Delta \bar{z}_c \cos \tau - \Delta \bar{y}_c \sin \tau$ および $\Delta_2 = \Delta \bar{y}_c \cos \tau + \Delta \bar{z}_c \sin \tau$ であり、式 (30) は格点の左右で弾性核が異なる場合の変形量に関する格点伝達方程式である。

一方、断面力に関する格点伝達方程式は文献 12) のように仮想変位の原理を適用して導くことができ、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} -\bar{B}_{x1} + V_{yr} \Delta_1 - V_{zr} \Delta_2 + \bar{B}_{xr} &= 0 \\ -\bar{B}_{y1} - \bar{B}_{zr} \sin \tau + \bar{B}_{yr} \cos \tau + \bar{H}_r \Delta \bar{z}_c &= 0 \\ \bar{B}_{z1} - \bar{B}_{zr} \cos \tau - \bar{B}_{yr} \sin \tau + \bar{H}_r \Delta \bar{y}_c &= 0 \\ V_{y1} - V_{yr} \cos \tau + V_{zr} \sin \tau &= 0 \\ V_{z1} - V_{yr} \sin \tau - V_{zr} \cos \tau &= 0 \\ \bar{B}_{w1} + \bar{B}_{zr} \Delta_1 + \bar{B}_{yr} \Delta_2 - \bar{B}_{wr} - \bar{H}_r \varphi_D &= 0 \\ \bar{H}_1 - \bar{H}_r &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31 \cdot a \sim g)$$

式 (14 \cdot d \sim f) に式 (30) を代入して得られる格点 k の左右のそれぞれの“非弾性項”と式 (11) を用いて式 (31) より若干の計算の後、断面力に関する格点伝達方程

式を次のように得る.

$$\begin{aligned}
 B_{zr} &= B_{z1} \cos \tau - B_{y1} \sin \tau + H_1 \Delta_2 \\
 &\quad + \theta_1 (\Delta M_{\eta 1} \cos \tau - \Delta M_{\eta r} + \Delta M_{\zeta 1} \sin \tau) \\
 &\quad + \Delta B_{\zeta 1} \cos \tau - \Delta B_{\zeta r} - \Delta B_{\eta 1} \sin \tau + \Delta H_1 \Delta_2 \\
 V_{yr} &= V_{y1} \cos \tau + V_{z1} \sin \tau \\
 V_{zr} &= V_{z1} \cos \tau - V_{y1} \sin \tau \\
 B_{yr} &= B_{z1} \sin \tau + B_{y1} \cos \tau - H_1 \Delta_1 \\
 &\quad + \theta_1 (\Delta M_{\eta 1} \sin \tau + \Delta M_{\zeta r} - \Delta M_{\zeta 1} \cos \tau) \\
 &\quad + \Delta B_{\zeta 1} \sin \tau - \Delta B_{\eta r} + \Delta B_{\eta 1} \cos \tau - \Delta H_1 \Delta_1 \\
 B_{wr} &= B_{w1} + B_{z1} \Delta \bar{z}_c + B_{y1} \Delta \bar{y}_c - H_1 \Phi_D \\
 &\quad + \theta_1 (\Delta M_{\eta 1} \Delta \bar{z}_c - \Delta M_{\zeta 1} \Delta \bar{y}_c) + \Delta B_{w1} \\
 &\quad - \Delta B_{wr} + \Delta B_{\zeta 1} \Delta \bar{z}_c + \Delta B_{\eta 1} \Delta \bar{y}_c - \Delta H_1 \Phi_D \\
 B_{xr} &= B_{x1} + V_{z1} \Delta \bar{y}_c - V_{y1} \Delta \bar{z}_c - \theta_1 (\Delta M_{\zeta r} \Delta_2 \\
 &\quad - \Delta M_{\eta r} \Delta_1) + \Psi_1 (\Delta M_{\eta 1} - \Delta M_{\eta r} \cos \tau \\
 &\quad + \Delta M_{\zeta r} \sin \tau) + \Omega_1 (\Delta M_{\zeta 1} - \Delta M_{\eta r} \sin \tau \\
 &\quad - \Delta M_{\zeta r} \cos \tau) + \Delta B_{\zeta 1} - \Delta B_{\zeta r} \\
 H_r &= H_1 + \Delta H_1 - \Delta H_r
 \end{aligned}$$

.....(32.a~g)

式 (30) および式 (32) は、式 (20) の形式に整理することができ、得られるマトリックス P_k およびベクトル M_k はそれぞれ格点 k の左右で弾性核が異なる場合の格点伝達マトリックスおよび荷重項ベクトルである。

(4) 計算方法

伝達マトリックスによる解析法は文献 11) によることとし、本節では図-4 に示す曲線ばりの弾塑性有限変位解析のフローチャートについて説明する。

- ③ 微小変位理論による解析 (図-4 ④)
- ⑤ 有限変位理論による解析 (図-4 ③ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧)
- ⑥ における変形量に対する収束計算の誤差は 1% とした。
- ⑨ 弾塑性域における断面諸量の決定 (図-4 ⑨ ⑩ ⑪)

変形量が収束した場合、格間ごとに図-1 に示した微小断面要素の垂直ひずみ ϵ_i を式 (5) より求める。このとき要素 i の応力 σ_i は仮定 ⑤ および ⑦ より、

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_i &= E \epsilon_i & (|\epsilon_i| < \epsilon_Y) \\
 \sigma_i &= \sigma_Y \cdot \text{sgn}(\epsilon_i) & (|\epsilon_i| \geq \epsilon_Y)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

となるが、その応力分布から計算される断面力と、すでに収束計算で求まっている断面力は一致しない。吉田ら¹³⁾はひずみを修正して断面力を収束させているが、本研究においては収束計算の 1 サイクルごとに新たに降伏を認める微小要素の数を垂直ひずみの大きい方から 3 個 (全要素数の 20 分の 1) までとし、急激に誤差が生ずることを避けた。

断面から降伏した微小断面要素を取り除いてでき

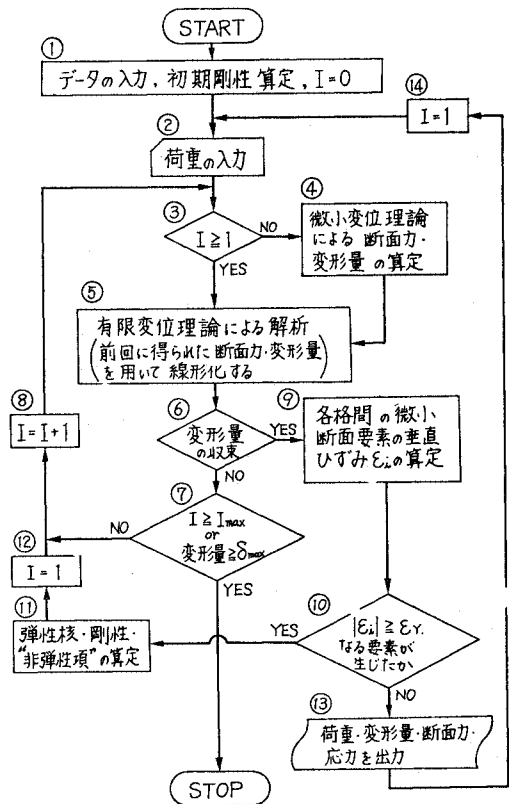


図-4 フローチャート

る弾性核について、式 (6) の断面定数等を定める。一方、降伏部分については式 (8) および (10) に示した“非弾性項”の値を定める。

- ⑩ 荷重の増加 (図-4 ⑩ ⑬ ⑭ ②)
- ある荷重について、変形量が収束し、かつ新たな降伏断面要素が生じないとき、次の荷重について計算を行う。
- ⑦ 計算の打ち切り (図-4 ⑦)
- 変形量が収束しなくなったとき、あるいは変形量が過大になったとき計算を打切る。

3. 数値計算結果

(1) 実験値との比較

本解析法の妥当性を検討するために実験値との比較を行った。実験値は福本ら¹⁵⁾の溶接 I 形曲線ばりの耐荷力実験結果である。図-5 はその一例であり、スパン中央における断面回転角 θ と荷重 P の関係を示している。なお、供試体の諸元は、曲線スパン長 $L_s=2.8$ m, 曲率半径 $R=35$ m, 偏心量 $f/L_s \approx 1/100$, ヤング率 $E=2.1 \times 10^6$ kg/cm² (206 GPa) および降伏応力度 $\sigma_Y=3200$

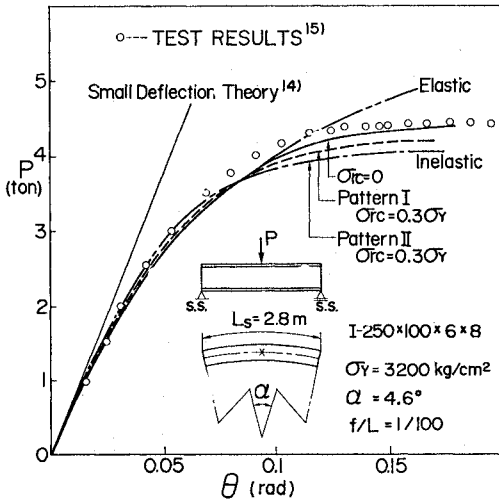


図-5 荷重と断面回転角の関係

kg/cm²(314 MPa) であり、荷重はスパン中央で上フランジ中央に載荷されている。

計算は図-1 に示した残留応力分布を仮定し、格間要素数を 12 (集中荷重であることから格間長は 0.1~0.4 m に分割した) とした。また Runge-Kutta 法による数値積分の分割数は 3 とした。その結果、変形量に関する収束は耐荷力近くで悪くなるが、3~4 回程度の繰り返し計算で所定の精度を得た。図-5 より、用いた例では残留応力が耐荷力に及ぼす影響は小さいようであり数値計算結果は実験値をよく表わしている。他の供試体についてもほぼ満足のいく計算結果を得ている¹⁷⁾。

(2) 耐荷力曲線について

横方向およびねじりについても両端で単純支持された直線ばりの横倒れ座屈強度は次式で表わされる。

$$M_{cr} = C \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GK_T \left(1 + \frac{\pi^2 EI_w}{GK_T L^2} \right)}$$

..... (34)

ここに、L はスパン長であり、EI_z、GK_T および EI_w はそれぞれ弱軸まわりの曲げ剛性、St. Venant のねじり剛性およびそり剛性である。また、C は荷重状態によって決まる係数である¹⁸⁾。

本研究においては、曲線ばりの耐荷力曲線を直線ばりの横倒れ座屈曲線に通常用いられているパラメーター (δ_r-λ̄) で整理し、さらに円曲線を表わすパラメーターとして中心角 α を選んだ。δ_r および λ̄ は、

$$\delta_r = M_U / M_P, \quad \lambdā = \sqrt{M_P / M_E} \quad (35)$$

のように表わされる。ここに、M_U、M_P お

よび M_E はそれぞれ耐荷力、全塑性モーメントおよび断面の図心を通る曲線軸に沿って測ったスパン長 L_s を式 (34) に代入して得られる弾性座屈モーメントである。集中荷重および等分布荷重の場合の M_U はそれぞれスパン長 L_s を用いて P_U・L_s/4 および q_U・L_s²/8 とした。

以下の数値計算例に用いる I 形断面は断面の高さ、フランジ幅、ウェブ厚さおよびフランジ厚さがそれぞれ、200 mm, 100 mm, 5.6 mm および 8.5 mm の断面 (IPE 200, 以後 SECTION A とよぶ) と 600 mm, 220 mm, 12 mm および 19 mm の断面 (IPE 600, 以後 SECTION B とよぶ) の 2 種である。鋼 I 形断面桁の横倒れ座屈強度に関する実験資料 (文献 16)) によれば、圧延断面および Beam Type に属する溶接断面では、ごく一部を除き、ウェブ高とフランジ幅の比 h/b=2.0~3.0 のものについて実験されている。特に、わが国で行われた多くの圧延断面 (I-200×100×5.5×8) は IPE 200 に類似していることから、IPE 断面 (DIN 1025) にあっては比較的ウェブ高の低い IPE 200 (h/b=2.0) および最もウェブ高の高い IPE 600 (h/b=2.73) を数値計算に用いることにした。この 2 断面は、通常用いられる Beam Type の断面を包含するものといってもよく、ここに示す耐荷力曲線は通常用いられる Beam Type の断面を有するはりの耐荷力曲線に関する特性を包含しているものと思われる。

図-6 は計算に用いた 2 種類の断面を有するはりの偏心量 f を示している。円曲線を表わすパラメーターを α とした場合、α が同じであっても荷重状態、断面および λ̄ によって偏心量 f は図のように変化する。なお、α=0.5° (0.009 rad), 5° (0.087 rad) および 10° (0.174

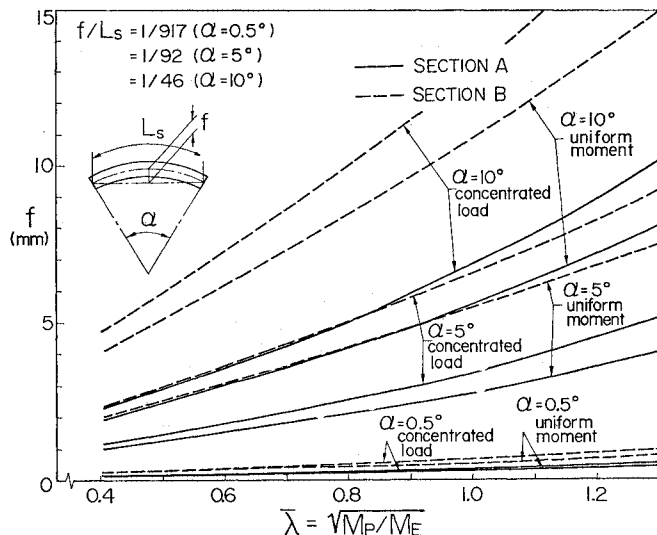


図-6 曲線ばりの偏心量 f

rad) に対してそれぞれ $f/L_s=1/917, 1/92$ および $1/46$ となる。

図-7 および 8 は圧延型残留応力 (Pattern I) を有する SECTION A と SECTION B の耐荷力曲線であり、それぞれ集中荷重および等曲げの場合である。集中荷重はスパン中央断面の図心に載荷し、モーメント荷重は曲率半径方向にはりの両端で作用させた。なお、各図中の実験値^{(15),(16)}は、荷重条件および境界条件を考慮した横倒れ座屈強度式⁽¹⁶⁾より計算した点にプロットされている。図から断面の違いによる耐荷力曲線の差は一般的な傾向を示し SECTION B が常に低くなる。これは断面寸法はもちろんのこと偏心量の差も一因であると思われる。また、図-8 に示した一点鎖線は ECCS (European Convention for Constructional Steelwork) の横倒れ座

屈強度の提案式 $\delta_r=(1+\bar{\lambda}^{2n})^{-1/n}$ の n を適当に選び計算結果を近似的に表わしたものである。

図-9 は SECTION A を対象として荷重状態の違いによる耐荷力曲線の相違を示している。 α および $\bar{\lambda}$ が小さいほど耐荷力曲線に差が大きく現われる。これは降伏域のスパン方向への広がり程度の差が一因と思われる。すなわち、集中荷重の場合にはスパン中央付近だけ降伏域が生じ、剛性の低下が小さいためと思われる。

図-10 は耐荷力に及ぼす残留応力の影響を検討するために、SECTION A の部材に図-1 に示す 2 つの残留応力分布型を用い、残留応力の大きさを変えたときの一様曲げに対する耐荷力曲線を比較したものである。中心角 α が大きくなると残留応力の分布型および大きさの影響は小さくなっている。ただし、 $\alpha=0.5^\circ$ の場合には Pattern I と Pattern II の差および

Pattern II であっても最大圧縮残留応力 σ_{rc} の大きさによる差が顕著である。また、Pattern II ($\sigma_{rc}=0.5\sigma_Y$) の場合には、 $\bar{\lambda}<0.45$ において $\alpha=5^\circ$ の耐荷力と $\alpha=0.5^\circ$ の耐荷力とが逆転している。これは図-11 に示すように部材の降伏域の広がり方が大きく影響しているものと思われる。

図-11 は $\bar{\lambda}=0.378$ ($L_s=0.8$ m) で Pattern II ($\sigma_{rc}=0.5\sigma_Y$) の残留応力を有する $\alpha=0.5^\circ$ および 5° の SECTION A 部材にモーメント荷重 $M=4.8$ t·m (47 kN·m) ($M/M_P=0.789$) が作用する場合の降伏状況を示している。 $\alpha=0.5^\circ$ と 5° ではそり応力の大きさが異なること、およびはりの両端のモーメント荷重の作用方向が同じでないことが図のような降伏域の相違を生ぜしめ、その結果、耐荷力の逆転にまで影響を及ぼしているものと思われる。

4. 結 語

本研究においては、まず、曲線 I 形ばりの有限変位弾塑性解析に伝達マトリックス法を適用する方法について示した。次に、これを用いて曲線 I 形ばりの耐荷力曲線の性状について検討を行った。得られたおもな結果は次のとおりである。

(1) 本解析法の妥当性は実験値との比較により検証できた。た

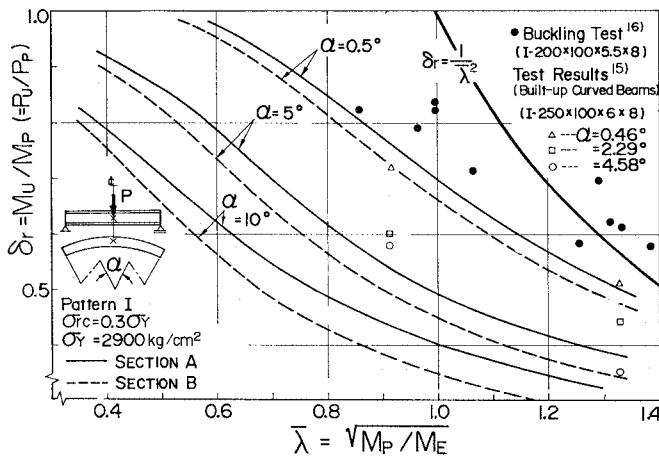


図-7 耐荷力曲線 (集中荷重)

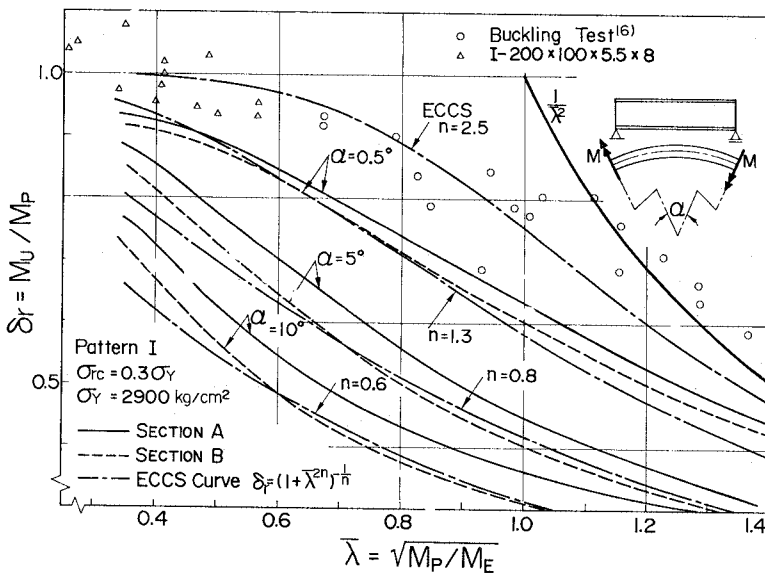


図-8 耐荷力曲線 (一様曲げモーメント)

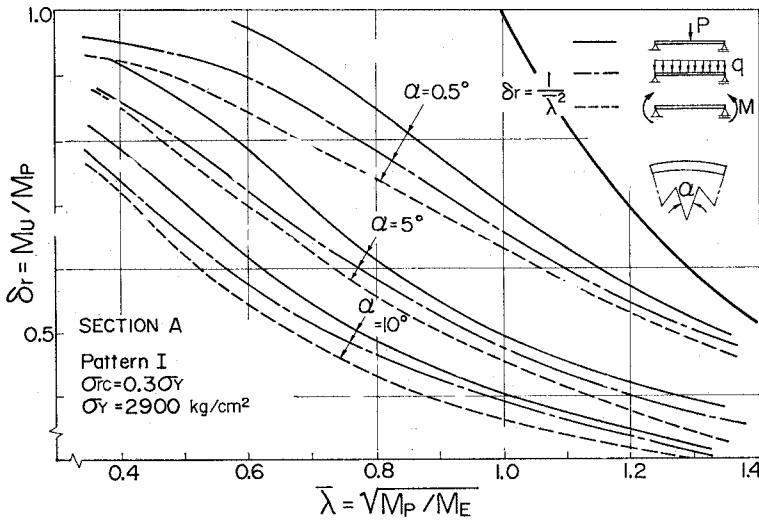


図-9 耐荷力曲線 (荷重による比較)

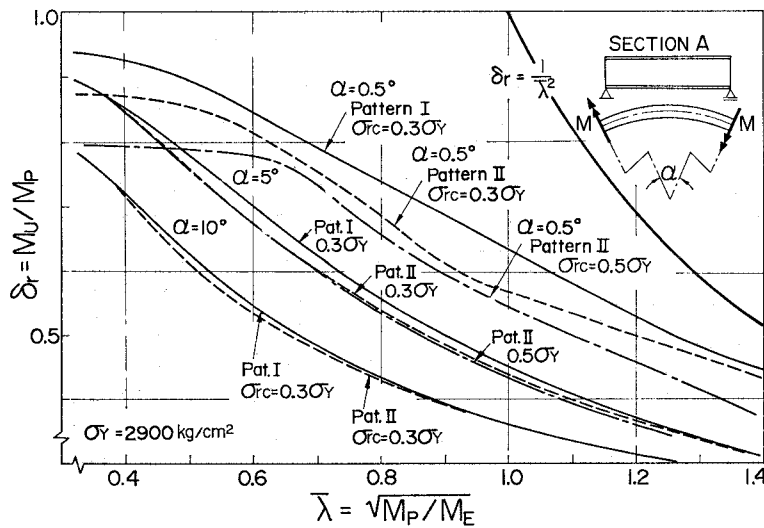


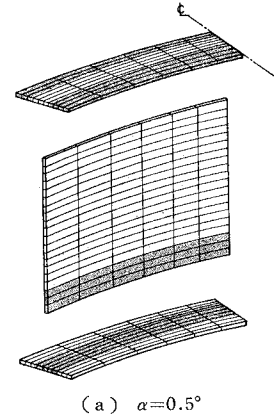
図-10 耐荷力曲線 (残留応力による比較)

だし、実験値は集中荷重を載荷した 6 供試体 だけであり、降伏域も部分的であることから異なった荷重状態による実験値との比較検討も今後行う予定である。

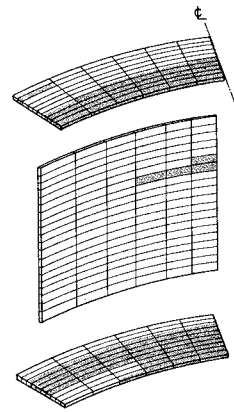
(2) 圧延型残留応力 (Pattern I) を有する曲線 I 形ばりの場合、式 (35) の $(\delta_r - \bar{\lambda})$ および中心角 α をパラメーターとして耐荷力曲線を描くと、荷重状態および断面によって差はあるものの滑らかな曲線になる。なお、ECCS の横倒れ座屈強度の提案式は n を適当に選ぶことにより耐荷力曲線の近似式になり得る。

(3) $\bar{\lambda}$ が小さい範囲では荷重状態によって耐荷力曲線に差が現われる。これは、偏心量 f および降伏域の広がりによって差があるためと思われる。

(4) 残留応力の分布型および最大圧縮残留応力 σ_{rc}



(a) $\alpha = 0.5^\circ$



(b) $\alpha = 0.5^\circ$

--- Yielded Portion, $\bar{\lambda} = 0.378$
 ($L_s = 0.8 \text{ m}$), $M = 4.8 \text{ t-m}$, Section A, Pattern II ($\sigma_{rc} = 0.5\sigma_Y$)

図-11 降伏状態

の違いによる耐荷力の差は、中心角 α が大きい場合にはほとんど現われない。

実験値との比較において実験値を提供していただいた名古屋大学 福本嘯士教授ならびに金沢工業大学 西田進教授に厚く御礼申し上げます。なお、本研究の数値計算には金沢大学計算機センターの FACOM-M 160 を使用し、図面のトレースにあたっては金沢大学工学部構造力学研究室の井原朋美技官にお世話になった。

参考文献

- 1) 西野文雄：倉方慶夫・長谷川彰夫・奥村敏恵：軸力と曲げおよびねじりを受ける薄肉断面部材，土木学会論文報告集，第 225 号，pp. 1~15，1974 年 4 月。
- 2) 西野文雄・深沢泰晴：ひずみ場の仮定に基づく薄肉曲がりばりの静的挙動の定式化，土木学会論文報告集，第 247 号，pp. 9~19，1976 年 3 月。
- 3) 遠田良喜：伝達マトリックス法による薄肉開断面曲線ばりの有限変位理論の解析，土木学会論文報告集，第 199

- 号, pp. 11~20, 1972 年 3 月.
- 4) 薄木征三・稼農知徳・渡辺 昇: 有限なねじれを考慮した薄肉曲線部材の変形解析, 土木学会論文報告集, 第 290 号, pp. 1~15, 1979 年 10 月.
 - 5) 遠田良喜: 伝達マトリックスとその応用に関する研究, 名古屋大学学位論文, 論工博第 159 号, 1973 年 3 月.
 - 6) 深沢泰晴: 薄肉曲線材の静力学的解析に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第 110 号, pp. 30~51, 1964 年 10 月.
 - 7) 薄木征三: 変形を考慮した薄肉断面円弧アーチの曲げねじれ座屈, 土木学会論文報告集, 第 263 号, pp. 35~48, 1977 年 7 月.
 - 8) 遠田良喜: 伝達マトリックス法による 薄肉開断面曲線ばりの 2 次応力問題の解析, 土木学会論文報告集, 第 210 号, pp. 1~11, 1973 年 2 月.
 - 9) 高岡宣善: 構造部材のねじり解析, 共立出版, 1975 年.
 - 10) Galambos, T.V. (福本昉士・西野文雄共訳): 鋼構造部材と骨組—強度と設計, 丸善, 1970 年.
 - 11) 成岡昌夫・遠田良喜: 伝達マトリックス法・コンピュータによる構造工学講座 I-2-B, 培風館, 1974 年.
 - 12) Becker, G.: Ein Beitrag zur statischen Berechnung beliebig gelagerter ebener gekrümmter Stäbe mit einfach symmetrischen dünnwandigen offenen Profilen von in Stabachse veränderlichem Querschnitt unter Berücksichtigung der Wölbklafftorsion, Der Stahlbau, Heft 11, pp. 334~346, Nov. 1965.
 - 13) 吉田 博・井本芳宏: 拘束を受けるはりの弾性および非弾性横倒れ座屈解析, 土木学会論文報告集, 第 208 号, pp. 1~12, 1972 年 12 月.
 - 14) 島田静雄・倉西 茂: 曲がりばりの計算式, 技報堂, 1966 年.
 - 15) 福本昉士・西田 進: 曲線 I 形梁の耐力実験, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集, 1979 年 2 月.
 - 16) Fukumoto, Y. and M. Kubo: An Experimental Review of Lateral Buckling of Beams and Girders, International Colloquium on Stability of Structures under Static and Dynamic Loads, ASCE, pp. 541~562, 1977.
 - 17) 吉田 博・前川幸次: 薄肉開断面曲線ばりの弾塑性解析について, 土木学会第 34 回年次講演会概要集 I-105, 1979 年 10 月.
 - 18) 小堀為雄・吉田 博: 鋼構造設計理論, 森北出版, 1977 年.
 - 19) Vlassov, V.Z. (奥村敏恵ほか共訳): 薄肉弾性ばりの理論, 技報堂, 1967 年.

(1980.5.19・受付)