

多柱基礎の横方向荷重分担率と群杭効果

LOAD SHARING RATIOS AND GROUP EFFECT OF PILES-GROUP FOUNDATION

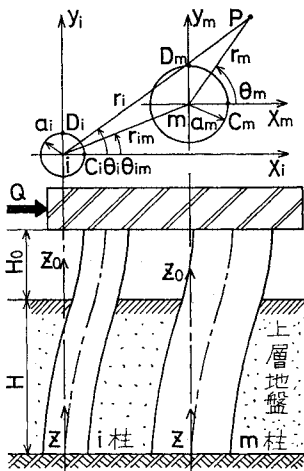
小坪清真*・高西照彦**・鳥野 清***・園田敏矢****

By Seima KOTSUBO, Teruhiko TAKANISHI, Kiyoshi UNO
and Toshiya SONODA

1. ま え が き

著者らは前論^{1),2)}において、各柱の直径がそれぞれ異なっており、しかもその柱配置が不規則であるような群杭に対する横方向群杭効果および各柱の荷重分担率を、見通しよく求め得る理論的解析法を提案した。しかし、多柱基礎においては、一般にそれを構成する各柱は、図一1に示すように、地表面から突き出た空中部分を有しているが、このような場合に対しては、上述の解析法をただちにこれに適用することはできない。現在までのところ、空中部分を有する多柱基礎に対する横方向群杭効果および各柱の荷重分担率に関する解析理論は、著者らの知る限り他に見当たらないようである。

本論は、前論^{1),2)}の解析法を拡張して、3次元連続弾性体理論を用いて、空中部分を有する多柱基礎に対する横方向群杭効果および各柱の荷重分担率を理論的に求める方法について論じた。したがって、本論はその柱配置が不規則で、直径がそれぞれ異なる柱から構成された多柱基礎に対して適用できる一般的な解析



図一1 多柱基礎-地盤系

理論であるといえる。

本論文の構成は次のとおりである。

1. はまえがきであり、2. において上記の解析理論を詳論し、3. においては実際に多柱基礎の模型を作製し、これを用いて行ったいくつかの実験についてその概要を述べ、4. において実験から得られた多柱基礎模型に対する各柱の荷重分担率の値と、2. の理論に従って求めた計算値とを比較して種々の検討を行った。5. においては、2. の理論を用いて行った種々の計算例を示して、本論で選んだ二、三のパラメーターが、群杭効果および各柱の荷重分担率に及ぼす影響について述べた。6. は以上に得られた結果をまとめて結論とした。

2. 解析理論

(1) 解析上の仮定

多柱基礎-地盤系の弾性変形を、3次元連続弾性体理論を用いて解析するに際して採用した仮定は次のとおりである。①地盤は単一の弾性上層地盤と基盤とから成っている。②上層地盤における上下変位は、水平変位に比べて小さいとしてこれを無視する。③上層地盤の水平変位に対する境界条件は、基盤との境界面において変位は0とし、両者の間にはスリップ等は生じない。また、地表面においてはせん断応力が0である。④柱は鉛直で、円形断面の弾性体とし、その下端は基盤に支持されており、上端は剛な頂板に結合されている。⑤上層地盤と柱とは密着しており、両者の間には変位の連続の条件が成り立つ。

(2) 上層地盤の弾性変形曲線

図一1に示すような上層地盤に対する弾性方程式は、*i* 柱の中心を原点とする円柱座標を用いれば、次のように表わせる。

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学科
** 正会員 工博 九州工業大学助教授 工学部開発土木工学科
*** 正会員 工博 九州大学助教授 工学部土木工学科
**** 正会員 九州大学助手 工学部土木工学科

$$\left. \begin{aligned} (\lambda+2\mu) \frac{\partial}{\partial r_i} \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial r_i} + \frac{u_i}{r_i} + \frac{1}{r_i} \frac{\partial v_i}{\partial \theta_i} \right\} \\ - \frac{\mu}{r_i} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left\{ \frac{v_i}{r_i} + \frac{\partial v_i}{\partial r_i} - \frac{1}{r_i} \frac{\partial u_i}{\partial \theta_i} \right\} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} = 0 \\ (\lambda+2\mu) \frac{1}{r_i} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial r_i} + \frac{u_i}{r_i} + \frac{1}{r_i} \frac{\partial v_i}{\partial \theta_i} \right\} \\ + \mu \frac{\partial}{\partial r_i} \left\{ \frac{v_i}{r_i} + \frac{\partial v_i}{\partial r_i} - \frac{1}{r_i} \frac{\partial u_i}{\partial \theta_i} \right\} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial z^2} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 u_i, v_i は地盤の r_i, θ_i 方向の水平変位、 λ, μ は Lamé の定数である。

地表面でせん断応力 $\tau_{zr_i} = \tau_{z\theta_i} = 0$ となる解は、

$$u_i = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} k^n U(r_i) \cos n\theta_i \sin \frac{k\pi z}{2H} \dots (2)$$

$$v_i = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} k^n V(r_i) \sin n\theta_i \sin \frac{k\pi z}{2H} \dots (3)$$

と書くことができる。ここに、

$$\begin{aligned} k^n U(r_i) = \frac{1}{\eta_i^r} \left[k^n A \left\{ K_n(k\eta_i \eta_i^r) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{k\eta_i \eta_i^r}{n} K_{n-1}(k\eta_i \eta_i^r) \right\} + k^n B K_n(k\phi_i \phi_i^r) \right. \\ \left. + k^n C \left\{ I_n(k\eta_i \eta_i^r) - \frac{k\eta_i \eta_i^r}{n} I_{n-1}(k\eta_i \eta_i^r) \right\} \right] \end{aligned}$$

$$+ k^n D I_n(k\phi_i \phi_i^r) \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{aligned} k^n V(r_i) = \frac{1}{\eta_i^r} \left[k^n A K_n(k\eta_i \eta_i^r) + k^n B \left\{ K_n(k\phi_i \phi_i^r) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{k\phi_i \phi_i^r}{n} K_{n-1}(k\phi_i \phi_i^r) \right\} + k^n C I_n(k\eta_i \eta_i^r) \right. \\ \left. + k^n D \left\{ I_n(k\phi_i \phi_i^r) - \frac{k\phi_i \phi_i^r}{n} I_{n-1}(k\phi_i \phi_i^r) \right\} \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (5)$$

上式において、 $I_n(\cdot), K_n(\cdot)$ は第 n 次の第 1 種および第 2 種変形 Bessel 関数、 $k^n A, k^n B, k^n C, k^n D$ は境界条件によって定まる未定係数である。また、上式中の記号は次の通りである。

$$k\phi_i = (k\pi/2) \cdot (a_i/H) \dots\dots\dots (6)$$

$$k\eta_i = \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)} k\phi_i \dots\dots\dots (7)$$

$$\phi_i^r = \eta_i^r = r_i/a_i \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 ν は上層地盤の Poisson 比、 H は上層地盤の深さ、 a_i は i 柱の半径である。

さて、図-1 に示すような多柱基礎が、その頭部に水平荷重をうけて変位を生ずるとき、上層地盤中の各点の半径方向および円周方向の変位は、 i 柱を基準にとった場合、式 (2), (3) を参照して、次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} u_p = u_{pi} + \sum_{m \neq i}^N u_{pm} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \{ k^n U_i^x(r_i) \cos n\theta_i + k^n U_i^y(r_i) \sin n\theta_i \} \sin \frac{k\pi z}{2H} \\ + \sum_{m \neq i}^N \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} [\{ k^n U_m^x(r_m) \cos n\theta_m + k^n U_m^y(r_m) \sin n\theta_m \} \cos(\theta_m - \theta_i) \\ - \{ k^n V_m^x(r_m) \sin n\theta_m - k^n V_m^y(r_m) \cos n\theta_m \} \sin(\theta_m - \theta_i)] \sin \frac{k\pi z}{2H} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_p = v_{pi} + \sum_{m \neq i}^N v_{pm} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \{ k^n V_i^x(r_i) \sin n\theta_i - k^n V_i^y(r_i) \cos n\theta_i \} \sin \frac{k\pi z}{2H} \\ + \sum_{m \neq i}^N \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} [\{ k^n U_m^x(r_m) \cos n\theta_m + k^n U_m^y(r_m) \sin n\theta_m \} \sin(\theta_m - \theta_i) \\ + \{ k^n V_m^x(r_m) \sin n\theta_m - k^n V_m^y(r_m) \cos n\theta_m \} \cos(\theta_m - \theta_i)] \sin \frac{k\pi z}{2H} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} k^n U_i^x(r_i) = \frac{1}{\eta_i^r} \left[k^n A_i^x \left\{ K_n(k\eta_i \eta_i^r) + \frac{k\eta_i \eta_i^r}{n} K_{n-1}(k\eta_i \eta_i^r) \right\} + k^n B_i^x K_n(k\phi_i \phi_i^r) \right] \\ k^n V_i^x(r_i) = \frac{1}{\eta_i^r} \left[k^n A_i^x K_n(k\eta_i \eta_i^r) + k^n B_i^x \left\{ K_n(k\phi_i \phi_i^r) + \frac{k\phi_i \phi_i^r}{n} K_{n-1}(k\phi_i \phi_i^r) \right\} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$(x=x, y, i=1, 2, \dots, N)$

上式中 $k^n A_i^x, k^n B_i^x$ 等は未定係数で、これらは各柱の弾性変形曲線および境界条件からその値が定められる。式 (4), (5) における、 $I_n(\cdot)$ に関する項については、上層地盤が水平方向に無限に広がっている場合を考えているので、これらの項は除いている。また、 N は多柱基礎を構成する柱の本数である。

上記の式 (9), (10) において、その右辺第 1 項は i 柱自身の変形に基づく地盤変形を、第 2 項以下は i 柱以外の柱の変形による地盤変形を表わしている。

未定係数 $k^n A_i^x, k^n B_i^x$ 等は、 n, k に応じてそれぞれ異なる値を有するので、厳密にはすべての n, k の値に対してその値を定めねばならないが、 n の 2 次以上の項を用いて試算を行った結果、幸いに、 n の 2 次以上の項を無視しても、その誤差が多柱基礎の群杭効果および各柱の荷重分担率に及ぼす影響は、群杭中の最小の柱中心軸間距離 l と柱直径 d との比 l/d が 1.5 以上であれば、これをほとんど無視してよいことがわかった。したがって、本論では、式 (9), (10) において、 $n=1$ の場合の

みを採用することにした。

(3) 柱に作用する土圧

上層地盤中の半径方向引張応力 σ_p , 円周方向せん断応力 τ_p は, 次式によって求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_p &= \lambda \left(\frac{\partial u_p}{\partial r_i} + \frac{u_p}{r_i} + \frac{1}{r_i} \frac{\partial v_p}{\partial \theta_i} \right) + 2\mu \frac{\partial u_p}{\partial r_i} \\ \tau_p &= \mu \left(\frac{1}{r_i} \frac{\partial u_p}{\partial \theta_i} + \frac{\partial v_p}{\partial r_i} - \frac{v_p}{r_i} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

したがって, i 柱の単位長さ当りに作用する x 方向の土圧は,

$$P_i^x(z) = \int_{-\pi}^{\pi} [\sigma_p \cos \theta_i - \tau_p \sin \theta_i]_{r_i=a_i} a_i d\theta_i \dots\dots\dots (13)$$

y 方向の土圧は,

$$P_i^y(z) = \int_{-\pi}^{\pi} [\sigma_p \sin \theta_i + \tau_p \cos \theta_i]_{r_i=a_i} a_i d\theta_i \dots\dots\dots (14)$$

によって与えられる。上式に, 式 (9), (10) において $n=1$ とした式を代入して整理すると (詳細は文献 1) 参照),

$$P_i^x(z) = - \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} E_i I_i \left(\frac{k\pi}{2H} \right)^4 \alpha_i k^{-2} {}_k F_{ik} A_i^x \sin \frac{k\pi z}{2H} - \sum_{m \neq i}^N \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} E_i I_i \left(\frac{k\pi}{2H} \right)^4 \cdot \frac{a_m}{a_i} \alpha_i k^{-2} [{}_k \bar{F}_{im} \cos 2\theta_{im} - {}_k \bar{F}_{im}] {}_k A_m^x + [{}_k \bar{F}_{im} \sin 2\theta_{im}] {}_k A_m^y \sin k\pi z / 2H \dots\dots\dots (15)$$

$$P_i^y(z) = - \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} E_i I_i \left(\frac{k\pi}{2H} \right)^4 \alpha_i k^{-2} {}_k F_{ik} A_i^y \sin \frac{k\pi z}{2H} - \sum_{m \neq i}^N \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} E_i I_i \left(\frac{k\pi}{2H} \right)^4 \cdot \frac{a_m}{a_i} \alpha_i k^{-2} [{}_k \bar{F}_{im} \sin 2\theta_{im}] {}_k A_m^x - [{}_k \bar{F}_{im} \cos 2\theta_{im} - {}_k \bar{F}_{im}] {}_k A_m^y \sin \frac{k\pi z}{2H} \dots\dots\dots (16)$$

$${}_k F_{ik} = K_1(k\eta_i) + {}_k \psi_i K_1(k\phi_i) \dots\dots\dots (17)$$

$${}_k \bar{F}_{im} = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} F(k\eta_i, \eta_{im}^r) - {}_k \psi_m F(k\phi_i, \phi_{im}^r) - \frac{1}{2(1-\nu)} I_1(k\eta_i) K_2(k\eta_i \eta_{im}^r) \dots\dots\dots (18)$$

$${}_k \bar{F}_{im} = I_1(k\eta_i) K_0(k\eta_i \eta_{im}^r) + {}_k \psi_m I_1(k\phi_i) K_0(k\phi_i \phi_{im}^r) \dots\dots\dots (19)$$

$$F(k\eta_i, \eta_{im}^r) = \frac{4}{(k\eta_i \eta_{im}^r)^2} \sum_{l=1}^{\infty} [l(l+1)(2l+1) \{ (l-1)(l+2) + 3l(l+1)(\eta_{im}^r)^2 \} \cdot K_{2l+1}(k\eta_i \eta_{im}^r) \cdot I_{2l+1}(k\eta_i) - 2l(l+1)^2 (l+2) \{ 3 + (\eta_{im}^r)^2 \} \eta_{im}^r \cdot K_{2l+2}(k\eta_i \eta_{im}^r) \cdot I_{2l+2}(k\eta_i)] \dots\dots\dots (20)$$

$${}_k \psi_i = {}_k \eta_i K_2(k\eta_i) / {}_k \phi_i K_2(k\phi_i) \dots\dots\dots (21)$$

$$\eta_{im}^r = \phi_{im}^r = r_{im} / a_i \dots\dots\dots (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= \left(\frac{8}{\pi} \right)^2 \left(\frac{H}{a_i} \right)^2 \alpha_{0i} \\ \alpha_{0i} &= \frac{\pi}{64} \frac{\mu d_i^4}{E_i I_i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

また, $E_i I_i$ は i 柱の曲げ剛性, d_i は i 柱の直径である。 r_{im} , θ_{im} については 図-1 参照。なお, 式 (15), (16) においては, 後述の式 (41) の関係を用いている。

(4) 柱の弾性変形曲線

多柱基礎を構成する各柱の弾性変形を支配する微分方程式は, 地中部 ($0 \leq z \leq H$) において,

$$\left. \begin{aligned} E_i I_i \frac{d^4}{dz^4} \{ \bar{\zeta}_i^x(z) \} &= P_i^x(z) \\ (x=x, y, i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

空中部 ($0 \leq z_0 \leq H_0$) において,

$$\left. \begin{aligned} E_i I_i \frac{d^4}{dz_0^4} \{ \bar{\zeta}_i^x(z_0) \} &= 0 \\ (x=x, y, i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

と表わされる。ここに, H_0 は柱の空中部分の長さ, $\bar{\zeta}_i^x(z)$, $\bar{\zeta}_i^x(z_0)$ は i 柱の x 方向の水平変位, $P_i^x(z)$ は i 柱の x 方向に働く単位長さ当りの土圧である。

式 (24) の一般解は次式によって与えられる。

$$\bar{\zeta}_i^x(z) = {}^c \bar{\zeta}_i^x(z) + {}^p \bar{\zeta}_i^x(z) \dots\dots\dots (26)$$

ここに,

$$\begin{aligned} {}^c \bar{\zeta}_i^x(z) &= \bar{A}_i^x \left(\frac{z}{H} \right)^3 + \bar{B}_i^x \left(\frac{z}{H} \right)^2 \\ &+ \bar{C}_i^x \left(\frac{z}{H} \right) + \bar{D}_i^x \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

$${}^p \bar{\zeta}_i^x(z) = \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} {}_k Y_i^x \sin k\pi z / 2H \dots\dots\dots (28)$$

$$(x=x, y, i=1, 2, \dots, N)$$

上式において, \bar{A}_i^x 等および ${}_k Y_i^x$ は未定係数である。また, ${}^c \bar{\zeta}_i^x(z)$, ${}^p \bar{\zeta}_i^x(z)$ は式 (24) の余関数および特解を表わす。したがって, 式 (28) は式 (24) を満足する。式 (15) によって与えられる土圧 $P_i^x(z)$ とともに, 式 (28) を式 (24) に代入すれば, 次式が得られる。

$$\begin{aligned} E_i I_i \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \left(\frac{k\pi}{2H} \right)^4 {}_k Y_i^x \sin \frac{k\pi z}{2H} \\ = - \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} E_i I_i \left(\frac{k\pi}{2H} \right)^4 \alpha_i k^{-2} {}_k F_{ik} A_i^x \\ \cdot \sin \frac{k\pi z}{2H} - \sum_{m \neq i}^N \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} E_i I_i \left(\frac{k\pi}{2H} \right)^4 \frac{a_m}{a_i} \alpha_i k^{-2} \\ \cdot [{}_k \bar{F}_{im} \cos 2\theta_{im} - {}_k \bar{F}_{im}] {}_k A_m^x \end{aligned}$$

$$+ \{k\bar{F}_{im} \sin 2\theta_{im}\} kA_m^y \sin \frac{k\pi z}{2H} \dots\dots\dots (29)$$

上式の関係式を $x=x, y$ および $i=1, 2, \dots, N$ についてすべて求めて、これらを整理して、行列表示すれば、次のようになる。

$${}_k\mathbf{Y} + {}_k\mathbf{F} {}_k\mathbf{A} = \mathbf{0} \dots\dots\dots (30)$$

上式において

$${}_k\mathbf{Y} = \{kY_1^x, kY_1^y, \dots, kY_N^x, kY_N^y\}^T \dots\dots (31)$$

$${}_k\mathbf{A} = \{kA_1^x, kA_1^y, \dots, kA_N^x, kA_N^y\}^T \dots\dots (32)$$

ここで、 T は転置行列を表わす。

$${}_k\mathbf{F} = \begin{bmatrix} kf_{11}^{xx} & kf_{11}^{xy} & \dots & kf_{1N}^{xx} & kf_{1N}^{xy} \\ kf_{11}^{yx} & kf_{11}^{yy} & \dots & kf_{1N}^{yx} & kf_{1N}^{yy} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ kf_{N1}^{xx} & kf_{N1}^{xy} & \dots & kf_{NN}^{xx} & kf_{NN}^{xy} \\ kf_{N1}^{yx} & kf_{N1}^{yy} & \dots & kf_{NN}^{yx} & kf_{NN}^{yy} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (33)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} kf_{ii}^{xx} &= kf_{ii}^{yy} = \alpha_i k^{-2} {}_k\bar{F}_i \\ kf_{ii}^{xy} &= kf_{ii}^{yx} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

$m \neq i$ のとき

$$\left. \begin{aligned} kf_{im}^{xx} &= \frac{\alpha_m}{\alpha_i} \alpha_i k^{-2} \{k\bar{F}_{im} \cos 2\theta_{im} - k\bar{F}_{im}\} \\ kf_{im}^{yy} &= -\frac{\alpha_m}{\alpha_i} \alpha_i k^{-2} \{k\bar{F}_{im} \cos 2\theta_{im} \quad k\bar{F}_{im}\} \\ kf_{im}^{xy} &= kf_{im}^{yx} = \frac{\alpha_m}{\alpha_i} \alpha_i k^{-2} \{k\bar{F}_{im} \sin 2\theta_{im}\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

次に、式 (25) の一般解は、 \bar{A}_i^x 等を未定係数として、次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\zeta}_i^x(z_0) &= \bar{A}_i^x \left(\frac{z_0}{H_0}\right)^3 + \bar{B}_i^x \left(\frac{z_0}{H_0}\right)^2 \\ &+ \bar{C}_i^x \left(\frac{z_0}{H_0}\right) + \bar{D}_i^x \\ (x=x, y, i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \right\} \dots\dots (36)$$

(5) 地中部における柱と地盤との間の連続の条件

多柱基礎を構成する各柱に対しては、地中部における柱周面上各点の変位と、それに接する地盤の変位とは相等しいという連続の条件が成立しておらなければならない。しかし、すでに (2) で述べたように、各柱について、上記の連続の条件を厳密に満足するようにすべての未定係数の値を定めることは、式 (9), (10) をそのままの形で用いれば、不可能ではないにしても、非常に煩雑であり、しかもそれはあまり実用的であるとはいえない。したがって本論では、たとえば i 柱については、 i 柱以外の各柱の変位によって生ずるであろう i 柱まわりの地盤の変位を、 i 柱の中心軸位置におけるそれによって代表させることにより、 i 柱以外の柱が i 柱に与える影響を近似的に評価することにした。

上記の近似的取扱いに対しては、それによる誤差が多柱基礎の群杭効果および荷重分担率に及ぼす影響は、実用的にはほとんど無視できるものと思われる。したがって、式 (9), (10) において $n=1$ の場合のみを採用し、各柱に対してその周面上の代表的な 2 点における地盤と柱との変位を等しくするという条件を用いて未定係数を定めればよいことになる。いまこの 2 点を、図—1 に示す $C_i, D_i (i=1, 2, \dots, N)$ に選べば、連続の条件式の表示が簡単になる。式 (9), (10) と式 (26) とを用いて、上記の連続の条件は次式のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} u_{pi}(r_i=a_i, \theta_i=0) + \sum_{m \neq i}^N u_{pm} \\ \cdot (r_i=a_i, \theta_i=0, r_m=r_{im}, \theta_m=\theta_{im}+\pi) \\ = \bar{\zeta}_i^x(z) \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{pi}(r_i=a_i, \theta_i=\pi/2) + \sum_{m \neq i}^N u_{pm} \\ \cdot (r_i=a_i, \theta_i=\pi/2, r_m=r_{im}, \theta_m=\theta_{im}+\pi) \\ = \bar{\zeta}_i^y(z) \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{pi}(r_i=a_i, \theta_i=0) + \sum_{m \neq i}^N v_{pm} \\ \cdot (r_i=a_i, \theta_i=0, r_m=r_{im}, \theta_m=\theta_{im}+\pi) \\ = \bar{\zeta}_i^y(z) \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{pi}(r_i=a_i, \theta_i=\pi/2) + \sum_{m \neq i}^N v_{pm} \\ \cdot (r_i=a_i, \theta_i=\pi/2, r_m=r_{im}, \theta_m=\theta_{im}+\pi) \\ = -\bar{\zeta}_i^x(z) \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

ここで、式 (37) と式 (40) あるいは式 (38) と式 (39) から、次の関係式が導かれる。

$${}_k B_i^x = -{}_k \psi_{ik} A_i^x, (x=x, y, i=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots (41)$$

ここに、 ${}_k \psi_{ik}$ は式 (21) に定義されている。さて、いま、

$${}_k G_i = K_i(k\eta_i) - {}_k \psi_{ik} K_i(k\psi_i) + {}_k \eta_i K_0(k\eta_i) \dots\dots (42)$$

$${}_k \bar{G}_{im} = K_i(k\eta_i\eta_{im}^r) + {}_k \eta_i\eta_{im}^r K_0(k\eta_i\eta_{im}^r) \\ + {}_k \psi_m K_i(k\psi_i\psi_{im}^r) \dots\dots\dots (43)$$

$${}_k \bar{G}_{im} = K_i(k\eta_i\eta_{im}^r) - {}_k \psi_m \{K_i(k\psi_i\psi_{im}^r) \\ + {}_k \psi_i\psi_{im}^r K_0(k\psi_i\psi_{im}^r)\} \dots\dots\dots (44)$$

とおき、さらに式 (27) における各項を $\sin(k\pi z/2H)$ に関する Fourier 級数

$$\begin{bmatrix} (z/H)^3 \\ (z/H)^2 \\ (z/H) \\ 1 \end{bmatrix} = \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \begin{bmatrix} k\bar{\alpha} \\ k\bar{\beta} \\ k\bar{\gamma} \\ k\bar{\delta} \end{bmatrix} \sin \frac{k\pi z}{2H} \dots\dots\dots (45)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} k\bar{\alpha} &= 6(-1)^{(k-1)/2} \left\{ \left(\frac{k\pi}{2}\right)^2 - 2 \right\} / \left(\frac{k\pi}{2}\right)^4 \\ k\bar{\beta} &= 4 \{ (-1)^{(k-1)/2} (k\pi/2) - 1 \} / (k\pi/2)^3 \\ k\bar{\gamma} &= 2(-1)^{(k-1)/2} / (k\pi/2)^2 \\ k\bar{\delta} &= 2 / (k\pi/2) \end{aligned} \right\} \dots\dots (46)$$

に展開して表わせば、式 (37), (38) からは次式に示すような関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} & {}_k G_{ik} A_i^x + \sum_{m \neq i}^N \frac{1}{\eta_{mi}^r} [\{ {}_k \bar{G}_{im} \cos^2 \theta_{im} \\ & \quad - {}_k \bar{G}_{im} \sin^2 \theta_{im} \} {}_k A_m^x + \{ {}_k \bar{G}_{im} + {}_k \bar{G}_{im} \} \\ & \quad \cdot \sin \theta_{im} \cos \theta_{im} {}_k A_i^y] = {}_k \bar{\alpha} \bar{A}_i^x + {}_k \bar{\beta} \bar{B}_i^x \\ & \quad + {}_k \bar{\gamma} \bar{C}_i^x + {}_k \bar{\delta} \bar{D}_i^x + {}_k Y_i^x \\ & {}_k G_{ik} A_i^y + \sum_{m \neq i}^N \frac{1}{\eta_{mi}^r} [\{ {}_k \bar{G}_{im} + {}_k \bar{G}_{im} \} \\ & \quad \cdot \sin \theta_{im} \cos \theta_{im} {}_k A_m^x + \{ {}_k \bar{G}_{im} \sin^2 \theta_{im} \\ & \quad - {}_k \bar{G}_{im} \cos^2 \theta_{im} \} {}_k A_m^y] \\ & = {}_k \bar{\alpha} \bar{A}_i^y + {}_k \bar{\beta} \bar{B}_i^y + {}_k \bar{\gamma} \bar{C}_i^y + {}_k \bar{\delta} \bar{D}_i^y + {}_k Y_i^y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (47)$$

上式を $x=x, y$ および $i=1, 2, \dots, N$ について求めて、これを行列表示すれば、次式のようになる。

$${}_k \mathbf{G} \mathbf{A} = {}_k \bar{\alpha} \bar{\mathbf{A}} + {}_k \bar{\beta} \bar{\mathbf{B}} + {}_k \bar{\gamma} \bar{\mathbf{C}} + {}_k \bar{\delta} \bar{\mathbf{D}} + {}_k \mathbf{Y} \dots\dots (48)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{A}} &= \{ \bar{A}_1^x, \bar{A}_1^y, \dots, \bar{A}_N^x, \bar{A}_N^y \}^T \\ \bar{\mathbf{B}} &= \{ \bar{B}_1^x, \bar{B}_1^y, \dots, \bar{B}_N^x, \bar{B}_N^y \}^T \\ \bar{\mathbf{C}} &= \{ \bar{C}_1^x, \bar{C}_1^y, \dots, \bar{C}_N^x, \bar{C}_N^y \}^T \\ \bar{\mathbf{D}} &= \{ \bar{D}_1^x, \bar{D}_1^y, \dots, \bar{D}_N^x, \bar{D}_N^y \}^T \end{aligned} \right\} \dots\dots (49)$$

$${}_k \mathbf{G} = \begin{bmatrix} {}_k g_{11}^{xx} & {}_k g_{11}^{xy} & \dots & {}_k g_{1N}^{xx} & {}_k g_{1N}^{xy} \\ {}_k g_{11}^{yx} & {}_k g_{11}^{yy} & \dots & {}_k g_{1N}^{yx} & {}_k g_{1N}^{yy} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ {}_k g_{N1}^{xx} & {}_k g_{N1}^{xy} & \dots & {}_k g_{NN}^{xx} & {}_k g_{NN}^{xy} \\ {}_k g_{N1}^{yx} & {}_k g_{N1}^{yy} & \dots & {}_k g_{NN}^{yx} & {}_k g_{NN}^{yy} \end{bmatrix} \dots\dots (50)$$

$$\left. \begin{aligned} {}_k g_{ii}^{xx} &= {}_k g_{ii}^{yy} = {}_k G_i \\ {}_k g_{ii}^{xy} &= {}_k g_{ii}^{yx} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (51)$$

$m \neq i$ のとき

$$\left. \begin{aligned} {}_k g_{im}^{xx} &= \frac{1}{\eta_{mi}^r} \{ {}_k \bar{G}_{im} \cos^2 \theta_{im} - {}_k \bar{G}_{im} \sin^2 \theta_{im} \} \\ {}_k g_{im}^{yy} &= \frac{1}{\eta_{mi}^r} \{ {}_k \bar{G}_{im} \sin^2 \theta_{im} - {}_k \bar{G}_{im} \cos^2 \theta_{im} \} \\ {}_k g_{im}^{xy} &= {}_k g_{im}^{yx} = \frac{1}{\eta_{mi}^r} \{ {}_k \bar{G}_{im} + {}_k \bar{G}_{im} \} \sin \theta_{im} \cos \theta_{im} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (52)$$

さて、ここで、式 (30) と式 (48) とから ${}_k \mathbf{Y}$ および ${}_k \mathbf{A}$ を求めれば、

$${}_k \mathbf{Y} = -{}_k \mathbf{M} \{ {}_k \bar{\alpha} \bar{\mathbf{A}} + {}_k \bar{\beta} \bar{\mathbf{B}} + {}_k \bar{\gamma} \bar{\mathbf{C}} + {}_k \bar{\delta} \bar{\mathbf{D}} \} \dots\dots (53)$$

$${}_k \mathbf{A} = ({}_k \mathbf{F} + {}_k \mathbf{G})^{-1} \{ {}_k \bar{\alpha} \bar{\mathbf{A}} + {}_k \bar{\beta} \bar{\mathbf{B}} + {}_k \bar{\gamma} \bar{\mathbf{C}} + {}_k \bar{\delta} \bar{\mathbf{D}} \} \dots\dots (54)$$

が得られる。ここに、

$${}_k \mathbf{M} = {}_k \mathbf{F} ({}_k \mathbf{F} + {}_k \mathbf{G})^{-1}$$

である。式 (53), (54) は、 ${}_k \mathbf{Y}$, ${}_k \mathbf{A}$ がいずれも $\bar{\mathbf{A}}$ 等によって表わされることを示している。

(6) 柱に関する境界条件

式 (26)~(28) および式 (36) に示した柱の弾性変形曲線を行列表示すれば、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{\zeta}(z) &= \left(\frac{z}{H} \right)^3 \bar{\mathbf{A}} + \left(\frac{z}{H} \right)^2 \bar{\mathbf{B}} + \left(\frac{z}{H} \right) \bar{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{D}} \\ & \quad + \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} {}_k \mathbf{Y} \sin \frac{k\pi z}{2H} \dots\dots\dots (55) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\zeta}(z_0) &= \left(\frac{z_0}{H_0} \right)^3 \bar{\mathbf{A}} + \left(\frac{z_0}{H_0} \right)^2 \bar{\mathbf{B}} \\ & \quad + \left(\frac{z_0}{H_0} \right) \bar{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{D}} \dots\dots\dots (56) \end{aligned}$$

ここに、

$$\bar{\zeta}(z) = \{ \bar{\zeta}_1^x(z), \bar{\zeta}_1^y(z), \dots, \bar{\zeta}_N^x(z), \bar{\zeta}_N^y(z) \}^T \dots\dots\dots (57)$$

$\bar{\zeta}(z_0)$ に対しても、上式と同様に定義される。また、 $\bar{\mathbf{A}}$ 等および ${}_k \mathbf{Y}$ については、その定義式はすでに式 (49) および (31) に示されている。さらに、 $\bar{\mathbf{A}}$ 等については、これも $\bar{\mathbf{A}}$ 等と同様な定義が成り立つ。

さて、上記の表示に従えば、多柱基礎を構成する各柱に関する境界条件は以下のように表わされる。

a) 柱下端 ($z=0$) において

① 固定の場合

変位およびたわみ角が 0 であるから、

$$\mathbf{D} = \mathbf{0} \dots\dots\dots (58)$$

$$\bar{\mathbf{C}} + \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{k\pi}{2} {}_k \mathbf{Y} = \mathbf{0} \dots\dots\dots (59)$$

② ヒンジの場合

変位および曲げモーメントが 0 であるから、

$$\bar{\mathbf{D}} = \mathbf{0} \dots\dots\dots (60)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{0} \dots\dots\dots (61)$$

b) 地表面 ($z=H, z_0=0$) において

地表面においては、地中部分の柱と空中部分の柱とが連続の条件を満足しなければならないから、

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{B}} + \bar{\mathbf{C}} + \bar{\mathbf{D}} + \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{(k-1)/2} {}_k \mathbf{Y} &= \bar{\mathbf{D}} \\ \dots\dots\dots (62) \end{aligned}$$

$$(H_0/H) \{ 3 \bar{\mathbf{A}} + 2 \bar{\mathbf{B}} + \bar{\mathbf{C}} \} = \bar{\mathbf{C}} \dots\dots\dots (63)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{H_0}{H} \right)^2 \left\{ 6 \bar{\mathbf{A}} + 2 \bar{\mathbf{B}} - \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{(k-1)/2} \right. \\ \left. \cdot \left(\frac{k\pi}{2} \right)^2 {}_k \mathbf{Y} \right\} = 2 \bar{\mathbf{B}} \dots\dots\dots (64) \end{aligned}$$

$$(H_0/H)^3 \mathbf{A} = \bar{\mathbf{A}} \dots\dots\dots (65)$$

c) 柱上端 ($z_0=H_0$) において

いま、図—1 に示すように、頂板が x 方向のみに単位の水平変位を生ずるように、頂板に荷重 Q を x 方向に作用させる。このとき生ずる柱上端における x および y 方向せん断力をそれぞれ Q_i^x, Q_i^y とすれば、

$$Q = \sum_{i=1}^N Q_i^x \dots\dots\dots (66)$$

$$0 = \sum_{i=1}^N Q_i^y \dots\dots\dots (67)$$

が成り立つ。いま、各柱の柱上端のせん断力を行列表示

して

$$Q = \{Q_1^x, Q_1^y, \dots, Q_N^x, Q_N^y\}^T \dots\dots\dots (68)$$

とおく。さらに、後で用いるために、

$$E_I = \begin{bmatrix} E_1 I_1 & & & \\ & E_1 I_1 & & 0 \\ & 0 & \dots & E_N I_N \\ & & & E_N I_N \end{bmatrix} \dots\dots\dots (69)$$

$$I_1 = \underbrace{\{1, 0, \dots, 1, 0\}^T}_{2N} \dots\dots\dots (70)$$

と定義しておく。

柱上端における境界条件は次のようになる。

① 回転拘束の場合

たわみ角は 0 であり、また各柱は x 方向に単位の水平変位を生じ、y 方向には変位を生じていないから x 方向変位は 1、y 方向変位は 0 である。したがって、式 (56) から、

$$3\bar{A} + 2\bar{B} + \bar{C} = 0 \dots\dots\dots (71)$$

$$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} = I_1 \dots\dots\dots (72)$$

② 回転自由の場合

モーメントは 0 であり、また各柱は x 方向に単位の水平変位を生じ、y 方向には変位を生じていないから、x および y 方向変位はそれぞれ 1 および 0 である。したがって、式 (56) から

$$3\bar{A} + \bar{B} = 0 \dots\dots\dots (73)$$

$$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} = I_1 \dots\dots\dots (74)$$

(7) 群杭効果および荷重分担率

式 (53) を用いて、前項 (6) で得られた各条件式から kY を消去すれば、各柱の変形曲線を定めるために必要な条件式は、すべて A 等および A 等を用いて表わされたことになる。さらにこれらの関係式から、A 等を消去すれば、A 等のみを含む条件式が得られる。したがって、これを A 等について解けば、それらの値を用いて式 (53), (54), (26), (36), (9), (10) から、多柱基礎および周辺地盤の弾性変形を定めることができる。

各柱の柱上端のせん断力は、式 (56) および式 (65) から、

$$Q = -(6/H^3) E_I \bar{A} \dots\dots\dots (75)$$

によって求めることができる。

柱の上下端における拘束条件が、多柱基礎のそれに等しい単柱が、単位の水平変位をするときの柱頭水平荷重を Qi0 とすれば、この Qi0 の値は、上記の各式において N=1 とおけば容易に得られるので、多柱基礎に対する群杭効果 eNx は、式 (75) の各要素 Qi^x を用いて

$$e_N^x = \sum_{i=1}^N Q_i^x / \sum_{i=1}^N Q_i^0 \dots\dots\dots (76)$$

によって与えられる。また、各柱に対する荷重分担率は

$$v_i^x = Q_i^x / \sum_{i=1}^N Q_i^x = Q_i^x / Q \dots\dots\dots (77)$$

によって求められ、y 方向の柱頭反力は Qi^y によって与えられる。また、y 方向に荷重を加えた場合についても、まったく同様にして群杭効果および各柱の荷重分担率を求めることができる。

さて、未定係数 kA, kB, kY, A 等および A 等の数は、柱 1 本について 22 個あるから、N 本柱から構成された多柱基礎に対しては 22N 個となるが、上記の計算法に従えば、A 等に関して柱本数の 2 倍の元数を有する行列の積、和および逆行列を k=1, 3, ... について計算するだけでよいことになる。各柱の直径や曲げ剛性が等しく、そのうえ柱配置に対称性があるような場合には計算で取扱う未定係数の数を 2N よりさらに少なくすることができる。たとえば、等断面、等間隔の 9 本柱の場合には、未定係数の数は全部で 22x9=198 個あるが、対称性を利用すれば、実際に取扱う未定係数の数をわずか 5 個に減らすことができる。

いずれにしても、本論の方法に従えば、たかだか柱本数の 2 倍の元数を有する行列の積、和および逆行列の計算を実行するだけで、多柱基礎の横方向群杭効果を容易に求めることができる。また、未定係数 A 等に対する係数行列の各係数は、一定の規則に従ってこれらを容易に定めることができるので、柱配置が不規則であったり、柱径や柱の曲げ剛性が互いに異なる円柱群から構成された多柱基礎の群杭効果をも、見通しよく、しかも容易に解析することができる。

ここで一例として、その柱下端が基盤とヒンジ結合され、柱上端が頂板に剛結されているような多柱基礎について、それが水平荷重を受けて、頂板が単位の水平変位をするとき、各柱の柱上端のせん断力を求める式を具体的に示そう。I を単位行列として

$$\left. \begin{aligned}
 a_{11} &= 3 \left(1 + \frac{H_0}{H} \right)^2 I + \left(\frac{H_0}{H} \right) \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{(k-1)/2} \\
 &\quad \cdot \left(\frac{k\pi}{2} \right)^2 k \bar{\alpha}_k M \\
 a_{12} &= I + \left(\frac{H_0}{H} \right) \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{(k-1)/2} \left(\frac{k\pi}{2} \right)^2 k \bar{\gamma}_k M \\
 a_{21} &= \left(1 + \frac{H_0}{H} \right)^3 I - \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{(k-1)/2} k \bar{\alpha}_k M \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{H_0}{H} \right)^2 \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{(k-1)/2} \left(\frac{k\pi}{2} \right)^2 k \bar{\alpha}_k M \\
 a_{22} &= \left(1 + \frac{H_0}{H} \right) I - \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{(k-1)/2} k \bar{\gamma}_k M \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{H_0}{H} \right)^2 \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} (-1)^{(k-1)/2} \left(\frac{k\pi}{2} \right)^2 k \bar{\gamma}_k M \\
 &\quad \dots\dots\dots (78)
 \end{aligned} \right\}$$

とおけば、Q は、

$$Q = -(6/H^3) E_I (a_{21} - a_{22} a_{12}^{-1} a_{11})^{-1} I_1 \dots (79)$$

によって与えられる。

3. 模型実験

2. で述べた理論の妥当性を検証するために、多柱基礎の模型を作製し、これを砂地盤中に建込んで、その天端に調和波水平荷重 $P \cos \omega t$ を加えたときの各柱に対する荷重分担率を求める実験を行った。この場合、水平荷重の円振動数 ω は、砂地盤の固有円振動数に比べてはるかに小さくなるように選んだので、このような実験によって得られた結果は、静的な水平荷重を用いて行った実験によって得られた結果とほとんど変わらないと考えられる。さらに、このように振動試験を採用したための利点としては、実験に際して多柱基礎模型および砂地盤の変形を非常に小さくして、それが十分弾性変形の範囲内におさまるようにできることと、調和波的に変化する微小変位を計測することは、同程度の微小変位を静的に計測することに比べて非常に容易であることの2つが挙げられよう。

実験装置ならびに多柱基礎模型とその柱配置を図-2、3に示した。多柱基礎模型は、長さ94.3cmの柱9本を等間隔に規則的に配列し、その上下端を鋼製の頂板と床板とによって固定したもので、これを振動台上に設置した鋼製砂箱(大きさ2.5m×1.5m×深さ1mの鋼製砂箱で、高さHのところまで砂が満たしてある)中に建込み、頂板上にサーボ型加速度計(明石製作所製V401-BT)を取付け、さらにひずみリングを介して起振機(早坂機械製作所製MODEL V-4)を設置してある。

模型柱は外径6cm、内径5cmの塩化ビニール製パイプで、その曲げ剛性は $EI=1.08 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ ($110 \text{ kgf}\cdot\text{m}^2$)である。柱の上下端は鋼製キャップによって頂板と床板とに完全固定されている。頂板は高さ5cm、幅7cmの溝型鋼を加力方向に川の字型にならべて、その上下面に厚さ1.2cmの鉄板を溶接したものからできている。柱

の曲げ剛性は頂板のそれに比べて十分小さいので、柱上端は完全に回転拘束されていると見なされる。また水平方向の柱上端のせん断力を計測するために、各柱

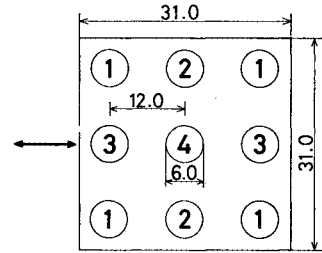


図-3 模型柱の柱配置図(単位 cm)

にはその頭部の鋼製キャップから2cm下のところの加力方向と直角な両側面上の2点に、互いに直交する2枚1組からなるゲージ(以後、十字型ゲージとよぶ)が貼付してある。

図-3は、実験に用いた多柱基礎模型に対する各柱の配置図を示したものである。同図中の各数値は、各柱の柱番号を表わしている。実際の多柱基礎においては、各柱間の最小中心軸間距離と柱径との比 l/d は2.0~2.5程度の場合が多いので、本実験では一応 $l/d=2.0$ を採用した。

まず、鋼製砂箱中の砂地盤の、深さ方向に平均的なせん断弾性定数を求めるために、振動台上でこの砂地盤に対する強制振動試験を実施した。すなわち、振動台上に砂を満たした鋼製箱(図-2参照)を載せ、0~50Hzの範囲で振動数をいろいろ変えて振動台を水平に加振して、砂層中に深さ方向に埋め込まれた5個の加速度計の読みを記録して共振曲線を描き、さらに第1次の共振点における砂層の振動型を求めた。一方、砂層を深さ方向に適当な数の水平な層に分割し(分割数は加速度計の数と同じにする)、各層においては砂のせん断弾性定数は一定であるとして、側壁の影響を考慮した砂層に対するせん断振動の方程式をたててこれを解き、砂層の振動型を求める。このようにして得た振動型と前述の実験から得られた振動型とを等置することによって、砂地盤の各層のせん断弾性定数を決定することができる。本理論では、上層地盤は均一な弾性地盤から成ると仮定しているので、理論計算において用いる鋼製砂箱中の砂地盤のせん断弾性定数としては、上記の各層のせん断弾性定数の層厚を重みとした平均値を求めて、この値を採用した。その値は、 $\mu=7.35 \text{ MN/m}^2$ ($7.5 \times 10^4 \text{ kgf/m}^2$)であった。

また、多柱基礎模型に関する実験を行うのに先立って、多柱基礎を構成する各柱に対して、それぞれその柱頭に荷重を加えて、柱頭荷重 P と柱表面におけるせん断ひずみとの関係を実験的に求めたが、結果は図-4に示すように、両者は比例していることがわかった。

多柱基礎模型に関する実験において、各柱に加えら

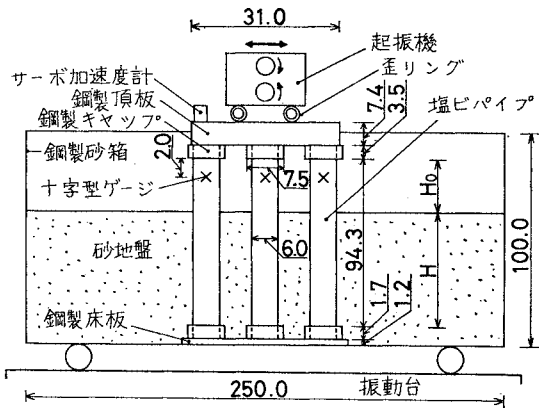


図-2 実験装置と多柱基礎模型(単位 cm)

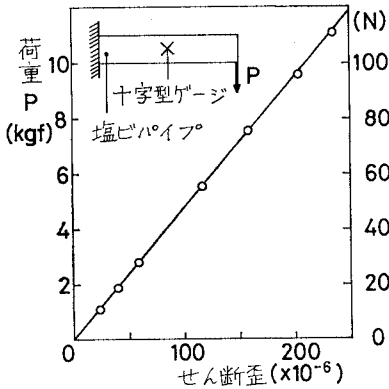


図-4 単柱に対する荷重とせん断ひずみ

れた最大柱頭せん断力は約 120 N {12 kgf} であったので、本実験においては、すべて柱の応力とひずみとの関係は線形の範囲内にあったといつてよい。

さて、多柱基礎模型に対して、それを構成する各柱の荷重分担率を求める実験は次のようにして行った。すなわち、鋼製砂箱に砂を深さ H まで入れて、この中に模型を建込み、 H を変えるごとに同一の条件（振動台加速度 350 cm/s^2 、振動数 $30 \sim 38 \text{ Hz}$ 、加振時間 20 分間）で砂地盤を締固めた後、模型の天端に据えた起振機によって、水平方向に調和波外力 $P \cos \omega t$ を加える。このとき柱頭に加えられた起振力と振動数、柱頭加速度および各柱の柱頭におけるせん断力をそれぞれひずみリング、サーボ型加速度計および十字型ゲージによって測定する。同一の砂地盤の深さ H について数回の実験を行った。その際、次の実験を始めるに先立って、前回の実験によって乱された砂地盤を正常な状態に戻すために、改めて振動台加速度 350 cm/s^2 、振動数 $30 \sim 38 \text{ Hz}$ で 3 分間砂地盤の締固めを行った。

上記の実験によって得られた各柱の柱頭せん断力の値を用いて、式 (77) の定義に従って、各柱の柱頭せん断力の総和に対する各柱のせん断力の比をとって、各柱の荷重分担率を求めた。このとき、図-3 に示す同じ番号の柱については、その平均値を求めて、同一番号の柱に対する荷重分担率とした。同一番号の柱については、得られた実験値のばらつきは比較的小さく 4~5% であった。

上記の実験を、砂地盤の深さ H をいろいろ変えて行って、空中部分の柱の長さ H_0 と柱の直径 d との比によって、各柱の荷重分担率が変化する様子を調べた。

また、実験で採用した調和波水平力の振動数は、砂地盤中に建込まれた多柱基礎模型の固有振動数が、砂地盤の深さに応じて $14 \sim 30 \text{ Hz}$ と変化するので、常にその約 $1/2$ になるように $7 \sim 15 \text{ Hz}$ に設定した。

次に、砂地盤の深さ H を一定（本実験では $H=88.1$

cm）とした場合に、模型の天端に加える調和波外力を次第に増加していき、それに応ずる各柱の荷重分担率の変化を求めた。それと同時に、砂地盤の表面における柱の水平変位を測定して、模型の天端に加えた調和波外力と砂地盤表面における柱の水平変位との関係をも求めた。これは砂地盤の変位の非線形性が、各柱の荷重分担率に及ぼす影響を調べる目的で行ったものである。砂地盤表面での柱の変位は差動トランス型変位計（新光電機製、感度 400 V/m ）を用いて計測を行った。変位計の取り付け位置は、できるだけ砂地盤の表面に近くなるようにしたが、変位計の大きさの関係で、地表面から 2 cm のところに設置した。なお、変位計は図-3 に示す 4 本の No. 1 柱のうち、加振直角方向にならんだ 2 本の柱に取付けた。柱の変位としては、両者の測定値の平均値を採用した。ここで、模型の天端に加えた調和波水平荷重の大きさは 90 N (9 kgf) から始めて次第に増加させていき、最大 950 N (95 kgf) までとした。

4. 実験結果および考察

本章においては、前章に述べた実験に対する結果のまとめとそれに対する二、三の考察を行う。

(1) 多柱基礎模型に対して、図-2 に示した実験装置を用いて、砂地盤の深さ H をいろいろ変えた場合 ($H+H_0=$ 一定であるから、 H が変わればそれに応じて H_0 も変わることになる) について、模型の天端に調和波外力を加えたときの各柱の柱頭におけるせん断力を測定し、その測定値から前述の方法に従って各柱の荷重分担率を求めて、その結果を柱の空中部分の長さ H_0 と柱径 d との比 H_0/d に対して図-5 にプロットした。このときの模型天端に加えた外力の大きさは $P=90 \sim 110 \text{ N}$ ($9 \sim 11 \text{ kgf}$) であった。図-5 において、実線で示した曲線は 2. で述べた理論に従って計算した各柱の荷重分担率を表わし、点線は同じく群杭効果の理論値を表わしたものである。このとき砂地盤の Poisson 比とし

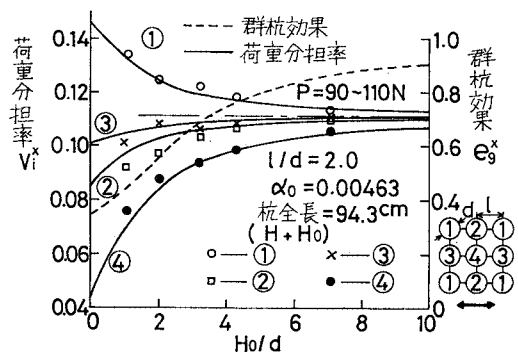


図-5 多柱基礎模型の群杭効果と各杭の荷重分担率

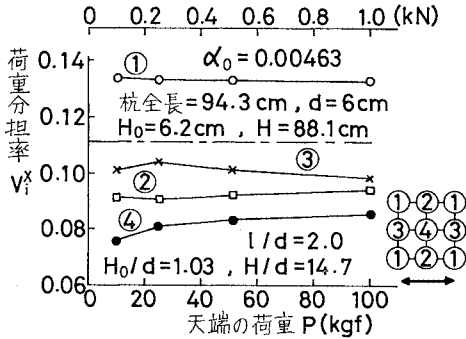


図-6 多柱基礎模型の天端に加えた調和波水平荷重と各柱の荷重分担率

て $\nu=0.3$ を採用した。また、一点鎖線は荷重分担率がすべての柱について等しい場合、すなわち $v_i^x=1/9$ を表わしている。

実験値と理論値とを比べると、 H_0/d が小さいときに、No. 2 柱と No. 4 柱において、両者に多少の差が生じてはいるが、全体として両者はよく一致しているといえる。

また、図-5 から各柱の荷重分担率は、 H_0/d が大きくなるに従って急速に一定値（等分担率 1/9）に近づくことがわかる。本実験に用いた多柱基礎模型の場合については、空中部分の柱の長さが柱径の7倍程度になれば、各柱の荷重分担率はほとんど等しく、1/9 になると考えてもよいといえよう。

(2) 次に、砂地盤の深さを $H=88.1$ cm（一定）として、模型の天端に加える調和波水平荷重の大きさをいろいろ変えて加振した場合について、各段階の水平荷重に対する各柱の荷重分担率の変化の様子を 図-6 に示した。さらに、そのときの砂地盤表面における No. 1 柱の加振方向の水平変位と天端に加えた水平荷重との関係を 図-7 に示した。図-7 から、砂地盤表面における変位は、模型天端に加えられた水平荷重に対して非線形的な変化をしていることがわかる。しかし、他方にお

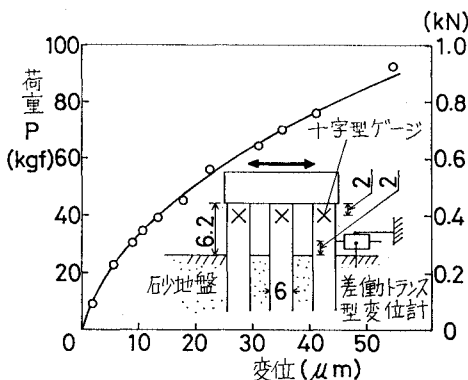


図-7 模型天端に加えた調和波水平荷重と砂地盤表面における柱の変位との関係（単位 cm）

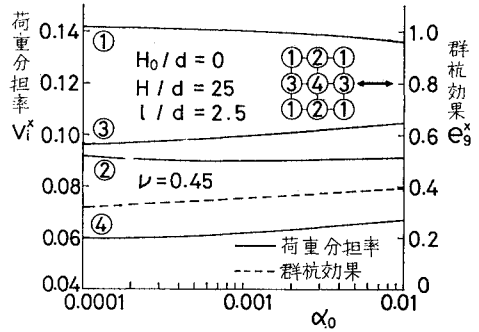


図-8 地盤のせん断弾性係数と群杭効果および各柱の荷重分担率との関係

いて、この水平荷重の増大に伴う各柱の荷重分担率の変化の程度は、図-6 から判断する限りにおいては、それは比較的小さく、周辺地盤の変位の非線形性が、多柱基礎を構成する各柱の荷重分担率に与える影響は、それほど大きくはないものと考えられる。とはいえ、本実験における砂地盤の変位の非線形性は、特に大きいとはいえず、たとえば柱周辺の砂地盤が局所的な破壊を生ずるような場合に対する各柱の荷重分担率についても、同様な結果が得られるかどうかについては、著者らは現在まだこの種の実験を行っておらず、それは研究課題として今後に残された問題である。

ここでは参考のために、他の条件は一定にしておいて、周辺地盤のせん断弾性定数のみをいろいろ変えたときに、多柱基礎の群杭効果および各柱の荷重分担率がどのように変化するかを理論的に求めて、その一例を 図-8 に示した。同図から、周辺地盤のせん断弾性定数の広範囲な変化にもかかわらず、それに応ずる群杭効果および各柱の荷重分担率の変化は、ごくわずかであることがわかる。いま仮に、周辺地盤の変位の非線形性を、そのせん断弾性定数の低下で表わすことができるとすれば、図-6 で示された実験結果は、本理論による数値計算結果と矛盾しないといえる。しかし、この点に関しては、今後さらに詳細な検討が必要であると思われる。

5. 数値計算例

2. で述べた理論に従って、それぞれ 2, 4, 6, 9 本の同径の柱から構成された多柱基礎について、空中部分の長さとして柱径との比 H_0/d をいろいろに変えた場合について、群杭効果と各柱の荷重分担率とを計算した。群杭効果に影響するパラメータとしては、 H_0/d のほかに、地盤の Poisson 比 ν 、柱の地中部分の長さとして柱径との比 H/d 、地盤のせん断弾性定数と柱の曲げ剛性との比に比例する無次元量 $\alpha_0 (= \pi d^4 \nu / 64 EI)$ 、柱の中心軸間距離と柱径との比 l/d がある。これらのパラメータをいろいろ

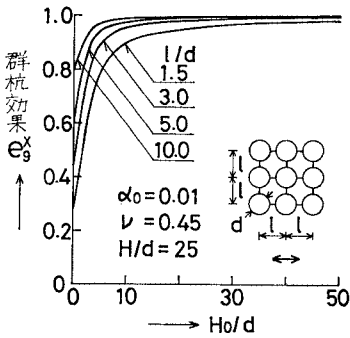


図-9 (a) H_0/d と群杭効果 e_s^x

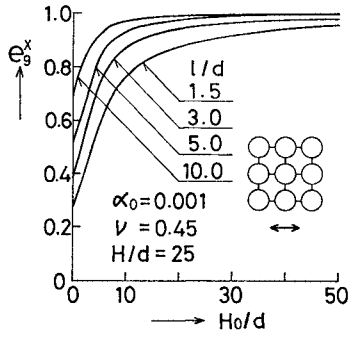


図-9 (b) H_0/d と群杭効果 e_s^x

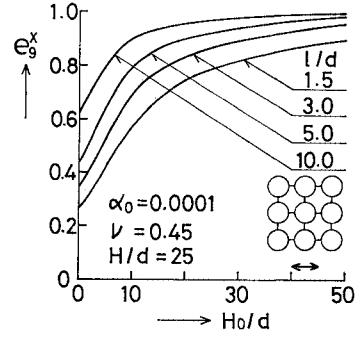


図-9 (c) H_0/d と群杭効果 e_s^x

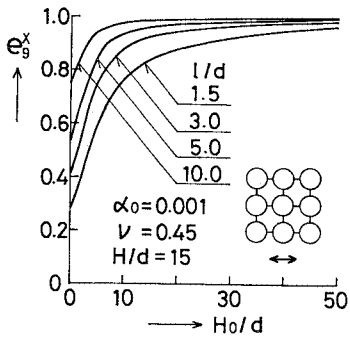


図-9 (d) H_0/d と群杭効果 e_s^x

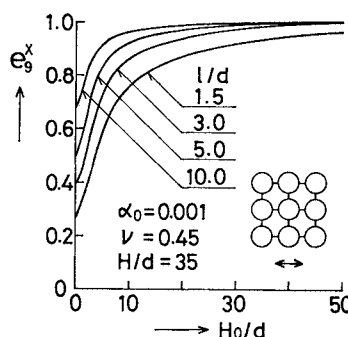


図-9 (e) H_0/d と群杭効果 e_s^x

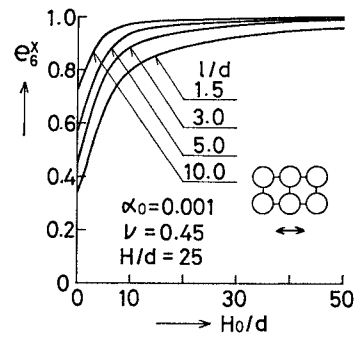


図-9 (f) H_0/d と群杭効果 e_s^x

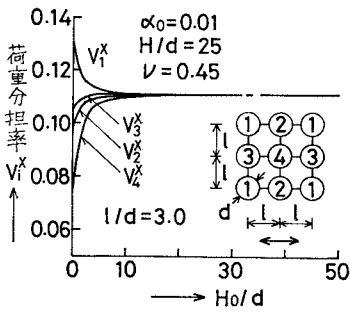


図-10 (a) H_0/d と荷重分担率 v_i^x

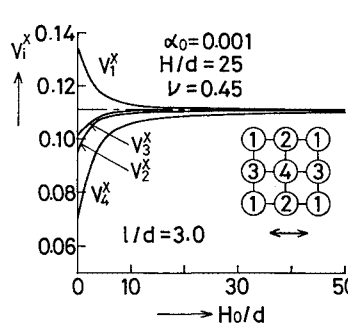


図-10 (b) H_0/d と荷重分担率 v_i^x

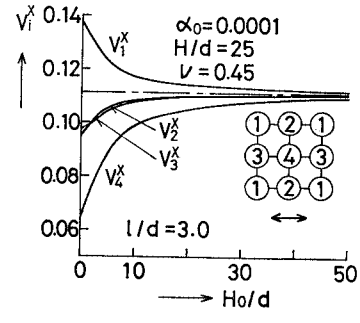


図-10 (c) H_0/d と荷重分担率 v_i^x

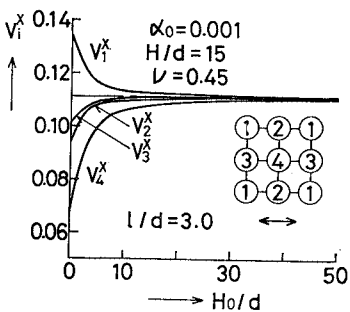


図-10 (d) H_0/d と荷重分担率 v_i^x

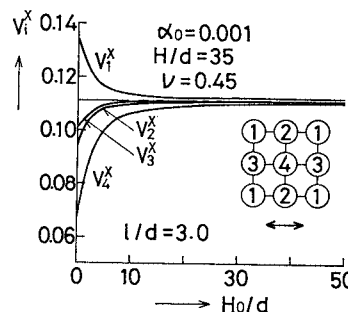


図-10 (e) H_0/d と荷重分担率 v_i^x

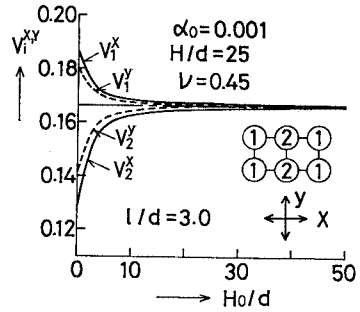


図-10 (f) H_0/d と荷重分担率 $v_i^{x,y}$

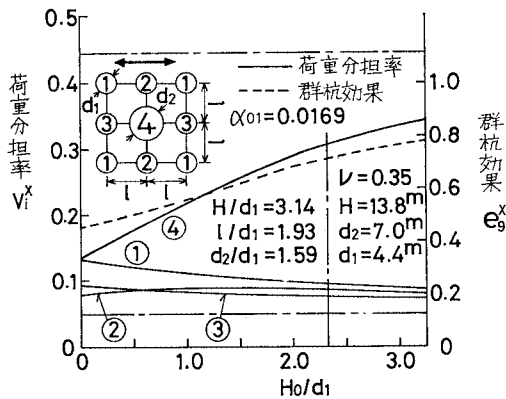


図-11 H_0/d_1 と多柱基礎の群杭効果および各柱の荷重分担率

いろいろ変えた場合について計算して、得られた結果の一例を 図-9~10 に示した。計算はすべて柱上端回転拘束、柱下端ヒンジの場合について行った。 H/d が極端に小さくない限り、柱下端の拘束条件の差異が結果に及ぼす影響は、これをほとんど無視しても差し支えない。

図-9 (a)~(c) は、9本柱の場合に対して3種類の α_0 の値について、 l/d をパラメーターにとり、 ν および H/d を一定としたとき、 H_0/d と群杭効果 e_9^x との関係プロットしたものである。 H_0/d が同じ場合には α_0 が小さいほど e_9^x は小さい。また $H_0/d > 10 \sim 20$ に対しては $e_9^x \approx 1$ となる。すなわち、このような場合には、群杭効果についてはほとんど考慮する必要はないといえる。これは、柱の空中部分の変形が地中部分のそれに比べて大きくなるために、各柱の地中部分の変形量のわずかな差異が、結果にはほとんど効いてこないことによるものである。図-9 (d), (e) は $\alpha_0 = 0.001$, $\nu = 0.45$ の場合について、地中部分の長さ (H/d) が変化したときの H_0/d に対する群杭効果をプロットしたものである。同図から、群杭効果に及ぼす H/d の影響は、 α_0 に比べてはるかに小さいことがわかる。図-9 (f) には、6本柱について H_0/d に対する群杭効果の変化の一例を示した。一般に柱本数の大小にかかわらず、 H_0/d と群杭効果との関係は、9本柱に対するそれと同じ傾向を示している。

図-10 (a)~(c) は、図-9 (a)~(c) と同じ条件の場合について、 H_0/d に対する各柱の荷重分担率をプロットしたものである。ただし、図は $l/d = 3.0$ のときのみを示した。同図から各柱の荷重分担率は $H_0/d > 5 \sim 15$ に対しては、 $v_i^x = 1/9$ となっている。9本柱については、四隅に位置する No. 1 柱が、平均値 $1/9$ より大きい荷重分担率であり、また当然のことながら、真中の No. 4 柱の荷重分担率が一番小さくなっている。図-10 (d), (e) に、2種類の異なる H/d に対する荷重分担率を

示した。荷重分担率についても、群杭効果の場合と同じように、 α_0 に対する変化に比べて H/d に対する変化は非常に小さい。図-10 (f) には、6本柱に対する荷重分担率の一例を示した。 v_i^x は x 方向荷重による荷重分担率を、 v_i^y は y 方向荷重によるそれを表わしている。6本柱についても、パラメーターをいろいろ変えて計算を行った結果、荷重分担率に関しても9本柱の場合とほとんど同様の傾向を示した。また、2, 4本柱の場合についても、結果は9本柱の場合と同様の傾向を示している。

次に、本州四国連絡橋のうち、神戸-鳴門ルート中の大鳴門橋の主塔基礎^{4),5)}として採用された多柱基礎を例にとり、この多柱基礎に対する群杭効果および各柱の荷重分担率を本理論に従って求めた。計算結果を 図-11 に示す。数値計算に用いた多柱基礎の諸元および諸定数値は以下のとおりである。柱は鋼管柱で柱の全長 24 m、地中部の長さ $H = 13.8$ m、柱本数は9本である。柱径は 図-11 に示す No. 4 柱については外径 7.0 m、肉厚 15 mm、その他の柱については外径 4.4 m、肉厚 12 mm である。柱中心軸間距離は $l = 8.5$ m である。柱の内部はコンクリートが充てんされている。鋼管およびコンクリートの弾性係数はそれぞれ $E = 206 \text{ GN/m}^2 (2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2)$, $E_c = 13.2 \text{ GN/m}^2 (1.4 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2)$ とした。海底地盤のせん断弾性係数および Poisson 比に関しては、詳しいデータが示されていないので、ここでは仮に比較的硬い岩盤を想定して、それぞれ $\mu = 2.6 \text{ GN/m}^2 (2.7 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2)$ および $\nu = 0.35$ を採用した。なお、各柱の下端は岩盤に固定されているとした。

上記の諸数値を用いて、柱の地中部分の長さ H はそのままにし、柱の空中部分の長さ H_0 のみをいろいろ変えて、この多柱基礎に対する群杭効果および各柱の荷重分担率を計算し、横軸に H_0/d_1 (d_1 は小口径柱の直径) をとって示したものが 図-11 である。群杭効果を考慮しない場合の大口径柱および小口径柱の荷重分担率を、同図中に水平方向の一点鎖線で示した。また、ここで計算例として選んだ大鳴門橋の多柱式基礎の場合に相当する $H_0 = 10.2 \text{ m} (H_0/d_1 = 2.32)$ の値のところを、図中に垂直方向の一点鎖線を引いて示した。

図-11 は、中心に大口径の柱が配置されたような多柱基礎に対する群杭効果および各柱の荷重分担率が、 H_0/d_1 によって変化する様子の一例を示したもので、これをみると、多柱基礎においては、 H_0/d_1 が小さいときには、中心の大口径柱の荷重分担率ははなはだ小さいことがわかる。ここに示した計算例については、柱の空中部分の長さが、小口径柱の直径の約9倍より大きくなれば ($H_0/d_1 \geq 9$)、各柱の荷重分担率はほぼ群杭効果を考慮しない場合のそれ、すなわち、各柱の剛性の比に等し

いといえる。

6. ま と め

前章までに述べた多柱基礎の群杭効果および各柱の荷重分担率に関する理論的および実験的研究の結果をまとめると以下のようになる。

(1) 本理論による数値計算結果は、多柱基礎模型を用いて得た実験結果とよく一致している。したがって、本理論は多柱基礎の設計において、その群杭効果および各柱の荷重分担率の値を算出するのに用いて有用である。

(2) 一般に多柱基礎において、柱の空中部分の長さが柱径の 5~6 倍以上になれば、各柱の荷重分担率は群杭効果を考慮しない場合のそれにほぼ等しいと考えてよい。

(3) 柱の地中部分の長さ H と柱径 d との比 H/d および柱中心間距離が一定の場合には、柱の曲げ剛性が小さくなればなるほど、また周辺地盤のせん断弾性係数が大きくなればなるほど（すなわち、 α_0 が大きくなるほど）群杭効果および各柱の荷重分担率は、 H_0/d の増加に伴って、より早く一定値（群杭効果のないときの値）に近づく。

(4) 他の条件が同じであれば、 H/d の広い範囲にわたる変化に対しても、群杭効果および荷重分担率の値は、比較的わずかしき変わらない。

(5) 各柱が同質の材料からなる多柱基礎については、中心位置における柱径が他の柱の柱径に比べて比較的大きい場合には、柱の空中部分の長さとお小口径柱の柱径との比の値によって、中心位置における大口径柱の荷重分担率が大きく変化する。

(6) 多柱基礎模型の天端に加えられた調和波荷重を大きくしていった、柱周辺地盤の変位が非線型的挙動を示している場合についても、本実験における程度の非線型性の範囲内では、群杭効果および各柱の荷重分担率の値は、地盤の変形が線型であるとみなされる場合のそれとほとんど同じであった。ただし、これは柱周辺地盤が

局所的な破壊を生じない程度の変形に対して得られた結果である。

本研究においては、大略上に述べたような諸結果が得られたが、なお、次のようなことが、今後解決されなければならない重要な研究課題として残されている。

(1) 周辺地盤の変形の非線型性を考慮した多柱基礎の群杭効果および各柱の荷重分担率に関する解析理論を導くこと。これには、前列の柱と後列の柱とで荷重分担率が実際には異なるという問題も含まれる。

(2) 本論においては、多柱基礎の頂板は剛であると仮定したが、実際が多柱基礎においては、頂板も弾性変形を生ずるので、それを考慮した群杭効果および荷重分担率の理論を導くこと。

これらの課題については、現在研究中である。

終りに、本研究において、実験およびデータ整理に多大の協力をしていただいた大学院生 庄田靖典君（現・福岡県庁）に対して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 小坪清真・高西照彦：不規則な配置をもつ杭径の異なる群杭に対する横方向群杭効果の解析法，土木学会論文報告集，第 277 号，1978 年 9 月。
- 2) 小坪清真・高西照彦：多柱基礎の群杭効果と荷重分担率，土木学会西部支部研究発表会講演集，1978 年 2 月。
- 3) 小坪清真・高西照彦・河島正治：横方向群杭効果に関する模型実験，土木学会論文報告集（研究ノート），第 248 号，1976 年 4 月。
- 4) 野村直茂：大鳴門橋多柱基礎の設計，基礎工，第 7 巻第 1 号，1979 年 1 月。
- 5) 高沢 勤：大鳴門橋の工事現況，土木学会誌ニュース欄，第 63 巻第 1 号，1978 年 1 月。
- 6) 玉置 脩・三橋晃司・今井常雄：水平抵抗における群杭効果の研究，土木学会論文報告集，第 192 号，1971 年 8 月。
- 7) Prakash, S. and D. Saran : Behaviour of laterally loaded piles in cohesive soil, Proc. 3rd Asian Regional Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1967.
- 8) 杭の水平載荷試験に関する研究委員会：杭の水平載荷試験法に関するシンポジウム発表論文集，土質工学会，1979 年 12 月。

(1980.3.21・受付)