

ゲル状材料を用いた動力学的模型 実験解析の一方法について

ON DYNAMIC EXPERIMENTAL ANALYSES BY TESTING OF
MODELS MADE FROM GEL-LIKE MATERIALS

森 地 重 暉*・田 村 重 四 郎**

By Shigeaki MORICHI and Choshiro TAMURA

1. 結 言

構造物の動特性を把握する手段は、① 理論的解析、② 実構造物による観測、および③ 模型実験法の3つに大別することができる。これら3つの手段の特質を互いに合理的に活用することで、構造物の動的性状を的確に把握することが期待できる。実構造物における動力学的な観測にあたっての予備調査の方法として、模型実験法を活用することにより有用な観測結果を期待することができる。また、構造物の動特性を理論あるいは数値計算により解析するにあたっては数学モデルの設定が必要であって、その設定の妥当性、解析結果の検討・評価に際しても模型実験は有効である。

観測技術、計測器等の発達によって、実構造物の動的挙動がより精確に把握され、また、計算技術の著しい進歩によって、構造物の複雑な動的性状が理論的に求められるようになってきた。一方、新しい形式の構造物の出現、構造物の大型化、重要性の増大等に伴い、当該構造物の動的性状の解明がより重要性を増してきており、理論解析・測定技術の進展に並行して、模型実験技術の発展が重要な意味をもつようになってきた。

一般に可撓性に富む構造物、たとえば骨組構造物等は、慣性力による変形が大きいため動的実験解析の実施が容易であり、従来、その種類の構造物についての模型実験解析が数多く行われてきた。しかし、マッシブな構造物、たとえば、ダム、壁構造物等、質量に比して剛性の著しく大きい構造物の動的挙動を実験的に明らかにすることは、測定法、振動数の面から考えると必ずしも容易ではない。地盤と構造物との動的相互作用に関する検討についても、また、同様である。

マッシブな構造物についての模型実験解析を通常の設

備を用いて行うには、低いヤング率をもつ模型材料を使用することが有効である。低弾性材料の低い波動伝播速度のために波動現象の記録が容易であり、また、振動解析を行う場合には、低い固有振動数の模型を得ることができるので、実験が比較的行きやすい。このような利点を活用して行われた過去の実験例は、次に示すようである。

松村¹⁾、畑野²⁾、畑中³⁾、岡本⁴⁾らは、寒天を模型材料としてダムを研究対象とし、振動実験を行っている。金井⁵⁾、岡本⁶⁾、田村⁷⁾らは、ゼラチンゲルを地盤模型材料として使い、構造物のもつ振動エネルギーの地下逸散、埋設管、沈埋トンネル等の振動性状を模型実験により調査している。また、岡本⁸⁾、森地⁹⁾、田村⁹⁾らはゼラチンゲルの高い光弾性感度を利用して構造物の振動時応力の測定を光弾性学的に行うとともに、それらの研究の中で、光弾性感度のないアクリルアミドゲルとゼラチンゲルとの複合模型を用いてサンドウィッチ法により3次元動的応力解析を試みている。アクリルアミドゲルを模型材料として、地盤と構造物との動的相互作用等を実験的に調べた例¹⁰⁾もある。

波動実験について述べると、寺田・坪井¹¹⁾、笠原¹²⁾らが寒天を用いてレーレー波等の伝播状況に関して実験的研究を行っている。辻・西田¹³⁾が流し写真法で模型内の変動応力を、また、Frocht¹⁴⁾が同種類の方法で模型内の波動伝播状況を光弾性学的に調査した頃から、高速度撮影機や遅延回路等の記録装置の発達、光源の強力化、フィルム感度の向上等に支えられて、光弾性実験法による模型内の波動伝播問題の解析が盛んに行われるようになってきた。波動現象の速さを低減するために、ポリウレタンゴム等の低弾性材料を用いた実験例¹⁵⁾もある。田村・森地¹⁶⁾は、より低いヤング率をもつゼラチンゲルを模型材料として使い、地盤内の波動伝播状況に関する調査を光弾性学的に行っている。また、森地・田村¹⁷⁾はゼラチンゲルの波動伝播速度の低さに基づく波動の発生の

* 正会員 工博 東京理科大学助教授 理工学部土木工学科

** 正会員 工博 東京大学教授 生産技術研究所第1部

制御の容易さを活用して、波動の発生源の移動に伴う地盤内の波動伝播状況を実験的に究明している。

本文では、ゼラチンゲル、アクリルアミドゲル等を模型材料として、マッシュパンプな構造物、地盤等の動的挙動の把握のための振動実験方法、動的光弾性応力解析方法、および波動の伝播状況の実験解析方法の有効性についての究明を実験的に展開している。

2. 使用模型材料

実験模型材料として用いたゼラチンゲルは、①線形性に富む、②横波伝播速度が著しく低い（一例として2~3 m/s）、③光弾性感度が著しく高い（一例として0.04 cm/g）、④ポアソン比は0.5とみなしてよい。⑤透明性がよい、⑥弾性率の変更が容易である、等の特質がある。

この特質を利用すると、動力学の実験解析のうえで次に示すことが可能になる。①通常の寸法の模型でも、その固有振動数を著しく低下することができる。②低ヤング率のために振動モードの視認も可能である。③模型内に生ずる振動時応力の光弾性測定が容易である。また、模型内を伝播する波動による光弾性縞も捕捉できる。④波動現象が遅いので低速度の撮影機でも記録できる。⑤波速が低いので、波動発生機の機械的制御が容易である。⑥ポアソン比がほとんど0.5なので、縦波伝播速度は横波伝播速度に比べて著しく高い。そのために明瞭に横波の伝播が把握できる。

3. 光弾性動的応力解析について

応力の算定には以下の記号を使用する。

- x, y, z : 直交直線座標
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: 垂直応力
- $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$: せん断応力
- u, v, w : 変位
- ρ : 密度
- p : 円振動数
- A : ラブラシアン
- t : 時刻
- E : 縦弾性率
- G : せん断弾性率
- ν : ポアソン比

自由境界での応力は、静的解析の場合と同様、等色線縞次数の換算により容易に算定できるが、内部応力の解析を行う場合は慣性力の影響をも考慮せねばならず解析が煩雑になる。

Hooke の法則ならびに適合条件式を用いると、2次

元解析（平面応力状態）、および3次元解析について次式が成立する。

$$\Delta(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1+\nu}{1-\nu} \left[4 \cdot \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x - \sigma_y) \right] \dots\dots\dots (1)$$

$$\Delta(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1+\nu}{2(1-2\nu)} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \{ (\sigma_x - \sigma_y) - (\sigma_z - \sigma_x) \} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \{ (\sigma_y - \sigma_z) - (\sigma_x - \sigma_y) \} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \{ (\sigma_z - \sigma_x) - (\sigma_y - \sigma_z) \} + 6 \left(\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial x \partial z} \right) \right] \dots\dots\dots (2)$$

上式の右辺は静的解析においては0となり、この場合には動的影響を示す。τ_{xy}, σ_x-σ_y等は等色線ならびに等傾線から求められるので、煩雑ながらも上式より第1不変量を求めることができる。

定常振動の場合には振動方程式とHookeの法則を考慮すると、2次元解析（平面応力状態）および3次元解析について次式が成立する。

$$\sigma_x + \sigma_y = -\frac{2G(1+\nu)}{\rho p^2(1-\nu)^2} \left[4 \cdot \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \cdot (\sigma_x - \sigma_y) \right] \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \frac{-E(1-\nu)}{2\rho p^2(1-2\nu)^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \{ (\sigma_x - \sigma_y) - (\sigma_z - \sigma_x) \} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \{ (\sigma_y - \sigma_z) - (\sigma_x - \sigma_y) \} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \{ (\sigma_z - \sigma_x) - (\sigma_y - \sigma_z) \} + 6 \left(\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \tau_{yz}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial x \partial z} \right) \right] \dots\dots\dots (4)$$

上式は、式(1)、(2)に比べるとよほど簡単な形になっている。しかし依然として2次微分量が式に含まれているため精度の向上は容易でない。なお、平面ひずみ状態を取り扱うには式(1)、(3)におけるνの代わりにν/(1-ν)を代入すればよい。

供試体内部の加速度分布が正確に求められる場合、せん断応力差積分法を用いることができる。次式に示す2次元解析および3次元解析での平衡条件式を利用すればよく、応力の1次微分量を用いているので上述の場合に比べ解析が容易になる。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$$\left. \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right\}$$

上述のように垂直応力の分離は静的解析の場合に比べて煩雑である。また、等傾線の精度は一般には十分ではない。解析にせん断応力差積分法を用いる場合には精度の高い加速度の測定を必要とする。これらの理由から単独値の分離を精度よく行うことは容易ではない。

(1) 現象の記録方法

光弾性実験では、通常用いられている直径 30 cm の視野レンズを含む光弾性実験装置を用いた。

現象記録のために、1枚撮り写真の撮影が可能なストロボ同期装置を試作した。この装置は光源の点滅と振動台の動きとを同期させて振動中の供試体の静止像を得るものである。

まず、図-1 に示すように通常の光弾性実験装置に振動台 V を挿入する。集光レンズ C により絞られた光の焦点 P と回転板 R の小孔 (直径 10 mm) とを一致させ、R を回転して光源を周期的に点滅させて、この点滅に合わせて振動台を動かせば目的とするストロボ同期装置ができる。なお、位相を変化するには、R を回転している Motor-1 を Motor-2 により微動回転すればよい。このようにして、定常振動中の任意の位相における供試体の静止写真が得られる。

一般の動的現象の記録の場合と同様に、本方法においても極度に光の量が制限される。本文では、光源の水銀灯には 500 W のものを、また、フィルムには Panchromatic SS (手札版) を用いた。供試体厚さが 10 cm でグリーンフィルターを用いた場合、写真機のバルブの解放時間は 5~8 秒程度で等色線の撮影を行うことができる。

(2) 自由境界応力の解析例

応用例により本模型材料を用いた光弾性動的応力解析法の測定精度を調査した。ここでは硬い基盤上の表面層

内に素掘坑があり、表面層の振動によって円形ならびに四角形状の素掘空洞周辺に生ずる応力を測定し、実験結果を弾性理論に基づく解析結果と比較した。

a) 実験計画ならびに実験結果

水平な自由境界をもつ地盤内に空洞があり、地盤下向から伝播してくる平面波動が空洞、および水平自由境界で反射・屈折する結果として空洞周辺に動的応力が発生する場合を考える。ここでは空洞が表面層内にあり、当該表面層の下に硬い層がある場合を想定して、表面層内に定常的な平面波が発生しているときの空洞周辺応力について検討を加えることにした。

実験的では、空洞をもつ直方体の模型を振動台上のせて定期的に正弦波形で水平加振し振動中の空洞周辺応力を検出した。実験のケースは次のとおりとした。

実験-1: 円形素掘坑が表面層に 1 個ある場合。

実験-2: 円形素掘坑が表面層に 2 個ある場合。

実験-3: 四角形状の素掘坑が表面層に 1 個ある場合。

実験-4: 四角形状の素掘坑が表面層に 2 個ある場合。

実験に用いた直方体の寸法は 60×10×10 cm であり、円形素掘坑の直径は 2 cm、また、四角形状の素掘坑の寸法はほぼ 22×22 mm (図-2) である。実験-1, 3 は、表面層の中位レベルに素掘坑の中心がある場合であり、実験-2, 4 に用いた模型内の素掘坑の位置は図-3 (a), (b) に示されるとおりである。

底部で水平加振した場合の前述の方法で撮影した 1 次せん断振動状態での等色線縮写真は写真-1, 2, 3 および 4 に示されている。各写真のうち (a) は模型が右よりに最も大きく変位したときの状態、(b) は中立位置、また、写真-1 (c) は (a) と逆位相状態のものを示している。写真-1 (d) は光学系よりストロボ同期装置を取り外して撮影した模型の振動形を示すブレ写真で、写真機およびそ

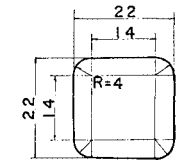


図-2 四角形状空洞の寸法

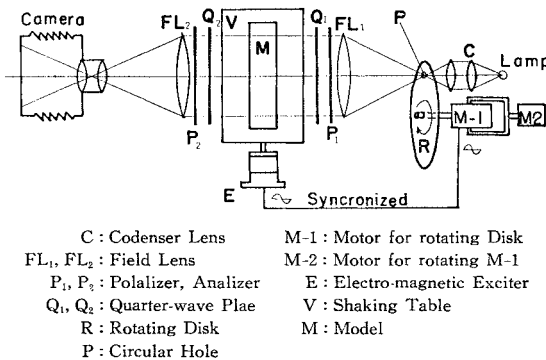


図-1 ストロボ撮影装置の概要図

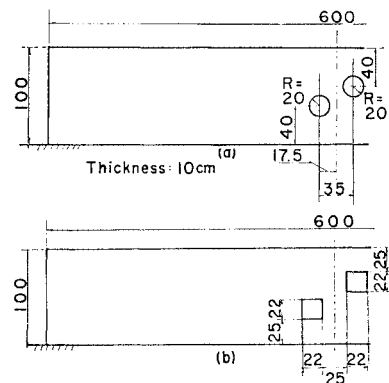


図-3 実験模型の寸法

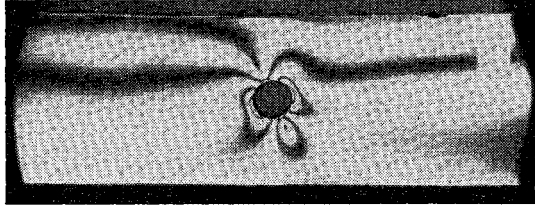
- C: Condenser Lens
- FL₁, FL₂: Field Lens
- P₁, P₃: Polarizer, Analyzer
- Q₁, Q₂: Quarter-wave Plate
- R: Rotating Disk
- P: Circular Hole
- M-1: Motor for rotating Disk
- M-2: Motor for rotating M-1
- E: Electro-magnetic Exciter
- V: Shaking Table
- M: Model

の設定位置は等色線縞撮影の場合と同様である。

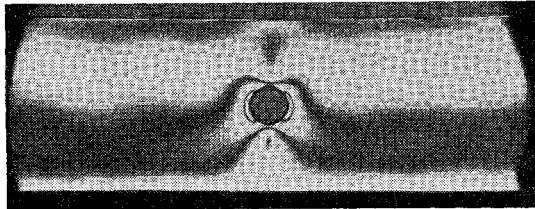
b) 実験結果の検討

このようにして求めた等色線縞写真より振動中の空洞周辺の応力を算定し、弾性理論により定まる応力度と比較検討した。

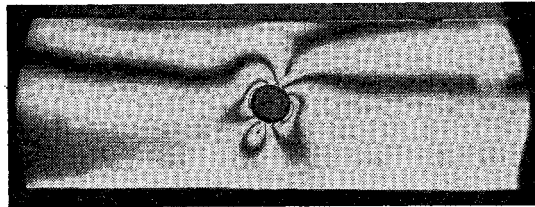
まず、実験-1 の場合について述べる。写真-1 (a)，



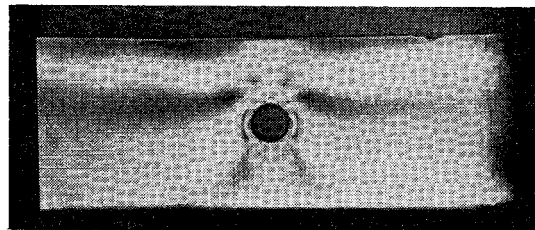
(a)



(b)



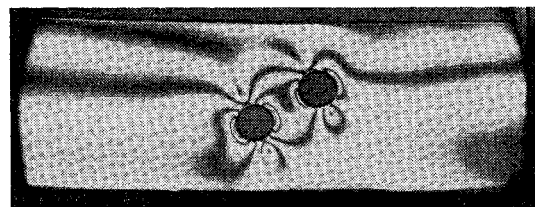
(c)



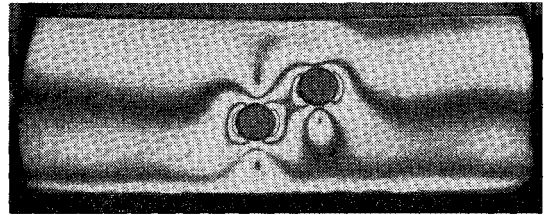
(d)

FREQUENCY : 10.17 Hz
 AMPLITUDE (SHAKING TABLE) : 0.389 mm
 AMPLITUDE (SURFACE OF GROUND) : 2.0 mm
 FRINGE VALUE : 32.6 g/cm

写真-1 等色線写真 ((d) はぶれ写真である)



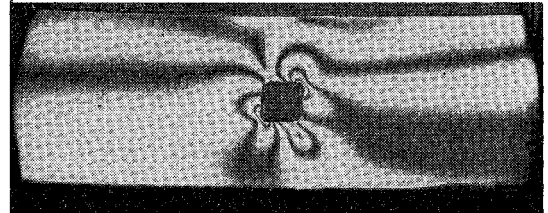
(a)



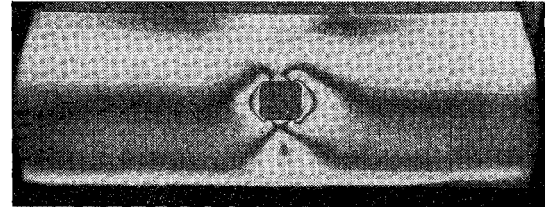
(b)

FREQUENCY : 10.0 Hz
 AMPLITUDE (SHAKING TABLE) : 0.403 mm
 AMPLITUDE (SURFACE OF GROUND) : 2.0 mm
 FRINGE VALUE : 29.0 mm

写真-2 等色線写真



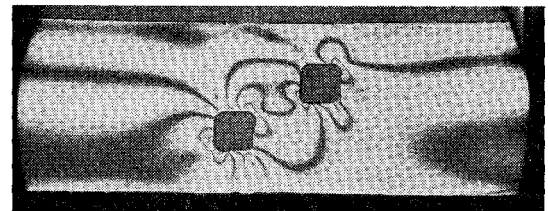
(a)



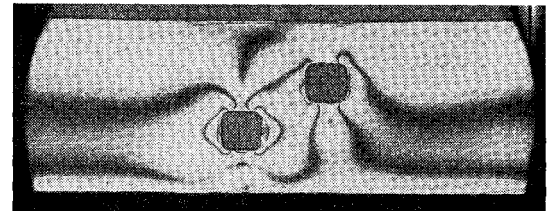
(b)

FREQUENCY : 10.0 Hz
 AMPLITUDE (SHAKING TABLE) : 0.409 mm
 AMPLITUDE (SURFACE OF GROUND) : 2.0 mm
 FRINGE VALUE : 30.1 g/cm

写真-3 等色線写真



(a)



(b)

FREQUENCY : 10.0 Hz
 AMPLITUDE (SHAKING TABLE) : 0.465 mm
 AMPLITUDE (SURFACE OF GROUND) : 2.0 mm
 FRINGE VALUE : 31.1 g/cm

写真-4 等色線写真

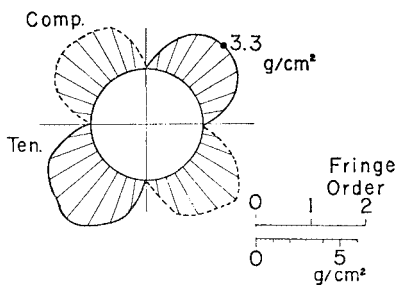


図-4 円孔周辺の応力分布

(b) および (c) に対応する応力を、 σ_a , σ_b および σ_c とする。 σ_b は重力により生じた応力であり、また、 σ_a , σ_c は振動時応力と重力による応力との重合を示すことになる。したがって、振動時応力分布 σ_V は次式に示すとおりとなる。

$$\sigma_V = \sigma_a - \sigma_b = \sigma_b - \sigma_c = \frac{\sigma_a - \sigma_c}{2}$$

図-4 は模型が左よりに最大変位しているときの円孔周辺応力分布を示したものであって、これは σ_a と σ_c との差から求められたものである。この応力状態は純せん断場での円孔周辺応力分布に酷似している。この状態では、模型の 1/4 波長の定常波が現われており、模型の高さが 10 cm であることから波長は 40 cm となる。

岡本¹⁸⁾は平面波状のせん断波が円形空洞あるいは覆工をもつ円孔へと伝播しその結果発生する円形空洞周辺、および覆工での応力を弾性学的に求めている。それによると、伝播する波動の波長が円形空洞の直径に比べて著しく長く、また、地盤の縦波伝播速度が横波伝播速度に比べて著しく速い場合には、近似的に次式に示す空洞周辺応力が発生する。

$$\sigma_\theta = \frac{2G\partial_0}{C_s} \cdot \sin 2\theta \sin pt$$

ここで、 G : 地盤のせん断弾性率、 ∂_0 : 波動の速度振幅、 C_s : 地盤の横波伝播速度、 θ : 波面直交方向から測った円孔回りの角度、 p : 円振動数、 t : 時刻である。

本題の場合、円孔の直径が 2 cm であるに対し波長は 40 cm と著しく長く、また、模型材料のポアソン比が 0.5 であるとみなし得るので、上式の適用が可能である。応力分布は式中の $\sin 2\theta$ で示されるように明らかに純せん断場のものに相当し、また、本実験結果に類似している。

変位振幅を u_0 、模型高さを H とすると最大の応力振幅 $\{\sigma_\theta\}$ は次式で表わされる。

$$\{\sigma_\theta\} = \frac{2G\partial_0}{C_s} = \frac{2Gu_0p}{C_s} = \frac{2Gu_0}{C_s} \frac{2\pi C_s}{4H} = \pi G \frac{u_0}{H}$$

本模型の場合、 $H=10$ cm, $u_0=0.1$ cm, $G=150$ g/cm² であるから、 $\{\sigma_\theta\}=4.7$ (g/cm²) となる。上式より定ま

る応力振幅は、正弦波の節が円孔中心に到達する時刻、すなわち波動が 1 波長伝播する間で最大の応力を示す時刻のものに相当する。本実験例の場合、模型の中位レベルに円孔があり、模型底部で節、模型頂部で腹の状態で定常波が現われている場合に対応するから、円孔中心位置でのせん断ひずみは最大値の約 70% に減少することになる。それゆえ、せん断ひずみを一定として応力を計算すれば $\{\sigma_\theta\}=4.7 \times 0.7=3.3$ (g/cm²) となり、これは実験から得られる値 3.3(g/cm²) と一致する。以上の検討より実験結果は工学的に十分な精度をもつと考えられる。

次に実験-2 について検討を行う。写真-2 から、模型が最も左よりに変位したときの円孔周辺の応力分布を求め、図-5 (a), (b) に示す。この応力分布も前例の場合と類似した傾向を示し、円孔相互の位置関係による応力分布の攪乱は明瞭には認められない。このことは一様応力場にある 2 個の隣接した円孔応力分布の弾性解¹⁹⁾を利用して確認することができる。

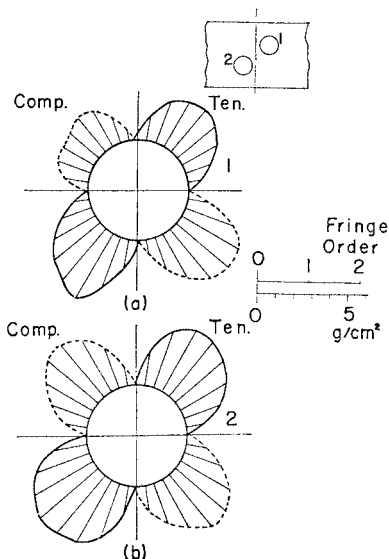


図-5 円孔周辺の応力分布 (円孔が 2 個ある場合)

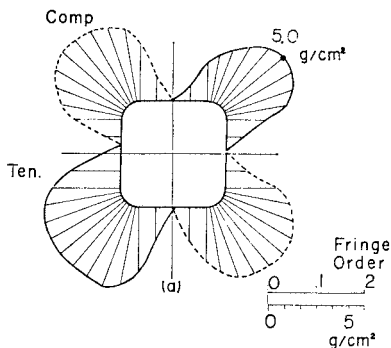


図-6 四角形状空洞の周辺応力分布

実験-3 について述べる。写真-3 より、模型が最も左よりに変位したときの空洞周辺応力分布を求め、図-6 に示す。この応力分布も前二例の場合と類似している。図-4 に示した円孔周辺の応力分布と比較すると、2つの模型の地表面の変位は同程度であるにもかかわらず、この場合の空洞の隅角部における応力集中の程度は円孔周辺の場合に比べて著しい。

このような応力集中の程度を吟味するために弾性解を円孔周辺の場合と比較してみる。Greenspan²⁰⁾により与えられた一様応力場での四角形状の空洞周辺の応力分布を用いる。Greenspan は直交直線座標 $z=x+iy$ と曲線座標 $\omega=\alpha+i\beta$ との間に次に示す座標変換、

$$z = \frac{p+q}{2} e^{\omega} + \frac{p-q}{2} e^{-\omega} + r e^{-3\omega}$$

を施し、 $\alpha=0$ なる曲線 $x=p \cos \beta + r \cos 3\beta$, $y=q \sin \beta - r \sin 3\beta$ により空洞の形を与えている。式中 p, q および r はパラメーターである。ここで用いた空洞の形状は $p=q=1, r=-0.1$ の場合に相当している。Greenspan の解を用いてせん断応力 $\tau=1$ の純せん断場での空洞周辺の応力を計算すると、最大応力は 6.24 となり、これは同じ状態での円孔周辺の最大応力 4 の 1.56 倍となる。実験結果では図-6 に示されるように四角形状空洞では最大応力が 5.0 g/cm^2 であり、これは円孔における値 3.3 g/cm^2 の 1.52 倍となるので理論値の比率 1.56 とよく一致している。このことは実験精度の高さを示していると考えられる。

最後に実験-4 について記述する。写真-4 より求めた 2 個の空洞周辺での振動時応力を図-7 に示す。この場合も純せん断場での空洞周辺応力の性状を示してい

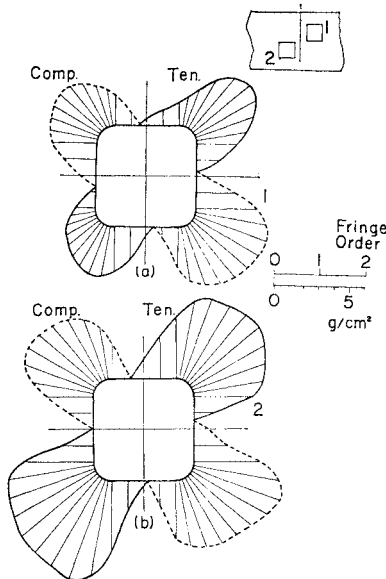


図-7 四角形状空洞の応力分布 (空洞が 2 個ある場合)

る。下方にある空洞 ② の場合の方が上方の空洞 ① におけるよりも応力度がやや大きいのは、空洞 ② が基盤に近いことによる影響を受けていることによるものと考えられる。また、空洞 ① の左側下の応力度が右側における値よりも大きいのは、空洞 ② の存在もその原因の 1 つであると考えられる。

(3) 内部応力測定方法について

光弾性実験解析では、せん断応力、垂直応力の解析は一般に煩雑であるが、他種類の実験を併用すると内部応力の算定が容易になることがある。その代表的な方法として主応力方向の測定があり、Mach-Zehnder 干渉装置、ホログラフィ等の利用が行われている。

a) 主応力方向の測定について

模型内の任意箇所が発生している主応力を P, Q とする。解析箇所微小な円孔をうがつと、円孔の存在により応力の攪乱が生ずる。円孔の径が P および Q の変化率に比べて非常に小さい場合には、円孔近傍での応力の攪乱は一様な応力場 P, Q におけるものに相当すると考えられる。この状態での等色線測定を行えば、等色線縞の対称軸が主応力方向に相当することになる²¹⁾。本方法は、等色線撮影のみで実施可能であり、そのために煩雑な等傾線測定に比較して振動時応力の測定にはより適当であると考えられる。

写真-5 には、半径 0.5 mm の円孔を開けた場合の実験例が示されている。円孔の半径はできる限り小さいことが望ましいが、この例に示されるように、等色線縞模様の乱れは少なく、むしろ円孔近傍の等色線縞の対称軸を定めるのに困難となっている。試行の結果、半径 1 mm の円孔を用いることが最適であることがわかった。

写真-6 の例は高さ 12.5 cm、のり面勾配 1:2 をもつアースダム模型の底部を基本振動数で水平加振した場合のもので、写真 (a) は模型が右よりに最も変位したときの状態 ④、写真 (b) は中立位置 ⑤、写真 (c) は ④ と逆位相の状態 ③ を示している。

模型には重力による応力と振動時応力とが重なり合っている。それゆえ、これらの実験結果より振動時の主応力方向だけを得ることはできない。そこで、各位相状態で得られた主応力方向と等色線とからせん断応力を求め

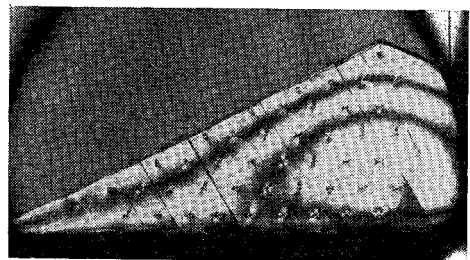
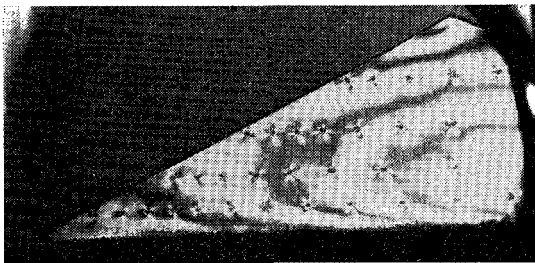
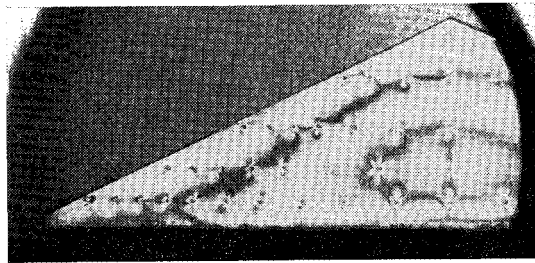


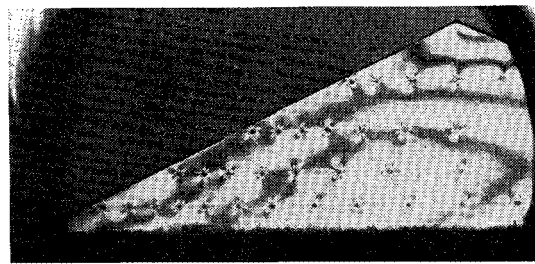
写真-5 等色線写真 (円孔の半径: 0.5 mm)



(a)



(b)



(c)

FREQUENCY : 8.50 Hz
 AMPLITUDE (SHAKING TABLE) : 0.401 mm
 AMPLITUDE (TOP OF MODEL) : 5.0 mm
 FRINGE VALUE : 23.2 g/cm

写真—6 等色線写真 (円孔の半径 : 1 mm)

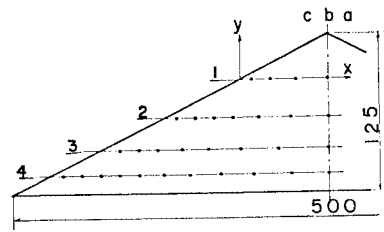
て本方法の精度を調査する。各解析断面に生じている各位相 ④, ① および ③ におけるせん断応力分布を測定箇所とともに 図—8 に示す。

図—8 から次のことがわかる。① 中立位置 ① でのせん断応力分布は位相 ④, ③ での応力分布の平均を示している。本実験が定常振動実験であるため、この結果は実験精度のよさを示していると考えられる。② せん断応力は自由境界に近づくほど、減少する傾向がある。模型下部の解析断面ほどその傾向が強い。

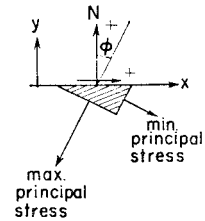
図—8 に示した実験結果について定量的な検討を加える。図—9 の AA'BB' 部分の上面 AA' に作用するせん断力を S_1 、また、下面 BB' でのものを S_2 とする。 S_1 と S_2 との差 ΔS は、AA'BB' 部分の質量を M 、また、その部分に作用する平均的な加速度を α とすると次の関係式で表わされる。

$$\Delta S = S_1 - S_2 = -M\alpha = -Mu(2\pi f)^2$$

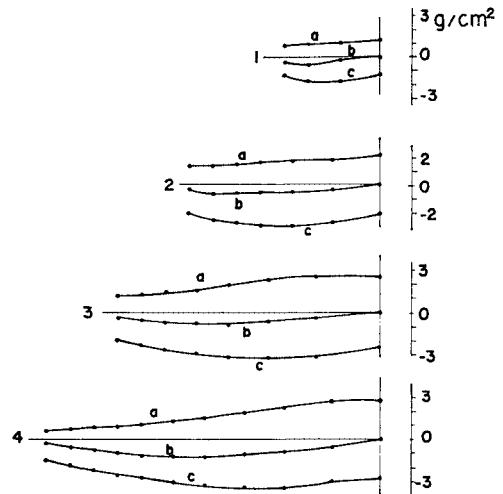
ここで、 u : 変位、 f : 振動数であるとする。



(a) 主応力方向の測定箇所



(b) セン断応力の符号の決定



(c) 各断面のせん断応力分布

図—8

本実験模型に対して上の関係を適用し、各解析断面の間の部分



図—9 せん断応力に関する検討

④, ③, ② および ① での平均的な変位 u を求めてみる。表—1 に示す手順で $f=8.5\text{ Hz}$ を代入し u を求めると ④ 部分について 2.4 mm (片振幅) となり、本実験結果における天端の変位 2.5 mm (片振幅) とほぼ一致する。

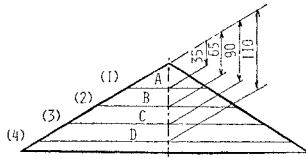
b) 主応力中の測定方法について

平面応力状態の場合、模型の厚さ変化を測定すれば主応力中を求めることができるので著者もこのことを利用した。模型の厚さを l 、ヤング率、ポアソン比をおのおの E 、 ν とし、定常振動時で最大の変位を生じた状態での模型厚さ方向の変形を Δl_0 とすれば、主応力中の全振幅

表—1

解析断面	解析断面に生ずるせん断力 (S) (kg)	せん断力の差 (ΔS) (kg)
(1)	0.180.363
(2)	0.5430.321
(3)	0.8640.146
(4)	1.01	

解析断面間の部分	各部分の質量 (M) (g/cm/s)	各部に作用する水平力 (ΔS) (kg)	各部に作用する水平加速度 α (= ΔS/M) (gal)	各部分の平均的な変位 u [=(2πf) ²] f=8.5 Hz (cm)
A	0.258	0.18	698	0.24
B	0.631	0.363	575	0.20
C	0.814	0.321	390	0.14
D	0.84	0.146	174	0.06



力和の分布を 図—12 に示す. 本図の結果から次のことがわかる. ① 中心線上で主応力力が 0 になる. ② 斜面部での自由境界応力は中腹部で最大を示す. このことは, 図—8 (c) に示した各解析断面の自由境界に最も近い点のせん断応力の値を比較しても推定されることであり, この種類の実験結果と光弾性実験結果との一致を示すものと考えられ, 本実験結果の信頼性を示している. ③ 模型下部の解析断面では自由境界より模型内部における方が主応力力が大きい.

(4) 3次元解析について

応力凍結法をはじめとして静的な 3 次元光弾性解析法が実用に供されているが, 動的解析の実施例はきわめて少ない.

著者は動的 3 次元実験解析のためのサンドウィッチ法を使用した. 同方法²²⁾は, 透明な光弾性感度のない材料の中に, それと同じ力学的性質をもち, しかも光弾性感

σ_I は次式にて示される.

$$\sigma_I = \frac{E}{\nu} \cdot \frac{2 \Delta l_0}{l}$$

模型材料のヤング率が低いために Δl_0 の測定は比較的容易である. 一例として, $E=300 \text{ g/cm}^2$, $l=100 \text{ mm}$, $\nu=0.5$ とすると主応力力の全振幅 σ_I は, 次に示す程度になる.

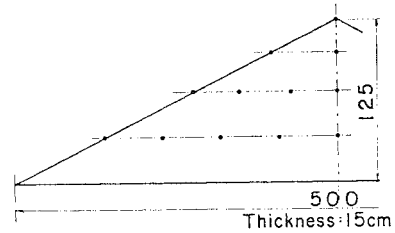
$$\sigma_I = \frac{E}{\nu} \cdot \frac{2 \Delta l_0}{l} = \frac{300}{0.5} \cdot \frac{2 \Delta l_0}{100} = 12 \Delta l_0$$

$\sigma_I=12 \text{ g/cm}^2$ のとき, $\Delta l_0=1 \text{ mm}$ となるので特別な機器を用いずとも測定が可能である.

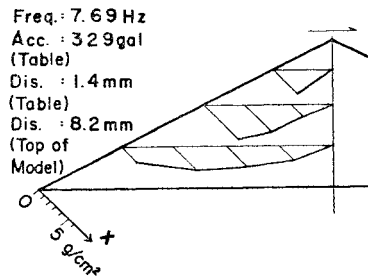
具体的な測定方法としては, 図—10 に示すように主応力力測定箇所にはぬい針 (長さ 8 mm) を模型断面に直角に差し込み, 振動中のぬい針先端の厚さ方向の振幅を模型断面方向から測定した. なお, 低次の振動では, ぬい針自体の振動が発生している懸念はなく, ぬい針先端の動きは測定点の動きを示していると考えてよい.

ぬい針先端にカーボランダム粉末を貼付し, 照明角度を適当にして粉末を鋭く輝かせぬい針先端の変位を明瞭にして, その変位 Δl_0 を模型断面方向から望遠鏡で読み取った. 写真—7 は, 針先端の変位の一例を示したものである.

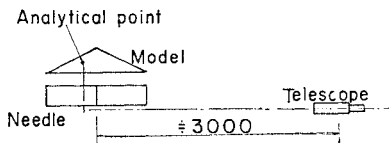
図—11 に示す高さ 12.5 cm, 厚さ 15 cm, のり面勾配 1:2 のアースダムを測定対象にした. 主応力力測定箇所は同図中に示す 12 個の点とした. 模型を底部で水平加振し, 第 1 次共振時での測定を模型横断面の裏・表について行った. このようにして求めた模型各部での主応



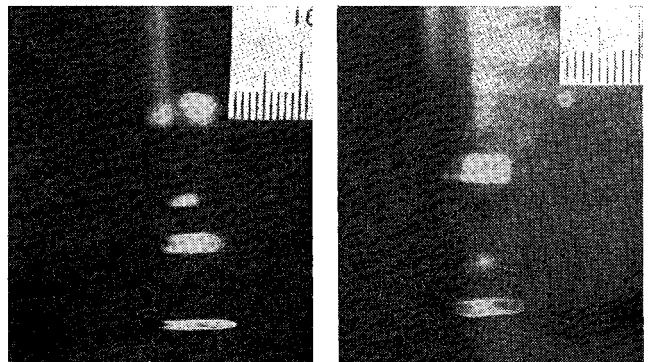
図—11 主応力力の測定箇所



図—12 振動時の主応力力の分布



図—10 主応力力測定概要図



写真—7 主応力力の測定

度の高い材料を挿入固着して、その部分の3次元応力を検出する方法である。動的解析への応用例としてはDally²³⁾らのものがある。

本研究では有感度部分の材料としてゼラチンゲルを、無感度部分の材料としてはアクリルアミドゲルを用いた。アクリルアミドゲルはAcrylamideにある種の架橋剤を加えたもの(日東SS)を共重合剤として、またAmmonium Persulfateを開始剤、 β -dime-thylamino-propionitrileを作用促進剤として作成される。まずA-, B-液(次に示す重量比)を作り、

A-液: 共重合剤 10, 水 40, 促進剤 0.4

B-液: 水 50, 開始剤 0.5

さらに、これに適量のアクリル酸ソーダ(pH7)を加えて無色透明のゲルを作る。A-, B-液の混合比でゲルの硬軟を調節できる。また、ゲルを清澄にするには、たとえばA-, B-液を等量ずつ混合した場合その全容量の9%のアクリル酸ソーダを加えれば十分である。このようにしてできたゲルは弾性的性質がゼラチンゲルに類似しており、本実験の模型材料として適当であるが、非常にもろいので供試体の製作・取り扱いには注意を要する。なお、本材料を用いて模型を作成する場合の型枠材料としては、ガラス、テフロン樹脂等が最良であった。

この方法で得られる測定値は解析面内の主応力差のみである。また、等色線の検出されないアクリルアミドゲルでも等傾線は検出されてしまうので、内部応力の測定は特殊な方法によらない限り行うことができない。また、本材料のポアソン比は0.5とみなしてよく、そのために模型実験の結果を実物に適用するにあたっては、ポアソン比の影響を考慮する必要がある。

写真-8は振動台上の20×27.5×19cmの角埴形供試体の上に直径4.83cm、高さ2.95cmの鉄製の円柱(427g)をのせ、振動させて円柱のロッキングによる地盤内の等色線模様を撮影したものである。サンドウィッ

チされている有感度部分の厚さは1cmであり、ロッキングが発生した振動数は6.5Hzである。また、模型のヤング率は300g/cm²である。写真-8には円柱の傾きにより地盤内に生ずる応力集中が明瞭に現われている。なお、それと反対側では地盤からの円柱の遊離のためか無応力状態になっていることがわかる。

4. 波動伝播の実験解析例

地表面を波動の発生源が移動する場合の地盤内の波動伝播状況に関する問題は弾性理論により取り扱われてきた^{24), 25)}。波動発生源の移動速度が地盤の波動伝播速度に一致すると発生源直下に大きな変形が生ずるのであることが指摘されている。この課題は近年、列車の高速走行等に関し実際上の問題として取り上げられるようになってきた。

この種類の問題を数理的に解析できるのは境界条件の簡単な場合に限られる。著者は実際の条件に合わせた解明には実験的手段が有効であると考え、本模型材料を用いて実験的解析を試みた。ゼラチンゲルを模型材料とした場合、横波伝播速度が著しく低いため現象速度が低減され、また、波動の発生源の移動速度を調節する際の機械的制御が容易となる。

a) 実験方法

ここでは2次元模型について実験を行った。波動の発生源を模型表面上において高速度で移動させることは実験的に容易でないので、適当な時間間隔で走行線で断続的に波動を共振させて、これに代えることにした。波動の発生源は15cmの間隔で置かれた2点とした。

波動の伝播状況を明瞭にとらえるには単一でしかも立ち上がりの鋭い波形が望ましい。そこで矩形のSH-波のみを発生させるよう図-13に示す装置を試作した。

図中のアルミニウム角棒(3×1cm)は波動発生源に相当し、水平方向のみに動き得るようガイドを設置して模型にSH-波のみを発生させるよう図った。矩形波を発生させるために、波動発生源に比べ相当に重い振子(約800g)を高さ20cmから落下し発生源に衝突させた。振子を衝突させる位置は、図中に示すように発生源に立てた真ちゅう丸棒(4mmφ)である。ついで発生源が停止するようその前方にストッパーをおいた。角棒がストッパーに衝突するときに、振子の慣性力が作用することになり装置に大き

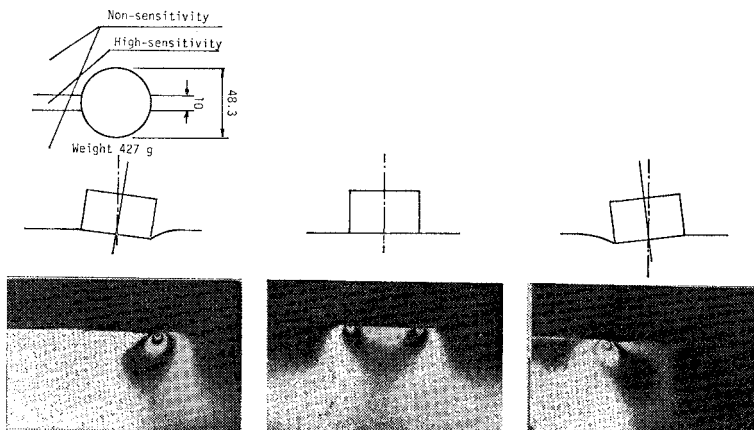
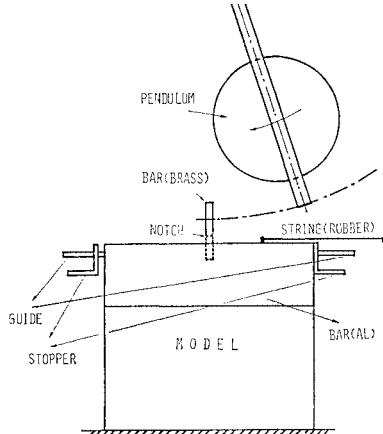
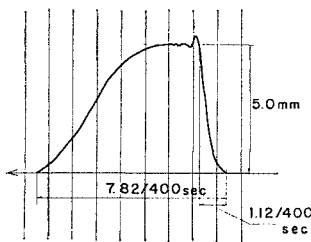


写真-8 円柱のロッキングによる半無限体内の等色線分布



図一13 波動発生装置の概要図

な衝撃が発生する。このことは実験上適当でなく、衝撃を和らげるため真ちゅう棒には切り欠きを入れ、発生源がストッパーに衝突するときに切り欠き部分から折れるようにした。ついで発生源が急速に元の位置に戻るよ



図一14 波動発生源の変位の変動状況

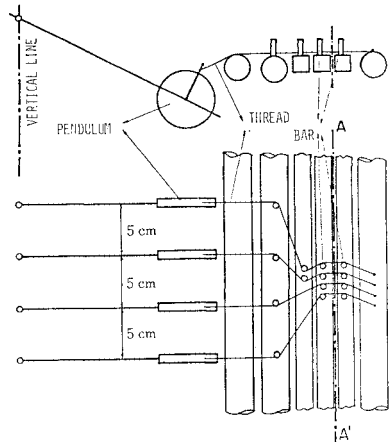
うに、強いゴムひもを図示のように取り付けた。これらの工夫により1回だけの波動の発生が可能になった。波動の発生源の動きの一例を図一14に示す。このような装置を2つの加振点にそれぞれ設置し、時間差を与えて順次作動させた。

図一15には、4個の波動の発生機構に時間差を生じさせる方法を示している。振子を吊す糸(穴糸)を図のように狭い間隔にまとめて締結し、図中のA-A'線を走る振子(重さ2.4kg)を利用して、振子に装着したカミソリ刃により、順次4本の糸を切断していった。糸の切断速度の調節には振子の高低差を利用した。

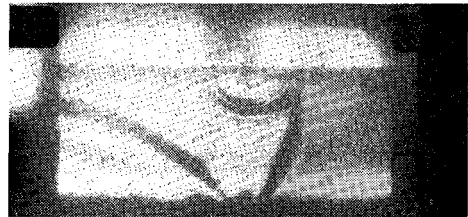
b) 現象の記録方法

地盤模型はアルミニウム板上に作られた10×10×50cmの角埴形のゼラチンゲルである。写真一9は光弾性実験装置から偏光板、1/4波長板を除外して得た実験写真である。模型材料の低いヤング率のために波動によって供試体表面に凹凸が生じ光学的には黒い縞として現われるもので、この写真から波動波面の重複を確認することができる。現象の記録のために用いた撮影機は日立16HDであり、コマ撮り速度は400コマ/秒である。

波動波面の重複による変位の増加の状態を明らかにするためにギャップセンサー(電子応用KK)を用いて変位測定を行った。



図一15 時間差発生機構の概要図

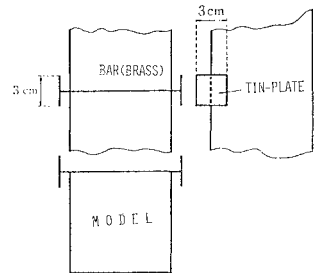


写真一9 波面の重複

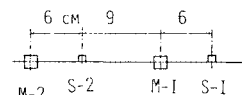
この変位計を用いる場合、測定箇所ピックアップ表面[本実験では円形(20mmφ)]を被う以上の面積をもつ金属板を貼布する必要がある。この場合、測定値はピックアップ表面での平均値を示すことになるので、供試体の1点の変位を測定するために次の工夫を施した。図一16に示すように測定点に直径1mmの真ちゅう棒を埋め込み、その棒の長さを模型の厚さ以上とし棒の両端にブリキ板(本実験では3×3×0.035cm)を貼付した。

e) 実験結果とその検討

せん断振動試験から求めた模型材料の横波伝播速度は2.98m/sである。波動発生源は相互に15cm離れた2点とした。変位測定点も2点とし、発生源と測定点との関係は図一17に示すようになっている。変位の時間的变化はオシログラフにより記録した。実験時の模様を写真一10に示す。



図一16 変位測定の概要図



図一17 発振点と測定点との関係

実施した実験は実験番号No. 1, No. 2 および No. 3の3種類である。実験No. 1 および実験 No. 2 では、

それぞれ波動の発生点 S-1, S-2 の発振に伴う各測定点 M-1, M-2 における変位の時間的変動を測定した。実験 No. 3 では、模型地盤の横波伝播速度に相当する時間差で S-1, S-2 を順次発振させたときの各測定点での変位の時間的変動を求めた。実験 No. 1, 2 および 3 のそれぞれの結果を比較することにより、S-1 および S-2

から発生した波動の重複の効果を調査した。実験 No. 1, No. 2 および No. 3 の結果は 図-18 にそれぞれ示されている。記録の比較のために、各波形の先端部での最大変位を表-2 に示した。

実験 No. 1, No. 2 における変位記録を比較すると、明らかに発振点からの距離による変位振幅の減少が認められる。この波動を円筒波と想定し模型材料の内部減衰性の小さいことを考慮すると、振

幅は波動発生点からの距離の平方根に反比例するから、実験 No. 1, No. 2 において波動発生点に近い測点の値を基準にして、他の測点の変位を求めると表-2 中の () 内に示した値になる。それらの値が実測値と大差のないことを考えると測定値はかなりの精度をもつと考えてよい。

また、2 測定点での変位の最大値を示す時刻の差と 2 つの測定点間の距離とから算定される波動伝播速度は表-2 に示すとおりであり、これらはせん断振動試験より得た値 2.98 m/s に近い。

表-2 に示されるように実験 No. 3 における測定点 M-2 の最大変位は 2.7 mm であって、これは実験 No. 1, No. 2 の同測定点におけるそれぞれの最大変位 0.65 mm および 2.1 mm の和に対応していると考えられる。また、実験 No. 3 における測定点 M-1, M-2 における変位波形は、測点 M-2 における最大変位を示す時刻を基準にとって実験 No. 1, 2 の波形を重ね合わせたものとよく一致する。このことから、波動発生源の移動速度が地盤の波動伝播速度に合致すると波動発生源直下の地盤に大きな変形の生ずることが実験的に確認された。

5. 結 び

構造物の動特性を把握する手段は、① 理論的解析、② 実構造物による観測、③ 模型実験法の 3 つに大別できる。これら三者の手段の特質を互いに合理的に活用することで構造物の動的性状を的確に把握することができる。近年、構造物の動的性状の解明がより重要性を増してきており、理論解析・測定技術の進展に並行して模型実験技術の発展がいつそう重要な意味をもつようになってきた。

可撓性に富む構造物に比べてマッシブな構造物の場合には、振動数・測定法等の面から必ずしも模型実験解析が容易ではない。地盤と構造物との動的相互作用についても、また、同様である。マッシブな構造物等については低いヤング率の模型材料を用いて動的現象の速さを低くすると模型実験解析が行いやすくなることがある。

本文ではゼラチンゲル・アクリルアミドゲル等を模型材料として、マッシブな構造物、地盤等の動的挙動の把握のための動的弾性実験法、波動実験法の有効性についての究明を実験的に展開している。これらの模型材料はポアソン比がほとんど 0.5 であるため、横波伝播速度に比べて縦波伝播速度が著しく速いので、動的現象に及ぼす横波の影響は大きなものになる。しか

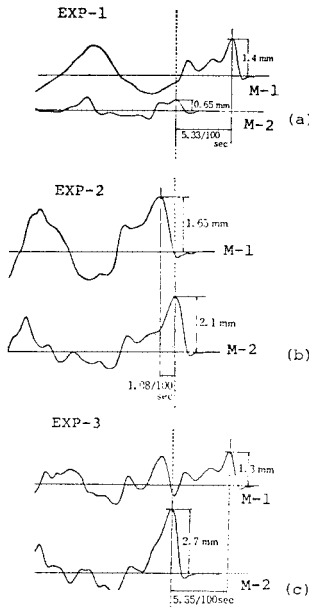


図-18 実験結果

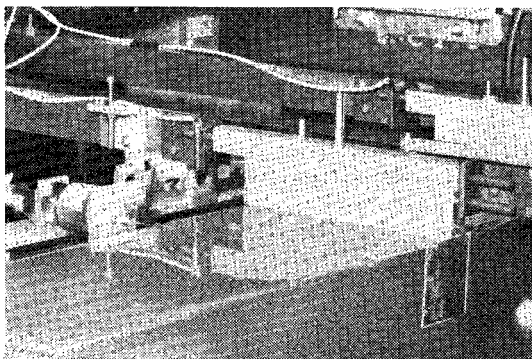


写真-10 実験状況

表-2 波動の重なりについての検討

実験	発振点	発振の時間差 (s)	発振点から測点までの距離		変位最大値		測点 M-1, M-2 の最大変位を示す時間差 (μ) (s)	波速 $\left(\frac{ D_1 - D_2 }{t}\right)$ (m/s)
			測点 M-1 (D_1) (cm)	測点 M-2 (D_2) (cm)	測点 M-1 (mm)	測点 M-2 (mm)		
No. 1	S-1 のみ	—	6	21	1.4	0.65 (0.75)	5.33/100	2.8
No. 2	S-2 のみ	—	9	6	1.65 (1.7)	2.1	1.08/100	2.78
No. 3	S-1 S-2	5.2/100	—	—	1.3	2.7	5.35/100	—

し、このためにかえって、縦波・横波等の混在で不明瞭になりがちな動的現象が明瞭になり、また、実物のポアソン比が0.5に近い場合には有効な模型材料となる。

実験例としては、基層上の表面層内に素掘空洞がある場合を取り上げて振動時の空洞周辺応力を光弾性学的に測定し、良好な等色線写真を得ることができた。実験結果を弾性理論に基づく解析結果と比較検討して工学的には十分な精度をもつことを示した。光弾性実験解析では内部応力の測定が煩雑さを伴うので、この点についても工夫を施し振動するアースダム模型を対象に、小円孔法で主応力方向の測定を、また、模型の変形の大きいことを利用して視認による主応力方向の測定を行い、それらの測定方法の有効性を確かめた。3次元解析には、アクリルアミドとゼラチンゲルとの複合模型を作りサンドウィッチ法を利用して、地盤上の円柱のロッキングにより生ずる地盤内の応力集中程度を光弾性学的に測定した。波動現象の解析に低いヤング率の材料を用いると現象の速さを低下できるだけでなく、波動発生についての機械的制御が容易になる。このような特質を生かして、波動の発生源が地盤の波動伝播速度と等速度で移動する場合の地盤内の波動現象の解明を実験的に行った。その結果、この方法を用いると波動の重複現象等の実験的解明が比較的容易であることが確認された。

以上より、次のことが明らかになった。

- (1) 光弾性実験法により振動時の模型の自由境界での動的応力を求めることができる。
- (2) 振動時の模型内部のせん断応力の測定は光弾性学的に実施することが容易であり、また、主応力方向の測定も比較的容易に行うことができる。
- (3) ゼラチンゲルとアクリルアミドゲルとの複合模型を用いてサンドウィッチ法により光弾性学的に3次元動的応力の解析を行うことができる。
- (4) 本模型材料の低いヤング率のために波動を発生するための特殊な装置を必要としない。そのために地盤の波動伝播速度と同程度に波動発生源が移動する場合の波動実験解析も容易である。

参 考 文 献

- 1) 松村孫治：地震動による土堰堤の変形，内務省土木試験所報告，No. 28，pp. 1~67，1934年10月。
- 2) 畑野 正：寒天模型による重力ダムの振動実験，土木学会誌，Vol. 36，No. 10，pp. 1~5，1951年10月。
- 3) 畑中元弘：土堰堤の振動に関する三次元的考察，土木学会誌，Vol. 37，No. 10，pp. 1~5，1952年10月。
- 4) Okamoto, S. et al. : Dynamic Behavior of Earth Dam During Earthquake, Report of the Institute of Industrial Science, the University of Tokyo, pp. 262~322, Vol. 16, No. 4, Oct., 1966.
- 5) 金井 清：構造物の震動逸散に関する模型実験，震研彙報，Vol. 17，pp. 37~48，1939年3月。
- 6) 岡本舜三・田村重四郎：軟弱地盤での管路の振動実験について，生産研究，Vol. 19，No. 21，pp. 25~27，1967年12月。
- 7) 田村重四郎・岡崎孝夫：沈埋トンネルの模型振動実験，土木学会第11回地震工学研究発表会講演概要集，pp. 25~28，1971。
- 8) 岡本舜三・森地重暉：動力的応力解析に対する光弾性学的方法，生産研究，Vol. 20，No. 9，pp. 33~35，1968年9月。
- 9) 田村重四郎・森地重暉：ゼラチンゲル模型を用いた構造物の動的応力解析方法について，第4回日本地震工学シンポジウム論文集，pp. 983~989，1975年10月。
- 10) 後藤洋三・白砂 健：沖積地盤における群地下タンクの地震応答特性について，第15回地震工学研究発表会講演概要集，pp. 229~232，1979年7月。
- 11) 寺田寅彦・坪井忠二：弾性波の実験(第1報)，震研彙報，Vol. 3，pp. 9~20，1927年10月。
- 12) 笠原慶一：弾性波の発生機構に関する実験(第1~5報)，Vol. 30，pp. 259~268，1952年9月(第1報)，Vol. 31，pp. 71~79，1953年3月(第2報)，Vol. 31，pp. 235~244，1953年9月(第3報)，Vol. 32，pp. 67~78，1954年3月(第4報)，Vol. 33，pp. 411~417，1955年9月(第5報)。
- 13) 辻 二郎・西田正孝：高速度光弾性実験による衝撃内力の研究(第3報)，理研彙報，Vol. 13，No. 3，pp. 148~162，1934年3月。
- 14) Frocht, M.M. et al. : Dynamic Photoelasticity by Means of Streak Photography, Proc. of Soc. Exp. Stress. Anal., Vol. 14, No. 2, pp. 81~90, 1957.
- 15) Kawata, K. et al. : On Some Differences between Dynamic and Static-stress Distributions, Experimental Mechanics, Vol. 24, No. 1, pp. 91~96, Feb., 1967.
- 16) 田村重四郎・森地重暉：ゼラチンゲルを用いた動的弾性実験方法について，生産研究，Vol. 24，No. 11，pp. 36~38，1972年11月。
- 17) 森地重暉・田村重四郎：発振源移動による地盤内の波動伝播状況に関する実験的研究，生産研究，Vol. 26，No. 7，pp. 19~24，1974年7月。
- 18) 岡本舜三：耐震工学，pp. 432~433，オーム社，1971。
- 19) Ling, C. : On the Stresses in a Plate Containing Two Circular Holes, Jour. of Appl. Phys., Vol. 19, pp. 77~82, Jan., 1948.
- 20) Greenspan, M. : Effect of a Small Hole on the Stresses in a Uniformly Loaded Plate, Quar. Appl. Math., Vol. 2, pp. 60~71, No. 1, 1944.
- 21) Mark, R. : A Simple Method for Determining Principal-stress Directions in Embedded Polariscopes Models, Experimental Mechanics, Vol. 27, No. 3, pp. 390~393, Sep., 1970.
- 22) Lambe, J.H. et al. : A Room Temperature Photoelastic Technique for Three Dimensional Problems, Proc. Int. Mech. Engrs. Vol. 12, pp. 575~580, 1952~1953.
- 23) Dally, J.W. et al. : Initial Studies in Three-dimensional Dynamic Photoelasticity, Trans. of the A.S.M.E., Vol. 89, Series E, No. 2, pp. 405~410, June, 1967.
- 24) Singh, S.K. et al. : Response of an Elastic Half Space to Uniformly Moving Circular Surface Load, Trans. of the A.S.M.E., Series E, Vol. 37, No. 1, pp. 109~115, March, 1970.
- 25) Sandler, I.S. et al. : Stresses in an Elastic Half Space due to Surface Loads Progressing at the Speed of Rayleigh Waves, Trans. of A.S.M.E., Series E, Vol. 39, No. 2, pp. 372~377, June, 1972.