

## 二次元液-液および固-液混相水平噴流 に関する基礎的研究\*

### STUDY ON THE TWO-DIMENSIONAL LIQUID-LIQUID AND SOLID-LIQUID JET

福岡捷二\*\*・加納敏行\*\*\*・守屋祥一\*\*\*\*

By Shoji FUKUOKA, Toshiyuki KANO and Shoichi MORIYA

#### 1. 序 論

さまざまな粒径の砂粒子を含む河川水が貯水池に流入するとき、河川水は貯水池水と激しい混合を起し、急激にその運動性を失う。このために河川水に含まれていた粗い砂粒子は、貯水池入口付近に堆積する。一方、微細な砂粒子は密度流を形成しつつ下流し、やがて徐々に沈降し堆積する。このような堆砂は貯水池の寿命を支配するものであり、解明すべき問題である。

静止流体中に放出される固-液混相水平噴流は、貯水池に流入する河川水の挙動を理解するうえで役立つ。このような密度噴流に関して、混入係数の概念を初めて導入した Morton, Taylor, Turner<sup>1)</sup>の研究以来、多くの実験的、理論的研究がなされてきた。

Carstens ら<sup>2)</sup>は、Abraham らの実験結果を整理し、軸対称水平密度噴流の中心軌跡の実験式を与え、また、固体粒子を含む軸対称水平噴流についても中心軌跡と中心軸上流速の実験式を与えている。

Fox<sup>3)</sup>は、成層流体中に放出された鉛直密度噴流に関し研究を行い、連続式、質量保存式、運動量保存式に加えて、乱れのエネルギー式を導入し、混入係数が最大流速と局所的内部フルード数の関数であることを示した。

Hirst<sup>4)</sup>は、放出角度が鉛直でない密度噴流に Fox の方法を適用し、混入係数が最大流速、局所的内部フルード数と主流の進行方向角の関数であることを示した。

片野ら<sup>5)</sup>は、混入係数に関して Fox, Hirst らの式を用い、主流の中心軌跡、温度減速比等の理論計算結果と静水中および流体中への水平温水噴流の実測値を比較し

た。福岡ら<sup>6)</sup>は、二次元の固-液混相水平噴流の流速分布、濃度分布、主流と混入物の中心軌跡等を測定し、沈降性砂粒子が主流に及ぼす効果、主流と砂粒子の分離機構について実験的検討を行った。

本研究は、砂粒子を有する河川水が貯水池に流入するとき、流体と砂粒子がそれぞれどのようにふるまうかについて基本的な理解を得ることを目的とする。このため、二次元液-液水平密度噴流と固-液混相水平噴流の実験を行い、あわせて理論的な検討を行った。液-液水平密度噴流は、固-液混相水平噴流において砂粒子の沈降および系からの離脱がない流れであり、粒子の沈降性を除くと一般的には、固-液混相水平噴流と類似の流動様式をとる。固-液混相水平噴流に特有の砂粒子の沈降と系外への離脱は、噴流の流速分布および濃度分布をひずめる要因となる。したがって、砂粒子の含有および沈降の影響を明確にするために、液-液水平密度噴流の詳細な実験を行い、これを固-液混相水平噴流の実験結果<sup>6)</sup>と比較検討を行った。これらの検討をもとに、固-液混相水平噴流の以下の項目について理論計算を行い実測値と比較した。

- ① 主流の中心軌跡
- ② 砂粒子の中心軌跡
- ③ 最大流速の流下方向変化
- ④ 最大濃度の流下方向変化
- ⑤ 濃度分布
- ⑥ 砂粒子の離脱量と堆砂形状

噴流が噴出口からある程度流下した箇所に、規則的な大きなスケールの渦が観察される。このような大規模渦は噴流の広がりを考えるうえで重要であり、周囲水の混入に支配的な影響を及ぼす<sup>7)</sup>。近年、測定法や可視化法の進歩により、流れの中の大規模渦の研究が精力的に行われ、多くの知見が得られてきた<sup>8)~10)</sup>。二次元噴流中の大規模渦について、福岡ら<sup>7)</sup>は可視化法と乱れの直接測定により、平均的特性および大規模渦の合体機構を調

\* 本研究の一部は、文献 6) で発表済みであるが、その後の成果を加え取りまとめたものである。

\*\* 正会員 Ph.D., 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 工修 北海道開発局石狩川開発建設部

\*\*\*\* 正会員 工修 電力中央研究所(当時・東京工業大学大学院学生)

べ、大規模渦が混入に果たす役割を明確にした。

二次元水平密度噴流の上側界面では主流の重い流体の上に軽い周囲水が存在し密度流的に安定であり、下側ではその逆の位置関係で密度流的に不安定である。また、密度差のため主流は流下するにつれ徐々に鉛直方向に曲げられ、噴流中心軸をはさんで上側と下側の噴流界面の曲率が異なる。このように、上下界面に現われる密度差および幾何学的非対称性が、界面に生じる大規模渦に影響を与え、それらは異なる特性を示すと考えられる。そこで、二次元水平密度噴流の界面付近に生じる大規模渦を、可視化法を用い、鉛直噴流のそれと比較しながら<sup>7)</sup>、大規模渦の周期、スケール、合体機構等の諸特性を検討した。

## 2. 液-液水平密度噴流

### (1) 密度噴流の平均的特性

#### a) 実験装置と測定方法

実験装置を 図-1 に示す。用いた水槽は長さ 10 m、深さ 2 m、幅 0.4 m の片面ガラス張り鋼製水槽である。水槽の中央部 4 m 区間の奥行きを仕切板で 10 cm に縮め、その中央部に幅  $B_0=0.3$  cm、奥行幅  $W=10$  cm の断面をもつ二次元スリットを取り付けた。仕切板の両端は開いており、水の通過は自由である。したがって、水槽全体が貯水槽の役目を果たし、噴流によって水槽内に認め得る回転流は生じなかった。噴流によって水槽内に認め得る回転流は生じなかった。噴流によって水槽内に認め得る回転流は生じなかった。噴流によって水槽内に認め得る回転流は生じなかった。

用いた座標系を 図-2 に示す。ここで、 $X$ ：水平軸、 $Y$ ：鉛直軸、 $S$ ：噴流中心軸、 $n$ ： $S$ 軸に直角にとった座標軸、 $\theta$ ： $S$ 軸と $X$ 軸とのなす角度、 $B_0$ ：ノズル幅、 $U_0$ ：ノズル出口流速、 $\Delta\rho_0$ ：ノズル出口密度差、 $\rho_0$ ：周囲水密度、 $U_m$ ：最大流速、 $\Delta\rho_m$ ：最大密度差である。

主流軸上の  $S=25, 45, 65$  cm の断面で流速分布、および密度分布を測定した。平均流速は、フォトランジスタ付プロペラ流速計（プロペラの直径 5 mm）により測定した。測定間隔、測定時間は、大規模渦の変動周期を考慮して、それぞれ 50 ms、100 s とした。平均密度は、サイホンで 200~600 cm<sup>3</sup> 取水し、重量濃度を求め、それを密度に換算した。噴流の二次元性を確認したうえで、表-1 に示す実験条件で測定を行った。内部フルード数は、

$$F_{r0} = \frac{U_m}{\sqrt{(\Delta\rho_m/\rho_0)g \cdot B_0}}$$

で定義する。

#### b) 実験結果と考察

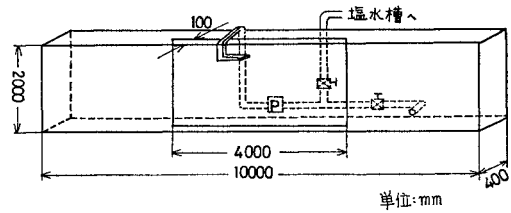


図-1 実験装置

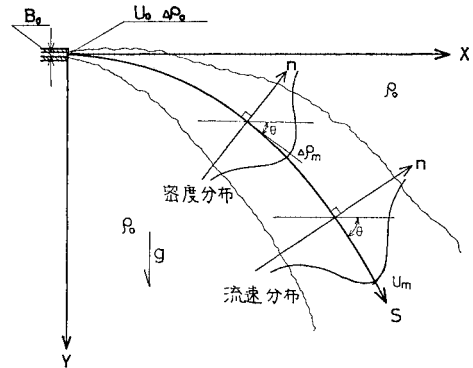


図-2 座標系

表-1 液-液水平密度噴流の実験条件

Run No.	噴出口での条件			
	内フルード数 $F_{r0}$	流量 $Q_0$ (cm <sup>3</sup> /s)	流速 $U_0$ (cm/s)	密度差 $\Delta\rho_0$ (g/cm <sup>3</sup> )
Run 1	26	200	66.7	0.0224
Run 2	33	200	66.7	0.0139
Run 3	48	300	100.0	0.0148
Run 4	103	500	166.7	0.0089

#### ① 流速分布

水平密度噴流の流速分布を 図-3 に示す。図中の実線は Kotsovinos ら<sup>11)</sup>が測定した鉛直密度噴流の流速分布であり、 $\bar{u}(s, n)/U_m(s, 0) = \exp[-\ln 2 \cdot (n/b_u)^2]$  で表現できる。本実験値も、ほぼ上述の式で近似できるが、流下するにつれてしだいに尖った分布形になる。これは流下につれて、密度差による重力効果が移流効果に比して相対的に大きくなり流速が速減していくためである。

中心軸の上下の流速分布を比較すると、 $S/B_0=83$  では慣性力が卓越しているためほぼ対称な分布形をなすが、 $S/B_0=150, 217$  では、噴流の上側（図では  $n/S$  の正の領域）は下側より速度勾配が急になり、非対称な分布形となる。この理由は、主流の方向が重力の作用方向と異なるためである。

#### ② 密度分布

密度分布の測定結果を 図-4 に示す。実線は Kotsovinos ら<sup>11)</sup>が測定した鉛直密度噴流の分布であり、ほ

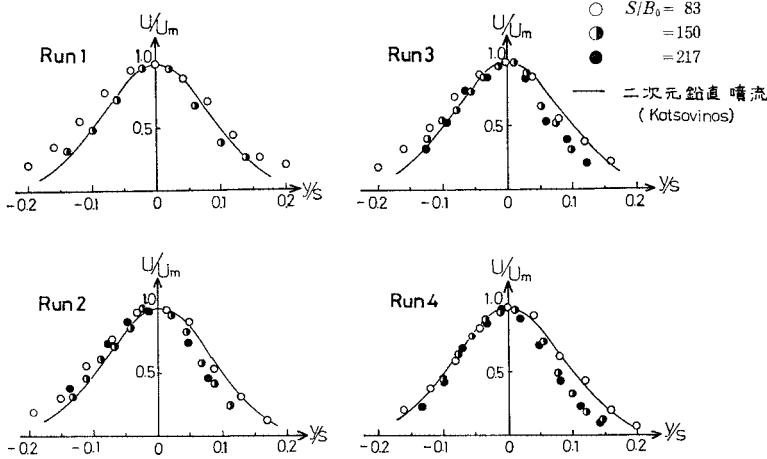


図-3 流速分布

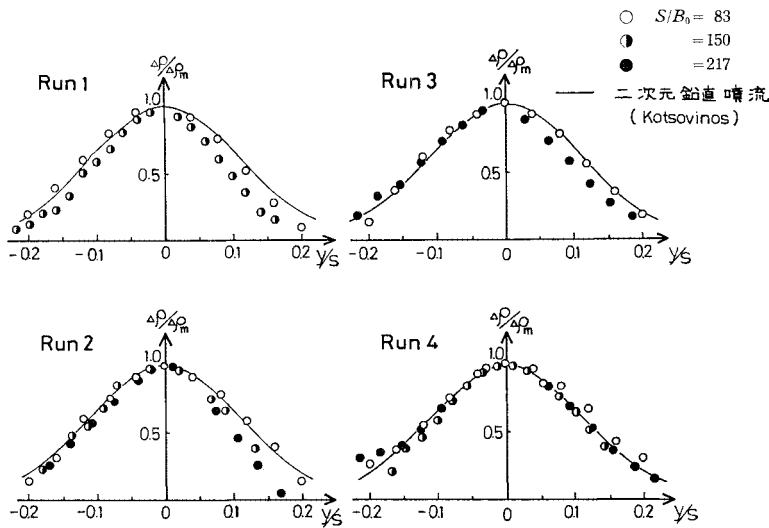


図-4 密度分布

ば  $\Delta \bar{\rho}(s, n) / \Delta \bar{\rho}(s, 0) = \exp[-\ln 2 \cdot (n/b_d)^2]$  のガウス分布で表現できる。密度分布は流速分布と同様に、流下につれ分布形が尖り、噴流の中心軸をはさんで上側の方が下側より勾配が急になる度合が幾分強い。そのため分布形は非対称なものになる。この傾向は、内部フルード数  $F_{r0}$  が小さくなるほど著しい。しかし、密度分布の非対称性は流速分布に比べるとそれほど顕著ではない。これは、運動量（ベクトル量）と混入物（スカラー量）の拡散に果たす大規模渦の役割が異なることに起因するものと考えられる<sup>7)</sup>。

③ 運動量と物質の広がり

運動量と物質の広がりの測定結果を図-5, 6 に示す。広がり幅は、それぞれ各断面の最大流速、および最大密度差の半値半幅  $b_u, b_d$  として定義した。流速分布、密度分布が非対称なため、このような定義は必ずしも適切

とはいえない。しかし、ここでは慣用的な定義に従って議論を進める。水平密度噴流の場合、主流の下側の方が上側よりも広がり勾配が大きく、 $F_{r0}$  数の小さい方が広がり勾配が大きくなる。広がり幅が、このように変化する理由は、 $F_{r0}$  数によって主流の軌跡が著しく変化するためである。当然のことながら、物質の広がり運動量の場合と同様に主流の下側の方に広がりやすい。しかし、上側と下側の広がり差は、運動量の場合よりも小さく、これは分布形の非対称性が小さいことに対応している。図-5 と 図-6 より、運動量と物質の広がりを比較すると、いずれの条件でも物質の方が運動量に比べて拡散されることがわかる。

④ 噴流の中心軌跡

運動量と物質の中心軌跡を図-7 に示す。分離のない液-液水平密度噴流では運動量と物質の中心軌跡は一致している。図中の点線は福岡ら<sup>6)</sup> が行った粒子の性質が無視できるような微細砂を含む混相噴流の最大流速の軌跡である。液-液水平密度噴流でも、粒子の沈降が無視できる噴流とほぼ同じ関係が成立していることがわかる。

(2) 大規模渦の特性

a) 大規模渦の配列と合体

可視化した噴流を連続撮影し、図示したものが 図-8 である。撮影間隔は 2 秒である。この図より、中心軸の左右に異なる回転方向をもつ大規模渦がほぼ交互に存在していることがわかる。福岡ら<sup>7)</sup> は鉛直噴流中の大規模渦の合体機構を実験的に調べた。水平密度噴流でも同様な渦の合体が認められる。図-8 の渦 ① に着目して合体の様子を述べる。渦 ① は流下するにつれて、主流の速度が減少するため移動速度が減少し、後続の渦 ②+③ は (v) 図のように渦 ① に接近する。そのため両方の渦は相互に作用を及ぼしあい、渦 ① は主流の外縁部へ、渦 ②+③ は主流の内部に移動する。渦 ① は主流外縁部の流速の遅い場所に、渦 ②+③ は主流内部の流

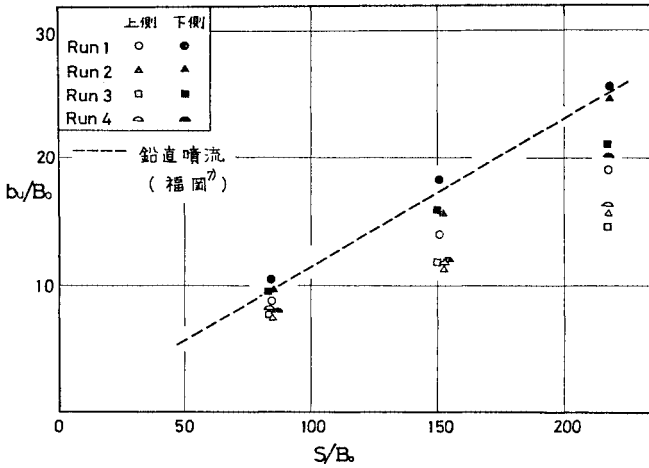


図-5 運動量の広がり

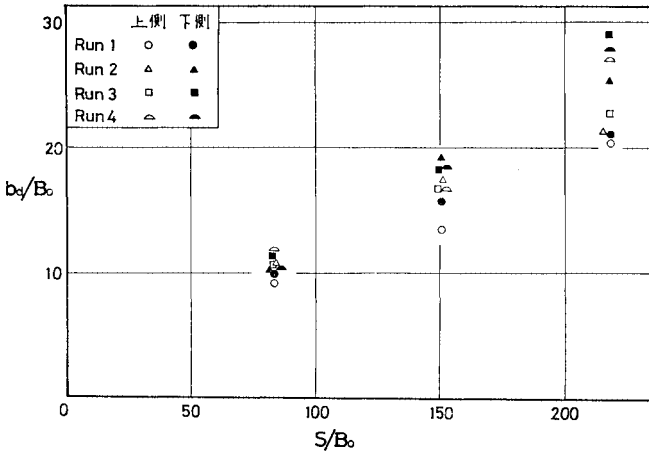


図-6 物質の広がり

速の速い場所へ移動して、さらに両方の渦は接近する。その結果、合体して一つの渦 ①+②+③ [(vi) 図] になる。合体のパターンとしては主流の内側でも同様である。また、十分下流にある内側の渦は、外側の大きな渦の作用を受けて分裂したり、乱れになったりするものもしばしば観察される。

b) 大規模渦の周期

大規模渦の周期は、撮影したフィルムをモーションアナライザーで解析することによって測定した。測定領域は、 $167 < S/B_0 < 433$  である。渦の周期  $T$  と流下距離  $S$  の関係を図-9に示す。いずれの条件でも、周期はほぼ直線的に増加する様子がわかる。福岡<sup>7)</sup>は鉛直噴流中の大規模渦の周期を可視化法と点測定によって調べ、周期が階段状に増加することを示

し、流れの条件が定まると渦の合体は比較的定まった地点で生ずることを指摘した。しかし、後者の実験は測定領域 ( $50 < S/B_0 < 200$ ) が本実験より上流側でなされている。総合的に考えると、渦の合体は、初めはほぼ定まった位置で生じるが、下流に進むに従いどの位置でも生じ得ることになり、その結果、周期はほぼ直線的に増加するものと思われる。

主流の下側と上側の大規模渦の周期を比較すると、下側の渦の周期の方がやや長いことがわかる。この原因は、第1に主流が曲率をもつために渦の間隔が下側で短くなり、渦の合体が生じやすくなり、第2に、下側の渦は上側の渦に比較して小さく弱いので、下側の渦が上側の渦によって変形され破壊されやすくなるためと考えられる。

c) 大規模渦のスケール

図-10は大規模渦のスケール  $L$  と流下距離

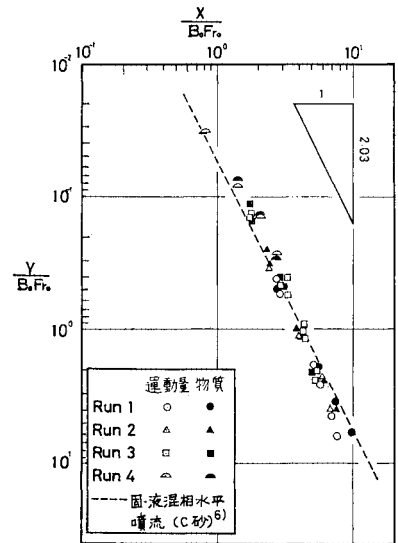


図-7 運動量と物質の中心軌跡

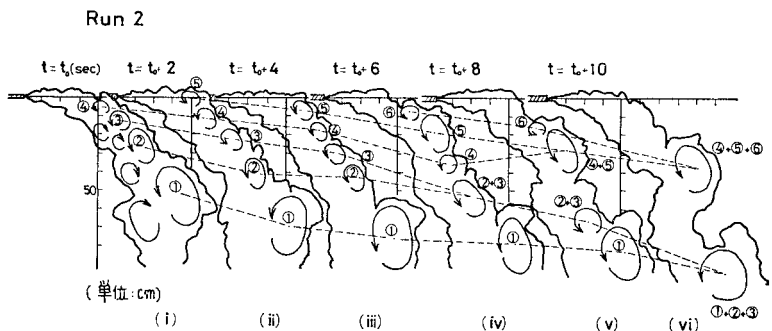


図-8 大規模渦の配列と合体

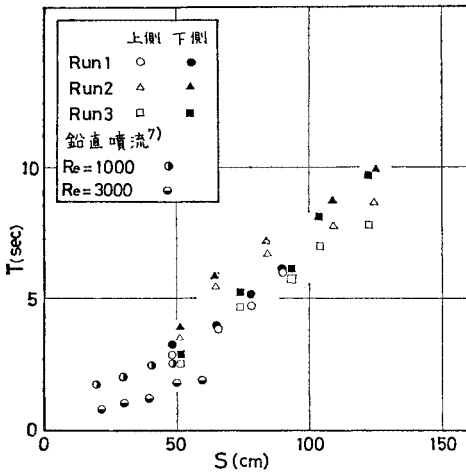


図-9 大規模渦の周期

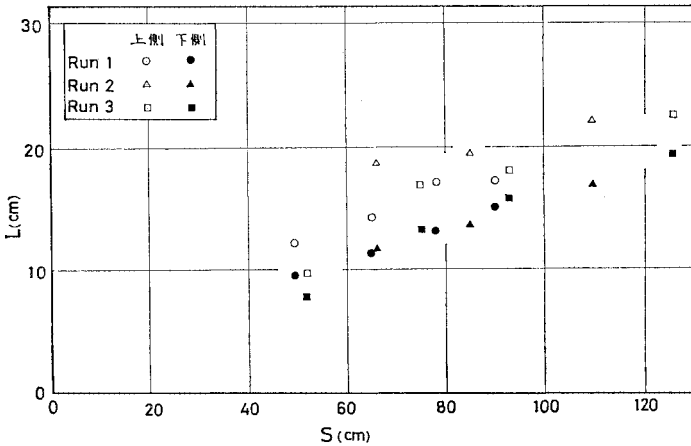


図-10 大規模渦のスケール

離  $S$  の関係を示す。大規模渦のスケールは主流に対し、直角方向に測った長さとして定義する（したがって、渦のスケールは、渦の強さを意味していない）。渦のスケールは、流下とともにしだいに大きくなるのがわかる。上側の渦は下側の渦よりも大きく、1.2~1.5 倍になっている。鉛直噴流中では、大規模渦のスケールはほぼ左右等しい<sup>7)</sup>。渦径の成長割合は主流中への周囲水の混入および主流の流速分布と密接に関連する。曲率をもつ密度噴流では、これらが主流軸に対し非対称となるため上側と下側の渦のスケールに差が生じるものと思われる。さらに、主流に対し密度の小さい周囲水が上に位置するか（上側

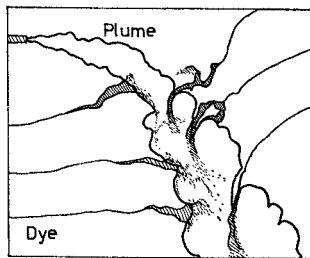


図-11 周囲水の混入と大規模渦

の渦)、下に位置するか（下側の渦）、すなわち、密度流的に安定か不安定かが渦のスケールや周囲水の混入量に強く関連する。この点に関してはさらに詳細な検討が必要である。

d) 周囲水の混入と大規模渦

図-11 は、ローダミンで着色し周囲水とほぼ同一の密度の液体を周囲水中にゆるやかに流入し、主流中への混入の様子を示したものである。着色水は主流の外縁から一様に混入されるというよりも、渦と渦の間から集中的に混入されることがわかる。

このことは、主流の上側では特に明確で、始め周囲水中に放流された染料は、主流の渦運動の影響を受けて斜め下向きに移動する。主流域に近づくや否や、渦と渦の間から染料が筋状になって鉛直方向に急激に混入される。これは、上側の大規模渦はスケールも強さも大きく、大量の周囲水が一度に混入されるためである。

一方、噴流の下側で流した染料は、初め周囲水中をゆるやかに水平方向に移動し、主流中に混入されるや否や混合してしまう。混入した染料は主流全体に広がることはほとんどなく、内側の界面付近に沿って流下する。混入位置は大規模渦の間とは限らず、渦の外縁部の界面でも生じている。これは大規模渦のスケールが小さいばかりでなく、密度差による不安定性のために対流的な小規模の混合が生じているからである。このことは、可視化した噴流の下側界面が上側界面に比して明確でないことからわかる。

3. 固-液混相水平噴流

いままで述べてきた一様な密度をもつ静止流体中に流入する液-液水平密度噴流の性状は、ノズル出口での内部フルード数  $F_{r0}$  によって特性化が可能である。ところが、固体粒子を含有する噴流では、ノズル出口での  $F_{r0}$  数のほかに、固体粒子の性質を示す粒子レイノルズ数  $R_d$  も考慮する必要がある。これらの固体粒子は流体と異なり、流下とともに一部主流域より離脱する。そのために、混入物の濃度 flux は流下につれ減少し粒子を含む主流の鉛直方向の運動量も徐々に減少していく。また、離脱する粒子の沈降によって、主流域の下側の静水中に二次的な流れが生じ、この流れもまた主流および砂粒子の運動に影響を及ぼす。このように複雑な流れである固-液混相水平噴流の特性を理解するため、実験的・理論的に検討する必要がある。著者らの1人は、すでに

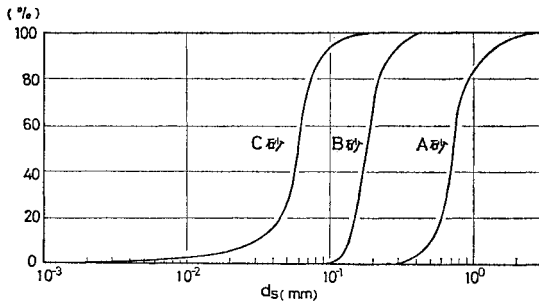


図-12 粒度分布

実験的に検討した成果を発表しているが<sup>6)</sup>、理論解析結果の適合性の検討のため簡単に再記する。

(1) 実験的検討

実験は 図-12 の粒度分布特性をもつ3種類の砂を用い、表-2 に示す条件で行った。ここで、 $Q_f$ ：噴流流体の流量、 $Q_s$ ：混入砂粒子の単位時間当たりの体積

$$F_{r0} = \frac{U_m}{\sqrt{(\rho_s - \rho_0) / \rho_0 \cdot C_m g B_0}}$$

$$R_d = (\omega_0 \cdot d_s) / \nu$$

$F_{r0}$ ：内部フルード数、 $R_d$ ：粒子レイノルズ数、 $\rho_s$ ：砂粒子の密度、 $C_m$ ：最大濃度、 $\omega_0$ ：粒子の沈降速度、 $d_s$ ：平均粒径、 $\nu$ ：動粘性係数

実験装置および方法の説明は、文献 6) に詳細に述べられている。

前述のように、液-液水平密度噴流では主流と混入物の中心軸は一致しており、分布形は中心軸に対してほぼ対称である。ところが、固-液混相水平噴流では主流と混入物との分離が生じるため、分布形の対称性は満足されとは限らない。

図-13 は Run 9 の流速分布および混入物の分布をそれぞれの軌跡にそって示したものである。主流と混入物の軌跡には分離が生じ、両者の分布形は非対称となっている。図-14 は  $F_{r0}$  数を一定として  $R_d$  数を変化させたときの主流および混入物の分布形を示したものである。 $R_d$  数が大きくなるにつれて分布形の対称性が破れていく様子を示している。なお、同図中の実線は二次元鉛直噴

流の流速分布を示す<sup>12)</sup>。主流と粒子の軌跡が分離していく状況を 図-15, 16 に示す。これらより、同一粒子でも  $F_{r0}$  数が小さくなると粒子が主流から分離しやすいたことがわかる。微細砂である Sand C ( $R_d=0.2$ ) の場

表-2 固-液混相水平噴流の実験条件

Run No.	砂の種類	$Q_f + Q_s$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )	$Q_s$ ( $\text{cm}^3/\text{s}$ )	$F_{r0}$	沈降速度 $\omega_0$ ( $\text{cm}/\text{s}$ )	粒子レイノルズ数 $R_d$
Run 5	Sand C	200	1.8	33	0.3	0.2
Run 6		268	2.0	48		
Run 7		500	1.8	130		
Run 8	Sand B	200	2.7	26	2.5	55
Run 9		300	2.7	48		
Run 10		500	2.7	103		
Run 11	Sand A	300	2.7	48	8.7	1050

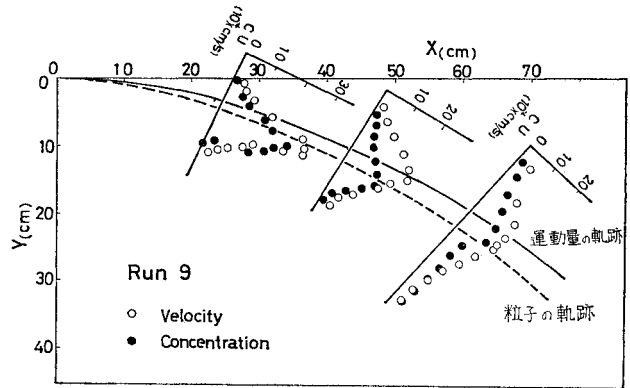


図-13 軌跡沿いに測られた流速および濃度の分布形

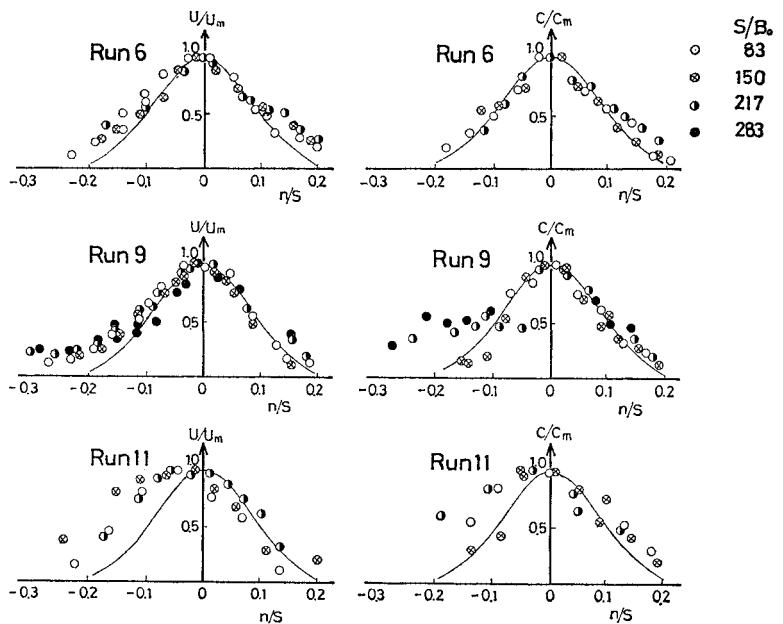


図-14 流速および濃度の分布形

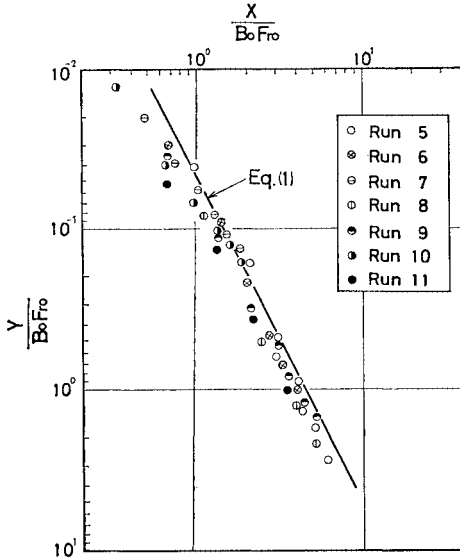


図-15 主流の軌跡

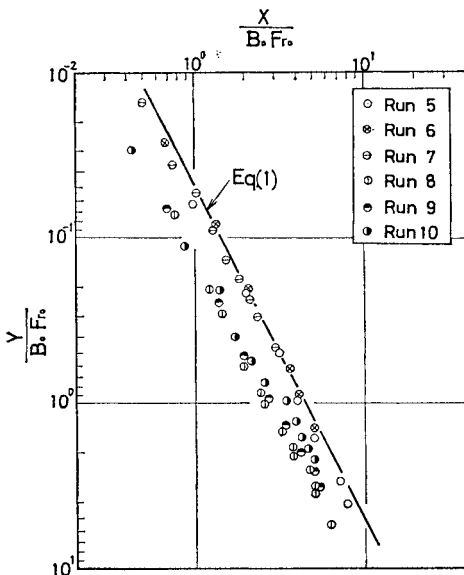


図-16 粒子の軌跡

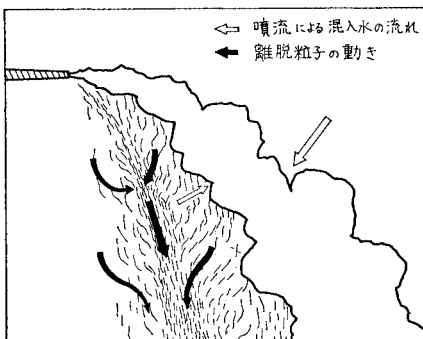


図-17 粒子沈降に伴う二次的な流れ

合には、主流と混入物の分離はほとんどなく、両者の中心軌跡は一致している。しかし、Sand B ( $R_d=55$ ) では、 $F_{r0}$  数が小さくなるにつれて、図-16 に示されるように分離が問題とならない状態(図中の式(1))から離れ、主流および混入物の軌跡が分離し分布形も非対称となり粒子個々の性質を無視し得なくなる。粒子の性質を無視し得る場合の主流および混入物の軌跡は次式で表現できる。

$$\log \frac{Y}{B_0 F_{r0}} = 2.03 \log \frac{X}{B_0 F_{r0}} - 1.27 \dots \dots (1)$$

図-17 は、砂粒子が沈降離脱することによって生じる二次の流れを模式的に示す。二次流は流体の粘性作用の結果であり、沈降粒子濃度が最も高い場所で二次流の集中度が強くなる。二次流の集中は周囲の静止した流れの場を変化させ主流を下向きに引張る。このため、沈降離脱がない場合と比較して、主流の軌跡に差が生じることになる。強い二次流の発生はその付近を沈降する砂粒子をも連行するので、堆砂分布形状にも影響を及ぼすことになる。粒子沈降に伴う二次流は、二次元噴流において特に著しい。

(2) 理論的検討

本節では、固体粒子を含む水平噴流の中心流速、中心軌跡と粒子の濃度分布、中心軌跡を理論的に検討する。座標系は図-2 に示したものをを用い、解析にあたり次の仮定を行う。

- (i) 流れは定常である。
- (ii) 圧力は静水圧分布である。
- (iii) 主流では境界層近似が成立する。
- (iv) 乱れによる固体粒子の輸送は、平均流による輸送に比して無視できる。
- (v) 粒子間の相互作用および粒子沈降に伴う二次流は無視できる。
- (vi) 平均流速  $\bar{u}(s, n)$  は、ガウス分布で表現できる。

$$\bar{u}(s, n) = U_m(s, 0) \cdot \exp[-\ln 2(n/b_u)^2] \dots (2)$$

流れの場 ( $\bar{u}, \theta, b_u$ ) を計算するために、曲率をもつ場合の乱流境界層方程式を用いる。連続方程式、 $S$  方向運動方程式、 $n$  方向運動方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial n} = 0 \dots \dots (3)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial n} = \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0} \bar{c} g \sin \theta - \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial n} \dots (4)$$

$$\bar{u}^2 \frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0} \bar{c} g \cos \theta + \frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial n} \dots (5)$$

式(3)、(4)、(5)を解くとき積分範囲の取り方が問題となる。範囲を無限にとると、主流から分離した粒子が系外を出ないため、主流に対していつまでも力を及ぼ

すことになる。したがって、主流域から離脱した粒子がその後主流に影響を及ぼさないように積分範囲を有限にとる必要がある。運動量と混入物の分離状況を示す実験結果(図-14, 15, 16)を考慮し、かつ、十分安全側の  $n = \pm a$  ( $a = 3b_u$ ) に範囲を選ぶ。式(3)の両辺を  $n$  について  $-a$  から  $a$  まで積分し、

$$\bar{u}(s, a) = \bar{u}(s, -a), \quad \bar{v}(s, a) = -\bar{v}(s, -a)$$

を考慮すると次式を得る。

$$\frac{d}{ds} \int_{-a}^a \bar{u} dn = 2 \left\{ \bar{u}(s, a) \frac{da}{ds} - \bar{v}(s, a) \right\} \dots (6)$$

右辺の第1項  $2\bar{u}(s, a) da/ds$  は、境界の広がり速度を示す。式(4), (5)を同様に積分するとそれぞれ式(7), (8)となる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \int_{-a}^a \bar{u}^2 dn - 2\bar{u}^2(s, a) \frac{da}{ds} + [\bar{u}\bar{v}]_{-a}^a \\ = \int_{-a}^a \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0} \bar{c} g \sin \theta dn - [\bar{u}'\bar{v}']_{-a}^a \dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{ds} \int_{-a}^a \bar{u}^2 dn = \int_{-a}^a \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0} \bar{c} g \cos \theta dn + [\bar{v}'^2]_{-a}^a \\ \dots (8) \end{aligned}$$

$n = \pm a$  では、平均流速  $\bar{u}$  と乱れ速度成分は無視できる大きさとなる。したがって、式(6), (7), (8)の左辺の積分範囲は近似的に無限大と置き換えてよく、最終的にそれぞれ式(9), (10), (11)となる。

$$\frac{d}{ds} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{u} dn = -2\bar{v}(s, \infty) \dots (9)$$

$$\frac{d}{ds} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{u}^2 dn = \int_{-a}^a \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0} \bar{c} g \sin \theta dn \dots (10)$$

$$\frac{d\theta}{ds} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{u}^2 dn = \int_{-a}^a \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0} \bar{c} g \cos \theta dn \dots (11)$$

混入速度  $\bar{v}(s, \infty)$  は、混入係数  $\alpha$  を導入し<sup>1)</sup>、

$$\bar{v}(s, \infty) = -\alpha U_m(s) \dots (12)$$

とおく。式(9), (10), (11)に式(2), (12)を代入し、 $n/b_u = \eta$ とおくと、それぞれ、

$$\frac{d}{ds} U_m b_u = 2\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \alpha U_m \dots (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} U_m^2 b_u = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\pi}} \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0} g b_u \sin \theta \int_{-3}^3 \bar{c}(\eta) d\eta \\ \dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_m^2 \frac{d\theta}{ds} = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\pi}} \frac{\rho_s - \rho_0}{\rho_0} g \cos \theta \int_{-3}^3 \bar{c}(\eta) d\eta \\ \dots (15) \end{aligned}$$

となる。式(13), (14), (15)に、以下の方法で求める濃度分布  $\bar{c}(\eta)$  を代入すれば、 $U_m, b_u, \theta$  が求まることになる。

次に、濃度分布の決定法を述べる。噴流中の固体粒子の輸送は、主として流体の平均速度と粒子の沈降速度に支配される。すなわち、 $s$  方向速度  $\bar{u}$ 、 $n$  方向速度  $\bar{v}$ 、および沈降速度  $\omega_0$  の合成ベクトル方向に輸送される。

このように考えると、初期の濃度分布が流下とともにどのように変形するかを計算できる。

ここで、主流軸に直角方向の流速  $\bar{v}(s, n)$  は式(3)から、

$$\begin{aligned} \bar{v}(s, n) = -b_u \frac{dU_m}{ds} \int_0^\eta \exp[-\ln 2 \cdot \eta'^2] d\eta' \\ - 2 \ln 2 \cdot U_m \frac{db_u}{ds} \int_0^\eta \eta'^2 \cdot \exp[-\ln 2 \cdot \eta'^2] d\eta' \\ \dots (16) \end{aligned}$$

となる。

図-18に示すように、A断面の粒子はその点での合成ベクトルの方向に運動し、 $\Delta S$ だけ離れたB断面に達するものと仮定する。このとき、A断面における  $n = n_i$  の位置の粒子が  $\Delta S$ の間に沈降する距離  $\delta_i$  は、

$$\delta_i = \frac{\bar{v}_i - \omega_0 \cos \theta}{\bar{u}_i + \omega_0 \sin \theta} \Delta S \dots (17)$$

となる。B断面での無次元濃度分布は、次の手順により求められる。

- (i) A断面での各点 ( $n = n_i$ ) における沈降距離を式(17)より計算する。
- (ii) B断面の  $n = n_j$  に到達するすべてのA断面の  $n_i$  座標を知り、その濃度  $C_{Ai}$  の合計を求める。この操作をすべての  $j$  に対して行う。
- (iii) (ii)より求められたB断面の濃度分布は一般に滑らかな分布とならないため平滑化を行う。その濃度分布を最大濃度で割り無次元分布  $f_B(\eta_i)$  とする。

B断面の最大濃度を  $C_{MB}$  とするとき、各点の濃度は次のように表わされる。

$$C_{Bi} = C_{MB} \cdot f_B(\eta_i) \dots (18)$$

B断面での最大濃度  $C_{MB}$  は、次に示す質量保存式を満たす必要がある。

$$(\bar{u} + \omega_0 \sin \theta) \frac{\partial \bar{c}}{\partial s} + (\bar{v} - \omega_0 \cos \theta) \frac{\partial \bar{c}}{\partial n}$$

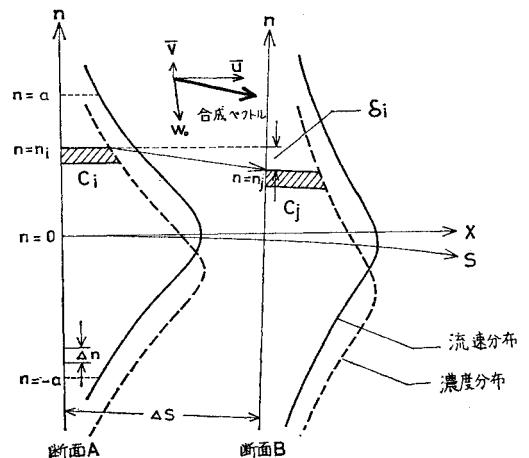


図-18 粒子の移動距離



$$= -\frac{\partial \bar{u}'c'}{\partial s} - \frac{\partial \bar{v}'c'}{\partial n} \dots (19)$$

式 (19) を  $-a \leq n \leq a$  で積分すると次式を得る.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{ds} \int_{-a}^a \bar{c} [\bar{u} + \omega_0 \sin \theta] dn \\ &= \bar{c}(-a) \left[ \bar{v}(-a) - \omega_0 \cos \theta + \omega_0 \sin \theta \frac{da}{ds} \right] \dots (20) \end{aligned}$$

ここで、 $n = \pm a$  では  $\bar{u} = u' = v' = c' = 0$  とし、また粒子の沈降性から  $\bar{c}(a) = 0$  と考えている. 式 (20) の左辺は、主流の濃度 flux の変化率を表わし、右辺のはじめの 2 項は主流から離脱する粒子の濃度 flux, 第 3 項は広がり速度による濃度 flux を示している. 式 (20) に流速分布, 濃度分布を代入すると次式を得る.

$$\begin{aligned} & \frac{d}{ds} [C_m \cdot b_u \{I_2 U_m + I_1 \omega_0 \sin \theta\}] \\ &= C_m \cdot f_A(-k) \left[ \bar{v}(-a) - \omega_0 \cos \theta + k \omega_0 \sin \theta \frac{db_u}{ds} \right] \dots (21) \end{aligned}$$

ここで、

$$\bar{u}(\eta) = U_m \cdot g(\eta) \dots (22)$$

$$g(\eta) = \exp[-\ln 2 \cdot \eta^2] \dots (23)$$

$$I_1 = \int_{-k}^k f d\eta \dots (24)$$

$$I_2 = \int_{-k}^k f g d\eta \dots (25)$$

$$k = a/b_u \text{ (計算では } k=3 \text{ を用いた)} \dots (26)$$

である. 2 断面の濃度分布が既知であるので, B 断面での最大濃度  $C_{mB}$  は式 (21) により求めることができる.

次に、各地点での堆砂量について考察を行う. 式 (20) の右辺の第 1, 2 項は、検査面の外側に離脱する濃度 flux を示すことはすでに述べた. 各地点での堆砂量が、この離脱する濃度 flux に比例すると考えれば、単位床面積, 単位時間当たりの堆砂量  $S_d$  は、

$$S_d(s) = \frac{D_f(s)}{\cos \theta} \dots (27)$$

ここで、

$$D_f = \bar{c}(-a) [\bar{v}(-a) - \omega_0 \cos \theta]$$

である.  $S_d$  を最大堆砂量で無次元化し、 $S_d^*$  とする.  $S_d^*$  は次式で表わされる.

$$S_d^*(s) = \frac{S_d(s)}{\text{Max}[S_d(s)]} \dots (28)$$

計算の手順は次のとおりである. まず、ノズル出口での初期濃度分布  $C_0(\eta)$ ,  $U_{m0}$ ,  $b_{u0}$ ,  $\theta$  を与える. これらの初期値を式 (13), (14), (15) に代入し、差分法を用いて第 1 断面での  $U_{m1}$ ,  $b_{u1}$ ,  $\theta_1$  を求める. 第 1 断面の濃度分布  $C_1(\eta)$  は、式 (16), (17), (18), (21) より決定される. 堆砂量  $S_d^*$  は式 (27), (28) より計算される.

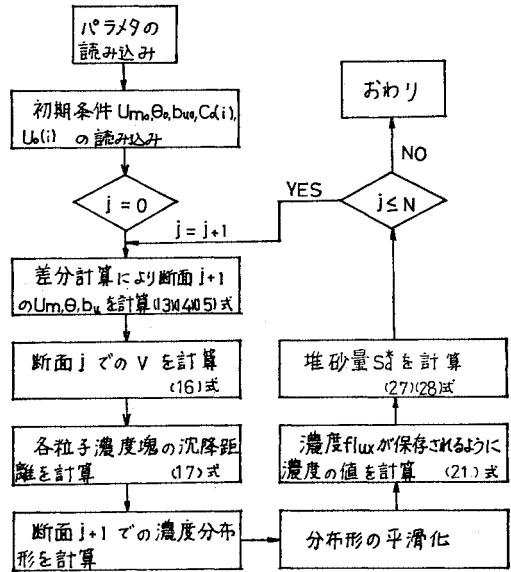


図-19 フローチャート

同様の操作を第 2, 3, ... 断面に対して行うと任意の流下距離  $s$  に対する  $U_m$ ,  $b_u$ ,  $\theta$ ,  $C(\eta)$  が求まる. 計算手順のフローチャートを 図-19 に示す.

### (3) 解析結果と考察

解析は 3. (1) で述べた固-液混相水平噴流の実験に対応した条件で行った. 混入係数  $\alpha$  には 0.05 を用いる. ノズル出口での初期濃度分布は、矩形分布を仮定している.

図-20 は、粒子の沈降分離を伴う B 砂を含む噴流の、主流と粒子の中心軌跡、および無次元堆砂量  $S_d^*$  についての実測と理論の比較を示す. 主流と粒子の中心軌跡の計算値は、実測軌跡に比して曲がりの度合いは若干小さいが、適切に説明している. 砂粒子の堆積についても、理論値の適合性はよいといえる. 図-21 に濃度分布の理論値と実測値を示す. 流下距離が大きくなるほど、分布の最大値がしだいに下側に移動し、非対称になってく

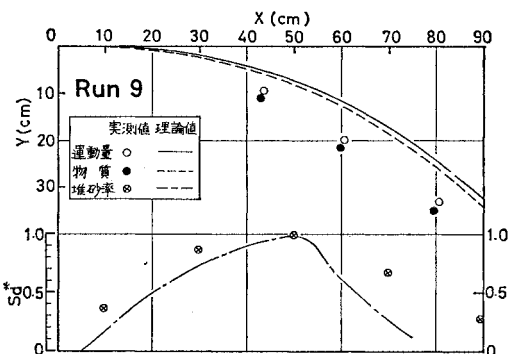


図-20 中心軌跡と堆砂分布

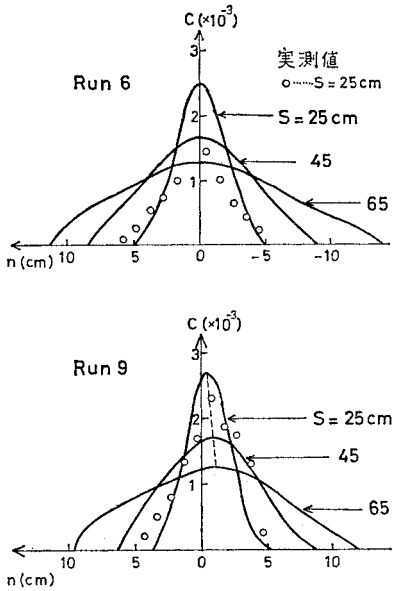


図-21 濃度分布

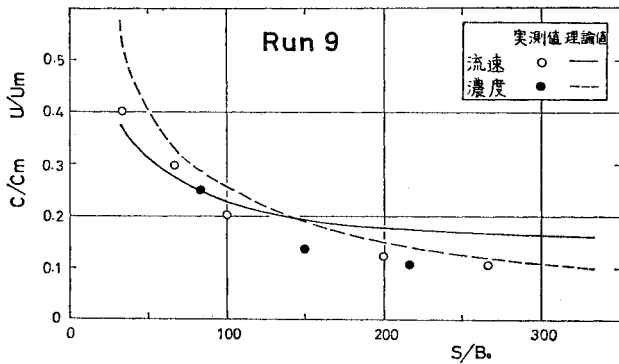


図-22 最大流速，最大濃度の遞減

の様子をみる事ができる。最大流速，最大濃度の流下方向変化を 図-22 に示す。両者とも，流下距離が大きくなると実測値よりも大きな値を示している。

計算値と実測値に若干の差異が生じる主要な原因は2つ考えられる。第一は，濃度分布の計算方法に起因している。すなわち，濃度  $\bar{c}$  の粒子が2断面間を移動する間に沈降する距離  $\delta_i$  は式 (17) で与えられる。したがって，計算上は流速の違い主流外縁部に存在する粒子は  $\bar{u}$  が非常に小さく，噴出初期には  $\theta$  も小さいため， $\delta_i$  が非常に大きくなり，1つの計算ステップの間に系外に出てしまう。このため主流を曲げる役割を果たす粒子の量が実際より少なめになり，流速，濃度の下流への遞減率が小さくなる。計算間隔  $\Delta S$  を小さくすれば，この問題を解決することができるが，計算時間が  $\Delta S$  の取り方に反比例して増大する問題が残る。第二の原因は，前述のように流出口付近で多量の砂粒子が集中して沈降する

ため周囲水中に下向き二次流が生じ，この二次的流れが主流を下に引張ることになる。二次流の効果は理論では考慮されていないため，中心軌跡が理論より下側に出る。これら2つの理由に比較すると影響は小さいが，以下の理由も考慮されるべきであろう。本解析では，粒子の沈降速度  $\omega_0$  を一定と仮定した。実際には，噴出口付近ではほぼ  $\omega_0=0$  であり，流下するにつれて徐々に速度を増し，最終的にある一定値  $\omega_0$  に近づく。また，粒子の輸送には平均速度のほかに乱れ速度も影響する。以上述べた4つの問題点を考慮に入れた解析を行うことができれば，理論は実測値をさらに合理的に説明することが可能となるであろう。

#### 4. 結 論

本研究は，液-液水平密度噴流と固-液混相水平噴流の特性を調べ，両者の違いを比較しつつ，流れの中での固体粒子の挙動と役割，曲率をもつ密度流の特性，および大規模渦について明らかにしようと試みたものである。

本研究で得られた主要な結果を次に記す。

- (1) 液-液水平密度噴流の流速分布，密度分布は流下するにつれて分布の相似性が崩れ徐々に尖った分布形になっていく。この傾向は主流中心軸をはさんで上側の領域の方が下側より著しい。
- (2) 主流が曲率をもつ領域の大規模渦は，主流中心軸の上側と下側とでは特性が異なる。上側では下側より，大規模渦の周期は短くスケールは大きい。

この主な原因は次のように考えられる。その第1は，主流が曲率をもつので，渦間隔が主流の下側の方が上側より短くなり，渦の合体が生じやすい。第2は，主流の上側では密度の大きい主流の上に密度の小さい周囲水があり比較的流れが安定していて大規模渦は成長しやすいが，下側ではその逆のため流れが不安定となり渦は成長しにくくすぐに崩れてしまうためと考えられる。

(3) 大規模渦は合体機構を可視化によって明らかにした。また，主流中心軸の上側と下側とで周囲水の混入様式が異なることを観察し，その原因について考察した。

(4) 固体粒子を含んだ水平噴流を実験によって検討し，固体粒子の沈降と主流からの離脱状況，それらによって生じる二次流，濃度分布，流速分布の非対称性を明らかにした。

(5) 二次元解析により固体粒子を混入した水平噴流

について、粒子の輸送と広がり の定式化を行った。計算結果は、実測の濃度分布、軌跡、堆砂分布等をかなりの精度で説明できる。しかし、本解析は粒子沈降による二次流を考慮しておらず、粒子の粒径が大きい場合、内部フルード数が非常に小さい場合には問題が残されている。

本研究の一部は、昭和 53 年度文部省科学研究費一般研究 (C) (周囲水の混入および運動量、物質の拡散に果たす大規模渦の水理学的役割) の補助を受けた。記して、謝意を表する。

#### 参 考 文 献

- 1) Morton, B.R., G.I. Taylor and J.S. Turner : Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources, Proc. Roy. Soc., Ser. A, 234, 1956.
- 2) Carstens, T. and Rao. U.M. : Sediment-laden submerged horizontal jet, 14th Congress of I.A.H.R. Paris, 1971.
- 3) Fox, G. : Forced plume in a stratified fluid, J.G.R., Vol. 75, No. 33, Nov. 20, 1970.
- 4) Hirst, E. : Buoyant jet discharged to quiescent stratified ambients, J.G.R., Vol. 76, No. 30, Oct., 1971.
- 5) 片野尚明・和田 明 : 水域中における温噴流の拡散過程, 第 20 回水理講演会論文集, pp. 440~441, 1975.
- 6) 福岡捷二・吉川勝秀・佐藤郁太郎 : 静水中に流入する固-液混相の水平噴流について, 第 21 回水理講演会論文集, 1977.
- 7) 福岡捷二・佐藤郁太郎 : 二次元噴流中のオーガナイズド・モーションの構造とその水理学的役割, 土木学会論文報告集, 第 277 号, 1978.
- 8) Brown, G.L. and A. Roshko : On density effects and large structure in turbulent mixing layers, J.F.M., Vol. 64, Part 4, 1974.
- 9) Winant, C.D. and F.K. Browand : Vortex pairing, The mechanism of turbulent mixing layer growth at moderate Reynolds Number, J.F.M., Vol. 63, Part 2, 1974.
- 10) 室田 明・中辻啓二・長谷川端明 : 三次元水平密度噴流における乱れの間歇性に関する研究, 第 22 回水理講演会論文集, 1978.
- 11) Kotsovinos, N. : Plane turbulent buoyant jet Part 1, J.F.M. Vol. 81, Part 1, pp. 25~44, 1977.
- 12) 吉川秀夫・福岡捷二・吉川勝秀 : 流体と固体粒子の相互作用に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 260 号, 1977.

(1979.11.30・受付)