

最大荷重設計による2軸対称プレート・ ガーダーの最適化

OPTIMIZATION OF SYMMETRIC PLATE GIRDERS USING MAXIMUM LOAD DESIGN

長谷川 彰夫*・小 桜 義 隆**・松 浦 聖***

By Akio HASEGAWA, Yoshitaka KOZAKURA and Sei MATSUURA

1. ま え が き

現在、構造物、構造要素の最適設計に関する研究では最小重量設計そしてその発展としての最小費用設計が中心である¹⁾。その場合、重量または費用が目的関数となり、応力や変形に関する設計条件が不等式制約条件となる。目的関数および制約条件は独立変数である幾何学量(断面寸法など)に関して非線形であり、最適化の手法としてはSUMT法やSLP、可能実行法等いわゆる非線形計画法^{2),3)}を適用しなければならない。

しかし、不等式制約条件を持つ一般の非線形計画法は線形計画法の場合と異なり、汎用的な解法を見つけることは難しく、一般には、非常に複雑な計算が要求される場合が多い。

最小重量設計による定式化で生ずるそのような必然的な最適化計算の負担をできるだけ避けたいという考えから、最適構造設計としてのまったく別な定式化を長谷川、Hall、Lindは提案し、冷間加工溝形はりの最適設計に適用を試みたり⁴⁾。

この新しい定式化は、最小重量設計の逆を考え、重量一定のもとに適用可能荷重を最大にすることによって最適化を行うというものであるが、その論文では定式化が概念的であり、重量一定の条件の導入にもあいまいさがあった。本研究では、その定式化を発展、一般化し、最小重量設計との関連について新たに言及する。それにより、最小重量設計では不等式制約条件を持つ最適化問題となるのに対し、最大荷重設計は制約条件なしの最適化問題となることを明らかにする。

プレート・ガーダー構造の最適設計に関する研究はすでに多く^{5)~7)}、優れた成果も見られるが基本的には最小

重量設計による定式化であり、座屈特性に対する配慮も一般化されていないこともあって、必ずしも十分なものとはなっていない。

最大荷重設計による最適化の応用例として、本研究では、プレート・ガーダーの最適化を取り上げる。定式化においては、規定関数や構造解析関数などを定義して、最適化以前の条件となる設計基準と構造解析の手法を明確に分離してとらえる。パラメトリックな無次元化処理を行って、定式化を工夫するとともに、最適化における一般性が確保できるように試みる。

現行の道路橋示方書⁸⁾が採用しているような最大幅厚比を規定した場合の最適化と設計基準を一般化して板要素の局部座屈崩壊を考慮した場合の最適化を実施する。前者は、最大荷重設計の応用例として最も簡単な1変数関数の極値問題となり、後者は多変数関数の極値問題として定式化される。

最適化の数値計算をもとに、最適化の問題点およびプレート・ガーダーの設計に関し、可能な範囲で工学的な検討を行う。

2. 最大荷重設計による最適化の概念

最適設計の基本アルゴリズムを考えるために次のような物理量を定義する。状態 j は設計上検討の必要ある設計事項(応力、変形、座屈など)である。設計関数 D_j は状態 j に関して構造要素の挙動を表わす量(与えられた荷重に対して計算された応力など)である。規定関数 C_j は、特定の設計基準によって状態 j に対して与えられる制限値(許容応力、耐荷力など)である。 n 個の設計事項に対して満足すべき設計とは次の条件で与えられる。

$$D_j \leq C_j \quad (j=1, 2, \dots, n) \dots\dots\dots(1)$$

一般に関数 D_j, C_j は適用荷重 P 、構造要素の幾何学的変数 $X=(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 、材料定数 Y に依存する。

* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 (株)横河橋梁製作所 設計部

*** 正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部土木工学科

$$D_j = D_j(P, \mathbf{X}, Y), C_j = C_j(P, \mathbf{X}, Y) \dots (2)$$

構造解析関数 A_j を次のように定義する。

$$A_j \equiv D_j/P \dots (3)$$

この A_j を用いて状態能力関数 P_j を定義する。

$$P_j \equiv C_j/A_j \dots (4)$$

一般に P_j は式 (2)~(4) から明らかなように、荷重 P 、幾何学的変数 \mathbf{X} 、材料定数 Y の関数である。

$$P_j = P_j(P, \mathbf{X}, Y) \dots (5)$$

式 (1), (3), (4) より、 n 個の設計事項に対して満足すべき設計とは、

$$P \leq P_j \quad (j=1, 2, \dots, n) \dots (6)$$

で与えられる。

このアルゴリズムで注意すべきことは、第1に、線形解析を基本とする設計計算にあつては式 (2) の規定関数 C_j と式 (3) の構造解析関数 A_j とともに荷重 P の値には無関係な関数となり、したがって、式 (4) の状態能力関数 P_j の荷重 P に対する依存度はなく、

$$P_j = P_j(\mathbf{X}, Y) \dots (7)$$

で与えられることである。設計計算に非線形解析が適用されたり (この場合 $A_j = A_j(P, \mathbf{X}, Y)$ となる)、設計基準にたとえば有効幅の概念が導入されたり (この場合 $C_j = C_j(P, \mathbf{X}, Y)$ となる) すると状態能力関数 P_j は式 (5) に与えるように荷重 P を変数に含むが、この場合でも実用設計の領域では依存度は少なく、擬似線形性を保つことが期待できる。

第2に、状態能力関数 P_j を与える規定関数 C_j と構造解析関数 A_j は最適アルゴリズムには無関係で、式 (4) に示すようにそれぞれ、設計基準、構造解析手法の選択により分離して与えられる。このような特質を持つ状態能力関数 P_j を導入することによって構造設計が式 (6) で記述されることを考慮し、最適化のアルゴリズムを考える。ここで簡単のため、材料定数 Y は最適化の変数として取り扱わないこととする。

最適設計の手法として通常行われている一定荷重のもとでの最小重量設計は、式 (6) を用いて次のように記述できる。構造物の重量を $W(\mathbf{X})$ として

$$\left. \begin{aligned} W_{\min} &= \text{Min}_{\mathbf{X}} W(\mathbf{X}) \\ \text{subject to } P &\leq P_j(\mathbf{X}) \quad (j=1, n) \\ P &= \text{const.} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

ここで幾何学的変数 $\mathbf{X} \geq 0$ である。式 (8) は周知のように非線形の不等式制約条件 $P \leq P_j(\mathbf{X})$ のもとに非線形の目的関数 $W(\mathbf{X})$ を最小化する典型的な非線形計画法の問題となる。

式 (6) の設計条件と式 (7) の関数関係を考慮して、最適設計の新しい手法を考える。式 (6) の条件がすべての状態 j に関して成立することは、次のように荷重 P を定義することと等価となる。

$$P = \text{Min}_j P_j(\mathbf{X}) \dots (9)$$

すなわち、適用荷重 P は状態能力関数 P_j の j に関する最小値に等しい。一定の荷重のもとで重量を最小にする最小重量設計の命題に対する双対的命題として、一定の重量のもとで適用荷重を最大にすることを構造最適化の基準に考える。これを最大荷重設計とよぶ。

最大荷重設計は式 (9) を用いて次のように表現できる。

$$\left. \begin{aligned} P_{\max} &= \text{Max}_{\mathbf{X}} \{ \text{Min}_j P_j(\mathbf{X}) \} \quad (j=1, n) \\ \text{subject to } W(\mathbf{X}) &= \text{const.} \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

ここで、 $W(\mathbf{X}) = \text{const.}$ の条件を用い、 m 個の独立変数 (x_1, x_2, \dots, x_m) から1つの独立変数を消去し、 $(m-1)$ 個の独立変数 $\mathbf{y}(y_1, y_2, \dots, y_{m-1})$ に変換することによって式 (10) の表現は次のように簡単化される。

$$P_{\max} = \text{Max}_{\mathbf{y}} \{ \text{Min}_j P_j(\mathbf{y}) \} \quad (j=1, n) \dots (11)$$

$W(\mathbf{X}) = \text{const.}$ による \mathbf{X} から \mathbf{y} への独立変数の変換では、最初に \mathbf{X} の独立変数のうち、たとえば、 $x_m = \text{const.}$ が $W(\mathbf{X}) = \text{const.}$ と等価になるように x_m を選んでおけば、 \mathbf{y} として $\mathbf{y} = (x_1, x_2, \dots, x_{m-1})$ を用いることができる。

最大荷重設計のアルゴリズムを与える式 (11) は、多変数関数 $\text{Min}_j P_j(\mathbf{y})$ の独立変数 \mathbf{y} に関する単なる極値問題であり、制約条件を基本的には持たない。式 (8) の最小重量設計の表現 (制約条件を持つ非線形最適化問題) と式 (11) の最大荷重設計の表現 (制約条件なしの非線形関数の極値問題) を比較すると、構造最適化の手法としての最大荷重設計はアルゴリズムの上で簡略化され、優れていることがわかる。

具体的には、最適化の対象となる構造物または構造要素の解析手法、および適用する設計基準が決まると、構造解析関数 A_j 、規定関数 C_j が計算され、式 (4) より状態能力関数 P_j が求められる。式 (11) に与える最大荷重とは Fig. 1 に示すように、 $P = P_j (j=1, n)$ で与えられる境界のすべての j に関する下領域の独立変数 \mathbf{y} に関する最大値によって求められる。

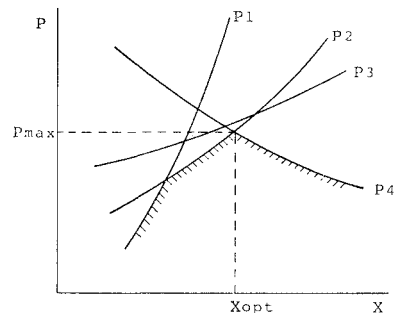


Fig. 1 Maximum Load Design.

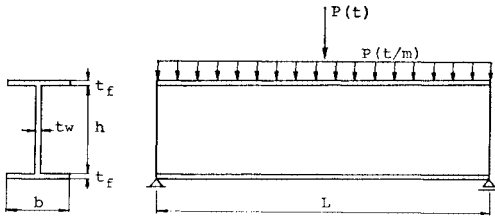


Fig. 2 A Symmetric Plate Girder.

3. 2軸対称プレート・ガーダーに対する適用

Fig. 2 に示すように、単純支持された等分布または中央集中荷重を受ける2軸対称で等断面のプレート・ガーダーを考える。このとき、状態能力関数 P_j と幾何学的変数 X 、材料定数 Y の間の関数関係式 (7) は、

$$P_j = f_j(b, t_f, h, t_w, L, E, \sigma_y) \dots \dots \dots (12)$$

ここで b, t_f, h, t_w はプレート・ガーダーの断面を決めるフランジ全幅、フランジ厚、ウェブ高、ウェブ厚であり、 L はスパン、 σ_y, E は材料の降伏応力、弾性係数である。

最大荷重設計による最適化を行うにあたり、変数の無次元化が有効である。重量一定のもとでの最大荷重設計という特質と、プレート・ガーダーの断面の力学的特性を考慮したうえで、次のような無次元量を定義する。

$$\left. \begin{aligned} R &= L^2/A = L^2/(2bt_f + ht_w) \\ x_1 &= b/t_f, \quad x_2 = h/t_w, \quad x_3 = A_w/A_{cf} = ht_w/bt_f \\ g_y &= \sqrt{E/\sigma_y} \\ \bar{P} &= P/\sigma_y L \quad (\bar{P} = P/\sigma_y L^2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13 \cdot a \sim f)$$

ここで、 \bar{P} は等分布荷重に対する無次元化であり、() 内は中央集中荷重に対する無次元化である。

この無次元量を用いると、式 (12) の状態能力関数は無次元化されて、次のような関数関係となる。

$$\bar{P}_j = \bar{f}_j(R, x_1, x_2, x_3, g_y) \dots \dots \dots (14)$$

プレート・ガーダーの最適化を、スパン L が与えられたうえで最適断面を求めるという立場からとらえられ式 (13・a) より、重量一定の条件 $AL = \text{const.}$ は $R = \text{一定}$ と等価となる。いま、使用鋼種を与えるものとすれば、式 (13・e) の g_y は一定で一般化された式 (11) の状態能力関数 $P_j(\mathbf{y})$ はこの場合、

$$\bar{P}_j = \bar{P}_{j(R, g_y)}(\mathbf{y}), \quad \mathbf{y} = (x_1, x_2, x_3) \dots \dots \dots (15)$$

で与えられる。したがって、プレート・ガーダーの最適化問題は、一定の g_y, R のもとに、式 (11) より

$$\bar{P}_{\max} = \text{Max}_{\mathbf{y}} \{ \text{Min}_j \bar{P}_j(x_1, x_2, x_3) \} \dots \dots \dots (16)$$

を与える幾何学的無次元量の組 (x_1, x_2, x_3) を探すこととなる。

最大荷重設計によるプレート・ガーダーの最適設計を

許容応力度設計に対して考える。式 (15) の状態能力関数を検討する必要がある状態 j としては、① 横倒れ崩壊を考慮した許容曲げ応力度、② 許容せん断応力度、③ 許容たわみ、④ ウェブのせん断座屈および曲げ座屈崩壊、⑤ フランジの局部座屈崩壊などが考えられる。

以下、現行の道路橋示方書⁹⁾ のように、板要素の最大幅厚比を規定し、局部座屈を防止して最適化する場合、さらに一般化して、局部座屈崩壊を認めて最適化する場合を取り上げ、具体的に検討する。

4. 板要素の最大幅厚比を規定した場合の最適化

(1) 定式化

現行の道路橋示方書では、フランジ、およびウェブの最大幅厚比が、板要素の先行座屈防止の立場から規定されている。この場合、フランジとウェブの幅厚比 $x_1 = b/t_f, x_2 = h/t_w$ はその上限値が規定され、最適断面では、その上限値をとることが力学的に自明である。このとき、式 (15) の独立変数 \mathbf{y} のうち、 x_1, x_2 は許容最大値に固定され、最適化の際の独立変数は $x_3 = A_w/A_{cf}$ 、すなわちウェブと圧縮フランジの面積比のみとなる。したがって、式 (15) の状態能力関数は、

$$\bar{P}_j = \bar{P}_{j(R, g_y, x_1, x_2)}(x_3) \dots \dots \dots (17)$$

となり、最適化問題は、

$$\bar{P}_{\max} = \text{Max}_{x_3} \{ \text{Min}_j \bar{P}_j(x_3) \} \dots \dots \dots (18)$$

という1変数関数の極値問題と簡単化される。この場合、検討の必要のある状態 j は局部座屈崩壊を除外できるため、① 横倒れ崩壊を考慮した許容曲げ応力度、② ウェブの許容せん断応力度、③ 許容たわみの3つ ($j=1, 2, 3$) となる。

このような3つの状態能力関数を求めるに際し、規定関数 C_j 、構造解析関数 A_j の評価が必要となる。無次元化される前のそれぞれの関数を与えておこう。

規定関数としては、現行の道路橋示方書で使用している基本耐荷力式を安全率1.7で割った値を採用する。

1) 許容曲げ応力度

$$C_1 = (\sigma_y/1.7) \{1 - 0.412(\alpha - 0.2)\} \leq \sigma_y/1.7 \dots \dots \dots (19 \cdot a)$$

ここで、

$$\alpha = (2/\pi) \sqrt{3 + A_w/(2A_{cf})} (L/b) \sqrt{\sigma_y/E}$$

ただし、 $L/b \leq \text{const.}$ (SS 41 の場合 30)

2) 許容せん断応力度

$$C_2 = \sigma_y/1.7 \sqrt{3} \dots \dots \dots (19 \cdot b)$$

3) 許容たわみ

$$C_3 = L/500 \dots \dots \dots (19 \cdot c)$$

規定関数 $C_1 \sim C_3$ に対応する構造解析関数 $A_1 \sim A_3$ を求める。単純はりの等分布荷重および集中荷重に対する最大曲げ応力、最大せん断応力および最大たわみを式 (2) の設計関数 D_j とすると、式 (3) で定義される構造解析関数は簡単な計算により次のように求まる。

- 1) $A_1 = L^2/8 W$ ($A_1 = L/4 W$)(20. a)
- 2) $A_2 = L/2 h t_w$ ($A_2 = 1/2 h t_w$)(20. b)
- 3) $A_3 = \frac{5}{384} \cdot \frac{L^4}{EI}$ ($A_3 = \frac{1}{48} \cdot \frac{L^3}{EI}$)(20. c)

ここで、() 内は中央集中荷重に対する値である。

構造解析関数に現われる断面 2 次モーメント I 、断面係数 W は薄肉断面の仮定 ($t_f, t_w \ll b, h$) のもとに次のように近似する。

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{1}{12} h^3 t_w + \frac{1}{2} b t_f h^2 \\ W &= \frac{I}{h/2} = \frac{1}{6} h^3 t_w + b t_f h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

式 (19)、(20) を式 (13) で定義した無次元量を用いて無次元化すると結局、無次元化された規定関数 \bar{C}_j と構造解析関数 \bar{A}_j は次のように与えられる。

$$\bar{C}_1 = C_1/\sigma_y = \frac{1}{1.7} \{1 - 0.412(\alpha - 0.2)\} \leq \frac{1}{1.7}$$

ここで、

$$\alpha = \frac{2}{\pi} \sqrt{3 + x_3/2} \cdot \sqrt{\frac{R(2+x_3)}{x_1}} \cdot \frac{1}{g_y}$$

ただし、

$$\sqrt{\frac{R(2+x_3)}{x_1}} \leq \text{const.}$$

$$\bar{C}_2 = C_2/\sigma_y = 1/1.7 \sqrt{3}$$

$$\bar{C}_3 = C_3/L = 1/500$$

.....(22)

$$\bar{A}_1 = A_1 \cdot L = \frac{1}{8} \left\{ \frac{1}{6} \frac{x_2 x_3}{R(2+x_3)} \sqrt{\frac{x_3}{x_2 R(2+x_3)}} + \frac{1}{R(2+x_3)} \sqrt{\frac{x_2 x_3}{R(2+x_3)}} \right\} \left(\frac{1}{8} \rightarrow \frac{1}{4} \right)$$

$$\bar{A}_2 = A_2 \cdot L = \frac{1}{2} \frac{R(2+x_3)}{x_3} \left(\frac{1}{2} \text{ のまま} \right)$$

$$\bar{A}_3 = A_3 \cdot \sigma_y = \frac{5}{384} \frac{1}{g_y^2}$$

$$\cdot \frac{1}{\frac{1}{12} \frac{x_2 x_3^2}{R^2(2+x_3)^2} + \frac{1}{2} \frac{x_2 x_3}{R^2(2+x_3)^2}} \left(\frac{5}{384} \rightarrow \frac{1}{48} \right)$$

.....(23)

ここで、構造解析関数の () 内の数値の変更は、中央集中荷重に対してである。

このようにして、無次元変数を用いて無次元化された

\bar{C}_j, \bar{A}_j が計算されると、式 (18) の最適化問題における無次元化された状態能力関数は、次のように与えられる。

$$\bar{P}_j = \bar{C}_j / \bar{A}_j \quad (j=1, 2, 3) \dots\dots\dots(24)$$

(2) 数値計算結果と考察

垂直補剛材のみを持つ鋼種 SS 41 ($\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2 = 235 \text{ MPa}$) のプレート・ガーダーが等分布荷重を受ける場合について考える。このとき、式 (17) の無次元パラメーターは、

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= b/t_f = 26, \quad x_2 = h/t_w = 152 \\ g_y &= \sqrt{E/\sigma_y} = 29.6 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

と固定される。ここで、 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ($2.06 \times 10^8 \text{ MPa}$) である。

x_1, x_2 が断面の局部座屈特性を支配する要因であるのに対し、パラメーター $R = L^2/A$ は部材の全体座屈特性を支配する要因と考えることができる。パラメーター R を一般化部材細長比とよぶ。

3 通りの一般化部材細長比 R の値について、式 (18) の $\bar{P}_j(x_3)$ ($j=1, 2, 3$) を計算した結果を Fig. 3 (a) ~ (c) に示す。これは、 $x_3 = A_w/A_{cf}$ の値が変化したときの状態能力関数 \bar{P}_1 (曲げ応力度)、 \bar{P}_2 (せん断応力度)、 \bar{P}_3 (たわみ) の状況を示しており、最大荷重 \bar{P}_{\max} はそれぞれの曲線の下側包絡線の最大値で与えられる。

一般化細長比 R が小さいとき (Fig. 3 (a), $R = 1000$) は曲げとせん断の交点で \bar{P}_{\max} が決定され、 R が中程度のとき (Fig. 3 (b), $R = 5000$) には、曲げのみによって \bar{P}_{\max} が支配される。さらに R が大きく (Fig. 3 (c), $R = 10000$) になると、たわみと固定点間距離制限 ($L/b \leq 30$) で \bar{P}_{\max} が決まる可能性が大きくなる。このことは、短いはりでは、せん断で支配され、長くなると、曲げからたわみで支配されるという事実を表わす。

Fig. 3 (c) に示すように、 R が大きくなると、 L/b の制限値で最適な $x_3 = A_w/A_{cf}$ の値が決まり、その値は、

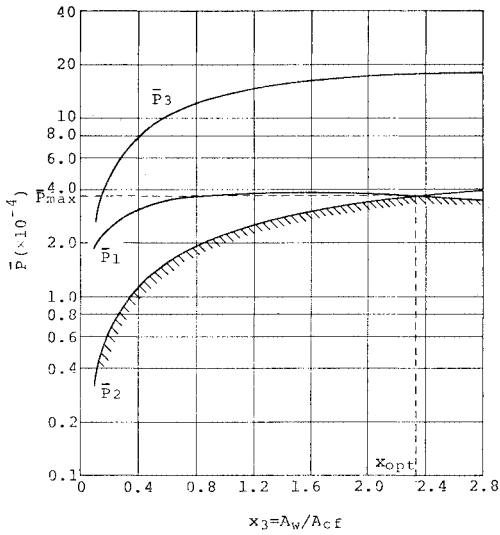
$$L/b = \sqrt{R(2+x_3)/x_1} = 30, \quad x_1 = 26 \dots\dots\dots(26)$$

より、最適化計算と無関係に一定の R に対して一意的に求められる。

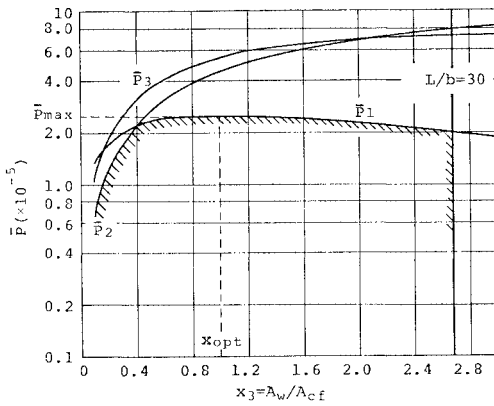
このように、式 (18) による最大荷重 \bar{P}_{\max} は、 $\bar{P}_j(x_3)$ ($j=1, 2, 3$) の下側包絡線の最大値で決定され、その内容を Fig. 3 (a) ~ (c) を用いて説明した。この問題は基本的には、式 (18) に示すように、1 変数関数の最大値を求める問題であり、最適化の手法を用いて簡単に求めることができる。ここでは、成功と失敗のルーチン²⁾を用いて最適計算を行った。成功と失敗のルーチンの適用に際し、許容最大誤差は独立変数 x_3 の $1/1000$

とした。

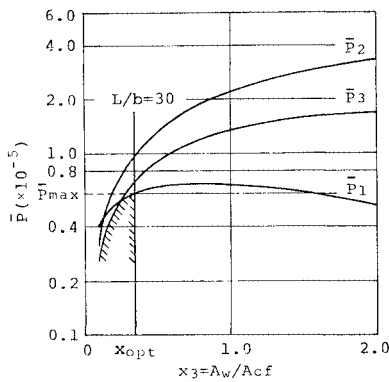
最適計算した最終の結果を Fig. 4~9 に示す。図では、適用し得る最大許容荷重 \bar{P} とそのときの最適な



(a) $R=1000$



(b) $R=5000$



(c) $R=10000$

Fig. 3 Feasible Domains and \bar{P}_{max} (SS41, $x_1 = b/t_f = 26$, $x_2 = h/t_w = 152$, Uniform Load).

般化部材細長比 R および最適面積比 A_w/A_{cf} の関係として示した。適用にあたっては、荷重とスパンおよび鋼種が与えられると式 (13・f) より \bar{P} が決まり、図から最適な R を求めて最小断面積 A を決める。次に下象限からそのときの最適な A_w/A_{cf} を求めてウェブと圧縮フランジの面積比を決定する。この場合はフランジとウェブの幅厚比が規定されているので、以上の手順で最終的に断面が確定する。

Fig. 4 から垂直補剛材のみを持つ $x_2=152$ の場合を用いてプレート・ガーダーの断面を決定してみよう。等分布荷重 4 t/m (39.2 kN/m) を受けるスパン 20 m の単純プレート・ガーダーを鋼種 SS41 を用いて設計する。このとき

$$\bar{P} = P/\sigma_y L = 4/(24\,000 \times 20) = 8.33 \times 10^{-6}$$

Fig. 4 より最適な R と A_w/A_{cf} は次のように読める。

$$R = L^2/A = (20 \times 10^3)^2 / (2bt_f + ht_w) = 9\,000$$

$$x_3 = A_w/A_{cf} = ht_w/bt_f = 0.6$$

これらの値と規定値 $b/t_f = 26$, $h/t_w = 152$ より、最適断面寸法は、

$$b = 66.7\text{ cm}, t_f = 2.6\text{ cm}, h = 124.9\text{ cm},$$

$$t_w = 0.8\text{ cm}$$

と決定される。

Fig. 4 は垂直補剛材を設けなくてもよい無補剛ウェブ ($h/t_w = 70$)、垂直補剛材のみ持つウェブ ($h/t_w = 152$)、

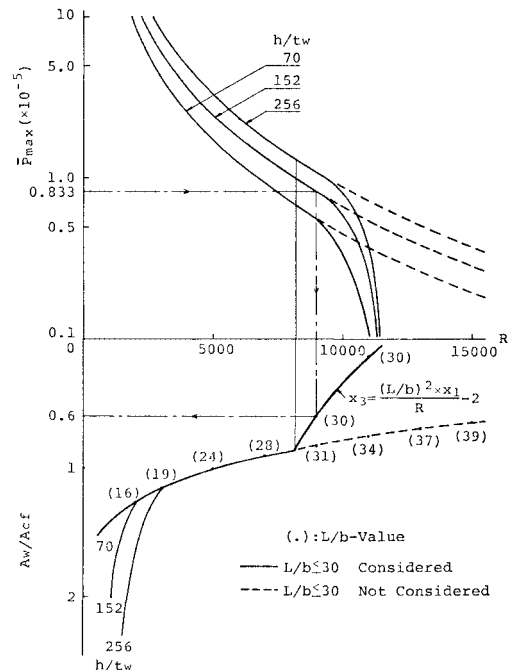


Fig. 4 \bar{P}_{max} , R and A_w/A_{cf} Relations: Stiffening Effects (SS41, $b/t_f = 26$, Uniform Load).

垂直補剛材を持ち、水平補剛材を1本持つウェブ ($h/t_w = 256$) の3つの場合について、最大荷重と最適形状との関係を示す。

道路橋示方書では、フランジの固定点間距離 L/b の制限を使用上の配慮から経験的に与えているが、その制限の有無による最適特性の相違も示した。() 内の数値は、最適断面を与えるときの L/b の値を示す。 R が大きくなったときの実線は $L/b \leq 30$ の条件より最適断面が $L/b = 30$ で決まり、Fig. 3 (c) および式 (26) に示したように、唯一の独立変数であった A_w/A_{cf} さえもその制限から自動的に決定されることを示す。

適用最大荷重の値は補剛材の有無により異なるが、最適面積比 A_w/A_{cf} は R がある値以上になると、補剛材の配置の有無によらず一定である。これは、最適解が Fig. 3 (b) に示すように、曲げのみによって決定されたためであろう。 R の値が小さいとき、 h/t_w の値により最適な A_w/A_{cf} が異なる。 $h/t_w = 70$ のときはすべて曲げにより適用最大荷重が決まっているが、 h/t_w の値が大きくなると、断面の曲げ性能が高まるため、せん断で支配される可能性が大きくなり、 $h/t_w = 70$ のときの A_w/A_{cf} の最適値から分岐する傾向を示す。

R が大きいときの L/b の制限の有無による最適特性の違いも注意されてよい。 $L/b \leq 30$ の制限を設けることにより適用最大荷重が大きく低下する様子から、固定点間距離の制限値の決定に十分な配慮の必要がわかる。

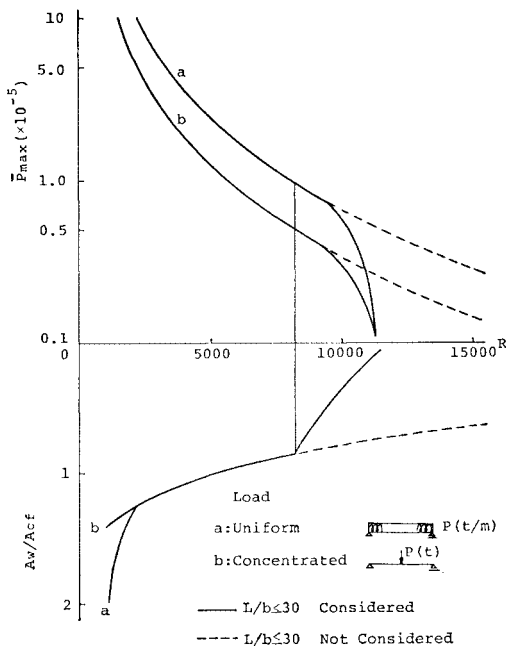


Fig. 5 \bar{P}_{max} , R and A_w/A_{cf} Relations: Loading Type (SS 41, $b/t_f = 26$, $h/t_w = 152$).

Fig. 5 は等分布荷重と集中荷重の場合を比較したもので、得られる最大荷重に相違はあるが、 R が小さくせん断で決まる場合を除き、最適断面は同一であり一般に考えられる荷重の分布性状には最適形状が鈍感であることがわかる。等分布荷重の場合に R が小さいとき、最適な A_w/A_{cf} が分岐しているが、これは、 R が小さいところでせん断によって支配されたためである。集中荷重の場合、 R のほぼ全域で曲げにより最適解が決まっている。これは、集中荷重で曲げモーメントに対し相対的に厳しくなるため、支配される領域が R の小さいところに及ぶためである。

Fig. 6 は、実際の設計と離れて、横座屈をまったく考慮しない場合の結果を考慮した場合と比較したものである。横座屈を考慮しない場合、最適断面を与える A_w/A_{cf} の値は、曲げで決まるとき、簡単な解析計算から明らかのように 2.0 となる⁹⁾ が、 R が非常に小さいときはせん断、大きいときはたわみにより支配され、 A_w/A_{cf} の最適値が変化するのわかる。同図には実際の鉄道橋プレート・ガーダーの標準例の例¹⁰⁾を示す。慣用的に決定されているプレート・ガーダーの R および A_w/A_{cf} の変域を知る参考となろう。

Fig. 7 は、鋼種による最適特性の相違を示す。降伏応力の異なる SS 41 と SM 53 ($\sigma_y = 3600 \text{ kg/cm}^2 = 353 \text{ MPa}$) に対し、最大荷重 \bar{P}_{max} と最適な A_w/A_{cf} が異なるのは当然であろう。無次元化された \bar{P}_{max} の値としては SM 53 の結果が SS 41 での値より小さくなって

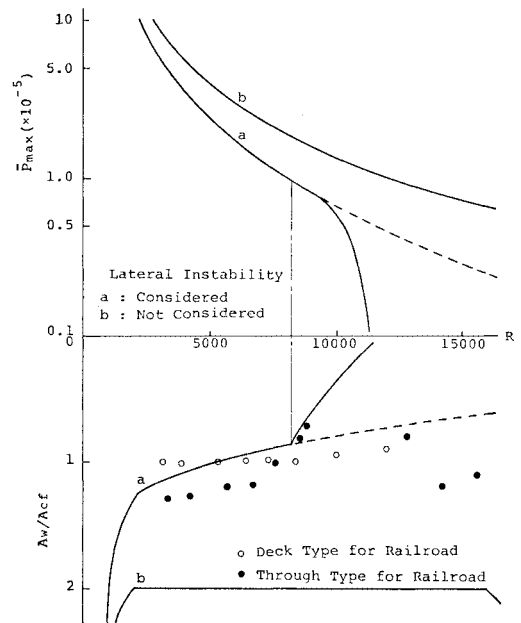


Fig. 6 \bar{P}_{max} , R and A_w/A_{cf} Relations: Lateral Instability (SS 41, $b/t_f = 26$, $h/t_w = 152$, Uniform Load).

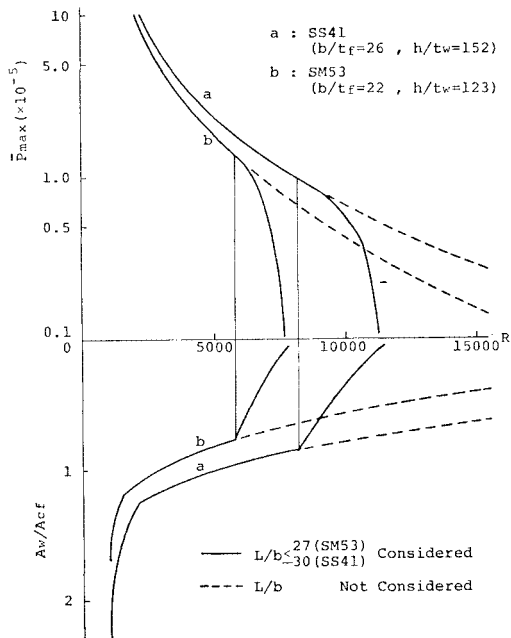


Fig. 7 \bar{P}_{max} , R and A_w/A_{c_f} Relations : Steel Grade (Uniform Load).

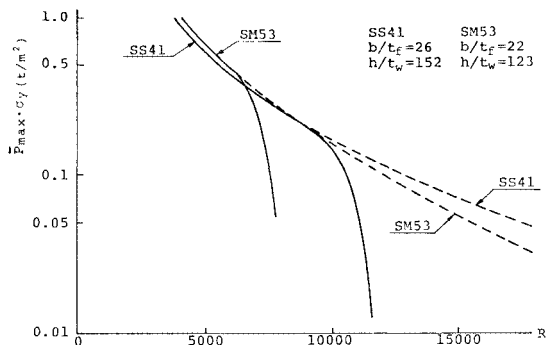


Fig. 8 $\bar{P}_{max} \cdot \sigma_y$ and R Relations : Steel Grade (Uniform Load, $1 \text{ t/m}^2 = 9.8 \text{ kPa}$).

いる。これは、1つにはそれぞれの降伏応力で無次元化しているためと考えられる。検討のため、 $\bar{P}_{max} \times \sigma_y$ で表示した結果を Fig. 8 に示す。R が小さい場合は確かに降伏応力の高い SM 53 の最大荷重は SS 41 に比較して大きい。しかし、 $\bar{P}_{max} \times \sigma_y$ で評価しても R が大きくなると SS 41 に対する値が大きくなるのは注意しなければならない。これは R が大きいと横座屈が弾性領域で発生し、それによって最適解が支配されるために、SM 53 の高い降伏応力が利用されないにもかかわらず、幅厚比規定が厳しいことによる。実際には、L/b の制限のため、このような領域が用いられることは少ないと思われるが、座屈崩壊を考えると、降伏応力の相違がそのまま期待できないことを最適設計の立場から明

らかにしたものと注意する必要がある。

いままでは、たわみ制限を式 (19.c) に与えるように L/500 として計算したため、事実上、たわみによって支配される場合はなかった。Fig. 9 は、たわみによって支配される状況を把握するため、たわみ制限を厳しくなった場合を比較したものである。ケース a(L/500) がせん断から曲げで支配されているのに対し、ケース b(L/1000)、ケース c(L/2000) でたわみによって支配されることによる最適断面形状の変化が図から読み取れる。L/b の制限値で決まる場合、Fig. 3 (c) に示すように、たわみ制限と L/b 制限の交点で最大荷重が決まるため、断面形状が同一になるにもかかわらず、最大荷重 \bar{P}_{max} が異なるのは注意してよい。

以上、ここでは、板要素の最大幅厚比を規定した場合のプレート・ガーダーの最適化を検討した。力学的な理由で最適解は板要素が最大幅厚比を持つときに得られるとして、最適化計算も、式 (18) に示すように、1変数の極値問題として取り扱うことができた。

現行の道路橋示方書等、幅厚比制限を与えている設計基準によって最適設計を実施する場合はこの方法で問題はないと思われる。しかし、より一般的に考えて、板要素の局部座屈崩壊に対しても、横座屈の場合と同様に幅

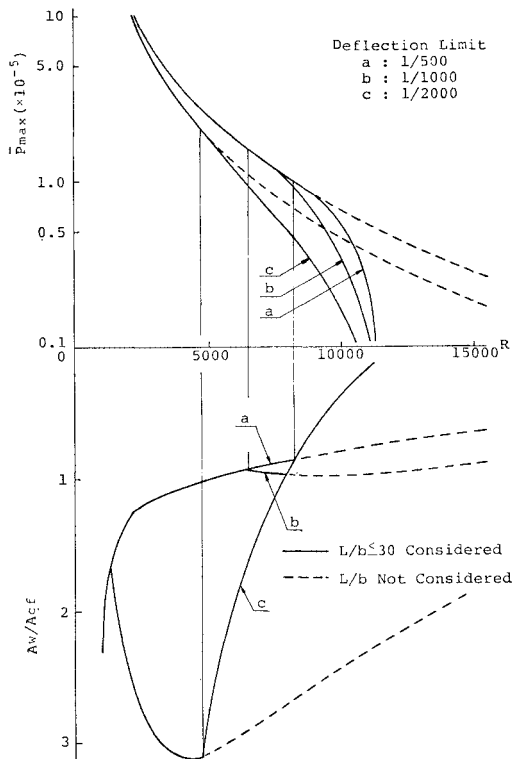


Fig. 9 \bar{P}_{max} , R and A_w/A_{c_f} Relations : Deflection Limit (SS 41, $b/t_f = 26$, $h/t_w = 152$, Uniform Load).

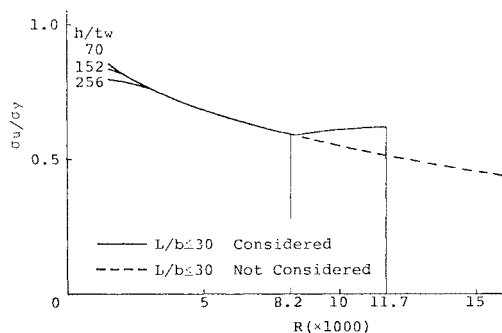


Fig. 10 Ultimate Stress for Fig. 4 in Optimum (SS 41, $b/t_f=26$, Uniform Load).

厚比の関数による許容応力度式(耐荷力式)を用いて最適化するのが, 設計計算の複雑化は別にして, 合理的であろう。

Fig. 10 は Fig. 4 の場合に対し, 最適解が得られた場合の, そのときの曲げ耐力を示している。図から明らかなように最適解を与えたときの曲げ耐力は R が大きくなるにつれて, 降伏曲げモーメントよりかなり低下する。フランジ, ウェブの最大幅厚比は基本的には, 降伏モーメントに至るまで局部座屈崩壊しないことを保証しているものである。この意味からも, 真の最適解は, 板要素に対して, 局部座屈崩壊を認めたときに得られる可能性があり, 検討に値する。

また, プレート・ガーダーの問題を離れ, 最適設計の手法の立場から式(16)で与えるように, 多変数の場合の最大荷重設計による最適化も数値的に検討の必要がある。

5. 板要素の局部座屈崩壊を考慮した場合の最適化

(1) 定式化

フランジとウェブの局部座屈崩壊を考慮する場合は, 面積比 $x_3=A_w/A_{cf}$ だけでなく, フランジ幅厚比 $x_1=b/t_f$ とウェブ幅厚比 $x_2=h/t_w$ も最適化の際の独立変数となり, 最大荷重設計のアルゴリズムは, 式(16)で与えるように

$$\bar{P}_{\max} = \text{Max}_{x_i} \{ \text{Min}_j \bar{P}_j(x_1, x_2, x_3) \}$$

となる。

状態能力関数 \bar{P}_j を決定するに必要な構造解析関数 \bar{A}_j と規定関数 \bar{C}_j のうち, 構造解析関数 \bar{A}_j は式(20), (21)を用いてこの場合も同様に決定される。規定関数 \bar{C}_j の内容と検討する状態 j についてのみ新たに与えなければならない。

規定関数 \bar{C}_j を与えるに際し, 各状態の基本耐荷力

をここでは次のように考える。状態 j の番号は最大幅厚比を規定して考えた前節の場合と別に取り扱う。鋼種は SS 41 とし, 垂直補剛材のみを持つプレート・ガーダーを考える。安全率は基本耐荷力に対して 1.7 を採用する。

1) フランジ板要素 \bar{C}_1 : 残留応力を考慮したときのフランジ突出脚の局部座屈強度曲線⁹⁾を基本耐荷力として使用する。したがって, 規定関数 \bar{C}_1 は

$$\bar{C}_1 = \begin{cases} 1/1.7 & (0 < A_1 \leq 0.7) \\ (1/1.7) \cdot 0.7^2/A_1^2 & (A_1 > 0.7) \end{cases}$$

ただし,

$$A_1 = \frac{b}{2t_f} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} = 0.802 \frac{x_1}{g_y}$$

ここでポアソン比 $\nu=0.3$, 座屈係数 $k=0.43$ とした。

A_1 はフランジ突出脚の座屈パラメーターである。

2) ウェブの曲げ耐力 \bar{C}_2 : 残留応力を考慮しない座屈曲線に対し, 後座屈強度を見込み, 幅厚比に反比例する形の耐力曲線¹¹⁾を使用する。

$$\bar{C}_2 = \begin{cases} 1/1.7 & (0 < A_2 \leq 1) \\ (1/1.7) \cdot 1/A_2 & (A_2 > 1) \end{cases}$$

ただし,

$$A_2 = \frac{h}{t_w} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} = 0.215 \frac{x_2}{g_y}$$

ここで座屈係数 $k=23.9$ とした。 A_2 はウェブの曲げ座屈パラメーターである。

3) 横倒れ耐力 \bar{C}_3 : この場合は, 前節ですでに考慮しており, ここでも同様の式を適用する。ただし整理上, 式(22)の α は A_3 に, \bar{C}_1 は \bar{C}_3 に変更され, ここでは L/b の制限は設けない。 A_3 を横座屈パラメーターとよぶ。

4) せん断耐力 \bar{C}_4 : ここでは, Basler の提案したせん断耐力¹²⁾を基本耐荷力として使用する。したがって, 規定関数 \bar{C}_4 は,

$$\bar{C}_4 = \begin{cases} \frac{1}{1.7\sqrt{3}} & \left(0 < A_4 \leq \frac{1}{\sqrt{1.25}}\right) \\ \frac{1}{1.7\sqrt{3}} \left\{ \frac{\sqrt{0.8}}{A_4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1 - \sqrt{0.8}/A_4}{\sqrt{1+\beta^2}} \right\} & \left(\frac{1}{\sqrt{1.25}} < A_4 \leq \frac{1}{\sqrt{0.8}}\right) \\ \frac{1}{1.7\sqrt{3}} \left\{ \frac{1}{A_4^2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1 - 1/A_4^2}{\sqrt{1+\beta^2}} \right\} & \left(A_4 > \frac{1}{\sqrt{0.8}}\right) \end{cases}$$

ただし,

$$A_4 = \frac{h}{t_w} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{\sqrt{3}\pi^2 k}} = \frac{0.799}{\sqrt{k}} \cdot \frac{x_2}{g_y}$$

ここで, k はせん断座屈係数であり

$$k = \begin{cases} 4 + 5.34/\beta^2 & (\beta \leq 1) \\ 5.34 + 4/\beta^2 & (\beta > 1) \end{cases}$$

β は垂直補剛材の間隔とウェブ高の比であり、本計算例では1.0とする。 A_4 をウェブのせん断座屈パラメータとよぶ。

5) 許容たわみ \bar{C}_5 :ここでは前節と同様に道路橋示方書の規定を用いた。

$$\bar{C}_5 = 1/500$$

荷重様式は等分布荷重とする。それぞれの状態に対応する構造解析関数 \bar{A}_j は前節と同様に求められ、式(24)より $j=1\sim 5$ に対し状態能力関数が決定される。その結果、式(16)を用いて、最大荷重設計によるプレート・ガーダーの最適化が可能となる。

(2) 数値計算結果と考察

最適化計算は、式(16)に示すように、多変数関数の最大化問題となり、1変数関数に対する成功と失敗のルーチンは使用できない。ここでは、制約条件を持たない非線形多変数関数の最大化手法として直接探索法の一つであるシプレックス法³⁾(線形計画法におけるシプレックス法とはまったく関係ない)を採用した。

多変数の最適化数値計算を実行する場合の大きな問題は、収束判定条件をいかに設定するかであろう。独立変数(または目的関数)の許容収束誤差を δ とし、解を得るための許容最大反復回数を N_{max} とする。変数の初期値を z_i とし、真の最適値を z_0 とすると、最適化計算による収束状況は概略、Fig. 11 に示すようになる。すなわち、一般的な傾向として、初期値から出発した変数は、最初はかなり早く収束値に近づくが、ある程度を過ぎるとゆるやかにになり、真の最適値を得るには極端に多くの反復回数が必要とされる場合が多い。実際には、計算上、許容最大反復回数が指定されていることを考えると、図の δ_2 を許容収束誤差にとった場合、たとえば、 $N_1 < N_{max}$ ですべて収束と判定されるが、許容誤差を厳しくとって δ_1 とした場合、 N_{max} 回反復しても収束しないものがかなりある。

一方、目的関数に対し、許容収束誤差を一定にとっても、たとえば、Fig. 3 (b) にみられるように、独立変

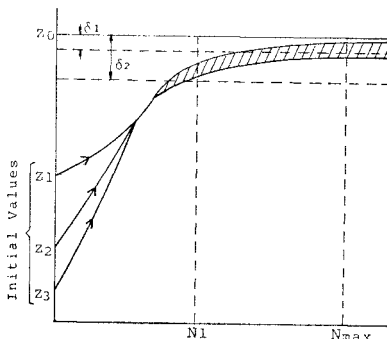


Fig. 11 Characteristics of Convergence.

数の変化に対する最大値の変動が大きい場合は、最適な収束独立変数の値が初期値により異なり、かなりばらつくと思像される。

このような意味から、ここでは次のように収束計算を取り扱った。シプレックス法を適用するときに必要な収束条件は、1組の初期値から出発した際の目的関数の許容誤差 ϵ_1 、独立変数の許容誤差 ϵ_2 および最大反復回数 N_{max} である。収束判定はこれらの3つの収束条件がすべて満たされたとき収束とする。許容誤差 ϵ は、本来、絶対量で与えられるが、本計算では、独立変数に対しては正規化し、目的関数についての1回の試行計算を行うことによって、おおよそ \bar{P}_{max} を推定し、それぞれの許容誤差を許容相対誤差 ϵ_1, ϵ_2 に変換して収束条件を設けた。

許容最大反復回数は、実用的な計算時間等を考慮して500回とした。この範囲での目的関数と独立変数の許容相対誤差は、最大荷重や幾何学的無次元量の実用上の近似値を知るという立場から、 ϵ_1 を2%、 ϵ_2 を(1~4)%とした。(1~4)%の意味は、最初 $\epsilon_2=1\%$ で与え、収束しない場合は4%まで次第に緩和して収束させるという意味である。

以上、かなり粗い精度で収束計算を実施するため、ある程度の収束値の変動は避けられない。ここでは一般化部材細長比 $R=1500$ で Table 1 に示す18ケースの初期値を設定し、それぞれ独立に最適化計算を実施した。計算は $R=1500\sim 17500$ まで2000間隔の9点で実施し、個々の R では前の R で収束した独立変数を初期値とした。したがって、 $R=1500$ の1ケースの初期値に対して9回、18ケースの初期値に対しては合計 $9 \times 18 = 162$ 回、式(16)に対するシプレックス法を適用したことになる。計算時間は中型電子計算機 HITAC-8450 で1回当たり約0.7秒であり、使用計算機の演算

Table 1 Initial Values.

No.	$x_1(b/t_f)$	$x_2(h/t_w)$	$x_3(A_w/A_{cf})$
1	35.0	210	2.8
2	25.0	210	2.0
3	25.0	90	2.0
4	35.0	150	2.8
5	20.0	150	2.4
6	30.0	120	2.4
7	32.5	195	2.6
8	20.0	180	1.6
9	27.5	165	2.2
10	35.0	150	1.2
11	15.0	150	2.8
12	15.0	210	2.8
13	22.5	135	1.8
14	17.5	105	1.4
15	15.0	90	1.2
16	20.0	120	1.6
17	30.0	180	2.4
18	25.0	150	2.0

速度から考えてきわめて短時間ですんだ。

計算の結果を Fig. 12, 13 に示す。Fig. 12 は R と最大荷重の関係、Fig. 13 は、最大荷重を与える独立変数 b/t_f , h/t_w , A_w/A_{cf} の値を示したものである。

Fig. 12 では、18 個の初期値による目的関数の収束値の最大値 $\bar{P}_{opt\ max}$ 、最小値 $\bar{P}_{opt\ min}$ 、および平均値 $\bar{P}_{opt\ av}$ を示した。さらに下に、各 R の値に対して収束値を決定した状態能力関数と初期値の組数を () 内に記入した。2つの状態能力関数の表示はその交点で収束したことを示す。この図から R が小さいときは、収束値の変動が小さく、 R が大きくなると変動が大きくなることわかる。これは R が大きくなるにつれて、 ϵ_2 が大きな値 (最大 4%) で収束判定したためである。収束値を決定した状態能力関数の表示より、 R が小さいときは、板要素の局部座屈特性がある程度支配し、 R が大きくなるとほぼ完全に横倒れ耐荷力で最大荷重が決まっていることがわかる。

Fig. 13 (a)~(c) は Fig. 12 の最大荷重に対する独立変数の収束値を a) : $\bar{P}_{opt\ min}$ に対応する値, b) : 18 個の収束値の平均値, c) : $\bar{P}_{opt\ max}$ に対応する値を実線で、収束値の最大値, 最小値を連ねる線を一点鎖線で示したものである。また、特定の $R=5000$ と 13000 での収束値を点でプロットした。

Fig. 12 の最大荷重は、初期値の値にかかわらず、一定の狭い範囲に得られ、曲線もなめらかで、収束性が安定している。しかし、Fig. 13 の独立変数の個々の収束値は、目的関数の収束値がほぼ一定しているにもかかわらず

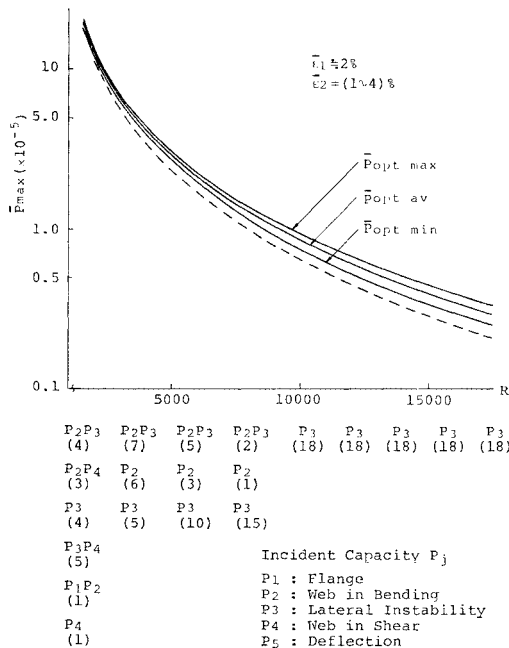
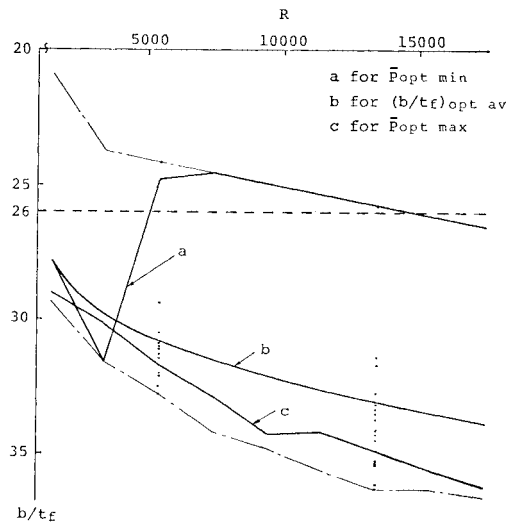
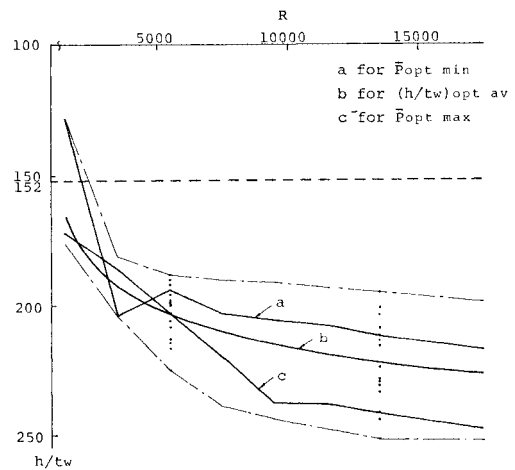


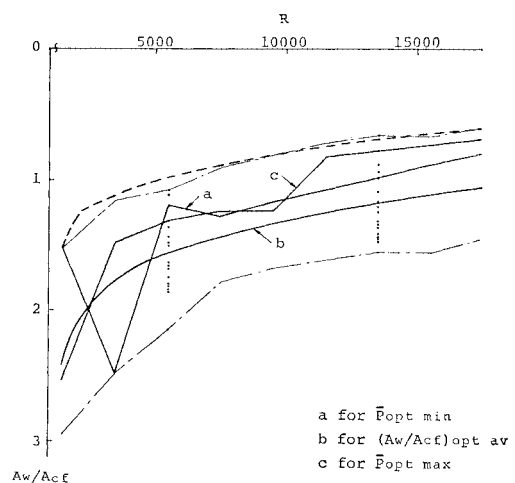
Fig. 12 \bar{P}_{max} and R Relations.



(a) b/t_f vs. R



(b) h/t_w vs. R



(c) A_w/A_{cf} vs. R

Fig. 13 Optimum Variables and R Relations.

Table 2 \bar{P}_{opt} and Confirmed Values.

$R=L^2/A$	$\bar{P}_{opt av}$	Confirmed Values	Error (%)
1 500	$0.194 0 \times 10^{-3}$	$0.194 9 \times 10^{-3}$	0.46
3 500	$0.524 8 \times 10^{-4}$	$0.527 5 \times 10^{-4}$	0.51
5 500	$0.246 9 \times 10^{-4}$	$0.248 4 \times 10^{-4}$	0.57
7 500	$0.144 0 \times 10^{-4}$	$0.145 4 \times 10^{-4}$	0.97
9 500	$0.936 9 \times 10^{-5}$	$0.946 3 \times 10^{-5}$	1.00
11 500	$0.654 8 \times 10^{-5}$	$0.663 5 \times 10^{-5}$	1.33
13 500	$0.482 1 \times 10^{-5}$	$0.488 0 \times 10^{-5}$	1.21
15 500	$0.367 9 \times 10^{-5}$	$0.373 2 \times 10^{-5}$	1.44
17 500	$0.288 2 \times 10^{-5}$	$0.292 1 \times 10^{-5}$	1.35

らず、初期値の設定によるばらつきが大きく、1点のみの収束値の信頼性は低い。しかし、18個の収束値の平均値を示すbの曲線はなめらかで、一定の信頼性を確保した最適値としては有効な値となり得る。すなわち、収束値の平均値をとることで、初期値設定の任意性を除外し、収束性を安定させることができる。

この独立変数の収束値の平均値を、式(16)の目的関数に代入して検算した結果をTable 2に示す。Fig. 12で示した目的関数の収束値自身の平均値 $\bar{P}_{opt av}$ と比較して誤差は1.5%以内に入っており、このことから事実上、独立変数と目的関数が、収束値の平均値という量で対応していることがわかる。

以上、検討したように、ここでは必ず収束するような程度ゆるやかな収束判定条件を設定し、そのうえで多数の初期値を用いて最適計算を実行した。その結果をもとに収束値の平均値の概念を導入して最適変数の決定を試みた。

これは、収束判定条件を厳しくすると、Fig. 11で考察したように、初期値のとり方により収束しない場合が頻繁に現われてくるだけでなく、計算時間が増大する不都合を避けるためである。たとえば、 $\epsilon_1=0.1\%$ 、 $\epsilon_2=(0.1\sim 0.4)\%$ 、 $N_{max}=1000$ として前の計算と同様にTable 1に示す18ケースの初期値に対して計算したところ、全Rに対して収束するケースはなく、計算時間は前の収束計算と比較して2倍程度を要した。また、Rの値により収束した場合でも最適独立変数のRに対する変化は必ずしもなめらかとはならず、その信頼性には限界があった。

確かに、収束判定条件を厳しくとり、それが収束した場合には、目的関数が真の極値に近づくことは事実であるが、最適設計において重要なのは最適変数の値の安定性、初期値のとり方によらない収束性の保証、計算時間の短縮等であることを考えると、本研究で採用した方法は有効である。

参考のため、前節の最大幅厚比を規定した場合の最大荷重および最適変数の結果をFig. 12, 13に破線で示した。局部座屈崩壊を考慮した場合の収束値の平均値 $\bar{P}_{opt av}$ と A_w/A_{cf} のbの曲線と比較すると、幅厚比

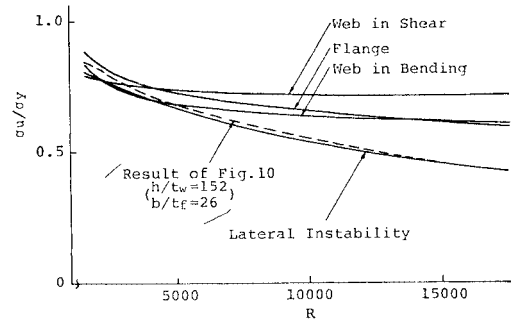


Fig. 14 Ultimate Stress of Each Incident in Optimum.

を規定した場合、最大荷重は小さくなり、 A_w/A_{cf} の最適値もかなり違っている。これは幅厚比を規定した場合、局部座屈崩壊に関する限り、降伏荷重まで保証しながら、実際には横倒れ崩壊により、降伏荷重より低いところで最適値が得られていることに原因する。これに対し、局部座屈崩壊を考慮したときの最適値における各状態の耐荷力はFig. 14に示すようにすべて降伏荷重を下回っている。

最大幅厚比を規定したうえで許容応力度を横倒れ座屈崩壊のみ考慮して評価する設計法と、局部座屈崩壊も含め、複数の座屈崩壊をすべて許容応力度で評価する設計法を比較したとき、簡便性という意味では明らかに前者の方が優れている。しかし、純粋に最適設計の立場から考えると、後者の方が効率的であることをここでは数値計算例をもって明らかにした。また、 A_w/A_{cf} の最適値の違いにみられるように、設計基準の考え方の相違により最適形状がかなり異なってくることは注意してよい。

6. 結 論

従来、最適設計の手法として広く知られている荷重一定のもとで重量を最小にする最小重量設計の概念から離れ、重量一定のもとで適用可能荷重を最大にする最大荷重設計の概念を提案し、それに基づく最適化の手法を開発した。

最小重量設計では、基本的に制約条件を持つ一般の非線形計画法の問題となるのに対し、最大荷重設計のアルゴリズムは比較的簡単であり、最終的には、制約条件を持たない非線形多変数関数の最大化に帰着できることを示した。最大荷重設計のアルゴリズムにおいては構造解析の手法を構造解析関数で、設計基準を規定関数で分離、独立して定義し、最適化の手法と混合されないように留意した。

最大荷重設計の手法を用いて、2軸対称プレート・ガーダーの最適化を行った。

初めに、板要素の最大幅厚比を規定した場合の最適化

を取り上げ、実質的に1変数関数の最大化問題に帰着させた。成功と失敗のルーチンによる最適化計算を実施した結果に対し、① 補剛材の有無、② 荷重様式、③ 横座屈の考慮の有無、④ 鋼種、⑤ たわみ制限等の条件の違いによる最適特性の相違を考察した。

次に、板要素の局部座屈崩壊を考慮した場合の最適化を行った。この場合は、多変数関数の最大化問題となり、直接探索法の1つであるシンプレックス法を用いて最適化計算を実施した。

最適化計算に際し、収束判定条件を厳しくとることによる不都合、解の不安定性を克服するために、多数の初期値により収束値の平均値の概念を導入し、最適特性を得た。

板要素の最大幅厚比を規定した場合の最適化と板要素の局部座屈崩壊を考慮した場合の最適化の結果を比較し、設計基準の考え方の相違による最適特性の違いについて考察した。

ここで取り上げたプレート・ガーダーは適用例であり2軸対称、等断面で、かつブレースを持つものではない。実際のプレート・ガーダーの設計においては、このような要因も検討する必要があることはいうまでもなく、今後の課題となろう。

謝 辞：本研究を進めるに際して、東京大学 西野文雄教授、同大学院 池田清宏、三賢容三両氏のご協力を得た。本研究の一部は福岡誠司氏（現在・兵庫県）の名古屋工業大学卒業研究として扱った。本研究の一部は文部省科学研究費の援助を受けた。使用した計算機は名古屋工業大学 HITAC-8450 である。ここに記して感謝

する。

参 考 文 献

- 1) Gallagher, R.H. and O.C. Zienkiewicz ed. : Optimum Structural Design, Theory and Applications, John Wiley & Sons, London, 1973.
- 2) Dixon, L.C.W. : Nonlinear Optimization, The English Universities Press Ltd., London 1972.
- 3) Jacoby, S.L.S., J.S. Kowalik and J.T. Pizzo : Iterative Methods for Nonlinear Optimization Problems, Prentice-Hall, N.J., 1972.
- 4) Hasegawa, A., W.B. Hall and N.C. Lind : Maximum Load Design of Cold-Formed Steel Channel Beams, Proc. of ASCE, ST Div., Vol. 104, No. ST 7, pp. 1093~1107, July 1978.
- 5) 奥村敏恵・大久保禎二 : Suboptimizationによる鋼連続桁の最適設計, 土木学会論文報告集, 第215号, pp. 1~14, 1973年7月.
- 6) Vachajitpan, P. and K.C. Rokey : Design Method for Optimum Unstiffened Girders, Proc. of ASCE, ST Div., Vol. 104, No. ST 1, pp. 141~155, January 1978.
- 7) Azad, A.K. : Economic Design of Homogeneous I-Beams, Proc. of ASCE, ST Div., Vol. 104, No. ST 4, pp. 637~648, April 1978.
- 8) 日本道路協会 : 道路橋示方書・同解説, II鋼橋編, 丸善, 昭和55年.
- 9) 倉西 茂 : 鋼構造, 技報堂, 昭和49年.
- 10) 橋梁研究会 : 新設計標準による鋼橋設計資料, 技報堂, 昭和46年.
- 11) 長谷川彰夫・宇佐美勉 : 鋼板要素の座屈後における有効幅理論と設計への適用, 土木学会論文報告集, 第315号, 1981年11月(掲載予定).
- 12) Basler, K. : Strength of Plate Girders in Shear, Proc. of ASCE, ST Div., Vol. 87, No. ST 7, pp. 151~180, October 1961.

(1980.2.25・受付)