

地盤の鉛直剛性分布が地表地震動特性に及ぼす影響

THE INFLUENCE OF UNDERGROUND RIGIDITY DISTRIBUTION TO GROUND MOTION

井上 涼 介*・伯野 元 彦**

By Ryosuke INOUE and Motohiko HAKUNO

1. ま え が き

構造物を建設するにあたっては、その地点での地表地震動特性を知ることは耐震設計上極めて重要なことである。地表地震動特性は、震源の破壊機構、震源域の深さ、広さ、波の伝播経路、距離、地表付近での地盤特性、地形、等さまさまの因子に左右されるが、本論文ではそのうち地表付近の地盤構造との関連を考察する。また地震動災害において重要な役割を果たすのは、特殊な構造物を除き一般に実体波のうちのせん断波（S波）と考えてよいから、以下地震波といえせん断波を指すものとす。

さて、一般に地殻は地表に近いほど軟らかいので、Snellの法則により震波線（seismic ray）は波が地表付近に到達するころにはほぼ鉛直方向を向くようになるが、地表付近の複雑な地盤構造のために波はそこで重複反射して、地表では複雑な波形となって現われる。この現象に関し、個々の地盤を対象としたモデルの数値計算、あるいは実測はかなり行われてきたものの、地表地震動特性と地表付近の地盤構造との間の定量的、あるいは定性的な一般的関係を求めようとする試みはこれまでのところそれほど多くはないようである。以下にその一般的関係に関連した既往の研究をいくつか紹介する。

嶋ら（1974 a, b）は、東京23区内の多数の地点の地盤調査をもとにして、地盤を平行多層地盤と仮定して周波数領域で多くの数値計算を行い、その結果、地表の基盤に対する周波数応答曲線の共振点における応答増幅比は基盤と地表層のS波速度 V_s の比にほぼ比例する（したがってもし基盤と地表層の密度 ρ が同一なら、このことは基盤と地表層の波動インピーダンス ρV_s の比に比例するといひ換えてもよい）ことを見出した。こ

の結果は、Seismic Microzoningの作業において対象地域の各地点での想定震度を求めるに際し（基盤でのS波速度は対象地域全体で同一と考えられるから）、地表層のS波速度のみはかればよいという点で、工学的に重要な結果であると考えられる。伯野・井上（1975）は、平行多層地盤（完全弾性体）の波動インピーダンスの鉛直分布が地表最大加速度、地動継続時間に及ぼす影響を時間領域の地盤応答計算とモンテカルロ法を組み合わせで調べたが、その結果地表最大加速度については、その基盤入力に対する応答倍率は、基盤と地表層の波動インピーダンスの比でほぼ決定され、中間層の ρV_s にはほとんどよらないということを見出した。

本論文は地表の地震動特性と地盤構造との間の一般的関係を、数値実験と数量化理論を組み合わせることによって伯野らの研究（前述）をより一般化した形で求めようとするものである。地表の地震動特性を表わす指標としては、最大加速度、速度、変位、地動継続時間、波形特性等さまさまなものが考えられるが、ここでは通常の構造物の多くが震度法で設計されていることにかんがみ、最大加速度を指標として選ぶ。また地盤構造については、地盤を多層より成る完全弾性体の成層地盤としてモデル化し、各層の層厚、波動インピーダンス等の鉛直分布をパラメーターとして選ぶ。解析手順は、まず地盤パラメーターの値を計算機内で発生させた乱数で与え、次に基盤から入力した波による地表最大加速度の値をそれら乱数で与えた多数の地盤について計算し、次にそうして得られた計算結果を数量化第I類を用いて統計解析し、地盤のどのパラメーターが地表最大加速度にどういった影響を及ぼしているのかを調べる。これらの手順の詳細は後に述べる。

多くのパラメーターが関与して生ずる現象の中からその現象に支配的なパラメーターを探すのは、たとえその現象と各パラメーターの関数関係がわかっていたとしても、その関数が複雑であったり、またパラメーターの数

* 学生会員 工修 東京大学大学院博士課程在学中 建築学科

** 正会員 工博 東京大学教授 地震研究所

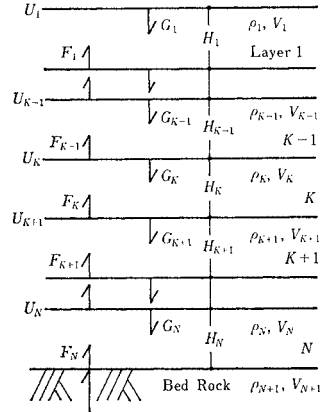
が極めて多いと、非常に困難になるのが普通である。そのようなときに数値実験と数量化理論を結びつけて、そのパラメーターを採ることの有用性を示すのも本論文の目的の1つである。従来、数量化理論は現実に私達の手もとにあるデータの統計的解析の一手法として用いられてきた。しかし、ここで数値実験と数量化理論を結びつけることに有用な場合があることを指摘したい。もちろん、数値実験では入力データはこちらですべて制御できるので、関心のある現象に対する感度分析は1つ1つのパラメーターについて行うことができる。しかし、パラメーターの数が多いときは、この感度分析に要する数値実験の数が幾何級数的に増大するので極めてやっかいなものになる。そこで、ある程度の数の数値実験を行い数量化理論で解析すれば、関心のある現象に支配的なパラメーターを見つけたり、あるいは各パラメーターのその現象への影響度をはっきりした形で求められる。

2. 理論ならびに計算方法

(1) 解析に用いられるモデルと計算ステップ

図一1に示すような完全弾性体の平行成層地盤をモデルとして採用する。地震波は基盤面に鉛直下方から入射するとする。このモデルは次のような諸点において実際と異なるという指摘ができよう。第1に、土についての動的試験の結果によれば、土に交番繰り返しひずみを加えると応力-ひずみ曲線はいわゆる履歴曲線 (hysteresis loop) を描くが、波動エネルギーの一部はこれに伴う履歴減衰 (hysteretic damping) に費やされる。第2に、同じく土に関する動的試験によれば、ひずみが 10^{-4} 以上のオーダーになると土のせん断剛性と減衰性は極端なひずみ依存性を示すようになる (いい換えると非線形性が顕著になる) が、軟弱地盤においては数 100 gal の強震時には、土のひずみレベルは 10^{-2} のオーダーになることもある (つまり著しい非線形領域に入る) といわれている (これらの点に関し、詳しくはたとえば文献 6) 参照)。第3に、実際の地盤は成層から成っているとしても水平ではないこともある。第4に、地震入射波は基盤面に鉛直には入ってこないこともある。このほかにもさまざまな欠点があるであろう。これらのうち第1と第2の点については、これらを考慮に入れた重複反射のプログラムがすでに何種類か作られている (たとえば、大崎 1975) が、本論文では地表地震動特性と地盤特性との関連を探る手始めとして、解析が簡単でパラメーターも計算時間も少なく済む、地盤を完全弾性体としたモデルを採用した。

計算ステップとしては、まず 図一1 に示すような N



Number of Layers; $N+1$

ρ_K : mass density (t/m^3)

H_K : thickness (m)

V_K : velocity of shear wave (m/s)

F_K : incident wave

G_K : reflected wave

$$U_K(t) = F_K \left(t - \frac{H_K}{V_K} \right) + G_K(t)$$

図一1 重複反射の計算 (小林, 鏡味 1966)

+1 層より成る多層地盤の各層の物性値 (ここではせん断波速度 V_S) を乱数で与え、次にこうして得られた多くの地盤構成について基盤から鉛直方向にせん断波を入力して地表での応答特性 (ここでは最大加速度) を重複反射理論で求め、最後に、こうして求められた多くの応答特性値と対応する地盤パラメーター (V_S の鉛直分布) との関係を、数量化第 I 類を用いて統計的に求める。以下解析の各ステップについて説明する。

(2) 重複反射理論について

重複反射理論を用いた成層地盤の応答解析法として、ここでは地盤を完全弾性体とした小林・鏡味 (1966) の方法を採用する。すなわち、図一1 のように各層の物性値 (密度 ρ , S 波速度 V_S , 層厚 H) を層内で一定とし、1 次元せん断弾性体の波動方程式より出発して、第 K 層 ($1 < K < N+1$) の土粒子の運動 (particle motion: 変位, 速度, 加速度等) を上昇波による成分 F_K と下降波による成分 G_K の和に分解し、層の境界における応力, 変位の連続条件から、 F_K, G_K の K に関する漸化式の係数を決定し、その連立漸化式を step-by-step の方法で計算機により解くという手法である。

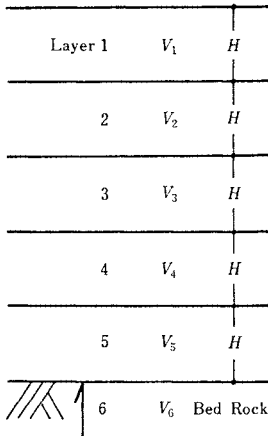
なお、地盤内を伝わる地震波の減衰は無視する。これも先に述べた理由により本解析では許されることと考えられる。

(3) 地盤構成について

応答計算における地盤のモデルを 図一2 に示す。以下にその各パラメーターをどのように決めたかを述べる。

今回の計算では各層の物性値を与えるに際し、東京の地盤を念頭に置いた。図-3に東京の地下構造、および対応する V_s の分布を示す(工藤 1972)。図中、太い破線部すなわち第三紀層(三浦層群)上面を今回の解析における基盤面と想定した。そのとき基盤上の全層厚は図より、山の手から下町にかけて 50~300 m くらいの間に分布しているが、今回の解析では簡単のために各層の厚さ H を同一とし、基盤上の層の数 N を 5 とし、全層厚 $N \cdot H$ として 50, 75, 500 m の 3 種類のモデルを考

えた。したがってこのそれぞれのモデルにおいて各層厚 $H(m)$ は順に 10, 15, 100 m となる(表-1 参照)。また同様に簡単のために密度 ρ を各層同一にして、波動インピーダンス ρV_s の(深さ方向の)分布を V_s の分布で置き換えることにした。次にせん断波速度 V_s の与え方を述べる。図-3 からわかるように、 V_s は深さとともに増大する傾向があり、基盤では 600~800 m/s 程度の値をとっている。また地表付近の最も軟弱な所では、数十 m/s のオーダーである。これらのことを考慮して、基盤上の各層は平均値 $\bar{V}_j = 100 j$ (m/s)、標準偏差 $\sigma v_j = 0.4 \bar{V}_j (1 < j < 5)$ の正規乱数で与え、基盤に関しては、(A) 平均値 $\bar{V}_{N+1} = 600$ m/s、標準偏差 $\sigma v_{N+1} = 0.4 \bar{V}_{N+1} = 240$ m/s、(B) 平均値 $\bar{V}_{N+1} = 800$ m/s、標準偏差 $\sigma v_{N+1} = 0.4 \bar{V}_{N+1} = 320$ m/s の 2 種類の与え方をす。この基盤の V_s の与え方 2 種と層厚 H の与え方 3 種を表-1 に示したように組み合わせ、地盤パラメータに関しては A1, A2, A3, B1 の 4 通りの与え方をする(表中の A'2 については後述)。この 4 通りのそれぞれの地盤パラメータにつき、ある乱数の初期値を与え、一度に計 1200 個(200 個 \times 6 層)の乱数を発生させ、図-4 に示したようなやり方でそれを各層に割り振って一度に計 200 個の地盤構成を作る。その際、あら



$N=5 \quad \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_6$
 $H_1 = H_2 = \dots = H_5 = H$ (cf. Table 1)
 $V_j (1 < j < 5)$: Normal Random Number
 $\begin{cases} \bar{V}_j = 100 j \text{ (m/s)} \\ \sigma v_j = 0.4 \bar{V}_j \end{cases}$
 V_6 : Normal Random Number or Fixed Value (cf. Table 1)
 (Remarks $V_i > 50.0$
 $V_6 > 400.0$)
 $\delta_i(t)$: Incident wave (Acceleration)

図-2 地盤モデル

表-1 地盤パラメータの与え方

Case	A1	A2	A'2	A3	B1
Property					
Index of Random Number	①, ②	①, ③, ④, ⑤	③	①	①
H (m)	10	15	15	100	10
\bar{V}_{N+1} (m/s)	600	600	600	600	800
σv_{N+1}	240	240	240	240	320
Number of Samples	200	200	800	200	200

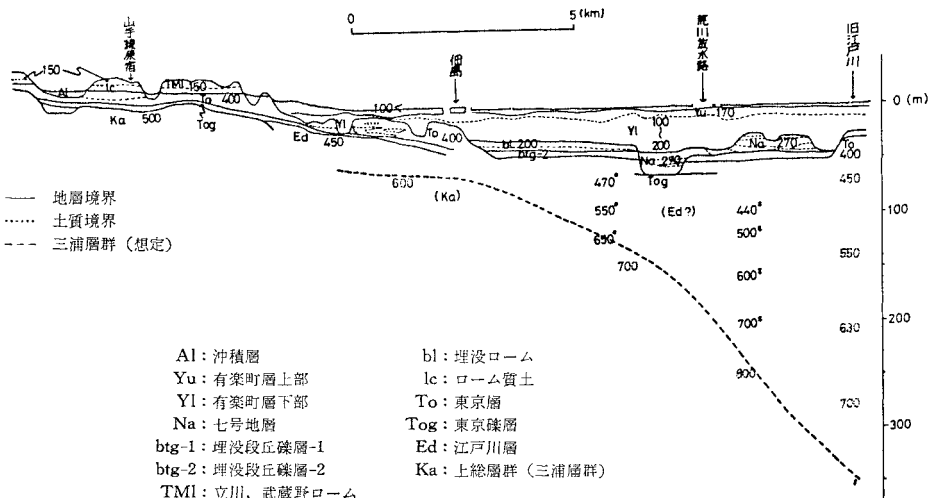
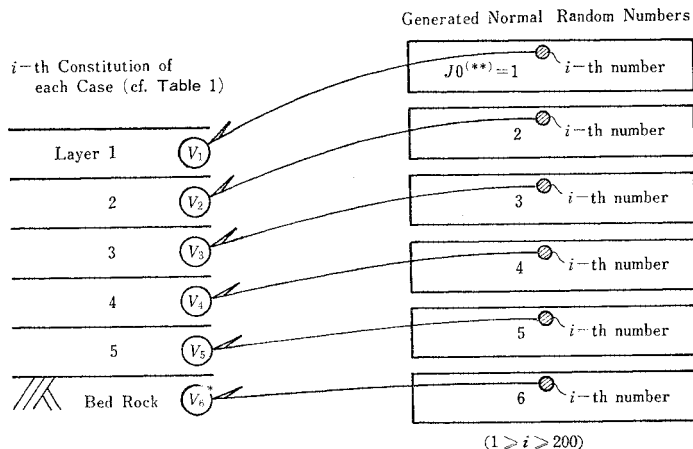


図-3 東京の地下構造(実線は地層境界、破線は土質境界、太い破線は東京地盤図から求めた三浦層群の境界。数字はS波速度(m/s)。工藤 1972 より)



- (*) $V_6=600$ (fix) in Case A' (cf. Table 1)
 (**) JO: This number corresponds to each layer

図-4 各層の V_s の与え方

かじめ乱数発生初期値として5通りの数を用意しておく(以後そのそれぞれの初期値を便宜上対応する Index ①~⑤で示すことにする), 表-1の第2行にあるように, A1, A2の地盤パラメーターに対しては複数個の初期値に対し, 対応する200個ずつの地盤構成を作る. たとえばA1に対しては, 初期値①, ②の2通りに対し, 200個ずつの地盤構成を作る. この200個は, 対応する地盤パラメーターをもつ同一母集団からの標本と考えられる. この200個という標本数は, 地盤の応答計算に要する計算時間等を考慮して決めたものであるが, いうまでもなく, 統計解析の際の標本数は多いほど望ましい. そこで地盤パラメーターはA2と同じにしておいて, 初期値③に対する4800個の乱数から作った標本数800個の地盤構成の集まりを別に設け, これをCase A'2と名づけた(表-1参照). 以後簡単のためにある地盤パラメーターのまわりに発生された乱数によるこのような200個(あるいは800個)の地盤構成の集まりを, その地盤パラメーターと乱数発生初期値のIndexを組み合わせた名称で示すことにする. たとえばCase A2-③とは, 初期値③による乱数を用いた地盤パラメーターA2の200個の標本の集まりということを示す. なお, 乱数発生の際, 各層のせん断波速度 V_s の値をできるだけ広い範囲にばらつかせる目的で, 各層の分散 σ_j を平均値 \bar{V}_j の0.4倍とかなり大きな値に定めたため, 発生された乱数の中にはそれをそのまま V_s の値とするには実際の地盤に照らしてみても小さすぎるものも出てきた. そこで今回は, 図-3を念頭に置いて基盤上の各層については V_s の最小値を50, 基盤については最小値を400 m/sと定め, これ以下の値が発生されたときはこの最小値に置き換えることにした.

以上のようにして作った各Caseに対し, そのそれぞ

れの標本(地盤構成)に基盤から加速度波形を入力して地表応答を計算し, 得られた応答値と対応する地盤パラメーター間の関係を統計解析する.

(4) 入力地震波について

基盤への入力地震波としては, 計算機で発生させた人工地震波を用いた. 人工地震波の作成にはいろいろな手法があるが, ここでは最も簡単な手法を採用した. すなわち, 次式に従って加速度フーリエ振幅スペクトル密度 r_k が0.10~10.0(Hz)の帯域で一定, 位相 ψ_k が区間 $[0, 1)$ の間の一様乱数で表わされる波を, ψ_k に付与する乱数を発生させる際用意した3通りの初期値に応じ, 3通

り作成する.

$$\ddot{y}_i(t) = \sum_{k=1}^{N/2} C_k \cos 2\pi \left(\frac{k}{T_d} t + \psi_k \right), \quad T_d = N \cdot \Delta t$$

ここで,

$$T_d (\text{継続時間}) = 20.0 \text{ s}$$

$$N = 400 \text{ 個}$$

$$C_k \doteq \frac{2}{T_d} r_k \equiv \text{const.}$$

$$\Delta f = \frac{1}{T_d} = 0.05 \text{ Hz}$$

なお, $f_k = k/T_d$ であるから

$$(f_k)_{\max} = \frac{N/2}{T_d} = \frac{200}{20.0} = 10.0 \text{ Hz}$$

であるが, $C_1 = 0.0$ とおくことにより

$$(f_k)_{\min} = \frac{2}{T_d} = 0.1 \text{ Hz}$$

となるようにした.

これらの波は今回の解析では, $|\ddot{y}_i|_{\max} = 100 \text{ gal}$ となるよう正規化した, その際, $r_k \doteq 30.0 (\text{gal} \cdot \text{s})$, $C_k \doteq 3.0 (\text{gal})$ となる. なお, 以後この3通りの波をそれぞれS1, S2, S3とよぶことにする. これらの波は上の式で表現される特性をもつ人工地震波の同一母集団の相異なる標本と考えられる.

基盤での地震波の短周期領域におけるスペクトル構造に関しては, 従来, 金井ら(1958), 田中ら(1975), 長橋ら(1975)の研究があり, また模擬地震波の作成に関しては振幅特性や周波数特性の非定常性を考慮に入れたより複雑な方法が最近各種発表されているが, 本解析では地盤パラメーターの方に主眼を置いているので, 基盤入力波としては上述のような最も単純なものを用いた.

(5) 地表応答特性の計算

(3)で述べたように, 表-1の各ケースに対応してそ

それぞれ 200 個ずつ標本を作り、これに (4) で述べた地震波を基盤から入力して各ケース 200 個の応答値を得る。地表応答特性としては、地表加速度の最大値(絶対値)のみを計算する。なお入力の最大値(絶対値)を 100 gal としたので、応答加速度 (gal) を 100 で割った値が入力に対する地表加速度応答倍率となる。

(6) 数量化第 I 類, およびその適用について

現実の地盤はボーリング柱状図を見てもわかるように一般に極めて複雑な土質構造をもっている。図-3 に示した V_s の分布はそのおおよその傾向に過ぎず、正攻法で地盤定数を厳密に決め、厳密な応答値を得るといったことはまず不可能である。このような複雑な構造の応答特性から本質的に簡明な法則を導き出すという目的でモンテカルロ法を用い、地盤と入力を (2), (3) で述べたように数値的にシミュレートし、応答を計算した。次いで、こうして得られた多数の応答計算結果に数量化第 I 類を適用し、地表応答加速度を支配する本質的なパラメーターを抽出する。モンテカルロ法を適用する場合、信頼し得る結果を得るには問題の性質にもよるが、一般にサンプルは数千個以上であることが望ましい(たとえば、文献 11) の 7 頁)。今回は計算時間の制約により前述のように各ケース 200 個ずつ (Case A' 2-③) のみ 800 個) しか計算しなかった。

数量化第 I 類とは、林の数量化の方法として広く知られている 4 つの手法 (文献 12)) のうちの第 1 類, すなわち外的基準が数量で与えられた場合の数量化の手法であり、方法論的にはカテゴリカルデータをを用いた重回帰分析に相当する。以下この手法を、これから適用しようとしている問題に即して具体的に説明する。

いま、各ケースについて 200 個の地盤構成と対応する地表加速度が得られたとする。この地表加速度は、地盤を線形非減衰としているので基盤入力と系の各層間の波動インピーダンス比の関数になるわけであるが、この解析では前述のように基盤入力の特性を一種類としたため以後基盤入力を独立変数(要因)からはずす。この関数形は層が 6 層にもなると極めて複雑になって解析的に求めることは困難である。そこで計算機内で数値実験を行い、得られたデータを統計解析してモンテカルロ法的に関数形を求めようというわけである(この関数形を求めるといことは、数量化第 I 類では各カテゴリーの重みを決定することに相当する)。いまこの 6 層のさまざまな波動イン

表-2 各層間のインピーダンス比の組合せ

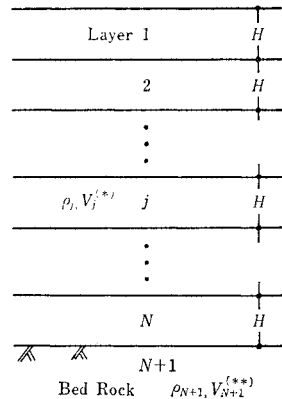
ξ_{56}					
ξ_{45}	ξ_{46}				
ξ_{34}	ξ_{35}	ξ_{36}			
ξ_{23}	ξ_{24}	ξ_{25}	ξ_{26}		
ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}	

ピーダンス比のうち、独立に変化し得るものは 5 個である。すなわち、 ξ_{lm} を第 l 層と第 m 層の波動インピーダンスの比 $\rho_m V_m / \rho_l V_l$ と定義すると、表-2 に示すように、 $l < m$ とし $C_2=15$ 種類の ξ_{lm} があるが、このうち $\xi_{ln} = \xi_{lm} \cdot \xi_{mn}$ ($l < m < n$) という関係式でお互い結ばれているので、独立に変化し得るものは 5 個しかない。このうち、今回の解析では、表-3、図-5 に示すような Type I ~ III の 3 種類の ξ_{lm} の組を、地表応答最大加速度に及ぼす要因 (Item) として取り上げる(厳密にいうと、乱数で与えるのは各層の V_s であって ξ_{lm} 自身の値ではないので、表-3 の各タイプの 5 個の ξ_{lm} は必ずしも互いに独立とはいえないが、互いに無相関と見なしてよいことは後述の表-9 の相関係数の値からわかる。この項の終わりに述べるように、数量化第 I 類を要因分析に使うに際し必要な要件は、各要因——ここでは、表-3 の各タイプにおける各 ξ_{lm} ——が互いに無相関と見なせることであるが、本解析ではその要件は満たされている)。

次に各要因をどのように区切ってカテゴリー化したかについて述べる。本解析のように要因が数量で与えられている場合、数量化第 I 類を適用するためには各要因を

表-3 要因のタイプ I, II, III

Item	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5
Type of Item I	ξ_{12}	ξ_{23}	ξ_{34}	ξ_{45}	ξ_{56}
Type of Item II	ξ_{12}	ξ_{13}	ξ_{14}	ξ_{15}	ξ_{16}
Type of Item III	ξ_{16}	ξ_{26}	ξ_{36}	ξ_{46}	ξ_{56}



Type of Item
 Type (I) $I_j = \rho_{j+1} \cdot V_{j+1} / \rho_j \cdot V_j$ ($1 < j < N$)
 Type (II) $I_j = \rho_{j+1} \cdot V_{j+1} / \rho_1 \cdot V_1$ ($1 < j < N$)
 Type (III) $I_j = \rho_{N+1} \cdot V_{N+1} / \rho_j \cdot V_j$ ($1 < j < N$)
 Where V_j : Normal Random Number such that
 $\bar{V}_j = 100.0 \cdot j$ (m/s) and
 $\sigma_{V_j} = 0.4 \cdot \bar{V}_j$ ($1 < j < N$)
 $\rho_j = 2.0$ (t/m³) ($1 < j < N+1$)
 Note: (*) $V_j > 50.0$ (m/s)
 (**) $V_{N+1} > 400.0$ (m/s)

図-5 要因の選び方 (タイプ I, II, III)

表一四 各アイテムのカテゴリーへの分割

Category of I_j	C_{j1}	C_{j2}	C_{j3}	C_{j4}	C_{j5}	C_{j6}	...
Range of ξ_{lm}	0~2	2~4	4~6	6~8	8~10	10~12	...

適当に区切ってカテゴリー化する必要があるが、この区切り方は一意ではなく、しかも結果にかなりの影響を及ぼす。望ましい区切り方については、たとえば文献 12) に述べられているが、ここでは数回の試行錯誤の結果、表一四のように各要因を幅 2.0 ずつの等間隔の区間に区切った。すなわち、表一四において各要因 I_j をその中のカテゴリー C_{jk} (要因 I_j の第 k 番目のカテゴリー) が区間 $[2(k-1), 2k)$ となるように区切り、標本の I_j の値に応じてそれが含まれる区間、すなわち該当するカテゴリーが“反応した”と見なすことによって数量をカテゴリー化する。その際解析の都合上、各標本は各要因 I_j において、その要因中のどれかのカテゴリーに必ず 1 回 (しかも 1 回のみ) 反応せねばならぬので、もし上記のように区切った各アイテム中の区間 $[2(k-1), 2k)$ の中で解析の対象とするどの標本もまったく反応しないものがあれば、その区間を壊し (その区間に対応する k を k' とすれば) 次の区間 $[2k', 2(k'+1))$ を新たにカテゴリー $C_{jk'}$ とするということにした (このようなカテゴリー化は最終的なものではなく、今後さらに検討を要する)。

さて、いま要因のタイプを表一三の I~III のどれかにしたとき、各ケース 200 個の地盤構成と、対応する地表応答加速度のデータの組に上記過程を適用すると、おのおののケースに対し表一五のような反応パターン (reactive pattern) が得られる。図中 \checkmark (チェック) 印は、各標本が各要因 (Item) の対応するカテゴリーに反応していることを示している。この場合外的基準 A_i は地表応答加速度であり、数量化第 I 類とはこのような反応パターンの表から、各カテゴリーの重み x_{jk} を最小二乗法を用いて求め、他の新たな標本 (ここでは地盤構成) の外的基準 (地表応答加速度) の値を推定しようというものである。この手順をもう少し詳しく述べると、

表一五 数量化第 I 類の反応パターン

Quantification 1		Item				
Outside Value	Category	I_1		I_2	...	I_R
	Weight	C_{11}	$C_{12} \dots C_{1K_1}$	$C_{21} \dots C_{2K_2}$		$C_{R1} \dots C_{RK_R}$
A_1		x_{11}	$x_{12} \dots x_{1K_1}$	$x_{21} \dots x_{2K_2}$		$x_{R1} \dots x_{RK_R}$
A_2		\checkmark		\checkmark		\checkmark
\vdots		\vdots		\vdots		\vdots
A_i			\checkmark			\checkmark
\vdots			\vdots			\vdots
A_n			\checkmark			\checkmark

A_i : Acceleration of ground surface

I_j : $\xi_{lm} = \rho_m \cdot V_m / \rho_l \cdot V_l$

ある標本 i がある要因 j において、あるカテゴリー k に反応したとき (すなわち標本 i の要因 j の値がカテゴリー k に相当しているとき)、 $\delta_i(j, k)$ なる記号を導入してこの値を 1 とし、反応していないときこの値を 0 とする。このようにすると、各反応パターンに応じて 1 と 0 より成るカテゴリカルデータが得られるが、次にこのカテゴリカルデータの各カテゴリーの重み係数 x_{jk} を以下のようにして求める。すなわち、標本 i のカテゴリカルデータから $\alpha_i = \sum_j^R \sum_k^{K_j} \delta_i(j, k) x_{jk}$ (ここに R は要因総数、 K_j は第 j 要因のカテゴリー総数) という式によってその標本に対応する外的基準 A_i の推定値 α_i を定義し、こうして定義された n 個 (標本総数、いまの場合 200) の α_i と A_i の相関係数

$$\rho_{A\alpha} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})(\alpha_i - \bar{\alpha})}{\sigma_{A'} \cdot \sigma_{\alpha}}$$

が最大になるように各重み x_{jk} を決定する。なおこうした ($\rho_{A\alpha}$ を最大にするよう x_{jk} を決めるという) 操作は、通常重回帰分析におけると同様、 α_i が A_i を最もよく近似するように、すなわち最小二乗近似 ($\sum_{i=1}^n (A_i - \alpha_i)^2$ を最小にする) で x_{jk} を決めることと同等であることが知られている (詳細は文献 12) 参照)。

ところで各 x_{jk} を求める際、正規方程式の係数行列は階数が $(R-1)$ 個落ちてこのままでは解けないので、通常第 2 要因以降の第 1 項目について $x_{21} = x_{31} = \dots = x_{R1} = 0$ とすることが多い。今回の解析では、こうしてまず各 x_{jk} の値を求め、次いで各 x_{jk} を各要因の重みつき平均

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{K_j} \delta_i(j, k) x_{jk}}{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{K_j} \delta_i(j, k)}$$

で正規化して新たに $x_{jk}^* (= x_{jk} - \bar{x}_j)$ を求めた。こうして得られた x_{jk}^* のことを Normalized Score (正規化された得点) という。以上のことからわかるように、各 x_{jk} はその相対値しか決まらぬことに注意すべきである。ただし x_{jk} の要因 I_j 内における差、たとえば、第 k_1 カテゴリーの重みと第 k_2 カテゴリーの重み係数の差 $x_{jk_1} - x_{jk_2}$ (それは当然 $x_{jk_1}^* - x_{jk_2}^*$ にも等しい) は一意的に決まり、この事実は後述の各カテゴリーの寄与を評価する際に利用される。またこの差の特殊な場合である第 j 要因内の重み係数 x_{jk} (あるいは x_{jk}^*) の最大値と最小値の差のことを通常 Range (範囲) とよんでいるが、この Range は後述のように、各要因の外的基準に対する寄与を評価する指標として用いられる。なお、通常定義によれば、Range は非負の量であるが、本解析では後の解析の便宜上次のように負の値も取り得るように Range の定義を変更する。すなわ

ち、いま第 j 要因において、 $k_1 < k_2$ として第 k_1 カテゴリーで x_{jk} が最小値（あるいは最大値）を、第 k_2 カテゴリーで x_{jk} が最大値（あるいは最小値）をそれぞれとるものとする、 $\text{Range} = x_{jk_1} - x_{jk_2}$ という式で Range を定義する。この定義によれば、この値の絶対値は通常の定義に一致し、この値が負の場合は、その要因 I_j において ξ_{im} の値を大きくした場合その要因が外的基準（地表最大加速度）を減らす傾向のあることを示すことになり、後述するように各要因の寄与の評価をする際通常の定義によるものより便利である。こうしてすべての要因のカテゴリーに割り振られる数値 x_{jk} が決まると、今度はこの値を用いて新たな標本の外的基準を予測することができる。つまりいまの場合、新たな地盤の波動インピーダンスの鉛直分布が与えられた場合、その地表最大加速度は直接応答計算を行うことなしに、カテゴリカルデータの対応する重み係数 x_{jk} の値を全要因にわたって足し合わせるだけでその予測値を求めることができる。その際、この予測という観点から見た場合 α_i と A_i の相関係数（いわゆる重相関係数） $\rho_{A\alpha}$ の値が1に近いほど予測の信頼性が高いことになる。通常この値は 0.85 以上であることが必要とされている（文献 13）101 頁）。

一方、各要因が独立であるか、あるいは独立でなくとも要因相互が無相関であると見なせる場合（具体的には相互の相関係数を少なくとも 0.3 以下にできる場合）、本来は予測の手法であるこの数量化第 I 類を、各要因の外的基準に及ぼす寄与の大小を評価する目的に用いることができる（文献 14）13 頁）。次章の表-9 からわかるように本解析の場合この条件は満たされているので、本研究ではこの数量化第 I 類をもっぱらこの寄与の評価という目的のために用いる。具体的にはまず上記のようにして x_{jk} （あるいは x_{jk}^* ）、Range 等を求め、次に x_{jk} の値の相対的大小から外的基準に及ぼす各カテゴリーの寄与の度合を、また、Range の値から同じく各要因の寄与の度合をそれぞれ推定する。

3. 計算結果およびその考察

本章では、各要因タイプのさまざまな地盤ケースに前章で示した手法を適用して得た結果について述べる。

まず地盤パラメーターとして A1 および A3 の2つの場合を選び、各要因タイプにつき数ケースずつ preliminary な解析を行ってみた。その結果、重相関係数 $\rho_{A\alpha}$ についてみると、

要因タイプ I の場合 0.75~0.79

要因タイプ II の場合 0.89~0.92

要因タイプ III の場合 0.93~0.94

という値を得たが、 $\rho_{A\alpha}$ は各タイプの要因の組による回帰平面的外的基準の標本値に対する当てはまりの良し悪しを示す指標であるから、タイプ I の場合は要因として取り上げるのは不適当なことがわかる（前章で述べた

Normalized Score : Type of Item ; II (N=5)

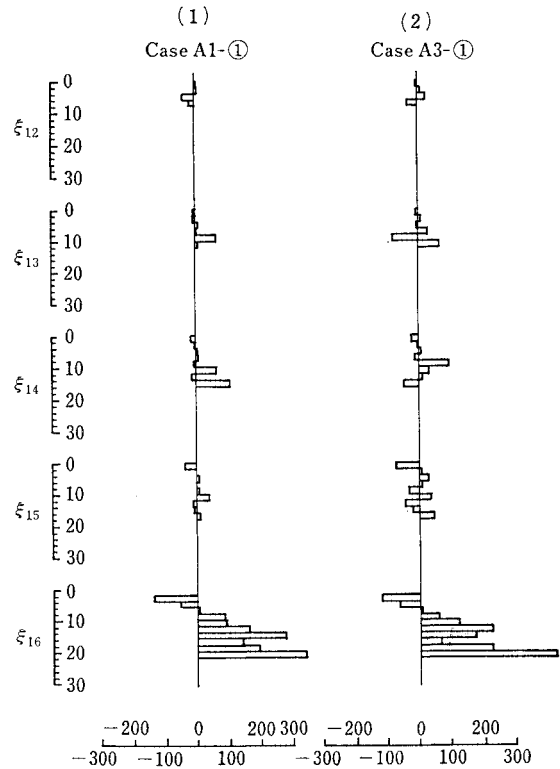


図-6(a) 要因タイプ II のノーマライズド・スコア

Range : (maximum range=100)

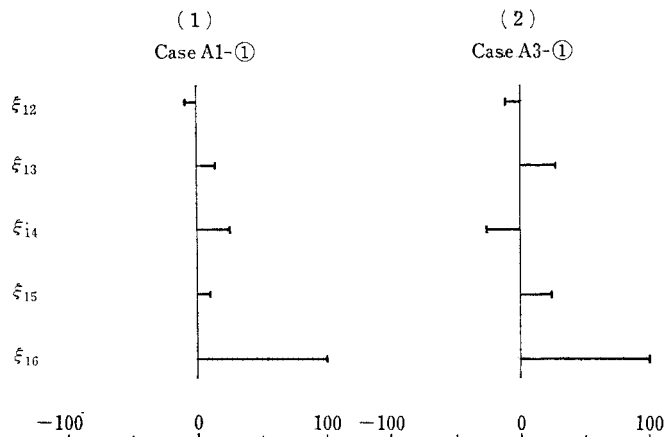


図-6(b) 要因タイプ II のレンジ

ように $\rho_{A\alpha}$ は 0.85 以上であることが経験上必要とされている). そこでタイプ I は解析の対象からはずし, タイプ II およびタイプ III についてのみ解析を行うことにし, なかんづく, $\rho_{A\alpha}$ が最も大きかったタイプ III については, 詳しい解析を行った.

まずタイプ II の場合, Case A 1-① および Case A 3-① の Normalized Score x_{jk}^* を図-6 (a) に, また最大値を 100 に規準化した Range を図-6 (b) にそれぞれ示す. 両図より, 要因 ξ_{16} の寄与が他の要因に比べ圧倒的に大きいこと, ξ_{16} が大きい値をとるほど外的基準も大きくなること等がただちに読み取れる. また, 図-6 (a) において要因 ξ_{16} の値を大きくしていったとき外的基準の値がどのくらいずつ増えてゆくかも読み取れる. さらに, 同図の (a), (b) を比べることにより, 層厚 H の差は x_{jk}^* の値にほとんど影響を及ぼさぬことがわかる.

次に要因タイプ III の場合につき述べる. まず表-6 に解析した No. 1~11 の 11 ケースの各パラメーターの内訳, および対応する重相関係数 $\rho_{A\alpha}$, 正規化した Range 等を示す. 表中, No. 1 と No. 2 のケースは地盤パラメーターを A 1 としておき, V_S の乱数発生初期値を 2 通り (Index ① および ②) に変えたもの, No. 3~6 は地盤パラメーターを A 2 としておき, V_S の乱数発生初期値を 4 通り (Index ①, ③, ④, ⑤) に変えたもの, No. 7 は Case A 2-③ において標本数を 800 個としたもの, No. 8 と No. 9 は同じく Case A 2-③ において, 基盤入力地震波の位相の乱数発生初期値を変えたものをそれぞれ表わす. この表から, V_S の乱数を変えても (No. 1 と No. 2, No. 3~No. 6), 地震波の乱数を変えても (No. 4, No. 8 および No. 9), 標本数を増やしても (No. 4 から No. 7 へ), 層厚 H を大きくしても (No. 3 から No. 10 へ), 基盤の V_S の平均値を大きくしても (No. 3 から No. 11 へ), それらの相違に無関係と見なせる (いい換えればこれら全ケースに共通する) 次のような傾向が読み取れる. 重相

関係数は, どのケースも 0.91~0.95 と大きい (これは前述の preliminary な解析結果とも一致する). また, 正規化された Range についてみると, ξ_{16} の寄与が最も大きく, ξ_{56} の寄与がそれに次いでおり, 他の要因の寄与はこの 2 者に比べ小さい. ξ_{56} の寄与は, その符号は常に負, つまり ξ_{56} の値が大きいほど外的基準の値を減らす作用をもち, その大きさは, “しばしば” ξ_{16} の 60~70% にも達する (No. 1, 3, 7, 10, 11). ここで “しばしば” という言葉を使ったが, この点をより詳しく調べるため, No. 1~11 の総計約 3000 個の標本の地盤構成と対応する地表応答加速度の関係を調べてみたところ, この 3000 個の標本について見た限りにおいては, ξ_{56} の値が小さい ($< \sim 18$) ときは ξ_{56} の寄与はあまり目立たず, ξ_{56} の値がある程度以上 ($> \sim 18$) 大きくなると “例外なく” 外的基準値の値を減らす作用をもつことがわかった (その一例については, 図-7 (1)~(3), および表-8 (a)~(c) 参照). したがって, この件をより正確にいうと, ξ_{56} の寄与の大きさは $\xi_{56} \geq 18$ のとき (今回解析した標本に関しては), “常に” 外的基準値を大きく減らす働きをもつということになる. 表-6 中, たとえば, 地盤パラメーターが A 2 の場合の No. 4, 5, 6, 8, 9 の各ケースは ξ_{56} の相対的寄与が 40% 以下と小さいが, これはこれらのケースに $\xi_{56} \geq 18$ という標本が含まれていないため, No. 7 の場合, 他のパラメーターはすべて No. 4 と同じなのに ξ_{56} の相対的寄与の大きさが No. 4 の 34% から 61% に上がっているのは, 標本数を増やしたため, $\xi_{56} \geq 18$ となるような地盤構成が含まれるようになったためである. ところで $\xi_{56} \sim 18$ というと, V_S を 50 m/s (V_S の最小値) としても V_S が 1200 m/s 程度になり, 図-3 や文献 4) 中の多数の地点の地下構造の調査結果等から考えると, 現実の地盤ではこのように基盤面の上下で V_S が極めて大きく変化することはありそうにも思えないので, 実際の地盤に本研究の結果を適用する際は, この ξ_{56} の件は無視してもよからう. 次に各要因中の各カテゴリーの外的基準に

表-6 要因タイプ III の各ケースの $\rho_{A\alpha}$, Normalized Range

No.	Type of Deposites	Index of Random Number	Type of Accelerogram	$\rho_{A\alpha}$	Normalized Range				
					ξ_{16}	ξ_{26}	ξ_{36}	ξ_{46}	ξ_{56}
1	A 1	①	S 1	0.940	100	23	-32	-13	-59
2	A 1	②	S 1	0.913	100	25	-10	-29	-28
3	A 2	①	S 1	0.948	100	22	-39	-34	-75
4	A 2	③	S 1	0.948	100	-14	22	37	-34
5	A 2	④	S 1	0.944	100	-19	-8	-32	-18
6	A 2	⑤	S 1	0.948	100	11	-30	-19	-33
7	A'2	③	S 1	0.926	100	10	-16	-28	-61
8	A 2	③	S 2	0.949	100	-12	17	35	-37
9	A 2	③	S 3	0.931	100	-22	-34	-54	-33
10	A 3	①	S 1	0.932	100	32	-37	-44	-76
11	B 1	①	S 1	0.951	100	12	-17	-11	-72

及ぼす影響を見るため、図-7 (1)~(3)に、No. 1, 10, 11の各ケースの Normalized Score x_{jk}^* を示す。これらの図より、各ケースに共通する事項として次の点を読み取れる。要因 ξ_{16} において、 x_{jk}^* は $2 < \xi_{16} < 14$ の範囲内でほぼ一定の割合で ξ_{16} とともに増加している。要因 ξ_{56} においては、前述のように、 $\xi_{56} > 18$ のとき寄与が特に著しくなる。これらの事項のそれぞれにつき、次により詳しく見てみる。まず、 ξ_{16} であるが、表-7に No. 3~9 (いずれも地盤パラメーターは A2) の各ケースの ξ_{16} に関する x_{jk}^* の値を示す。どのケースも $2 < \xi_{16} < 14$ の範囲で x_{jk}^* がほぼ一定の割合で単調増大しているが、 ξ_{16} をこの範囲に限ったときの Range を求めてみると、

Normalized Score : Type of Item ; III (N=5)

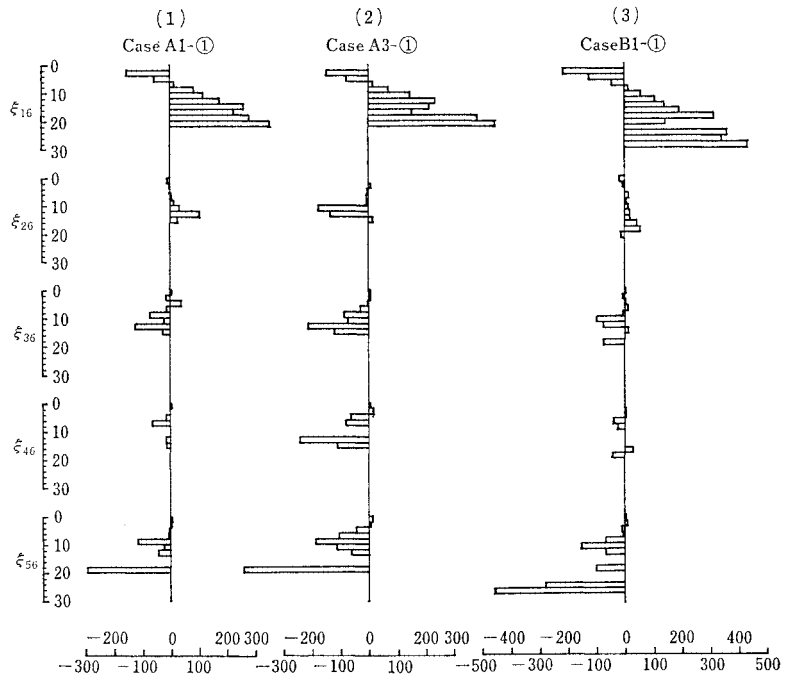


図-7 要因タイプ III のノーマライズド・スコア

表中にあるように 312~359 とケースによらずほぼ一定の値をとっている。さらに ξ_{16} のこの範囲における増加率、すなわち ξ_{16} のカテゴリ番号が1つ増加したときの x_{jk}^* の増加量の平均値を各ケースごとに求めてみると 62~72 といった値になる。このことは (基盤入力加速度の最大値が 100 gal という条件のもとで)、 $2 < \xi_{16} < 14$ の範囲内で ξ_{16} のカテゴリ番号を1つ増加させると、地表応答加速度が平均 70 gal 程度増加するということを意味している。次に ξ_{56} であるが、ここでは Case B1-1 (図-7 (3) 参照) の 200 個の標本のうちの次の2つの対照的な標本を例にとり、 $\xi_{56} > 18$ のときの ξ_{56} の寄与についてより詳しく見てみる。その一つは標本 No. 46、もう一つは標本 No. 51 で (これらの番号は 200 個の地盤構成の作成順につけたもので、番号自体は本質的でないが、以下、便宜上この番号で両標本を表

表-7 要因タイプ III, 地盤パラメーター A2 の各ケースの Normalized Score

No.	3	4	5	6	7	8	9
ξ_{16}							
2~4	-151	-154	-151	-143	-146	-154	-149
4~6	-62	-62	-68	-65	-63	-68	-62
6~8	3	17	28	24	11	21	3
8~10	86	78	91	84	73	84	81
10~12	155	163	127	127	137	138	143
12~14	188	201	208	169	208	205	200
Range ($2 < \xi_{16} < 14$)	339	355	359	312	354	359	349
14~16	243	209	225	226	223	255	269
16~18	175	372	220	279	242	258	272
18~20	326	322	253	445	291	284	279
20~22	297	369	311	-	422	365	346
22~24	-	-	-	-	365	-	-
Range ($2 < \xi_{16} < 24$)	477	526	462	588	568	519	495

表-8 Case B1-1 における ξ_{56} の寄与の比較 (要因タイプ III)

(a)	Sample	No. 46	No. 51
V_S (m/s)			
V_1	50	50	
V_2	250	233	
V_3	206	376	
V_4	371	299	
V_5	50	716	
V_6	1311	1347	

(b)	Sample	No. 46	No. 51
Category	ξ_{16}	26.2	26.9
	ξ_{26}	5.3	5.8
	ξ_{36}	6.4	3.6
	ξ_{46}	3.5	4.5
	ξ_{56}	26.2	1.9
A (gal)	461.7	910.0	

(c)	Sample	No. 46	No. 51
Category Weight	ξ_{16}	892	892
	ξ_{26}	18	18
	ξ_{36}	9	-14
	ξ_{46}	4	6
	ξ_{56}	-461	6
α (gal)	462	908	

表—9 Case A'2-③の要因相互の相関係数
(要因タイプ III)

	ξ_{16}	ξ_{26}	ξ_{36}	ξ_{46}	ξ_{56}	A
ξ_{16}	1.00	0.12	0.06	-0.01	-0.15	0.90
ξ_{26}		1.00	-0.02	-0.04	0.03	0.16
ξ_{36}			1.00	0.02	-0.03	0.10
ξ_{46}				1.00	-0.01	0.08
ξ_{56}					1.00	0.05
A						1.00

示すことにする), それらの V_S の鉛直分布を表—8 (a) に, 対応する波動インピーダンスの分布, ならびにそれぞれの地表応答値 A を表—8 (b) に示す. また両標本のカテゴリカルデータに対応する重み x_{jk} の値 (x_{jk}^* ではない), およびそれから計算される α (A の推定値) の値を表—8 (c) に示す. これらの表より, 両標本は第5層の V_S のみ著しく異なり他の層の V_S はほぼ同一 (そのため ξ_{56} の値が No. 46 で 26.2, No. 51 で 1.9 と大きく異なり, 他の波動インピーダンス比は両者ほぼ同一) という, ξ_{56} の影響を見るのに格好な例となっていることがわかる. 表—8 (c) より, ξ_{56} の両者の差が No. 46 の地表応答値を No. 51 に比べ 450 gal も引き下げていることが読み取れる.

最後に, 各要因相互の相関の度合をチェックするため, 一例として要因タイプ III の場合の Case A'2-③ (標本数 800) の相関係数を表—9 に示す. 各要因間の相関係数は十分小さいことがわかる (ここでは割愛したが, 他のケースについても同様である).

4. おわりに

地盤の鉛直剛性分布が地表地震動特性に及ぼす影響を統計的に調べた. 加速度スペクトルが一定の人工地震波を作成し, 入射波として基盤に入れ, いろいろな鉛直剛性分布のもとで地表での最大加速度を求め, 数量化理論を適用した. その結果, 地表の震動特性 (ここでは地表加速度の増幅率) に鉛直剛性分布の中で最も影響を及ぼすのは地表層と基盤層とのインピーダンスの比であることがわかった. もし基盤での入力地震波の速度スペクトルがほぼ一定ということならば, ここで得た結論は地表最大速度の基盤のそれに対する増幅率は, 地表層と基盤層のインピーダンス比によってほぼ決まるといえることになる. いずれにせよ, ここで得られた結論は嶋 (1970,

1974 年) の指摘していることを別の形で裏づけるものといえよう.

なお, 本論文はこれまでに筆者らが第4回日本地震工学シンポジウム (1975 年) 等の二, 三の会合で, スライドの形で発表してきた内容を骨子とし, 筆者の1人が修士論文 (井上, 1977 年) にまとめたものに, 松原勝巳君 (現・間組) による追加計算の結果を加えて出来上がったものである.

謝 辞: 本論文の清書にあたりご協力をいただいた筑波大学講師の藤野陽三氏, および追加計算を手伝っていただいた松原勝巳君に心より感謝の意を表す. 本論文の計算はすべて東京大学大型電子計算機センターの HITAC 8700/8800 で行った.

参 考 文 献

- 1) 井上涼介: 卒業論文, 東京大学土木工学科, 1975 年 3 月.
- 2) 伯野元彦・井上涼介: 地震継続時間並びに最大加速度に対する軟弱地表層の影響, 第4回日本地震工学シンポジウム, pp. 73~80, 1975 年 11 月.
- 3) 井上涼介: 修士論文, 東京大学大学院土木工学科, 1977 年 3 月.
- 4) 河角 広・佐藤泰夫・嶋 悦三: 東京都 (23 区) の地盤のレスポンス及び震度分布に関する調査研究, 東京都防災会議, 1974 年.
- 5) 嶋 悦三: 東京の地盤, 予防時報 (季刊), 第 99 卷, pp. 62~68, 1974 年.
- 6) 小林啓美・鏡味洋史: 波動理論を用いた成層構造の地震応答数値解析法について, 第2回日本地震工学シンポジウム, pp. 15~19, 1966 年.
- 7) Osaki, Y.: Dynamic Characteristics and One-Dimensional Amplification Theory of Soil Deposites, Research Report 75-01, 東京大学工学部建築学科, 1975 年 8 月.
- 8) 工藤一嘉: 地質と物理量の対比について——土質と S 波速度の対比を中心として——, 物理探鉱, 第 25 卷第 2 号, pp. 82~89, 1972 年 4 月.
- 9) Kanai, K. and S. Yoshizawa: The Amplitude and the Period of Earthquake Motions II, Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 36, pp. 275~293, 1958 年 9 月.
- 10) 小林啓美・長橋純男: 地震基盤における地震動の性質, 第4回日本地震工学シンポジウム, pp. 209~216, 1975 年 11 月.
- 11) 宮武 修・中山 隆: モンテカルロ法 (増訂版), 日刊工業新聞社, 1962 年 7 月.
- 12) 林知己夫・樋口伊佐夫・駒沢 勉: 情報処理と統計数理, 産業図書, 1970 年 5 月.
- 13) 河口至商: 多変量解析入門, 森北出版, 1973 年 6 月.
- 14) 奥野忠一ほか 5 名: 統多変量解析法, 日科技連, 1976 年 3 月.
- 15) 日立製作所ソフトウェア技術部: OS 7-HSAP 統計計算ライブラリ解説書, 1973 年 7 月.

(1979.4.26・受付)