

山地小河川における流出過程について

RUNOFF PROCESS ON MOUNTAINOUS RIVER BASIN

平野 宗夫*

By Muneeo HIRANO

1. ま え が き

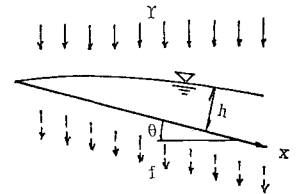
山腹に降った降水は、斜面を流下して河道へ流入し、河道は斜面からの流入水を集めて流下する。すなわち、流域は斜面と河道によって構成された降雨-流出の変換システムと考えることができる。このシステムを解析する、いわゆる流出解析法は、システムをブラックボックスとして取り扱う stochastic な手法と、現象を水理学的に追求しようとする dynamic な手法、およびシステムに適切なモデルを仮定してそのモデル定数を求める parametric な手法とに大別される。これらの各手法には一長一短があるが、それぞれの立場に応じた実用化への努力がなされてきており、実河川への適用化という点では、いずれも甲乙つけ難い程度に発展している。しかし、同一の現象を対象としているのであるから、理論的な解明が進むにつれて、これらの手法は相互に補完し合い融合していくべきものであると考えられる。日野ら^{1),2)}は、流体運動の基礎式から線形および2次の非線形核を導出する手法を展開し、それが dynamic なアプローチと stochastic なアプローチとを結びつけるものであることを示した。水理学における乱流理論は、stochastic な手法の導入により華麗な発展を遂げたが、同様な道程が流出現象の解明にも必要であると考えられる。

本論文においては、dynamic hydrology の立場から、斜面における流出過程について特性曲線による解が使用されている。従来の特性曲線法による流出解析においては、流域の形状を矩形と仮定し、その勾配、長さ、粗度などの地形的、水理的諸量は平均値のみが使用されている。しかし、たとえば流れの場における流速の平均値からの変動や流速分布の存在が拡散や分散現象を起こすように、斜面の長さや粗度などの諸量の分布特性も、降雨から流出への変換過程において重要な役割を果たすもの

と考えられる。本論文では、これらの諸量の総合的な効果を到達時間で表わし、その分布関数を特性曲線による解の中に導入することにより、到達時間の確率密度関数を核とする降雨と流出の応答関係を表わす式が導かれている。この核を解くには stochastic な手法が有効であり、それにより dynamic hydrology と stochastic hydrology の融合が可能となる。また、parametric model は一般に計算が容易で、データが不十分な場合にも適用しやすいなど、実用上捨て難い利点を有するが、到達時間の分布形に適切な関数形を仮定することにより、その平均と分散をパラメーターとする parametric model としても容易に解くことができる。

2. 理 論

図一に示すような斜面において、単位幅当りの流量を q 、水深を h 、雨水が流れている部分の空隙の割合を τ 、降雨強度を r 、下層への浸透速度を f 、斜面の傾斜角を θ 、時間を t とし、流下方向に x 軸をとると、雨水流の連続の式は、



図一 斜面の記号説明図

$$\frac{\partial(\tau h)}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = (r - f) \cos \theta \dots \dots \dots (1)$$

また、運動方程式は疑似等流を仮定すると次式で表わされる。

$$h = Kq^p \dots \dots \dots (2)$$

上式において、平均流速式として Manning の式を用いると、

$$K = (n/\sqrt{\sin \theta})^p, p = 0.6$$

Darcy の式を用いると、

$$K = 1/k \sin \theta, p = 1$$

* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部水工土木学科

となる。ここに、 n は Manning の粗度係数、 k は透水係数である。

式 (1) および (2) より h を消去すると、

$$Kr p q^{p-1} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r_e \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 r_e は有効降雨強度で、 $r_e \equiv (r-f) \cos \theta$ である。上式を特性曲線法により解くと、周知の次式が得られる。

特性曲線

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{Kr p} q^{1-p} \dots\dots\dots (4)$$

の上で、

$$q = \left\{ \frac{1}{Kr} \int_{t_s}^t r_e(\tau) d\tau \right\}^{1/p} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 t_s は特性曲線の出発時刻である。式 (5) を式 (4) に代入し、特性曲線の出発地点の x 座標を x_s とすると、

$$x = x_s + \int_0^{t-t_s} \frac{1}{p(Kr)^{1/p}} \cdot \left\{ \int_{t-t_s-\tau'}^{t-t_s} r_e(t-\tau) d\tau \right\}^{(1-p)/p} d\tau' \dots\dots\dots (6)$$

ここで、時刻 t_0 より以前には有効降雨はないものとし、

$$r_e(t) = (r-f) \cos \theta, \quad t \geq t_0 \\ = 0, \quad t < t_0$$

また、 p および Kr は斜面の上流端から下流端まで一定であるとし、斜面長を l 、特性曲線が上流端 ($x=0$) から下流端 ($x=l$) に到達するのに要する時間を T とすると、時刻 t_0 以後に斜面上流端を出発し、時刻 t に下流端に到達する特性曲線 (図-2 の曲線 ①) においては、式 (6) に $x_s=0$ 、 $x=l$ および $T=t-t_s$ を代入して、

$$l = \frac{1}{p(Kr)^{1/p}} \int_0^T \left\{ \int_{T-\tau'}^T r_e(t-\tau) d\tau \right\}^{(1-p)/p} d\tau', \\ T \leq t-t_0 \dots\dots\dots (7)$$

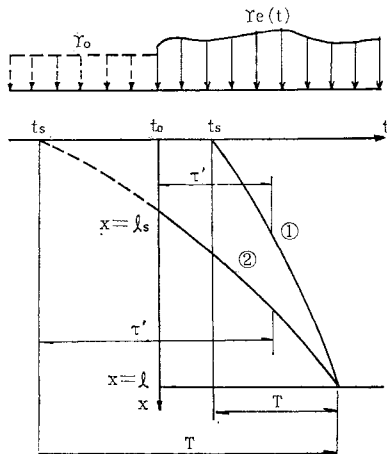


図-2 特性曲線の説明図

また、 $T > t-t_0$ の場合には、時刻 t に下流端に達する特性曲線は、図-2 の曲線 ② のように時刻 t_0 に斜面の途中 ($x_s=l_s$) から出発しているため、式 (6) に $x_s=l_s$ 、 $x=l$ および $T=t-t_s$ を代入して、

$$l = l_s + \frac{1}{p(Kr)^{1/p}} \int_{T-t_0}^T \left\{ \int_{T-\tau'}^T r_e(t-\tau) d\tau \right\}^{(1-p)/p} \cdot d\tau', \quad T > t-t_0 \dots\dots\dots (8)$$

となる。

上式右辺第 1 項の l_s を第 2 項と同様に降雨強度と到達時間等で表わすために、時刻 t_0 以前に一定強度 r_0 の有効降雨を想定し、その降雨によって時刻 t_s に $x=0$ を出発し t_0 に $x=l_s$ に到達する特性曲線 (図-2 の点線) を考えると、式 (6) より l_s は次のように表わされる。

$$l_s = \frac{1}{(Kr)^{1/p}} r_0^{(1-p)/p} (T-t+t_0)^{1/p} \dots\dots\dots (9)$$

上式を式 (8) に代入し、式 (7) を含めて表示すると次式となる。

$$l = \frac{1}{p(Kr)^{1/p}} \left[\int_{t_0}^T \left\{ \int_{T-\tau'}^T r_e(t-\tau) d\tau \right\}^{(1-p)/p} \cdot d\tau' + p r_0^{(1-p)/p} t_0^{1/p} \right] \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

$$\tau_0 = 0, \quad T \leq t-t_0 \\ = T-t+t_0, \quad T > t-t_0 \dots\dots\dots (11)$$

次に、下流端 ($x=l$) における流出量を q_l とすると、式 (5) より、

$$q_l = \left\{ \frac{1}{Kr} \int_0^T r_e(t-\tau) d\tau \right\}^{1/p} \dots\dots\dots (12)$$

上式に式 (10) を代入して Kr を消去すると、

$$q_l = lR(t, T) \dots\dots\dots (13)$$

ここに、

$$R(t, T) = p \left\{ \int_0^T r_e(t-\tau) d\tau \right\}^{1/p} / \left[\int_{t_0}^T \left\{ \int_{T-\tau'}^T r_e(t-\tau) d\tau \right\}^{(1-p)/p} d\tau' + p r_0^{(1-p)/p} t_0^{1/p} \right] \dots\dots\dots (14)$$

となる。

河道における流量は、式 (13) で表わされる斜面からの流出量を集めたものとなるが、一般に、1 次の河道においては、河道における流出波形の変形は斜面におけるそれに比し微小であるから、これを無視すると、河道の流量 Q は斜面からの流出の和で表わされる。

すなわち、流域の斜面を流水の流下径路に沿って微小幅 $db_i (i=1, 2, \dots)$ の斜面要素に分割し、その斜面要素の長さを l_i 、下流端における流出量を q_{li} とすると、河道流量 Q は近似的に次式で表わされる。

$$Q = \sum_i q_{li} db_i = \sum_i R(t, T_i) l_i db_i \dots\dots\dots (15)$$

ここに、添字 i は i 番目の斜面要素についての量であることを示す。上式において、 $l_i db_i$ は斜面要素の微小な面積であるから、これを流域面積 A で割った $l_i db_i/A$ は、長さ l_i の斜面の存在確率を表わすと考えられる。ところで、 l_i と T_i の関係は、式 (10) に示されるように、 p, Kr , 降雨波形および時刻 t によって変化するが、 t を固定すると、1 個の l_i に対して 1 個の T_i が対応するから、 l_i の確率はそのときの T_i の確率に等しいとおいてよい。しかし、時刻 t が変わると T_i が変化するから、一般に T_i の確率は t と l_i の確率の関数であると考えることができる。そこで、これらの関係を次式で表わすことにする。

$$l_i db_i/A = \varphi(t, T_i) dT_i \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 $\varphi(t, T)$ は時刻 t における T の確率密度関数である。

式 (16) を式 (15) に代入して積分形で表わすと、

$$Q(t) = A \int_0^\infty \varphi(t, T) R(t, T) dT \dots\dots\dots (17)$$

となる。上式は入力を R , 出力を Q , システム関数を φ とする応答関係を表わしている。しかし、システムが非定常であり、このままでは扱いにくいので、以下にシステムの定常化を図ることにする。

(1) $p=1$ の場合

流れが Darcy 則に従う場合には、式 (2) における $p=1$ であるから、式 (10) より、

$$l = T/Kr \dots\dots\dots (18)$$

となり、到達時間 T は降雨波形や時刻に無関係となる。したがって、 T の確率密度関数 φ , すなわち、式 (17) におけるシステム関数は定常となる。また、式 (14) において $p=1$ とすると、

$$R(t, T) = \int_0^T r_e(t-\tau) d\tau/T \dots\dots\dots (19)$$

となり、システムへの入力 R は到達時間内の平均降雨強度に等しいことがわかる。

降雨と流出の応答関係は式 (17) に式 (19) を代入して、

$$Q = A \int_0^\infty r_T \varphi(T) dT \dots\dots\dots (20)$$

ここに、

$$r_T = \int_0^T r_e(t-\tau) d\tau/T \dots\dots\dots (21)$$

式 (20) において、 Q, A , および r_T の単位をそれぞれ $m^3/s, km^2$ および mm/h で表わし、平均降雨強度 r_m を次式

$$r_m = \int_0^\infty r_T \varphi(T) dT \dots\dots\dots (22)$$

で定義すると、

$$Q = \frac{1}{3.6} r_m A \dots\dots\dots (23)$$

となり周知の合理式が得られる。

また、式 (20) を書き換えると、

$$Q = A \int_0^\infty u(\tau) r_e(t-\tau) d\tau \dots\dots\dots (24)$$

ここに、

$$u(\tau) = \int_\tau^\infty \varphi(T)/T dT \dots\dots\dots (25)$$

となり、 $u(\tau)$ を核とする単位関法に一致する。すなわち、瞬間単位関 $u(\tau)$ は、 τ より大きい到達時間 T についての $1/T$ すなわち T の逆数の平均値を表わしていることがわかる。また、 $p=1$ の場合、降雨と流出の関係が線形となることも明らかである。

(2) $p \neq 1$ の場合

一様強度 r_0 の有効降雨が長時間継続する場合を想定し、この降雨による到達時間を T_0 とする。斜面長 l と T_0 との関係は式 (10) より、

$$l = r_0^{(1-p)/p} (T_0/Kr)^{1/p} \dots\dots\dots (26)$$

上式と式 (10) を等置することにより、 T_0 と任意の降雨波形による到達時間 T との関係は次式で与えられる。

$$T_0^{1/p} = \frac{1}{p} \int_{T-r'}^T \left\{ \int_{T-r'}^T \frac{r_e(t-\tau)}{r_0} d\tau \right\}^{(1-p)/p} d\tau' + \tau_0^{1/p} \dots\dots\dots (27)$$

ここで、 T_0 の確率密度関数を $\varphi(T_0)$ とし、

$$l \cdot db/A = \varphi(T_0) dT_0 \dots\dots\dots (28)$$

とおくと、式 (15) より、

$$Q = A \int_0^\infty R_0(t, T_0) \varphi(T_0) dT_0 \dots\dots\dots (29)$$

となり、定常なシステム関数 $\varphi(T_0)$ を有する応答関係を表わす式が得られる。ここに、 $R_0(t, T_0)$ は式 (14) の右辺に式 (27) で与えられる T と T_0 の関係を代入して得られる $R(t, T)$ を示す。

上式において、到達時間の間降雨強度が一定であると仮定して、

$$\int_{T-r'}^T r_e(t-\tau) d\tau = r_T \tau' \dots\dots\dots (30)$$

とし、式 (23) と同じ実用単位を用いると、式 (14) および (29) より次の合理式が得られる。

$$Q = \frac{1}{3.6} r_m' A \dots\dots\dots (31)$$

ここに、

$$r_m' = \int_0^\infty \frac{r_T \varphi(T_0)}{1 + (\tau_0/T)^{1/p} \left\{ (r_0/r_T)^{(1-p)/p} - 1 \right\}} dT_0 \dots\dots\dots (32)$$

および、

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{r_T}{r_0} \right)^{1-p} \left[1 + \left(\frac{\tau_0}{T} \right)^{1/p} \left\{ \left(\frac{r_0}{r_T} \right)^{(1-p)/p} - 1 \right\} \right]^p \dots\dots\dots (33)$$

上式は到達時間が降雨強度によって変化することを示しており、 $p=1$ の場合と異なり降雨と流出の関係は非線形となる。 $p \neq 1$ の場合には、入力としての降雨波形 $r_0(t)$ を $R_0(t, T_0)$ に変換することにより、入出力間に線形の関係を得ることができる。

また、式 (22) または (32) で定義される降雨強度を適用すれば、合理式は文字どおり合理的なものとなるが、中間流出が卓越する場合には式 (22) を、表面流出が卓越する場合には式 (32) を用いる必要があると考えられる。

3. 流出解析の手法と試験地への適用

式 (20) または式 (29) において、 $\varphi(T)$ または $\varphi(T_0)$ が与えられると任意の降雨波形に対して流出量が計算できるから、流出解析は $\varphi(T)$ や $\varphi(T_0)$ をいかに評価するかという問題に帰着する。

降雨および流出量のデータから $\varphi(T)$ や $\varphi(T_0)$ を求める手法としては、それらをブラックボックスとして統計的に最適解を求める stochastic な方法と、それらに適当な確率密度関数をあてはめ、その平均、分散などをパラメータとする parametric model として解く方法とが考えられる。

(1) stochastic model としての流出解析

システム関数をブラックボックスとして、入出力のデータよりシステム関数を同定する方法は、流出解析においても単位図を求めるのに用いられている。同様の手法が $\varphi(T)$ や $\varphi(T_0)$ の同定に利用できる。日野³⁾ や高棟⁴⁾ は単位図を求めるのに Wiener-Hopf の積分方程式を用いているが、 $\varphi(T_0)$ を求めるのに同じ手法を適用すると以下のようなのである。

式 (29) において、予測誤差 ε を次式

$$\varepsilon(t) = \frac{Q(t)}{A} - \int_0^\infty R_0(t, T_0) \varphi(T_0) dT_0 \dots\dots (34)$$

で定義し、 $\{\varepsilon(t)\}^2$ の平均値を最小とする T_0 の確率密度関数を $\varphi_0(T_0)$ とすると、最小自乗法を適用することにより次の条件式が導かれる。

$$\rho_{QR}(\tau) = \int_0^\infty \varphi_0(t) \rho_{RR}(\tau-t) dt \dots\dots (35)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \rho_{QR}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \frac{Q(t)}{A} R_0(t, \tau) dt \\ \rho_{RR}(\tau_1 - \tau_2) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T R_0(t, \tau_1) R_0(t, \tau_2) dt \end{aligned} \right\} \dots\dots (36)$$

式 (35) は Wiener-Hopf の積分方程式とよばれ、種々の解法が提案されている。

一般に、降雨や流出量などの入出力は有限期間の離散量で与えられるので、式 (35) において T の上限を m 、 $\Delta t=1$ として離散量で表わすと、

$$\rho_{QR}(i) = \sum_{j=0}^m \varphi_0(i) \rho_{RR}(i-j) \dots\dots (37)$$

となる。上式は連立 1 次方程式であり、容易に解くことができる。

ところで、式 (25) より瞬間単位図 $u(\tau)$ と $\varphi(T)$ の関係は、

$$\varphi(T)/T = -du(T)/dT \dots\dots (38)$$

となるから、 $\varphi(T)$ が負とならないためには $du(T)/dT \leq 0$ すなわち、 $u(\tau)$ は減少関数でなければならない。しかし、一般に Wiener-Hopf の方程式を数値的に解いて得られる単位図は

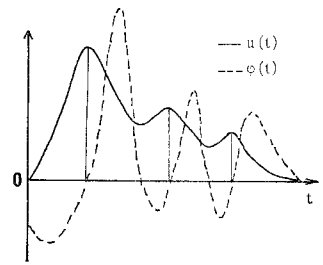


図-3 $u(t)$ と $\varphi(t)$ の関係

若干の振動を示すのが通例であるから、 $\varphi(T)$ は図-3 に示すように、 $u(\tau)$ の振動につれて正負の間を大きく振動することになり、物理的に意味のある解を得るのが困難な場合が多い。

そこで、ここでは φ についての非負の解を得るために、Eagleson ら⁵⁾ にならって Simplex 法を適用することにす。すなわち、式 (29) を離散量で表わし、

$$\frac{Q(i)}{A} = \sum_{j=0}^m R_0(i, j) \varphi_0(j) + e(i) \dots\dots (39)$$

を

$$\varphi(j) \geq 0, e(i) \geq 0 \text{ および } \sum_{i=0}^m e(i) = \text{minimum}$$

という条件のもとに $\varphi_0(j)$ を求めるものである。この方法は、Wiener-Hopf 方程式のように解の意義が明瞭ではないが、実用的な解を得ることができる。

次に、上記の解析手法を竜ノ口森林理水試験地に適用する。同試験地は岡山県旭川の支川にあり、流域面積は 0.226 km²、形状は図-4 に示すようである。流出量と降雨のデータは、小

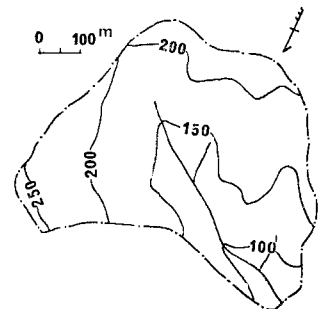


図-4 試験地平面図

川⁶⁾ によって詳細に検討されており、変曲点法による直接流出の分離と、Horton の浸透能曲線式を利用した有効降雨の分離がなされているので、そのデータを使用することにする。

解析結果を図-5

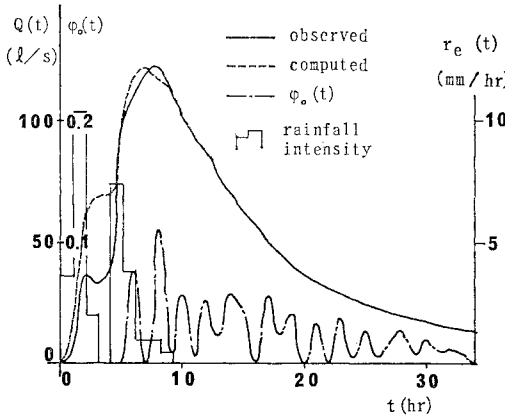


図-5 流出波形と到達時間の分布 ($p=1$)

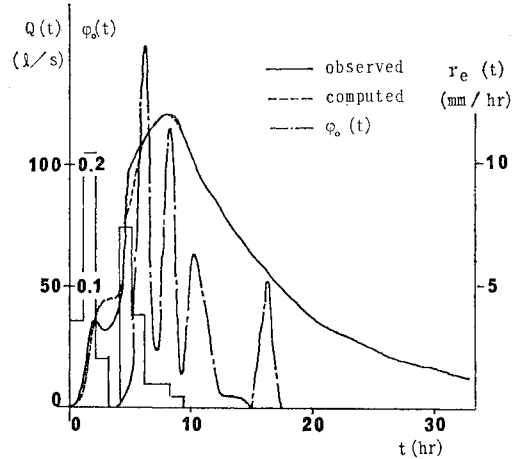


図-8 流出波形と到達時間の分布 ($p=0.6$)

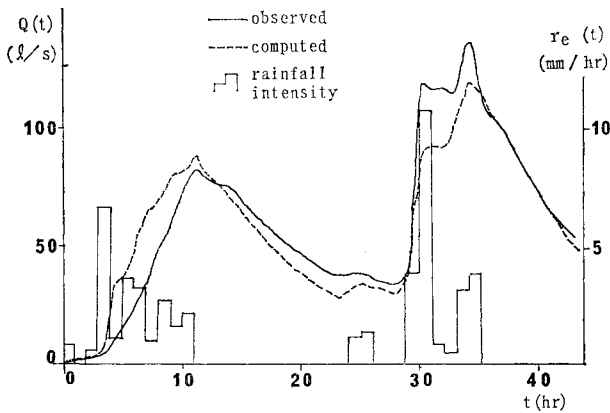


図-6 実測値と予測値の比較

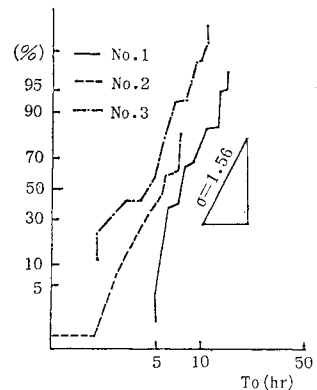


図-9 $\varphi_0(T_0)$ の分布 ($p=0.6$)

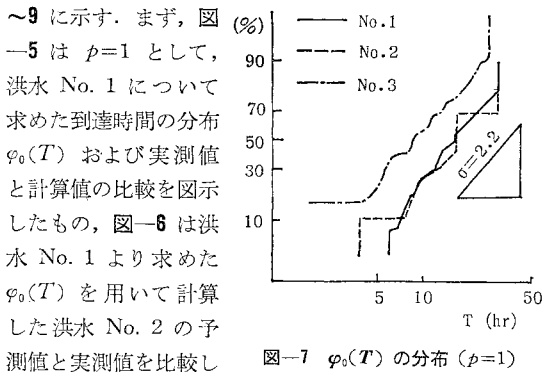


図-7 $\varphi_0(T)$ の分布 ($p=1$)

～9に示す。まず、図-5は $p=1$ として、洪水No.1について求めた到達時間の分布 $\varphi_0(T)$ および実測値と計算値の比較を図示したもの、図-6は洪水No.1より求めた $\varphi_0(T)$ を用いて計算した洪水No.2の予測値と実測値を比較したものである。また、図-7はいくつかの洪水について $\varphi_0(T)$ を求め、対数確率紙にHazen plotにより図示したものである。それによると、得られた $\varphi_0(T)$ はほぼ対数正規分布をなしており、その標準偏差 σ_T は各洪水についてほぼ等しく $\sigma_T \approx 2.2$ となっている。

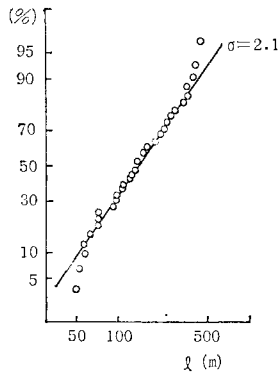
図-8および図-9は $p=0.6$ とした場合であり、 $r_0 = 10 \text{ mm/hr}$ とし、到達時間の分布 $\varphi_0(T_0)$ および流量の実測値と計算値の比較の一例を図-8に、図-7と同

じ洪水について求めた $\varphi_0(T_0)$ を図-9に示している。同図より、 $p=0.6$ とした場合も $\varphi_0(T_0)$ の分布はほぼ対数正規分布をなすことがわかるが、 $p=1$ の場合より描点の勾配は急であり、標準偏差が小さくなっている。

ところで、式(26)より、 Kr と l とが互いに独立であれば、 $\log(Kr)$ および $\log l$ の標準偏差をそれぞれ $\log \sigma_K$ および $\log \sigma_l$ とすると次の関係が成り立つ。

$$\log \sigma_T = \sqrt{(p \log \sigma_l)^2 + (\log \sigma_K)^2} \dots \dots \dots (40)$$

K と r についてはデータがないので σ_K は不明であるが、 σ_l は地形図上で測定することができる。そこで、1/2000の地形図上の河道に40m間隔に点を取り、その点から分水界まで等高線に直交する線を引き、その長さを斜面長として対数確率紙にプロットすると図-10のようになる。描点は直線状をなしており、斜面長の分布も対数正規分布に近いことを示している。また、標準偏差 σ_l は2.1程度であり、 $p=1$ とした場合の到達時間 T のそれにほぼ等しい。このことは、 $\log \sigma_K$ が $\log \sigma_l$ に比してかなり小さいか、もしくは、 Kr と l が独立でなく両者の間になんらかの関係があることを示すも



図—10 斜面長の分布

のと考えられる。いずれが正しいかは現時点では判断できないが、もし前者であるとすると、

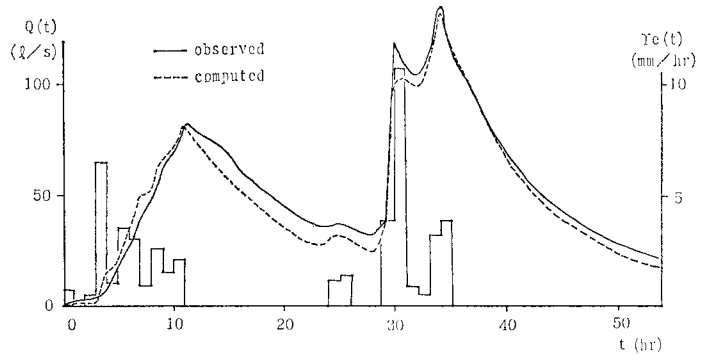
$$\log \sigma_T = p \log \sigma_l \text{ or } \sigma_T = \sigma_l^p \dots \dots \dots (41)$$

となる。これに $p=0.6$ および $\sigma_l=2.1$ を代入すると $\sigma_T=1.56$ となり、図—9 の結果とほぼ一致する。したがって、近似的には式 (41) の関係が成り立つように思われる。

(2) parametric model による流出解析

流出のシステムに適切な関数やモデルを仮定し、そのパラメーターを流出解析により定める、いわゆる parametric model としては、線形貯水池モデル、タンクモデル、貯留関数、等価粗度法などがよく知られている。パラメーターの数は、タンクモデルを除くと 1~数個程度であるが、一般にパラメーターの数が少ないほどその決定は容易であり、総合化への手掛りも得やすい反面、パラメーターが多いものは種々の流出特性を表現しやすいという利点がある。parametric model に要求される条件は、実測値との適合性がよいこと、解析が容易であることなどであるが、その物理的意義が明瞭であることがいっそう望ましいと考えられる。式 (20) や (29) はシステム関数が確率密度になっているから、これを parametric model として解く場合には、適当な確率密度関数をあてはめ、平均と分散をパラメーターとすることになる。したがって従来この種のモデルに比し、システムとパラメーターの物理的意味が明確である。

到達時間の確率密度関数は、前述のように対数正規に近いと考えられるが、筆者ら⁷⁾ はすでに式 (20) および (29) のシステム関数として対数正規分布を用いれば試験地のデータによく適合することを示した。その一例を図—11 に示す。また、角屋ら⁸⁾ は $\phi(T)$ にガンマ分布を適用して良好な結果を得ている。いずれにしても、対数正規分布とガンマ分布に本質的な差異はなく、到達時間の分布としては右方に長いすそ野をもつ非対称分布が



図—11 parametric model による実測値と計算値の比較
($p=0.6$, $r_0=10$ mm/h)

よく適合するようである。システム関数に対数正規分布を適用すると、決めるべきパラメーターは平均と分散の 2 個 (p もパラメーターと考えれば 3 個) となり、貯留関数と同数になる。また、斜面長の分布を地形図上で測定して式 (41) に適用すれば未知のパラメーターは平均のみとなり、等価粗度法の場合と同じになる。

4. 斜面長および河道長分布の特性と流出における役割

前述のように、斜面長の分布は斜面における流出システムを規定する重要な要素であることがわかったが、河道長の分布も流出においてある役割を果たすはずである。石原・高棹⁹⁾ は、流出過程における斜面と河道の役割について解析的に検討し、自然流域では斜面の効果が流路のそれに比し卓越することを示し、高棹ら¹⁰⁾ は、流域面積 159 km² の山地流域において、河道網構造を組み込んだ流出シミュレーションを行い、河道の効果はピーク流量を約 30% 減少させる程度であるという結果を得た。また、石原・小葉竹¹¹⁾ は、河道系の役割を線形合流流下過程と考えてよいとしている。ここでは山地小川を対象として、斜面長と河道長の分布を測定してその特性を調べるとともに、それらを導入した流出シミュレーションを行い、斜面と河道の役割について考察する。

(1) 斜面長および河道長の分布特性

対象としたのは、福岡県内にある那珂川南畑ダム地点 (流域面積 26.8 km²)、遠賀川支川八木山川力丸ダム地点 (同 32.6 km²) および矢部川日向神ダム地点 (同 79.2 km²) の 3 流域である。

まず、1/25 000 地形図上に河道網を記入して Horton-Strahler 方式による次数分けを行い、河道長、河道勾配、集水面積等を測定した。これらの平均値については各流域とも Horton の河道則がほぼ成立する。また、1

次および2次の河道の河道長は図-12および図-13に示すようにほぼ対数正規分布をなす。

次に、前章で定義した斜面長を測定し、1次河道へ流入する斜面長と、2次以上の河道へ直接流入する残流域の斜面長とに分けてプロットすると図-14および図-15のようである。1次流域の斜面長は図-10と同様にほぼ対数正規分布をなしているが、残流域の斜面では3流域のデータとも対数正規分布からはずれ、図-15に示すように平方根正規に近いものになっている。また、その平均値は前者で110~130m、後者で190~210mとかなり異なっている。この差異は、侵食の過程における必然的なものか、河道や斜面の定義の不適当さによる人為的なものであるか、現時点では不明であり、さらに検討の必要がある。

(2) 流出のシミュレーション

河道網を次数分けして流出解析を行う試みは、椿ら¹²⁾や高棟ら¹³⁾によって行われている。ここでも、同様の手法により計算を行うが、上述のような斜面と河道の分布

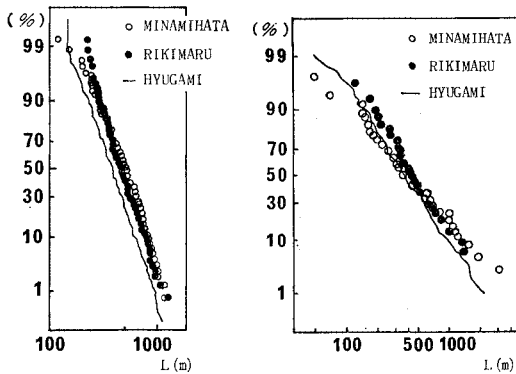


図-12 1次の河道長の分布

図-13 2次の河道長の分布

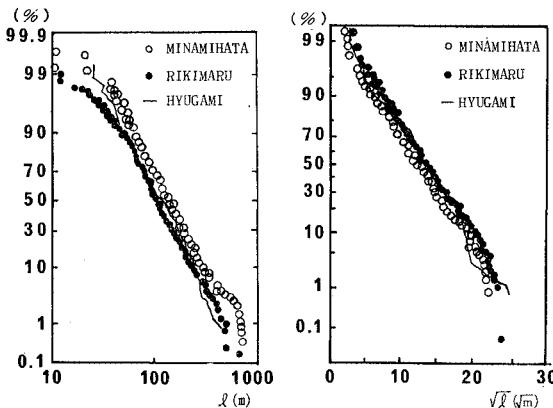


図-14 1次流域の斜面長の分布

図-15 残流域の斜面長の分布

の特性を組み入れるため、若干の操作が必要となる。対象地点は那珂川南畑ダム地点(流域面積 26.8 km²)である。まず、斜面においては $p=1$ とし、式(20)を用いる。到達時間の分布は斜面長分布と同じく、1次流域の斜面に対して対数正規を、残流域に対して平方根正規とし、到達時間の標準偏差は式(41)に斜面長のそれを代入して求める。到達時間の平均 T_m は斜面長の平均に比例するとし、1次流域の斜面の T_m をパラメータとする parametric model として計算する。

次に、河道における計算式は、

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q^* \dots\dots\dots(42)$$

および、

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} I^{1/2} \dots\dots\dots(43)$$

ここに、 A は流積、 Q は流量、 q^* は横流入量、 n は Manning の粗度係数、 R は径深、 I は河床勾配である。計算を簡略化するために、

$$AR^{2/3} = aA^b \dots\dots\dots(44)$$

とおくと、式(43)は、

$$A = K_1 Q^{1/b} \dots\dots\dots(45)$$

となる。ここに、 $K_1 = (n/a\sqrt{I})^{1/b}$ である。式(42)と(45)は式(1)と(2)とそれぞれ同型であり、特性曲線法により解くことができる。定数 a および b は流路の断面形により定まるもので、1~5次の河道について現地では代表的な断面を選定し、横断測量を行って決定した。粗度係数は1~5次の河道についてそれぞれ、0.09、0.08、0.07、0.06 および 0.05 とする。

1次の河道については、数が多いので次のようにモデル化する。すなわち、1次の斜面からの全流出量を1次河道の総延長で割ったものを河道単位長さ当りの流入量とし、151本の1次河道について河道長の実測値を用いて各河道下流端の流量を計算し、その平均を1次河道の平均流量とする。

2次の河道については、上流端から1次河道の平均流量が2本分流入し、残流域の斜面および途中から流入する1次河道については、河道単位長さ当りに換算した流量が横から一様に流入するものとして、実測の河道長を用いて35本の2次河道下流端の流量を計算する。

3次以上の河道については、図-16に示すような河道網において、3次の河道の上流端に実測値に等しい流域面積をもつ2次の河道が2本流入し、途中から流入する2次、1次および残流域斜面については、それぞれの河道単位長さ当りに換算した流量が一様に横から流入するものとする。

上記のモデルは、河道網における洪水の流下過程をかなり簡略したものではあるが、河道長の分布の効果についてある程度表現できるものと考えられる。以上による

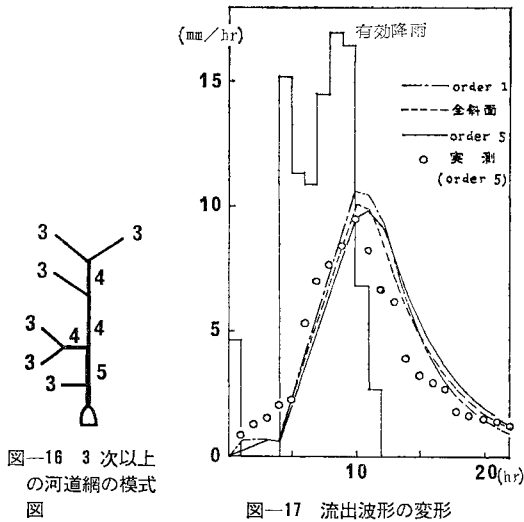


図-16 3次以上の河道網の模式図

図-17 流出波形の変形

計算結果を 図-17 に示す。図の全斜面とは、1次斜面と残流域斜面の流出高を面積の重み (0.59 : 0.41) をつけて平均したものである。図より、降雨波形から洪水波形への変換は主として斜面において行われており、河道における洪水波形の変形は実測値と計算値の誤差の範囲内にあることがわかる。したがって、山地小河川においては河道要素を斜面要素に比し無視できると考えられる。しかし、その際、従来よく行われているように、流域全体を1枚の斜面とするようなやり方ではなく、斜面の特性を十分とり入れたモデル化が必要であろう。

なお、前述の高椋¹⁰⁾の結果は、河道の効果を無視できる流域面積の上限について、1つの目安を与えるものである。また、山地小河川においても、上流と下流とでかなり異なった洪水波形が観測された例¹¹⁾もあるが、それは河道における変形ではなく、降雨波形や損失雨量の場所的な差異によるものであり、上記の結論をくつがえすものではないと考えられる。

以上のことから、流域面積が数十 km² 程度以下の山地小河川においては、前章で述べた流出解析の手法がそのまま適用できると考えられる。

5. まとめ

以上の結果を要約すると以下のようである。

(1) 流域斜面において連続と運動の式を解き、これに到達時間の分布を導入することにより、到達時間の確率密度関数をシステム関数とする応答関係の式 (17) が導かれた。また、運動方程式に Darcy 則を適用すると降雨と流出の関係は線形となり、瞬間単位図が到達時間の関数として式 (25) のように表わされる。

(2) 上記の応答関係の式を試験地に適用し、stochastic な手法により解いた結果によると、到達時間の

分布は、斜面長の分布と同様ほぼ対数正規をなし、その標準偏差は斜面長のそれによって規定される。また、上記の式は、システム関数に対数正規分布曲線をあてはめることにより、到達時間の平均値をパラメータとする parametric model として容易に解くことができる。

(3) 山地流域における斜面長と河道長の分布を調べ、その特性を導入した流出のシミュレーションを行った。その結果、降雨波形の流出波形への変換は主として斜面において行われ、河道における洪水波形の変形は1次～5次の河道においても微小であり、河道要素は斜面要素に比し無視し得ることが示された。

謝 辞：本研究における stochastic な計算は当時本学大学院生であった伊東尚規君（現在京都府）の労に負うところが大きい。また、愛媛大学 小川 滋助教授にはデータを心よく提供していただいた。両氏に深く感謝する次第である。

参考文献

- 1) 日野幹雄・瀧岡和夫：降雨-流出系における非線形流出核の理論的導出について，土木学会論文報告集，第 278 号，昭和 53 年 10 月。
- 2) Hino, M. and K. Nadaoka : Mathematical Derivation of Linear and Nonlinear Runoff Kernels, WATER RESOURCES RESEARCH, Vol. 15, No. 4, 1979.
- 3) 日野幹雄：情報理論的水文学の一手法，第 12 回水理講演会講演集，昭和 43 年 2 月。
- 4) 高椋琢馬・池淵周一：長期間流出機構の情報論的研究，京大防災研年報 12, B, 昭和 44 年。
- 5) Eagleson, P.S., R. Mejia-R and F. March : Computation of Optimum Realizable Unit hydrographs, WATER RESOURCES RESEARCH, Vol. 2, No. 4, 1964.
- 6) 小川 滋：山地小流域における出水解析の基礎的研究，九州大学演習林報告，第 50 号，昭和 52 年 3 月。
- 7) 平野宗夫・伊東尚規：到達時間の分布を考慮した流出解析，第 22 回水理講演会論文集，昭和 53 年 2 月。
- 8) 角屋 睦・佐合純三：洪水流出における斜面の役割，第 32 回年次学術講演会講演概要集，昭和 52 年 10 月。
- 9) 石原藤次郎・高椋琢馬：単位図法とその適用に関する基礎的研究，土木学会論文集，第 60 号 (3-3)，昭和 34 年 3 月。
- 10) 高椋琢馬・池淵周一・椎葉充晴：河道網構造を考慮した河川流域の出水解析法に関する研究，京都大学防災研究所年報，第 20 号 B-2，昭和 52 年 4 月。
- 11) 石原安雄・小葉竹重機：洪水ハイドログラフの形成過程に関する研究，京都大学防災研究所年報，第 17 号 B，昭和 49 年 4 月。
- 12) 椿東一郎・竹石和夫：筑後川の流域・流出解析について，土木学会西部支部研究発表会論文集，昭和 48 年 2 月。
- 13) 高椋琢馬・椎葉充晴：河川流域の地形構造を考慮した水系モデルに関する研究，土木学会論文報告集，No. 248，昭和 51 年 4 月。
- 14) 高村 博・橋本 明・岩井徳雄・西口哲夫：山地小流域の流出に関する研究，砂防学会研究発表会概要集，昭和 52 年 6 月。