

## 圧縮-ねじり荷重下のコンクリートの変形と破壊挙動

BEHAVIOUR OF DEFORMATION AND FAILURE OF PLAIN  
CONCRETE UNDER COMPRESSION AND TORSION

佐 伯 昇\*・高 田 宣 之\*\*・藤 田 嘉 夫\*\*\*

By Noboru SAEKI, Nobuyuki TAKADA and Yoshio FUJITA

## 1. まえがき

圧縮-せん断応力場を受ける鉄筋コンクリート構造物は桁を初めとして、スラブ、フーチング等、構造物の各所にみられる。この複合応力状態の変形あるいは破壊挙動を解明することは鉄筋コンクリート構造物を安全に、かつ合理的に設計するうえからも重要な問題である。この問題を検討するためにはプレーンコンクリートの圧縮-せん断応力場の変形および破壊挙動を調べることが基礎となる。このため古くから数多くの実験研究が行われている。これらの実験方法を調べると、この応力場を作るのに比較的容易な圧縮-ねじり荷重下の実験が行われている。実験方法も供試体形状および寸法、載荷装置、載荷版の摩擦の軽減の仕方、実験データの整理および解析方法等が異なっている。代表的な圧縮-ねじり荷重下のコンクリートの変形および破壊を扱った既往の研究を調べると 1953 年に Cowan<sup>1)</sup> は曲げとねじりを受けるコンクリート桁の破壊について研究している。無筋コンクリート桁の破壊の場合は最大引張応力理論、鉄筋コンクリート桁の破壊については、ねじりによる引張応力に対して曲げ圧縮応力が大きい場合に発生する曲げ型破壊の場合は Mohr 理論、劈開の破壊形式をとるねじり型破壊の場合は最大引張応力理論を適用している。さらにプレストレストコンクリート桁のひびわれについても最大引張応力理論で言及している。1958 年 B. Bresler, K.S. Pister<sup>2)</sup> は円筒供試体（外径  $R = 22.9$  cm, 内径  $r = 15.2$  cm, 長さ  $l = 76.2$  cm）を用い、ねじりに対する摩擦をペアリングによって軽減して実験を行っている。実験データの解析は弾性体内に仮想の球を考え、その球面上に働くせん断応力および圧縮応力の平

均値を求め、球表面積を 0 に近づけたときの応力を用いて実験値を整理し、有効な結果を得ている。

結局この理論は八面体応力理論<sup>3)</sup>と同じ型になり、興味深い結果となっている。さらに実験結果を鉄筋コンクリート桁の曲げ圧縮ゾーンの圧縮-せん断破壊挙動に適用している。1960 年坪井・末永<sup>4)</sup>は、円筒供試体 ( $R = 21$  cm,  $r = 17$  cm,  $l = 38$  cm) を用い圧縮-引張、圧縮-ねじりおよび引張-引張荷重下における破壊挙動を実験より求め、中間主応力が破壊に重要であるという観点から、八面体応力理論によって実験データを処理した。その結果、圧縮-引張および圧縮-ねじり破壊挙動を把握するのに、この理論が有効であることを述べている。1962 年 Reeves<sup>5)</sup> は円筒供試体 ( $R = 34.3$  cm,  $r = 26.7$  cm,  $l = 137.2$  cm) によって単軸圧縮強度の 0.5 倍までの範囲で圧縮-ねじり荷重をかけた結果、Cowan による最大引張応力理論が一番よく一致したことを示している。1967 年 C.D. Goode, M.A. Helmy<sup>6)</sup> は円筒供試体 ( $R = 20.3$  cm,  $r = 15.2$  cm,  $l = 91.4$  cm) を用い、ねじりの摩擦はペアリングによって除いて実験を行っている。データの解析は Mohr 理論と八面体応力理論によって行った結果、Mohr 理論の方がよい結果を得ている。

既往の実験の結果の差は最大骨材寸法に対する円筒供試体の厚さの比 ( $t/a$ ) が影響することを言及している。坪井らの実験の場合 2.0, Bresler らの場合 3.0, Goode らの場合 2.7, Reeves の場合 6.0 であり、この比が小さいと強度が低く、ばらつきが大きく出る傾向を示すことを指摘している。1969 年小阪・谷川<sup>7)</sup> は円筒供試体 ( $R = 21.5$  cm,  $r = 12.5$  cm,  $l = 67$  cm,  $t/a = 3.0$ ) で摩擦をペアリングで除き実験を行っている。その結果 Mohr 理論、主応力あるいは応力による表示が実験データとよい対応を示していること、八面体応力理論は生データの応力が八面体応力に変換されると、凝縮されて表示されるため、ばらつきあるいはコンクリート品質の差が明確に現われないことを言及し、このことから、この

\* 正会員 工博 北海道大学助教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 北海道大学助手 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

理論はあまり適当でないことを指摘している。1970年岡島<sup>8)</sup>は円筒供試体 ( $R=15\text{ cm}$ ,  $r=10\text{ cm}$ ,  $l=60\text{ cm}$ ,  $t/a=3.1$ ) で圧縮-ねじり, 引張-ねじりの実験を行い, せん断応力-せん断ひずみ曲線は破壊の近くまでほぼ直線であること, 破壊面は最大引張方向に起るが, 最大主応力は引張強度に一致しないと述べている。また中間主応力の影響を考慮できることから八面体応力表示で検討した結果, 引張-ねじり, 圧縮-ねじりともよい結果を得たことを報告している。1978年 R. Calzona<sup>9)</sup>は円筒供試体 ( $R=40\text{ cm}$ ,  $r=30\text{ cm}$ ,  $l=80\text{ cm}$ ,  $t/a=3.3$ ) を用いて普通コンクリートと軽量コンクリートの実験を行った。主応力あるいは応力表示による破壊曲線を3次あるいは4次曲線によって近似できること, せん断応力があると圧縮強度およびひびわれ発生荷重が低下すること, またこれらの低下の傾向は軽量コンクリートの方が大きいことを指摘している。

以上これらの圧縮-ねじり荷重下の実験はほとんど円筒供試体が用いられている。これはねじりによるせん断応力分布を一様な分布に近づけるためであり, また円筒の厚さが薄いために, ひびわれ伝播に対して敏感であり, 比較的弾性的挙動のまま破壊する特徴をもつてでもある。これによって塑性的挙動が少なくなり弾性的な解析が可能である。このことから円筒の直径に対する厚さの比が小さくなるほど有利であるが, 厚さを薄くし過ぎると骨材寸法の影響を受けることになる。本実験では, この厚さによる骨材の影響を除くためと, 圧縮-ねじりを受けるコンクリートの終局時における塑性域の変形および破壊挙動を調べるために充実の円柱供試体を用いた。実験データの整理において塑性挙動を考慮した解析を行っている。

既往の研究データの解析方法には, 主応力あるいは応力, Mohr理論, 八面体応力理論等があり, それぞれ特徴をもっている。主応力あるいは応力による整理法は, 使用上からも便利な表示法であるが, 荷重の種類によってこれらの破壊主応力が変化する可能性がある。Mohr理論は圧縮応力場を含む破壊挙動に適応性が高く有効であるが中間応力が無視されるという問題がある。八面体応力理論による表示は応力の変動を凝縮する傾向を示し, 全体のデータの傾向をみるのに有利であると同時に, 細かい差異を見落す傾向がある。また, 主応力の第1および第2不变量をもち, 座標系によらない破壊の特性を抑えている。さらに破壊挙動に対して中間主応力が問題となるという指摘も多いが, これを考慮できるという有利な点をもっている。本解析では骨材の影響を考慮したMohr理論を基礎にして, 八面体応力理論と同型の応力表示方法を解析し, 破壊近傍における骨材とマトリックスの弾性定数の相対的变化を考慮して実験データ

の整理を行った。実験装置はねじりによる摩擦を除くためにベアリング, 滑りの部分にはテフロンシート, シリコングリースを用いて摩擦を除いて実験を行った。圧縮-ねじり荷重下は引張-圧縮の2軸荷重下と同じ応力状態にあり, 本実験に關係してくるが<sup>10)~14)</sup>, コンクリートの場合主応力状態が同じでも荷重の種類によってひびわれ発生伝播性状, さらに破壊挙動が異なり, 一元的に論じるのは難しいので, ここでは圧縮-ねじり荷重下の実験のみに限定して比較検討を行った。また多軸荷重下の終局限界状態および使用限界状態における設計のためのコンクリート強度特性<sup>15)</sup>あるいは多軸応力下のコンクリートの力学的挙動の総括的な検討は他の文献<sup>16), 17)</sup>に譲る。

## 2. 実験方法

### (1) 供試体材料, 配合および寸法

供試体の材料はセメントに普通ポルトランドセメント(比重 3.17,  $\sigma_{28}=411\text{ kg/cm}^2$ ), 細骨材には苦小牧市錦岡海岸砂(比重 2.73, 単位容積重量 1807 kg/m<sup>3</sup>, 吸水率 1.24%, 粗粒率 2.71), 粗骨材には静内産川砂利(比重 2.77, 単位容積重量 1667 kg/m<sup>3</sup>, 吸水率 0.99%, 粗粒率 7.24, 最大骨材寸法 25 mm)を用いた。配合は表-1に示すように水セメント比 47%, 55% の2種類, 水セメント比 47% については細骨材率を 0%, 37%, 45% に変化させた。供

試体寸法は図-1に示すように直径 10 cm, 高さ 40 cm の円柱供試体で, 測定時にはトルクバンドが両端につき, 有効長さは 25 cm である。供試体の作製には鋼製型枠が用いられ, コンクリートが打設された後, そのまま 1 日湿潤養生され, その後, 試験日の前日まで水中養生(20°C)が行われた。水中から出された供

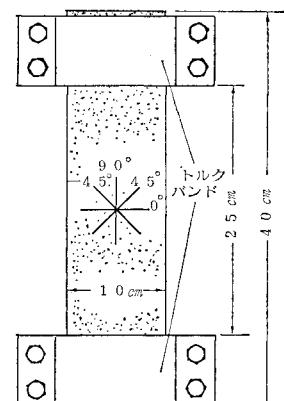


図-1 供試体

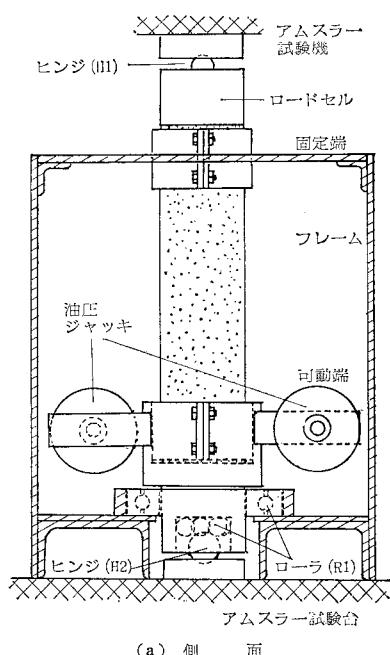
表-1 配合

記号	水セメント比 (%)	細骨材率 (%)	単位量 (kg/m <sup>3</sup> )			
			水	セメント	細骨材	粗骨材
C <sub>47</sub>	47	45	163	347	892	1 111
C <sub>55</sub>	55	45	186	338	868	1 081
C' <sub>47</sub>	47	37	142	303	778	1 322
M <sub>47</sub>	47	0	273	579	1 489	0

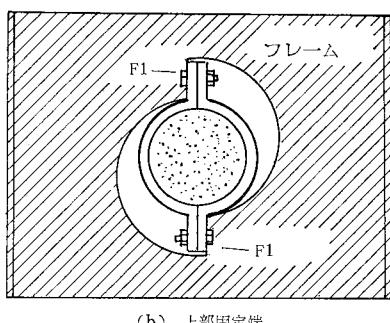
試体はショーボンドによってトルクバンドがつけられ、1日空中放置して固まらせた後、材令28日で実験を行った。

## (2) 載荷装置および実験方法

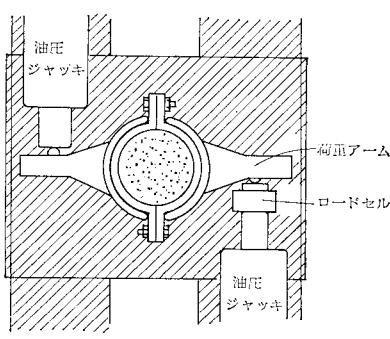
圧縮荷重は200tアムスラー型圧縮試験機によって載



(a) 側面



(b) 上部固定端



(c) 下部下動端

図-2 圧縮-ねじり載荷装置

荷し、ねじり荷重はアムスラー試験台にセットされたねじり載荷フレームによった。供試体は図-1のように、上下端部にねじり載荷用のバンドが固定されている。これを図-2のねじり載荷装置にセットして、2個のオイルジャッキによって偶力を作用させて、ねじり荷重をかけた。載荷支承および摩擦の軽減の方法は、圧縮荷重に対して図-2(a)に示すように上端では、ロードセルの載荷点の球面( $H_1$ )によってヒンジの状態になっている。また下端では球状のボール( $H_2$ )によってヒンジの状態である。フレームの上板の接点( $F_1$ )は圧縮荷重を拘束するので滑り板とテフロンシートを用いて摩擦を除いている。ねじり荷重に対する摩擦は図-2(b)に示すように、ねじり載荷フレームの上板でねじり変形を固定した状態であり、下端では図-2(c)に示すように、トルクバンドのついた供試体は円筒形のシリンダーの中に固定される。円筒シリンダーは軸受用のペアリング中にセットされ、回転軸が一定に保持されるようになっている。また円筒シリンダーの底面はローラーシュー( $R_1$ )になっていて自由に回転できる。載荷方法は圧縮応力を縦座標、ねじり荷重を横座標に記録するようにXYレコーダーをセットして、あらかじめ所定の荷重応力比の直線を記録紙に描いておいて、この直線に沿って荷重を手動でコントロールした。そのため荷重はリップル状態で増加した。ねじりに対する摩擦は動摩擦になり、小さいものとみなして無視した。各荷重段階のコンクリートのひずみは円柱表面の表裏にストレンジゲージを軸方向、±45°方向および水平方向に計8枚貼って測定した。

## 3. 実験結果および考察

### (1) ねじり荷重-せん断ひずみ曲線およびせん断応力

円柱供試体を用いると、ねじり荷重による塑的影響が円筒供試体に比して大きくなり、せん断応力とせん断ひずみが比例しない

ことが予想される。

これを考慮するため、せん断応力とせん断ひずみは比例しないが、せん断ひずみ( $\gamma$ )は円柱の中心からの距離( $a$ )に比例すると仮定して、せん断応力の解析<sup>18)</sup>

を行った。単位長さ当たりの円柱のねじり

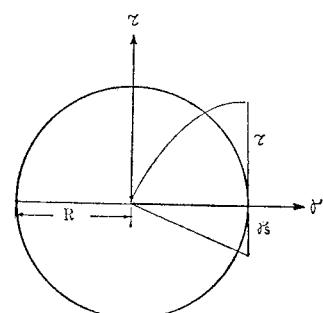


図-3 円柱供試体せん断応力、せん断ひずみ分布

角  $\theta'$  とせん断ひずみの関係は仮定により、

となり、円柱からの距離に比例し、せん断応力は 図-3 に示すように  $a$  に比例しない。外力によるねじりモーメント  $T$  と円柱断面に分布するせん断応力 ( $\tau$ ) との関係は式(1)を考慮して、

$$T = \frac{2\pi}{\theta'^3} \int_0^{r_s} \tau r^2 dr \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

となる。ここで  $r_s$  は  $a=R$  すなわち円柱表面のせん断ひずみである。

$\tau$  として、2次放物線を仮定すると

式(2)に代入し、 $\theta' = r_s/R$  を用いると

$$T = 2\pi R^3 \left( \frac{d_1}{5} r_s^2 + \frac{d_2}{4} r_s \right) \dots \dots \dots \quad (4)$$

$\bar{\tau} = 2T/\pi R^3$  (Hooke の法則が成立している場合の円柱表面のせん断応力) とすると、

式(4)を用いて、

となる. ここで  $\bar{a}_1 = \frac{4}{5}a_1$ ,  $\bar{a}_2 = a_2$  である.

$\tau - \tau_s$  の関係を 2 次曲線に仮定すると  $\tau - \tau_s$  曲線は式(5)のように 2 次曲線となる。実験より求めた  $\tau - \tau_s$  値から

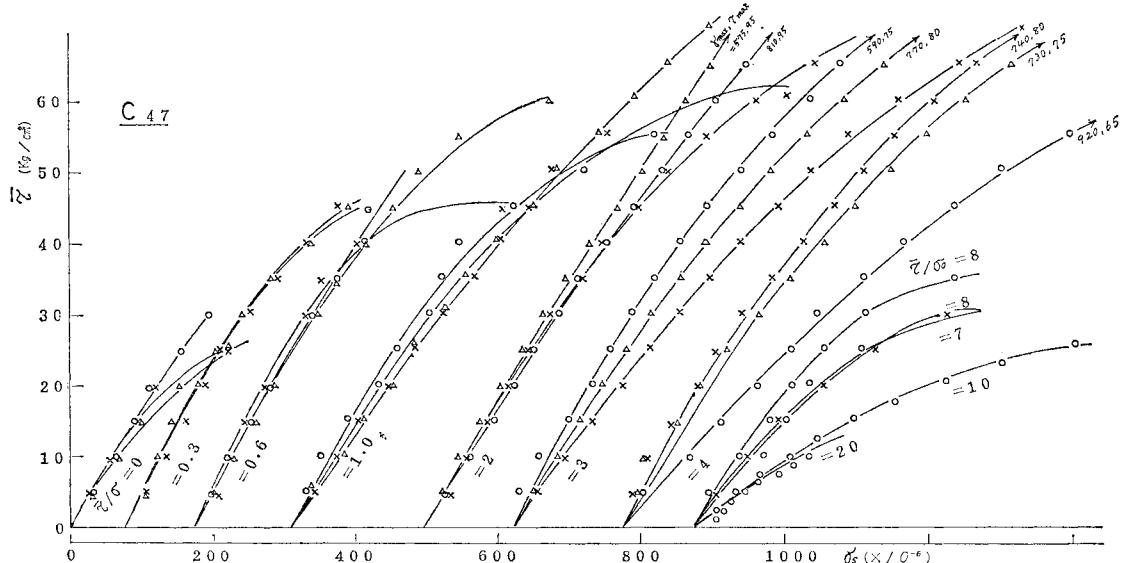


図-4 せん断荷重-せん断ひずみ曲線 (C<sub>47</sub>)

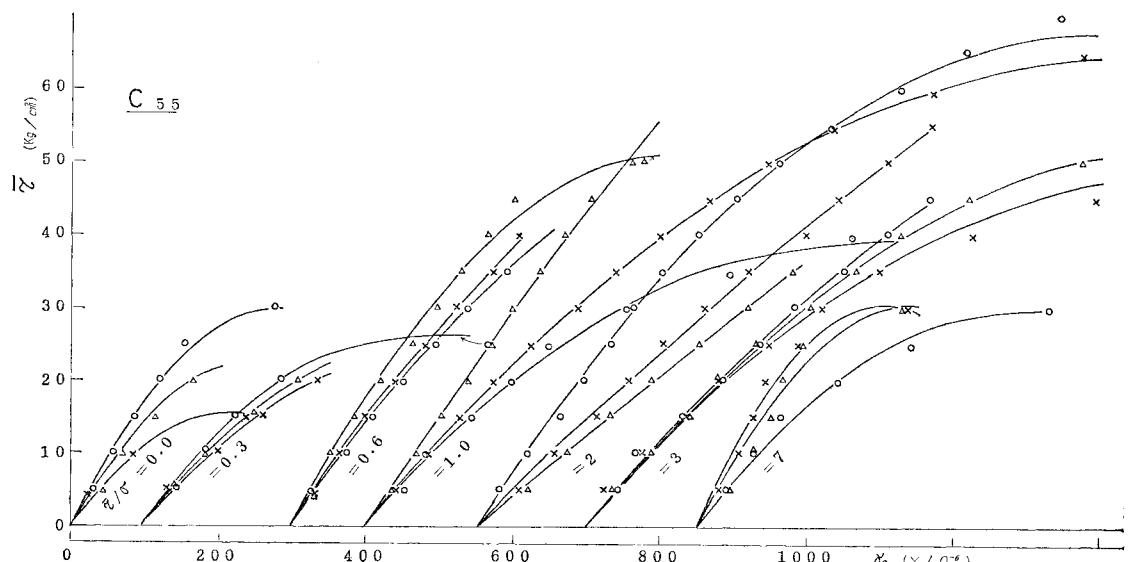


図-5 せん断荷重-せん断ひずみ曲線 (C<sub>55</sub>)

最小二乗法により、 $\bar{\alpha}_1$ ,  $\bar{\alpha}_2$  を求め、式(3)に代入すると、せん断応力は次式のようになる。

$\tau-r$  を 2 次曲線と仮定したのは、 $\tau=ar^n$  の曲線と仮定した場合よりも 2 次曲線と仮定した方が、 $\bar{\tau}-\bar{r}_s$  曲線が実験値に近いのでこれを採用した。破壊時のせん断応力 ( $\tau$ ) は、破壊ねじりモーメントに対応する最大せん断ひずみ ( $\bar{r}_{s,\max}$ ) を式 (5) から求め、これを式 (6) に代入して求めた。ただし塑性変形が大きくて、式 (5) による  $\bar{r}_{s,\max}$  が求まらない場合は、最小二乗法で求めた

2次曲線の頂点におけるせん断応力  $\tau'$  を求め、これに  
対応するトルク  $T'$  と全体のトルク  $T$  を用いて次式に  
よって補正值を求めた。

補正後の値は  $\tau' + 4\tau$  となる。C<sub>47</sub>, C<sub>55</sub>, C'<sub>47</sub> および M<sub>47</sub> の供試体による  $\bar{\tau}$ - $r_s$  曲線を求めたのがそれぞれ 図-4～6 および 7 である。 $\bar{\tau}$ - $r_s$  値により  $\bar{a}_1$ ,  $\bar{a}_2$  を求め、式(5)の2次曲線を  $\bar{\tau}$ - $r_s$  値に対応させるとよい近似を示した。破壊せん断応力およびひずみは  $\bar{\tau}/\sigma$  が 0 から大きくなるに従って大きくなり、ほぼ  $\bar{\tau}/\sigma = 2.0$  ~

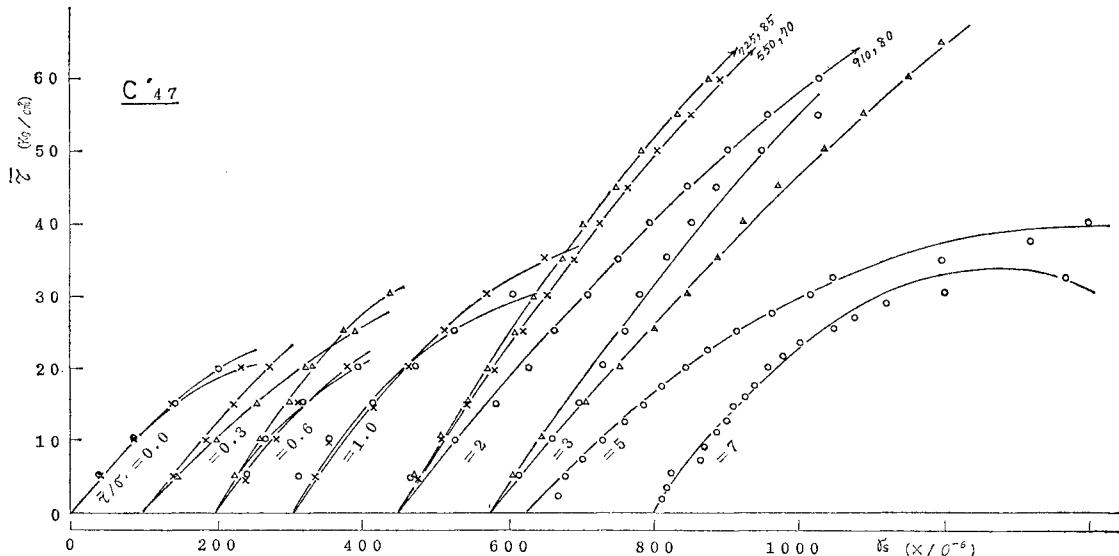


図-6 せん断荷重-せん断ひずみ曲線 (C'47)

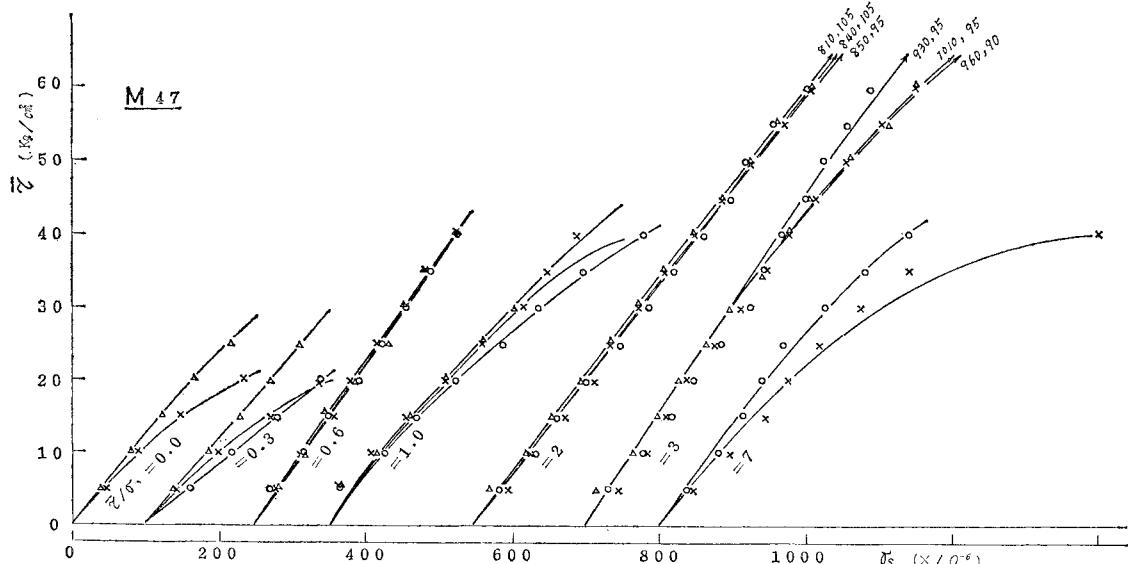


図-7 せん断荷重-せん断ひずみ曲線 ( $M_{44}$ )

4.0 で最大に達し、その後  $\tau/\sigma$  が大きくなるに従って小さくなる傾向を示した。配合 C<sub>47</sub>, C<sub>55</sub>, C'<sub>47</sub> および M<sub>47</sub> の各荷重応力比による各破壊応力  $\sigma$ ,  $\tau$  および弾性解析によるせん断応力  $\tau$  との比  $\tau/\bar{\tau}$  および実験による最大せん断ひずみ ( $\gamma_{s,\max}$ ) について、それぞれ表-2

表-2 C<sub>47</sub> 実験結果

$\sigma/\bar{\tau}$	本数	$\sigma$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\tau$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\tau/\bar{\tau}$	$\gamma_{s,\max}$ (10 <sup>-6</sup> )
C <sub>47</sub>	0	3	0	24.9	0.821
	0.3	3	14.0	39.9	0.849*
	0.6	3	32.8	44.7	0.856
	1.0	5	64.3	52.1	0.805
	2.0	4	179	79.4	0.894
	3.0	5	237	63.1	0.801
	4.0	3	308	59.0	0.766
	7.0	3	228	26.1	0.803†
	8.0	3	245	22.9	0.748*
	10.0	1	273	20.5	0.751
	20.0	1	290	12.8	0.883
	$\bar{\tau}=0$	4	280.6	0	—

\* 1本のみ, \* 2本の平均値

表-3 C<sub>55</sub> 実験結果

$\sigma/\bar{\tau}$	本数	$\sigma$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\tau$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\tau/\bar{\tau}$	$\gamma_{s,\max}$ (10 <sup>-6</sup> )
C <sub>55</sub>	0	4	0	19.6	0.791
	0.3	4	7.0	19.1	0.820
	0.6	4	26.1	36.8	0.858
	1.0	7	37.6	31.0	0.826
	2.0	6	108	50.1	0.895
	3.0	5	171	46.0	0.809
	7.0	3	225	24.6	0.763
	$\bar{\tau}=0$	3	232	0	—

表-4 C'<sub>47</sub> 実験結果

$\sigma/\bar{\tau}$	本数	$\sigma$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\tau$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\tau/\bar{\tau}$	$\gamma_{s,\max}$ (10 <sup>-6</sup> )
C' <sub>47</sub>	0	3	0	17.8	0.829
	0.3	6	6.6	20.6	0.947*
	0.6	4	15.1	21.1	0.831
	1.0	4	40.1	30.4	0.763*
	2.0	4	165	69.9	0.851
	3.0	4	212	67.3	0.954*
	4.0	1	209	44.4	0.851
	5.0	1	222	33.2	0.749
	7.0	4	202	21.8	0.749
	$\bar{\tau}=0$	5	211	0	—

\* 2本の平均値

表-5 M<sub>47</sub> 実験結果

$\sigma/\bar{\tau}$	本数	$\sigma$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\tau$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\tau/\bar{\tau}$	$\gamma_{s,\max}$ (10 <sup>-6</sup> )
M <sub>47</sub>	0	3	0	20.4	0.929
	0.3	5	7.7	24.4	0.966
	0.6	4	25.3	41.7	0.996
	1.0	3	40.0	36.0	0.910
	2.0	3	208	100.6	0.971
	3.0	6	284	79.8	0.838
	7.0	3	301	35.9	0.832
	$\bar{\tau}=0$	3	280	0	—

～5 にまとめた。

## (2) 圧縮-ねじり荷重下の破壊のモデル解析

コンクリートの複合荷重下の破壊挙動を一元的に論じることは難しい。それはコンクリート内部が弾性的に同一複合応力状態であっても、載荷荷重の種類が異なると、内部のひびわれ発生伝播パターンが異なり、それに影響されて破壊形式が別なものになるからと考えられる。Griffith 理論<sup>19)</sup>によって説明される破壊挙動は比較的小さなコンクリート内部の破壊(0.01～1mm 程度の内部の欠陥による破壊<sup>16), 20)</sup>あるいはこの内部のひびわれによって連鎖的にひびわれが伝播して破壊する引張荷重下あるいは曲げ引張荷重下の破壊<sup>21)</sup>である。これに對して圧縮応力が複合されると、内部の欠陥あるいはひびわれは骨材によってアレスト(ひびわれ発生伝播を止めて遅らす)作用を受け、直接には破壊<sup>22)</sup>に至らない。単純圧縮荷重下のひびわれ挙動を観察<sup>23)</sup>すると、荷重の比較的初期の段階において、骨材とモルタルの界面に付着ひびわれ<sup>24)</sup>が生じ、塑性的挙動をし始めるが安定した状態にある。さらに荷重が増加すると、骨材界面近傍のモルタル部分あるいは骨材間のモルタル自身のひびわれ(比較的小さな骨材の付着ひびわれ)が発生し、これらが連結して破壊に至る。このように最終的な破壊段階では骨材近傍のモルタルひびわれ<sup>25)</sup>、あるいは小さな骨材の付着ひびわれによるモルタル破壊が全体の破壊を左右している。本解析では上述の破壊挙動からコンクリート体の構造モデルとして図-8 に示すような球状の骨材を有しこれをマトリックスが取り巻く無限体を考えた。

弾性解析<sup>26)</sup>により外力 P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub> による ( $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$ ) の方向に直角な骨材表面の垂直応力をそれぞれ  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  とすると、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= P_1(\beta_1 + \beta_2 \cos 2\theta_1) \\ \sigma_2 &= P_2(\beta_1 + \beta_2 \cos 2\theta_2) \\ \sigma_3 &= P_3(\beta_1 + \beta_2 \cos 2\theta_3) \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (8)$$

ここで、

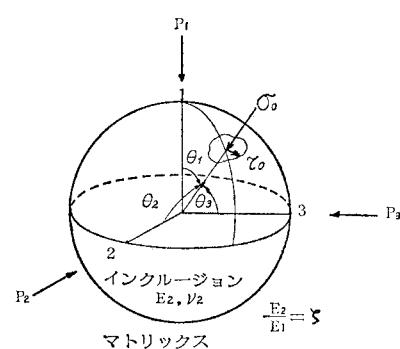


図-8 コンクリートの構造モデル

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\beta_2}{5} \frac{2(4-\nu_2-5\nu_1\nu_2)+(1+\nu_1)(7-5\nu_1)\zeta}{(1+\nu_1)\{2(1-2\nu_2)+(1+\nu_1)\zeta\}} \\ \beta_2 &= \frac{15}{2} \frac{(1-\nu_1)(1+\nu_1)\zeta}{(7-5\nu_1)(1+\nu_2)+(8-10\nu_1)(1+\nu_1)\zeta} \\ \zeta &= \frac{E_2}{E_1} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

合垂直応力 ( $\sigma_0$ ) は  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  の方向が同じであるから  
 $\sigma_0 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$  ..... (10)

となる。

また、 $P_1, P_2, P_3$  による骨材表面に働くせん断応力をそれぞれ  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$  とすると

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= P_1 \beta_2 \sin 2\theta_1 \\ \tau_2 &= P_2 \beta_2 \sin 2\theta_2 \\ \tau_3 &= P_3 \beta_2 \sin 2\theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となる。合せん断応力 ( $\tau_0$ ) は次式になる。

$$\begin{aligned} \tau_0^2 &= \beta_2^2 \{ P_1^2 \sin^2 2\theta_1 + P_2^2 \sin^2 2\theta_2 + P_3^2 \sin^2 2\theta_3 \\ &\quad + 2P_1P_3(\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_3) \\ &\quad + 2P_1P_2(\cos 2\theta_3 - \cos 2\theta_1 \cos 2\theta_2) \\ &\quad + 2P_2P_3(\cos 2\theta_1 - \cos 2\theta_2 \cos 2\theta_3) \} \end{aligned} \quad (12)$$

$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$  の点の  $\sigma_0, \tau_0$  がある限界の値になるとひびわれが生じ破壊するという仮定を用いると、それらの値はそれぞれ次式のようになる。

$$\sigma_0 = \frac{1}{3} \tau_1 (P_1 + P_2 + P_3) \quad (13)$$

$$\tau_0^2 = \frac{1}{9} \tau_1^2 \{ (P_1 - P_2)^2 + (P_2 - P_3)^2 + (P_1 - P_3)^2 \} \quad (14)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= \frac{3(1-\nu_1)\zeta}{2(1-2\nu_2)+(1+\nu_1)\zeta} \\ \tau_2 &= \frac{15(1-\nu_1)(1+\nu_1)\zeta}{(7-5\nu_1)(1+\nu_2)+(8-10\nu_1)(1+\nu_1)\zeta} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

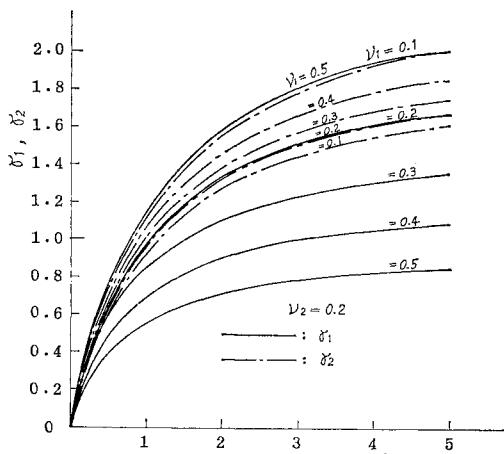


図-9  $\zeta$  による  $r_1$  および  $r_2$  曲線

圧縮応力 ( $\sigma_x$ ) およびせん断力 ( $\tau$ ) が作用している場合は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{1}{3} \tau_1 \sigma_x \\ \tau_0^2 &= \frac{2}{9} \tau_2^2 (\sigma_x^2 + 3\tau^2) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$\nu_1 = \nu_2 = 0.2$  の場合

$$\tau_1 = \tau_2 = \frac{2\zeta}{1+\zeta} \quad (17)$$

となる。

円柱供試体の場合のせん断応力  $\tau$  は円柱供試体表面の応力になるが、破壊時近傍においては 3.(1) で述べたように塑性的挙動をするので、供試体表面近傍では半径方向にあまり変化しない一様分布となる。それゆえに円柱供試体の場合でも式 (16) が適用できるとした。

### (3) 圧縮-ねじり荷重下の破壊曲線

この解析は骨材表面において Mohr 理論を用いたものであり、破壊面を  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$  と仮定したので八面体応力表示と同じ型のものとなった。違いは骨材とマトリックスの弾性定数の影響が考慮されたことである。 $\tau_1, \tau_2$  の定数は図-9 に示すように  $\zeta = E_2/E_1$  とボアソン比の変数である。コンクリート内に圧縮応力が増加するに従って、マトリックス部分の弾性係数 ( $E_1$ ) は小さくなり、ボアソン比は大きくなる傾向が現われる。一方、骨材の方は弾性範囲にあり、変化しない。骨材の弾性係数およびボアソン比 ( $\nu_2 = 0.2$ ) を一定にして、圧縮応力 ( $\sigma_0$ ) の増加による  $r_1, r_2$  の変化を調べる。 $\sigma_0$  が増加するとマトリックスの弾性係数が小さくなり、相対的に  $\zeta$  が大きくなる。また  $\nu_1$  も大きくなる。この変化に対して  $r_1$  はあまり変化しない。すなわち  $r_1$  は  $\zeta$  が大きくなるに従って大きくなり、 $\nu_1$  が大きくなるに従って小さくなるからである。たとえば  $\zeta = 2, \nu_1 = 0.2$  で  $r_1 = 4/3, \zeta = 5, \nu = 0.3$  で  $r_1 = 1.37, \zeta = \infty, \nu_1 = 0.4$  で  $r_1 = 1.29, \zeta = \infty, \nu_1 = 0.5$  で  $r_1 = 1$  である。相対的に変化があまりないと考え  $r_1 = 4/3$  の一定と仮定した。一方、 $r_2$  は  $\zeta$  および  $\nu_1$  ともに大きくなるに従って大きくなる。 $r_2$  の変化が弾性状態 ( $\zeta = 2, \nu_1 = 0.2$ ) の  $4/3$  から  $\sigma_0/\sigma_c$  ( $\sigma_c$  は圧縮-ねじり試験用と同じ供試体で  $T=0$  での圧縮強度) に比例して増加し、 $\sigma_0/\sigma_c = 1.0$  で  $r_2 = 2.5$  ( $\zeta = \infty, \nu_1 = 0.5$  のときの値) になるような直線変化をすると仮定した。すなわち、

$$r_2 = \frac{4}{3} + \frac{7}{6} \cdot \frac{\sigma_0}{\sigma_c} \quad (18)$$

である。これを式 (16) に代入すると次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{4}{9} \sigma_x \\ \tau_0^2 &= \frac{4\sqrt{2}}{9} \left( 1 + \frac{7}{18} \sigma_x \right) (\sigma_x^2 + 3\tau^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$C_{47}$ ,  $C_{55}$ ,  $C'_{47}$  および  $M_{47}$  について単純圧縮強度 ( $\sigma_c$ ) で除して整理するとそれぞれ 図-10~13 の a 図となる。配合にかかわらず  $\tau_0/\sigma_c - \sigma_0/\sigma_c$  値は直線 ( $\frac{\tau_0}{\sigma_c} = a \frac{\sigma_0}{\sigma_c} + b$ ) と仮定できる。最小二乗法で  $a$ ,  $b$  を求め、式 (18) を用いて整理すると

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \left\{ \frac{27}{8} \left( \frac{4ax + 9b}{7x + 18} \right)^2 - \frac{1}{3}x^2 \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (20)$$

となる。ここで  $x = \sigma_0/\sigma_c$  である。 $C_{47}$ ,  $C_{55}$ ,  $C'_{47}$  および  $M_{47}$  についてそれぞれ 図-10~13 の b 図の実線が式 (20) を描いたものである。 $C_{47}$ ,  $C_{55}$ ,  $C'_{47}$  について実験値とほぼよい対応を示している。 $M_{47}$  のモルタルについてもコンクリートと同じような破壊曲線を示し、モルタル中の細骨材もコンクリートと同じような骨材による作用があることが認められた。

図-14 は既往の研究のデータから破壊包絡線を求めたものである。単純圧縮強度  $\sigma_c$  は圧縮-ねじり荷重下

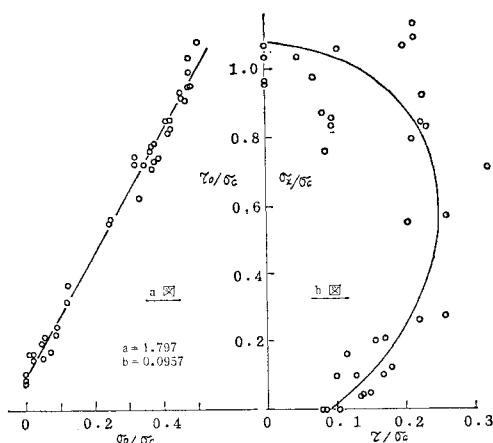
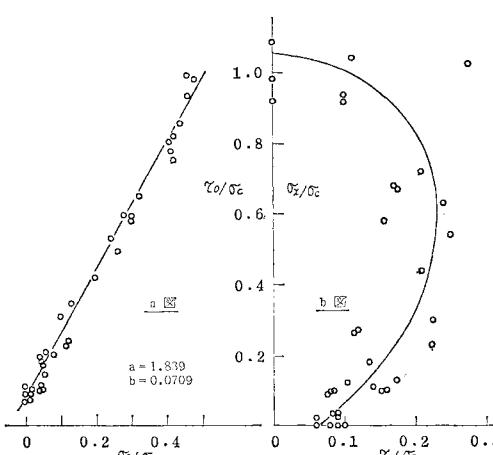
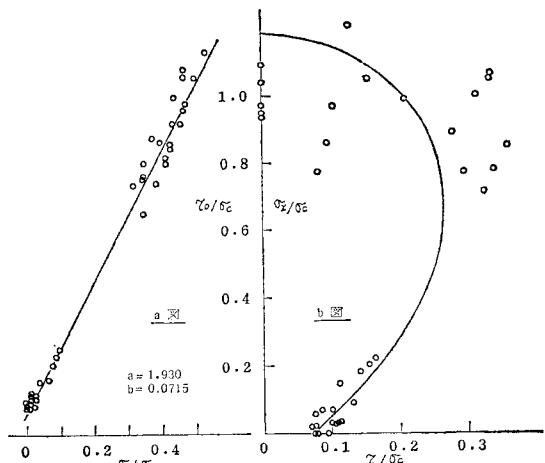
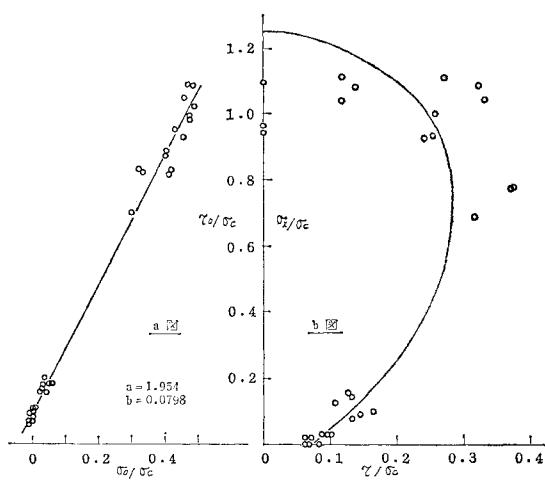
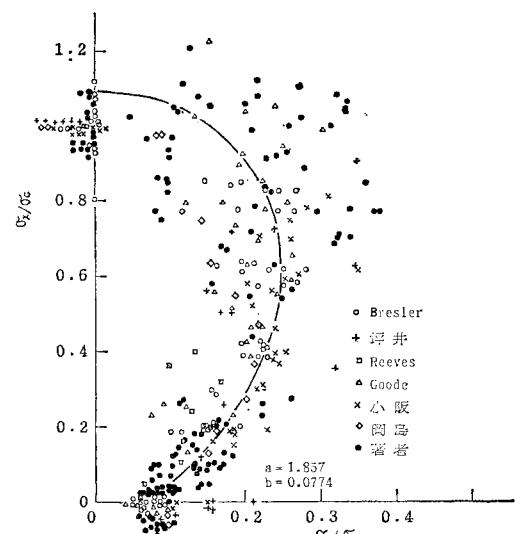
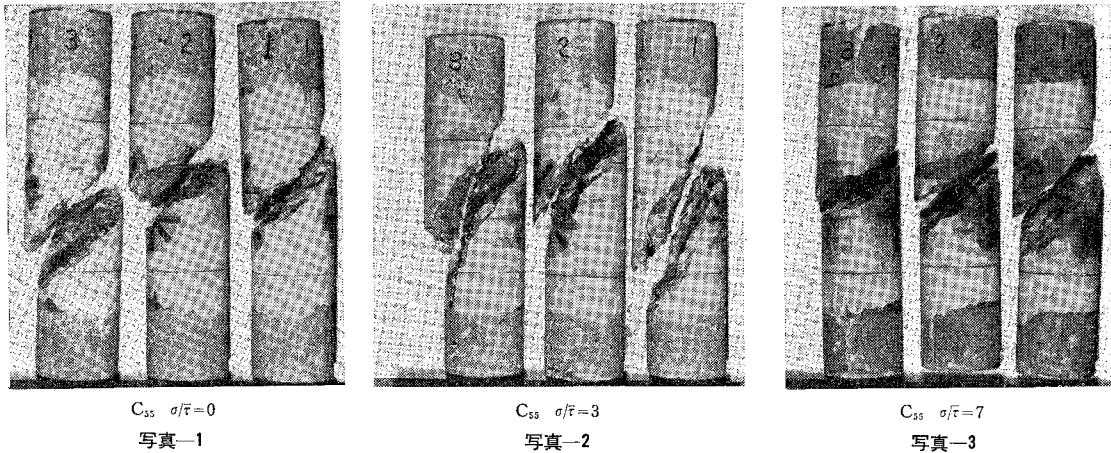
図-10  $C_{47}$  の破壊包絡線図-11  $C_{55}$  の破壊包絡線図-12  $C'_{47}$  の破壊包絡線図-13  $M_{47}$  の破壊包絡線

図-14 圧縮-ねじり荷重下の破壊包絡線



の試験に用いたと同じ供試体で、ねじり荷重が 0 の場合の圧縮強度である。C.D. Goode のデータは  $W/C = 0.4, 0.45, 0.55, 0.65, 0.95$ , B. Bresler は  $W/C = 0.41, 0.52, 0.69$ , J.S. Reeves は  $W/C = 0.4$ , 坪井は  $W/C = 0.55, 0.75$  で、 $\sigma_c$  がわかるもののみ用いた。小阪は  $W/C = 0.55, 0.65, 0.75$  の普通コンクリートのみ、岡島は  $W/C = 0.86$ 、および著者は  $W/C = 0.47, 0.55$  の配合のものである。既往と著者のデータでは、 $a = 1.857, b = 0.0774$  であり、著者だけのデータでは  $a = 1.890, b = 0.0762$  で差はあまりなかったが、多少著者の方が大きくなった。

全データによる 図-14 の実線の式は、

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \left\{ \left( \frac{13.65x + 1.280}{7x + 18} \right)^2 - \frac{1}{3}x^2 \right\}^{1/2} \dots\dots (21)$$

である.

#### 4. 破壞形状

代表的な破壊形状について 写真-1~3 で示す。写真-1 はねじり荷重のみの供試体で水平からの破壊面の角( $\theta$ )が約 45° 前後、 $\sigma/\bar{\tau}$  が大きくなるに従って  $\theta$  は大きくなり、 $\sigma/\bar{\tau}=2\sim 4$  でピークになる。写真-2 に示すように  $\sigma/\bar{\tau}=3.0$  で  $\theta=60^\circ$  前後、さらに  $\sigma/\bar{\tau}$  が大きくなると多少小さくなる傾向があり、写真-3 が示すように  $\sigma/\bar{\tau}=7$  で  $\theta=50^\circ$  前後である。単縮圧縮に近づくと破壊面は明確ではないが  $\theta=50^\circ$  前後であった。

5. 結論

上述の実験および解析から次のような結論を得た。

(1) ねじりモーメント-せん断ひずみ曲線をもとに、せん断応力-せん断ひずみ曲線を2次放物線と仮定して、円柱供試体表面の破壊せん断応力を塑性解析によって求

めた結果、弾性理論より求められる破壊せん断応力に比して、コンクリートの場合 ( $W/C=0.47, 0.55$ ) 0.83倍、モルタル ( $W/C=0.47$ ) の場合 0.92 倍となり、塑性的な影響はコンクリート、モルタルとともにされること、またモルタルの方がコンクリートに比して弾性的なねじり挙動を示すことがわかった。

(2) コンクリート中の骨材の影響を考慮して圧縮-ねじり荷重下のコンクリートの破壊強度を Mohr 理論をもとに解析した結果、八面体応力理論と同型となり、その特徴は終局時における骨材とマトリックスの弾性定数の相対的变化を考慮できることにある。この解析法を用いて実験結果を整理した結果、Mohr 理論の直線の関係式に近似され、実験値とよい対応を示した。

(3) 既往の研究と本実験結果と比較するために、単純圧縮強度 ( $\sigma_c$ ) で除した数値を用いて検討した結果、円筒供試体を用いた既往の研究と塑性的挙動を考慮した円柱供試体による本実験とでは、ほぼ一致するが、円柱供試体を用いた方が多少大きい傾向を示した。

(4) 既往の研究を含めた全データから、本解析による圧縮-ねじり荷重下の破壊曲線を求めた結果

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \left\{ \left( \frac{13.65 \sigma/\sigma_c + 1.280}{7 \sigma/\sigma_c + 18} \right)^2 - \frac{1}{3} \left( \frac{\sigma}{\sigma_c} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

となつた。

## 参 考 文 献

- 1) Cowan, H.J. : The Strength of Plain, Reinforced and Prestressed Concrete under the Action of Combined Stresses, with Particular Reference to the Combined Bending and Torsion of Rectangular Sections, Magazine of Concrete Research, Dec. 1953.
  - 2) Bresler, B. and K.S. Pister : Strength of Concrete under Combined Stresses, Journal of A.C.I., Sep. 1958.
  - 3) Nadai, A. : Theory of Flow and Fracture of Solids, Vol. 1, second edition, New York, McGraw-Hill Book Co. Inc., p. 99, 1950.
  - 4) Tsuhoi, Y. and Y. Suenaga : Experimental Study on

- Failure of Plain Concrete under Combined Stress Part 3, 日本建築学会論文報告集 64 号, 昭和 35 年 2 月.
- 5) Reeves, J.S. : The Strength of Concrete under Combined Direct and Shear Stresses, Cement and Concrete Association TRA 365, Nov. 1962.
  - 6) Goode, C.D. and M.A. Helmy : The Strength of Concrete under Combined Shear and Direct Stress, Magazine of Concrete Research, Vol. 19, No. 59, June 1967.
  - 7) 小阪・谷川：圧縮とねじりの組み合わせ応力を受ける各種骨材を用いたコンクリートの破壊条件, 日本建築学会論文報告集 166 号, 昭和 44 年 12 月.
  - 8) 岡島達雄：複合応力(圧縮・ねじり, 引張・ねじり)を受けるコンクリートの破壊条件, 日本建築学会論文報告集 178 号, 昭和 45 年 12 月.
  - 9) Calzona, R. : Behaviour of Dense and Light Weight Concrete under Multi-Axial Stresses, Proceedings of the Eighth Congress of the Fédération International de la Précontrainte Part 4, May, 1978.
  - 10) McHenry, D. and J. Karni : Strength of Concrete under Combined Tensile and Compressive Stress, Jour. of ACI, April 1958.
  - 11) Kupfer, H., H.K. Hilsdorf and H. Rusch : Behaviour of Concrete under Biaxial Stresses, Jour. of ACI, Aug. 1969.
  - 12) 藤田・佐伯・高田・奈良：セメントペーストの破壊機構についての一考察, セメント技術年報 XXIX, 昭和 50 年.
  - 13) 高田・佐伯・奈良：圧縮と引張の組合せ応力を受けるコンクリートの変形と破壊について, 第 33 回土木学会年次学術講演会講演概要集第 5 部, 昭和 53 年.
  - 14) 高田・佐伯・藤田：圧縮と曲げ荷重下のコンクリートの変形と破壊について, 第 34 回土木学会年次学術講演会講演概要集第 5 部, 昭和 54 年.
  - 15) Hobbs, D.W., C.D. Pomeroy and J.B. Newman : Design Stresses for Concrete Structures Subject to Multi-Axial Stresses, The Structural Engineer, Vol. 55, No. 4, April, 1977.
  - 16) 土木学会文献調査委員会：組み合わせ応力を受けるコンクリートの強度, 土木学会誌 48 卷 10 号, 1964.
  - 17) 青山・野口：多軸応力下のコンクリートの力学的性状, コンクリート工学, Vol. 17, No. 4, April, 1979.
  - 18) 湯浅亀一：材料力学, 上巻, p. 214.
  - 19) Griffith, A.A. : The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, Phil. Trans. Roy. Soc. of London, A 221, 1921.
  - 20) Hansen, T.C. : Cracking and Fracture of Concrete and Cement Paste, ACI SP-20, 1968.
  - 21) 藤田・佐伯・高田：コンクリートの骨材の Crack Arrest の影響によるひびわれ発生伝播について, 日科技連第 7 回複合材料シンポジウム, 1974.10.
  - 22) 佐伯・奈良・藤田：骨材の影響によるコンクリートのひびわれ発生伝播特性について, 第 33 回土木学会年次学術講演会講演概要集第 5 部, 昭和 53 年.
  - 23) 藤田・佐伯：コンクリートのひびわれ発生・伝播, コンクリート工学, Vol. 16, No. 11, Nov. 1978.
  - 24) Fujita, Y., N. Saeki, N. Takada and H. Nara : Formation of Bond Crack in Plain Concrete, Proceedings of the 21st Japan Congress on Materials Research, Kyoto, Japan 1978.
  - 25) 奈良・佐伯：圧縮せん断荷重下の骨材とモルタルとの付着特性, 第 33 回土木学会年次学術講演会講演概要集第 5 部, 昭和 53 年.
  - 26) Goodier, J.N. : Concentration of Stress around Spherical and Cylindrical Inclusion and Flaws, APM, 1955.7.

(1980.2.18・受付)