

新設トンネルがそれに平行な既設トンネルの 覆工応力に与える影響

STRESS CHANGE OF AN EXISTING TUNNEL LINING DUE TO PARALLEL TUNNEL EXCAVATION

伊藤 富雄*・久武 勝保**

By Tomio ITO and Masayasu HISATAKE

1. 緒 言

既設トンネルに近接して新設トンネルを施工すれば、既設の覆工に作用していた地圧や応力が変化するので、その覆工に被害を生じないように、両トンネルを適当に隔離しなければならない。

従来、双設トンネルの安全な中心間隔は、地山が完全弾性体の場合には掘削幅の2倍、粘性土等の軟弱な地山では5倍以上にすればよいといわれている^{1),2)}。しかし、これらの値は、両トンネルが素掘の状態にあるとして導かれたもので³⁾、トンネルが覆工を有する場合には、これらと異なった結果が得られると予想される。また、この中心間隔は、地山の初期応力とその方向、両トンネルの大きさによっても変化し、さらに、覆工応力は、地山が時間依存性を有する場合には、経時的に変化すると思われる。ところが、これらの点を考慮に入れ双設トンネルの安全な中心間隔を求めた研究は、まだ見当たらないようである。

そこで以下本文では、上記の諸点を考慮し、弾性および粘弾性地山において、新設トンネルが既設トンネルの覆工応力に与える影響を明らかにすることとし、その場合、トンネルの掘削に起因する地山の応力変化が無窮遠で0に収束する、という境界条件を満足させるために、積分方程式法と有限要素法を融合した新しい解析手法（以下、融合解析法という）を開発し、それを採用する。また、解析手順がトンネルの施工過程を満足すること、および粘弾性解析手法の適否を模型実験により検証したのち、地山のクリープ特性、初期応力、トンネルの幾何学的関係、および地山と覆工の材料特性が覆工応力に与える影響について考察を加え、新設トンネルが既設覆工に被害を与えない安全な中心間隔を提案する。

2. 積分方程式法と有限要素法の融合¹⁾

有限要素法では、材料の非線形性、不均質性および複雑な境界条件の取り扱いが容易であるが、地山が無限に広がっている場合でも、それを有限な領域に置換して解析しなければならない。一方、積分方程式法では、不連続な隅角部で解析の精度が低下するが、一般に、有限要素法に比べて精度がよく、無限遠での境界条件を満足するという長所を有する。

ところで、新設トンネルによる既設トンネルの覆工応力を求める場合には、材料の不均質性や複雑な境界条件を考慮する必要があり、またトンネルが掘削される地山の領域は、トンネルの大きさに比べて非常に広いのが普通である。したがって、図-1のように、両トンネルの周辺領域 D_f を有限要素法、その外部の領域 D_i を積分方程式法で取り扱い、これら両解析法の長所を生かした融合解析法を定式化することとし、その解析精度を検討する。

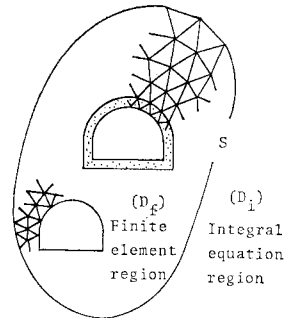


図-1 有限要素領域 D_f 、積分方程式領域 D_i およびそれらの境界 S

(1) 積分方程式法による合力と変位の関係

弾性体に対する外部境界値問題では、境界上の変位 u と応力 p は、カルテシアン座標において次式で表わされる^{5),6)}。

$$\left. \begin{aligned} u_j(P) &= \int_S U_{jk}(P, Q) \varphi_k(Q) dS_Q \\ p_j(P) &= -\frac{1}{2} \varphi_j(P) \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学教室

** 正会員 工修 大阪大学助手 工学部土木工学教室

$$+ \int_S T_{jk}(P, Q) \varphi_k(Q) dS_Q \Big\}$$

ここに、 φ および S はそれぞれ密度と境界を表わし、 P, Q は座標点、 U と T は次式で示される変位と応力の基本特異解である。

$$U_{jk} = \frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \{ (3-4\nu)\delta_{jk} l_n r - r, j r, k \}$$

$$T_{jk} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left\{ (1-2\nu) \left(r, j n_k + \frac{\partial r}{\partial n} \delta_{jk} - n j r, k \right) + 2 r, j r, k \frac{\partial r}{\partial n} \right\}$$

$$r = \sqrt{(P_j - Q_j)(P_j - Q_j)},$$

$$r, j = \partial r / \partial P_j, \quad n_j = \cos(n, P_j)$$

ただし、 ν, G, δ_{jk} および n はそれぞれポアソン比、せん断弾性定数、クロネッカーのデルタおよび境界での外向単位法線ベクトルであり、 $\partial r / \partial n$ は P に関して行う。

いま、図-2のごとく、実境界 S に対応して補助境界 S' を設け、この上で密度 φ を分布させ、また S' 上の各区間 ΔL_n で密度は一定であると仮定すれば、式(1)を連立1次方程式に近似して次式を得る⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} u_j(P_n) &= \sum_{k=1}^M U_{j1}(P_n, Q_k) \varphi_1(Q_k) \Delta L_k \\ &\quad + \sum_{k=1}^M U_{j2}(P_n, Q_k) \varphi_2(Q_k) \Delta L_k \\ p_j(P_n) &= \sum_{k=1}^M T_{j1}(P_n, Q_k) \varphi_1(Q_k) \Delta L_k \\ &\quad + \sum_{k=1}^M T_{j2}(P_n, Q_k) \varphi_2(Q_k) \Delta L_k \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

一方、実境界上の区間 ΔL_n の合力 $\bar{f}_j(n)$ は式

$$\bar{f}_j(n) = \int_{\Delta L_n} p_j(P) dS$$

で表わされるが、 ΔL_n での応力ベクトルを ΔL_n の中点 P_n での値 $p_j(P_n)$ で代表させれば、 $\bar{f}_j(n)$ は次式で表わされる。

$$\bar{f}_j(n) = p_j(P_n) \Delta L_n$$

上式の $p_j(P_n)$ に式(2)の $p_j(P_n)$ を代入したのち、

$$\left. \begin{aligned} \{u\} &= [A]\{\phi\}, \quad \{\bar{f}\} = [B]\{\phi\} \\ \left. \begin{aligned} A_{jk} &= U_{j1}(P_n, Q_k) \Delta L_k, \quad \phi_k = \varphi_1(Q_k) \\ B_{jk} &= T_{j1}(P_n, Q_k) \Delta L_k \Delta L_n \end{aligned} \right\} \\ &\quad (1 \leq k \leq M) \\ \left. \begin{aligned} A_{jk} &= U_{j2}(P_n, Q_{k-M}) \Delta L_{k-M}, \quad \phi_k = \varphi_2(Q_{k-M}) \\ B_{jk} &= T_{j2}(P_n, Q_{k-M}) \Delta L_{k-M} \Delta L_n \end{aligned} \right\} \\ &\quad (1+M \leq k \leq 2M) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

これらの式から $\{\phi\}$ を消去すれば、 $\{u\}$ と $\{\bar{f}\}$ の関係が次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \{\bar{f}\} &= [K_i]\{u\} \\ \text{ここに,} & \\ [K_i] &= [B][A]^{-1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

(2) 剛性マトリックスの融合

有限要素法で取り扱う全節点において、節点力 f と変位の間には次式が成立する⁷⁾。

$$\{f\} = [K_f]\{u\} \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $[K_f]$ は有限要素領域の全体剛性マトリックスであり、 $\{f\}$ は、トンネルの境界に作用する既知の外力ベクトル $\{f_e\}$ と、境界 S 上の節点で D_i から D_f に作用する未知の節点力ベクトル $\{f_o\}$ 、との2つに分けることができる。すなわち、

$$\{f\} = \{f_e\} + \{f_o\} \dots \dots \dots (6)$$

ただし、 $\{f_o\}$ は S 上の節点以外ですべて0である。

一方、積分方程式領域 D_i に関しては、 S 上の節点において、 D_f から $-\{f_o\}$ なる力が作用する。そこで、式(4)におけるマトリックス、ベクトルの次元および配列を、有限要素法で取り扱うそれらに一致させると、領域 D_i に関して次式が成立する。

$$-\{f_o\} = [K_i]\{u\} \dots \dots \dots (7)$$

上式の $\{f_o\}$ を式(6)に代入したのち、 $\{f\}$ を式(5)に代入すれば、

$$\{f_e\} - [K_i]\{u\} = [K_f]\{u\}$$

となり、これから次のように変位が求められる。

$$\{u\} = [K]^{-1}\{f_e\} \dots \dots \dots (8)$$

ここに、

$$[K] = [K_f] + [K_i] \dots \dots \dots (9)$$

このようにして変位が求めれば、有限要素領域の応力は、通常の有限要素解析の手法により容易に求められる。また、 S 上の変位も既知となるので、式(3)の第1式から密度 φ が得られ、それを用いれば、積分方程式領域の応力、変位も通常の積分方程式法によって計算される。

(3) 融合解析法の精度

図-3のように、初期応力 σ_h が作用する地山に、半径 $r=a$ なる円形トンネルを掘削した場合について、まず、積分方程式法(IEM)と弾性理論で求めたトンネル内面の半径方向変位 U_r を表-1に示す。この場合、IEMの節点はトンネル境界上に等間隔($\Delta\theta = 15^\circ$)に24点とり、補助境界は $r=0.6a$ の位

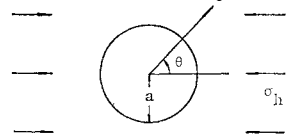


図-3 トンネルと初期応力

置に設けている。この結果から、IEM では少ない計算量で高精度の結果の得られることがわかる。

次に、同じく 図-3 の場合について、有限要素法 (FEM)、融合解析法 (IEM+FEM)、および弾性理論解析に

よって、トンネル周辺の地山の変位を求め、その結果を図-4 に示す。ただし、有限要素法と融合解析法の精度を比較するために、両解析法に共通な領域 D_f の要素と節点数は同一とし、また、この領域の広さ b を 図-5 のごとく 3 種類に変化させ、有限要素法では、最も外側の節点は固定としている。図-4 に示す結果から、有限要素法による結果は解析領域の広さによって非常な影響を受け、十分な精度を得るには相当広い解析領域を必要とするが、融合解析法では、計算結果が有限要素領域の広さに関係なく、非常に精度のよい結果の得られることがわかる。

3. 粘弾性解析の手法および解析手順

地山が粘弾性体である場合の解析は、Lee の示した弾性体と粘弾性体との間に成立する対応原理⁸⁾ を利用すればよいが、この原理の利用法についてはすでに報告した⁹⁾ ので、ここでは詳細を省略する。ただし、対応原理におけるラプラス逆変換については、次式で示される Shapery の Direct Method¹⁰⁾ を適用する。

$$W(t) = \mathcal{L}^{-1}[W^*(q)] = [qW^*(q)]_{q=0.5/t}$$

ここに、* および \mathcal{L}^{-1} はそれぞれラプラス変換、ラプラス逆変換を示す⁹⁾。また、地山のポアソン比 ν は経時的にほぼ一定である¹¹⁾ という報告もあるので、以後 ν は時間的に変化しないと仮定する。

ところで、既設トンネルの覆工応力を求めるには、両トンネルの施工過程を考慮して、下記の手順で解析を行うこととする。すなわち、まず、既設トンネルを掘削する前の地山の初期応力を計算したのち、そのトンネル境界上の初期応力を解放して、既設トンネルを掘削した場合を想定する。そのとき、地山各点の応力はトンネルの掘削により変化するが、その応力は、掘削に起因する応力を初期応力に加えることより求められる。また、掘削により既設トンネルの周辺は変位するが、その変位が終了したのち、覆工の施工を行うものとする。ただし、覆工は弾性体とし、覆工と地山の間に間隙やすべりは生じないとする。次に、既設トンネルに平行して新設トン

表-1 積分方程式法と弾性理論解析による結果の比較

θ°	Theoretical	IEM
0	-0.7	-0.699
15	-0.640	-0.638
30	-0.475	-0.474
45	-0.25	-0.249
60	-0.025	-0.025
75	0.140	0.140
90	0.2	0.200

$U_r(r=a, \theta)/(a\sigma_H/G) \quad (\nu=0.3)$

	Case 1	Case 2	Case 3
b/a	4.0	2.5	1.5
Theoretical	-----	-----	-----
IEM+FEM	○	□	△
FEM	●	■	▲

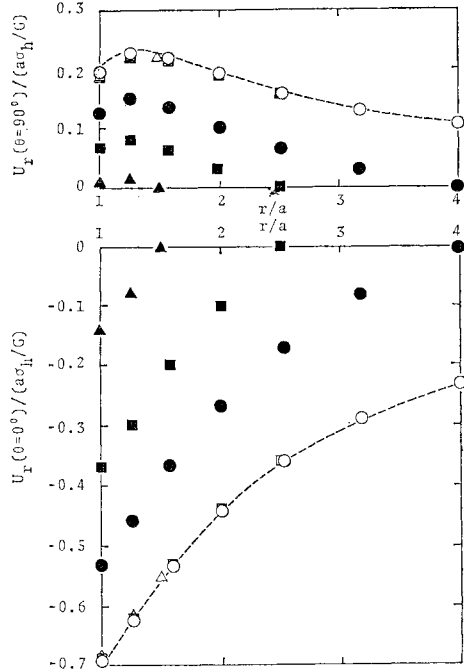


図-4 弾性理論解析、融合解析および有限要素解析による結果の比較 ($\nu=0.3$)

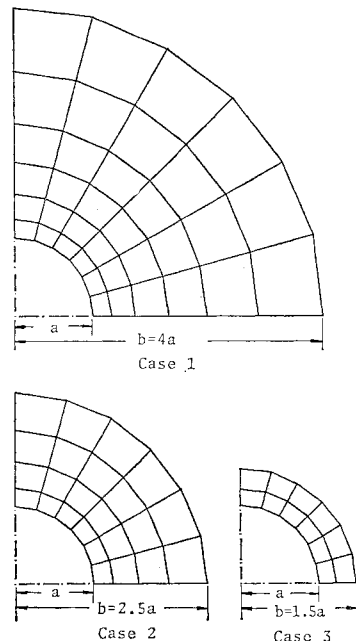


図-5 有限要素領域 D_f の要素図

ネルを掘削することになるが、この場合の解析手順も、前記既設トンネルのときと同様とし、新設トンネルの掘削のみによって生じる既設覆工の応力を求める。

4. 模型実験

前記粘弾性解析の手法、および解析手順の適合性を検証するために、次のような実験を行った。

(1) 実験方法

実験装置、および供試地盤の作成方法は、すでに報告した⁹⁾のでここでは省略する。

トンネルの掘削は、長さ 50 cm、外径 10 cm の鋼製円筒で行い、掘削による変位が終了したのち、図-6 に示す円形覆工をトンネル内に挿入する。次に、この既設トンネルから中心間隔 16.5 cm 離して、それと平行に外径の等しい新設トンネルを掘削し、それを素掘状態にして、既設覆工内面のひずみを測定し応力を求める。なお、以上の実験を 3 回繰り返す。

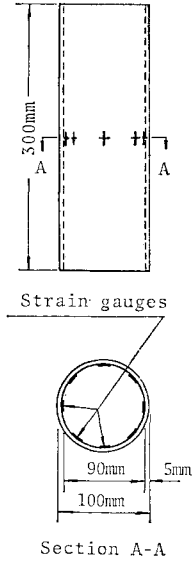


図-6 模型実験用の覆工

(2) 実験結果と解析結果の比較

実験で用いた覆工の弾性定数 E_l とポアソン比 ν_l は、それぞれ 3750 MN/m^2 と 0.38 、実験中の上載荷重は 25 kN/m^2 、供試地盤の単位重量は 16 kN/m^3 であり、せん断変形に関する地盤のクリープ関数 $\phi(t)$ は、実験終了後、掘削の影響を受けていない箇所から供試体を採取し、NGI 型 3 軸圧縮試験機でクリープ試験を行って求める。その手順としては、トンネル掘削前の地盤の平均有効主応力 σ_m' で圧密したのち、非排水状態で試験を行う。その結果は図-7 に示すとおりで、これらのせん断応力 τ を異にする実測結果から、クリープ関数を次式のように推定する。

$$\phi(t) = 0.50 + 0.12 I_n(1+t), \text{ m}^2/\text{MN} \quad (t: \text{秒})$$

この式から求められる経時ひずみも図-7 に示してあるが、これをみると、上記のクリープ関数は供試地盤のクリープ特性をよく表わしていると思われる。

図-8 は、新設トンネル掘削後 30 秒経過した時点について、既設覆工内面の接線方向応力 σ_θ の実測結果と、本粘弾性解析による結果とを対比して示したものである。ただし、実験が有限領域で行われたので、解析は有限要素法で行い、そのとき用いた地盤の要素図は図

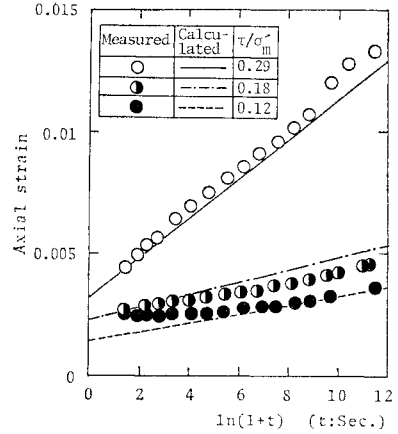


図-7 供試地盤のクリープ特性

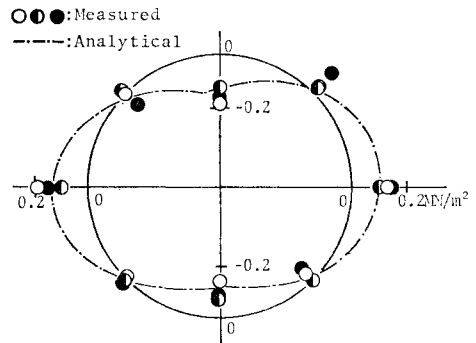


図-8 実験結果と解析結果の比較

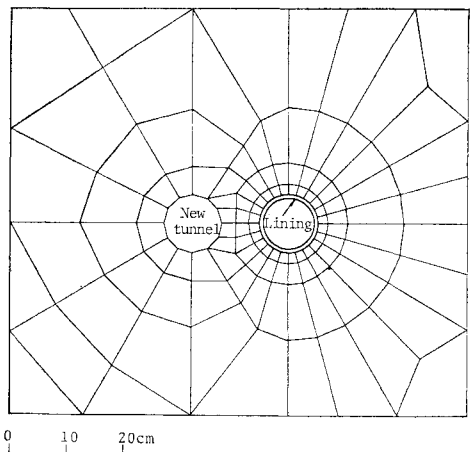


図-9 模型地盤の要素図

—9 に示すとおりである。また、供試地盤のポアソン比 ν は、それが飽和状態であることから、 0.49 と仮定する。図-8 からわかるように、実験の結果はばらつきが少なく、解析結果とよく合致している。したがって、3. に述べた解析手順および粘弾性解析手法の妥当性が実験的に立証されたと考えられる。

5. 考 察

前記融合解析法を用いて、無限地山における既設覆工の応力解析を行い^{(2),(3)}、種々考察を加えることとする。そのときに用いる地山の初期応力とトンネルの幾何学的関係は、図-10 に示すとおりであり、また、図-11 に有限要素領域における地山の要素図の一例を示す。

(1) 弾性地山における覆工応力

a) トンネル中心間隔の影響

図-12 は、等方初期応力 $\sigma_0 = \sigma_h$ が作用する場合について、トンネルの中心間隔 L が覆工内縁円周方向の応力 σ_θ に与える影響を示したものである。同図からわかるように、当然のことながら、側壁部に圧縮応力、上下部に引張応力が生じ、側壁部の圧縮応力は新設トンネル側で大なる影響を受け、上部の引張応力はトンネルの直上から新設トンネル側に寄ったところで最大値を示す。また、覆工応力は初期応力で無次元化できるので、トンネルの幾何学的関係や材料定数が同じならば、初期応力に比例して覆工応力が大になるといえる。

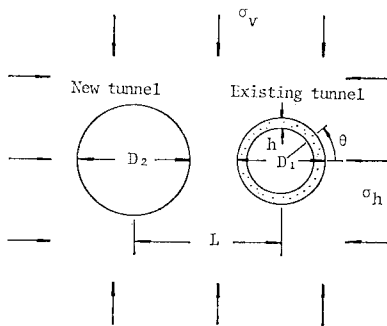


図-10 初期応力およびトンネルの幾何学的関係

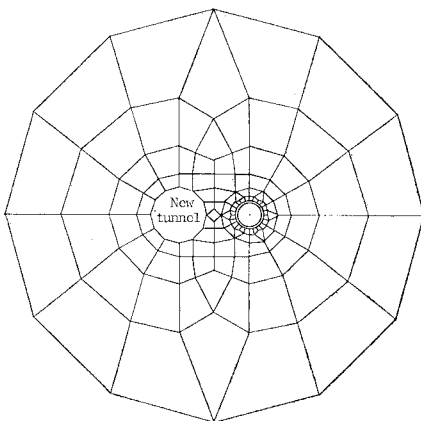


図-11 地山の要素図の一例

b) 材料定数およびトンネル直径比の影響

図-13 は、覆工と地山の弾性定数の比 E_l/E が σ_0 に与える影響を示したもので、これから、 E_l/E が大なるほど σ_θ は大となるが、応力分布の形は E_l/E の影響をあまり受けないことがわかる。

次に、図-14 は、既設トンネルと新設トンネルの直径 D_1 と D_2 の比が 1 および 1/2 の場合について、 σ_θ の分布を示すものである。この図から明らかなように、 D_1/D_2 が 1/2 の場合には、それが 1 の場合に比べて、最大圧縮応力は小であるが、最大引張応力が大になり、また、引張応力の生じる範囲が広がる。

c) トンネルの相互位置の影響

図-15 は、 $\sigma_0 = 2\sigma_h$ なる初期応力状態において、トンネルを最大主応力方向に配置した場合 (A) と、最小主応力方向に配置した場合 (B) とについて、 σ_θ の分布を比較したものである。この結果から、最大圧縮応力

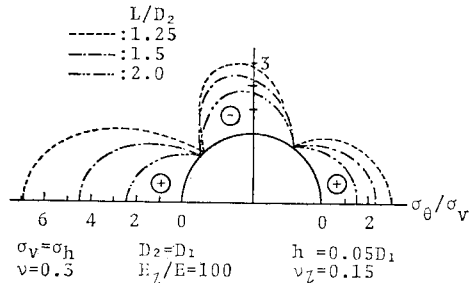


図-12 トンネル中心間隔 L が覆工内縁応力 σ_θ に与える影響

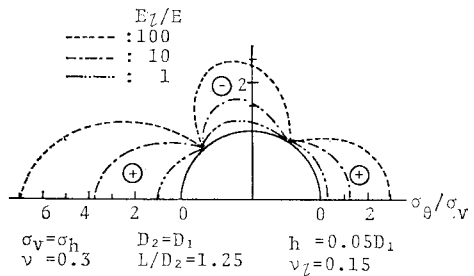


図-13 覆工と地山の弾性定数の比 E_l/E が覆工内縁応力 σ_θ に与える影響

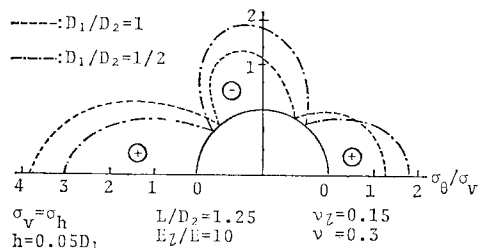


図-14 トンネル直径比 D_1/D_2 が覆工内縁応力 σ_θ に与える影響

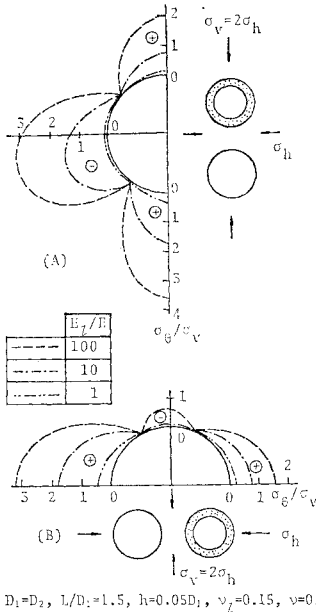


図-15 トンネルを最大主応力方向 (A) および最小主応力方向 (B) に配置した場合の覆工内縁応力 σ_e の分布

は両者であまり差はないが、最大引張応力の方は (B) に比べて (A) の場合が相当大きいことがわかり、また、覆工外縁応力についても同様の結果が得られた。したがって、覆工は多くの場合コンクリート製であるから、引張応力が卓越する (A) の場合は不都合であるといえる。

d) 既設覆工に被害を与えないトンネル中心間隔

図-16, 17 は、等方初期応力下のコンクリート製既設覆工について、その内縁・外縁に生じる引張応力の最大値 $\sigma_{t,max}$ を、一定限度以下に押えることを目的として作製したものである。すなわち、それらの図は、 $D_1 = D_2$ および $D_1 = D_2/2$ の場合について、 L/D_2 をパラメーターとし、 $|\sigma_{t,max}|/\sigma_v$ と E_t/E の関係を示している。したがって、覆工の許容引張応力と地山の初期応力の比、および覆工と地山の弾性定数の比が既知であれば、既設覆工に被害を与えないトンネル中心間隔と新設トンネルの直径の比を、それらの図から求めることができる。

(2) 粘弾性地山における覆工応力

地山のクリープ関数は、多くの場合、対数関数で表わされる^{9), 14), 15)}。そこで、クリープ関数が対数関数で表わされる地山について、 σ_e の経時変化を粘弾性解析により求め、その結果を図-18 に示す。ただし、時間 t は新設トンネル掘削後の時間であり、クリープ関数 $\phi_e(t)$ は縦ひずみに対するもので次式で与え、定数 E_0, E_1 と

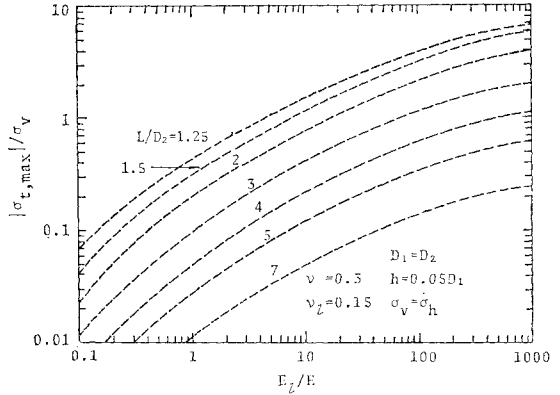


図-16 最大引張応力 $\sigma_{t,max}$ に及ぼす $L/D_2, E_t/E$ の影響 ($D_1 = D_2$ の場合)

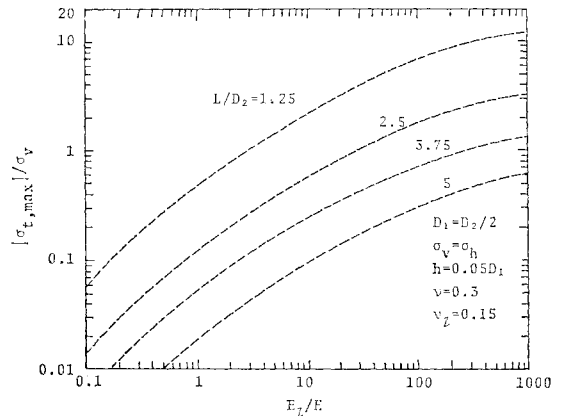


図-17 最大引張応力 $\sigma_{t,max}$ に及ぼす $L/D_2, E_t/E$ の影響 ($D_1 = D_2/2$ の場合)

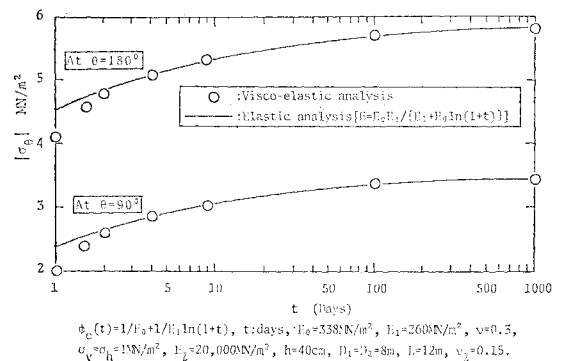


図-18 粘弾性地山における覆工内縁応力 σ_e の経時変化

しては、著者らがすでに求めた値¹⁴⁾を採用する。

$$\phi_e(t) = \frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1} L_n(1+t), \quad (t: \text{日})$$

図-18 から、粘弾性地山では当然のことながら、 σ_e の絶対値は経時的に増大することがわかる。また、同図の実線は、地山を弾性体と仮定し、その弾性定数 E を次式によってクリープ関数 $\phi_e(t)$ に対応させ、経時的に

変化させて求めた弾性解析の結果である。

$$E = \frac{1}{\phi_e(t)} = \frac{E_0 E_1}{E_1 + E_0 l_n (1+t)} \dots\dots\dots (10)$$

これより、新設トンネル掘削当初は、粘弾性解析と弾性解析の結果にやや差を生じるが、時日の経過とともに両者の差が小になり、 $t=4$ 日以後においては、両者はほぼ一致することがわかる。

ところで、既設覆工に被害を与えない安全なトンネル中心間隔を求めるという工学的な立場からすれば、覆工応力の経時的な変化を知るよりも、その最終的な最大値を求めることが重要である。しかるに、図-18 に示すように、その最大応力は長期間経過後に生じ、しかも、時日の経過とともに、上記弾性解析と粘弾性解析の結果は一致してくるのであるから、たとえ地山が粘弾性体であっても、多大の計算時間と経費のかかる粘弾性解析を行う必要はなく、上記のような弾性解析により、覆工の最大応力と安全な中心間隔を求めればよい。換言すれば、粘弾性地山での安全なトンネル中心間隔は、式(10)を考慮して、5.(1) で求めた弾性地山での結果を利用すればよいわけである。

(3) 現場計測による覆工の安全性の検討

図-19 は、 $\sigma_v = \sigma_h$ 、 $D_1 = D_2$ なる場合について、既設トンネルの内径 D_0 の $\theta = 0^\circ$ における変化量 ΔD_0 と、覆工の最大引張応力 $\sigma_{t,max}$ との関係を示したものである。これから明らかなように、図示の範囲内では、 L/D_2 と E_l/E の値いかんにかかわらず、 $|\sigma_{t,max}|/\sigma_v$ と $\Delta D_0 E_l / (D_0 \sigma_v)$ の間には、両対数紙上でほぼ直線的な関係が認められる。したがって、同図を利用すれば、新設トンネルの工事中および工事完了後における ΔD_0 の測

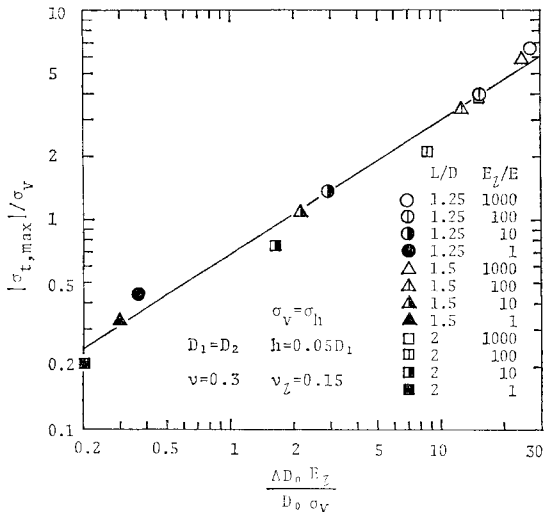


図-19 最大引張応力 $\sigma_{t,max}$ とトンネル内径変化量 ΔD_0 の関係

定値から、 $\sigma_{t,max}$ を推定して覆工の安全性を検討したり、覆工の危険を予知して安全対策をとることができる。

6. 結 論

本研究は、弾性または粘弾性地山内にある既設トンネルの覆工応力に対して、それに平行な新設トンネルがいかなる影響を与えるかを明らかにしたもので、解析にあたっては、積分方程式法と有限要素法を融合した新しい手法、すなわち融合解析法ともいべき手法が開発されている。次に、この融合解析法の結果を弾性理論解析の結果と対比し、また、解析手順と粘弾性解析手法の適合性を模型実験によって検証し、いずれも良好な結果を得ている。さらに、上記の解析手法をトンネルに関する種々の問題に適用し、大要下記のような結論が得られている。

まず、弾性地山の場合には、

(1) 既設覆工の応力は、他の条件が同一ならば、地山の初期応力に比例する。

(2) 既設覆工の弾性定数と地山の弾性定数の比が大なるほど、既設覆工の応力は大となる。

(3) トンネルを最大主応力方向に2つ配置するよりも、最小主応力方向に配置する方が、既設覆工内外縁の最大引張応力は小になる。

(4) 等方初期応力下のコンクリート製既設覆工について、覆工の許容引張応力と地山の初期応力の比、および覆工と地山の弾性定数の比が既知であれば、既設覆工に被害を与えないトンネル中心間隔を、本研究で得られた図-16, 17 から求めることができる。

次に、粘弾性地山の場合には、

(5) 既設覆工の応力は、当然のことながら、新設トンネルの掘削後経時的に増大する。

(6) 粘弾性地山内の既設覆工の最大応力および安全な中心間隔は、地山を弾性体と仮定し、その弾性定数を経時的に変化させて行う弾性解析により求めてもよい。

(7) 新設トンネルの工事中または工事完了後に、既設覆工の内径変化量を実測し、その値から既設覆工の最大引張応力、ひいてはその安全性を推定する方法が確立された。

終りに、本研究は文部省科学研究費の補助と、大阪大学の元大学院学生 長山喜則君(現在 国鉄勤務)、小林洋一君(住友金属勤務)および元工学部学生 井上清彦君(大林組勤務)の助力を得て行われたことを付記し、心から謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 日本鉄道技術協会：双設トンネルの離隔距離に関する研究報告書，1960，1961.
- 2) 土木学会：トンネル標準示方書（山岳編）・同解説（昭和52年版），pp. 30～31.
- 3) 田島利男：近接トンネルの経済性，トンネルと地下，Vol. 9, No. 12, pp. 45～52, 1978.
- 4) 伊藤富雄・久武勝保・長山喜則：積分方程式法と有限要素法の融合解析法の地盤工学への適用，土木学会第33回年次学術講演会講演概要集，第3部，pp. 384～385, 1978.
- 5) Kupradze, V.D. : Potential Methods in the Theory of Elasticity, transl. H. Gutfreund, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 1965.
- 6) 丹羽義次・小林昭一・横田和男：積分方程式による任意形状，多数空洞周辺応力の解析，土木学会論文報告集，第195号，pp. 27～35, 1971.
- 7) たとえば，Seegerlind, L.J. : 応用有限要素法，川井忠彦，築地恒夫，風間悦夫，川端康洋訳，丸善（株），1978.
- 8) Lee, E.H. : Stress Analysis in Viscoelastic Bodies, Quartly of Appl. Mech., pp. 183～190, July, 1955.
- 9) 伊藤富雄・久武勝保：粘弾性地山内の任意形状トンネル覆工に作用する地圧，土木学会論文報告集，第307号，pp. 51～58, 1981.
- 10) Shapery, R.A. : Approximate Methods of Transform Inversion for Viscoelastic Stress Analysis, Proc. 4th U.S. National Cong. Appl. Mech., Vol. 2, pp. 1075～1085, 1962.
- 11) 桜井春輔：地中構造物の力学的挙動に関する基礎的研究，名古屋大学学位請求論文，1975.
- 12) 伊藤富雄・久武勝保・長山喜則：既設トンネルの覆工応力に及ぼす新トンネルの影響，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，pp. III-34-1～III-34-2, 1979.
- 13) 伊藤富雄・久武勝保：新設トンネルによる既設トンネルの覆工応力，土木学会第34回年次学術講演会講演概要集，第3部，pp. 499～500, 1979.
- 14) Ito, T. and M. Hisatake : Surface Displacements Caused by Tunnel Driving in Anisotropic Viscoelastic Ground, Proc. 4th Int. Cong. on Rock Mech., ISRM, Switzerland, Vol. 1, pp. 677～684, 1979.
- 15) Ito, T. and M. Hisatake : Analytical Study of New Austrian Tunneling Method, Proc. 10th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Session 2, ISSMFE, Stockholm, 1981 (in press).

(1980.2.18・受付)