

貯水池水理の解析モデルとその水温予測への適用

MATHEMATICAL MODEL FOR ANALYSIS AND PREDICTION OF HYDRAULIC BEHAVIORS IN RESERVOIR DYNAMICS IN VIEW OF THERMAL ASPECT

岩佐義朗*・松尾直規**

By Yoshiaki IWASA and Naoki MATSUO

1. 序 論

貯水池は自然水を水資源に変換するための土木施設の1つであり、その目的の達成・機能の発揮は、水利用の高度化・多様化が進んだ今日では、貯留水の量的ならびに質的配分の最適化として記述されるようになり、これらに関する諸問題が重要な研究課題として大きく取り上げられるようになってきた。

一方、貯水池の建設により自然の流況を変化させた結果、新しく貯水池に水質問題が顕在化し、われわれを取り巻く各種の環境に悪影響を及ぼす恐れも生じてきた。特に、貯水池における冷水生起、濁水長期化、富栄養化が緊急課題となり、現在各種のレベルの研究機関、行政機関において、各種の調査、研究による課題の解明とその対策の樹立が活発に進められている。

本論文は、こうした緊急研究課題の詳細な把握と、その技術的対策手段の開発ならびに評価、さらには今後の貯水池計画への基礎的知見を与えることを目的として、著者らが、数年来開発を進めてきた貯水池水理の解析手法を、これまでの研究成果に基づいて論じたものである。

まず、長い時間スケールからみたときの、わが国の多目的貯水池のもつ水理、水文的性格とその定性的な分類について概説し、それに基づいて、解析対象とする水理要素とその特性を成層型貯水池における観測例を用いて明らかにする。ついで、この特性に基づいて、貯水池水理の解析法を論じ、コントロール・ボリューム法を用いたその数学モデルの開発と数値解析法を説明する。このモデルの特徴は、水理要素の変化を水深方向および流下方向に関する二次元的なものとして取り扱うとともに、従来無視されてきた運動量保存則を用いて貯留水の運動

学的挙動を表現し、従来のこれに関する諸仮定およびそれらに伴う不確定なパラメーターの導入を排して、現実の流れの挙動をできるだけ忠実に近似したことである。

これらは、貯水池水理をより正しく理解するうえで重要であり、その意義を明らかにするため、従来の数学モデル、特に水温の予測モデルについて総括し、それらの特徴と問題点を論ずる。さらに、得られたモデルおよび従来のモデルを用いて、実際の貯水池における水温の挙動を数値解析した結果をいくつか示し、それらと比較、検討して、各モデルの適用性とその限界を考察するとともに、今後の研究課題について述べる。

2. 貯水池における水理特性

比較的水深の深い貯水池では、受熱期における水温成層の形成など、水理学的にみて天然湖沼と類似の性格を有するところが少なくない。しかしながら、貯水池は人工の土木施設であり、貯水容量に比して流出入量が大きいことから、水温成層の形成や変化の過程は、天然湖沼と異なり、より複雑である。たとえば、湖沼では、水温成層の発達とその変化は、太陽エネルギーの湖沼水面への供給によってほぼ一義的に決定されるのに対し、貯水池では余水吐、取水口といった人工施設の使用が、それらに大きな影響を与える場合が多い。

こうした貯水池の形態、貯留水の挙動ならびに外的環境条件との関連に基づいた貯水池の水理・水文的特徴の表示法は、いまだ明らかではないが、年間の流出入量、および水温成層の発達からみた定性的な表示が従来より試みられている。すなわち、貯水池の水文学的特徴を示すパラメーターとして、安芸・白砂¹⁾は年間総流入(出)量 Q_0 と総貯水容量 V_0 との比、すなわち平均年回転率 α ($\alpha=Q_0/V_0$)を用い、貯水池の成層型を分類し、 α がほぼ10以下であれば安定した成層が形成され、20以上であれば混合型であると述べている。一方、水理学的特

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 中部工業大学講師 工学部土木工学科

徴を示すパラメーターには W.R.E. の研究報告²⁾があり、貯水池の成層状態を表わすものとして年間の平均的な内部フルード数 F_D

$$F_D = \frac{L}{H} \cdot \frac{Q}{V_0} \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{g}\right) \left| \left(-\frac{d\rho}{dz}\right) \right|} \dots \dots \dots (1)$$

を提案している。ここに、 L ：貯水池長、 H ：貯水池平均水深、 Q ：年間平均流入流量、 ρ_0 ：基準密度、 g ：重力加速度、 $-d\rho/dz$ ：密度勾配であり、得られた F_D が $1/\pi$ 以下では成層型、それ以上では弱成層、混合型であると報告している。岩佐・野口³⁾は、わが国の多目的貯水池を α 、 F_D の両方の値によって総合的に評価するとともに、成層型貯水池を太陽エネルギーに関係する気象要素を主要因とする成層Ⅰ型と、流出入流量に伴う移流熱量がその主要因となる成層Ⅱ型に分類した。その結果、 F_D がほぼ 0.01 以下、 α が 10 以下で成層型となるが、成層Ⅱ型の貯水池では α が 10 以上の場合もあることを示すとともに、 F_D と α との関係を考察した。ところが、著者らが同一の貯水池における長期間の資料を調査した結果、貯水池の水利・水文の性格は必ずしも一定したものではなく、洪水など流入条件および成層発達条件などの外的環境条件によって成層型、中間型、混合型のいずれにも変化し得ることがわかった。さらに、成層型である年には、7月の平均水量を用いた F_D と

7月の総流入量 Q_M による Q_M/V_0 との間に一次的な関係があることを見出すとともに⁴⁾、その後、わが国の多目的貯水池での資料を検討した結果、その妥当性を確かめている⁵⁾。

以上は比較的大きな時間スケールに対する貯水池の定性的性格とその分類について述べたが、冷水、濁水長期化、富栄養化という課題を定量的に取り扱うためには、このようなスケールでの水利特性の把握では不十分である。そこで以下では、貯水池の成層化に最も重要な役割を果たす水温、大洪水後の濁水長期化に関係する濁度の分布特性を観測資料から調べ、貯留水の水利学的挙動について考察しよう。なお、混合型貯水池の水利学的挙動の解析手法は成層型のそれに準じればよいのであって、ここでは述べない。

Fig. 1 は7月の那賀川水系長安口貯水池における成層期の水温・濁度分布の一例である。洪水により成層が破壊された後の観測例が **Fig. 2** であり、**Fig. 1** より、水温成層はほぼ水平で、変水温層は気象要素の支配によって形成される表層付近と、取水口標高付近で移流が支配的であるところの2つがあることがみられる。こうした水温成層は、**Fig. 2** にみられるように洪水の流入により変形または破壊されることがあるが、水温の分布は依然として水平である。一方、濁度の分布は、**Fig. 1**、**2** にみられるように水深方向ばかりでなく流下方向にも変化が大きく、しばしば濁水塊を形成し、その挙動は水温成層の存在とその変化、流出量を支配する貯水池操作条件などと密接に関連し、容易に述べられるものではない。

3. 水理解析のためのモデル

(1) 貯水池水利の基礎

ここでいう貯水池水利とは、冷水、濁水長期化、富栄養化を対象としたとき、貯留水の性質を表わす水温、濁度、富栄養化指標の濃度が貯水池を囲む環境境界条件に応じて貯水池内でどのような物理的变化を示すかを取り扱うものである。このうち、水、濁水、あるいは栄養塩を含んだ水の密度の最も重要な支配要素は水温であって、連続性の1つであり、濁度、濃度もきわめて微細な粒子あるいは溶解性物質より構成され、しかも構成物質そのものが、水に比べて少ないので水と一体の連続体として取り扱われる。したがって、貯水池水利では、普通のように流体力学理論を出発点とすることができる。すなわち、質量保存則、運動量保存則、熱力学の第1法則が基礎原理となる。

ところが、対象とする水の密度に関する水温、濁度

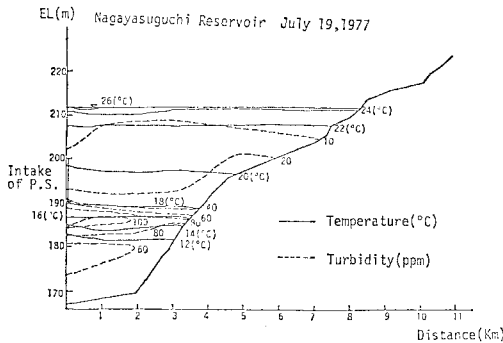


Fig. 1 Observed temperature and turbidity distribution in Nagayasuguchi Reservoir (July 19, 1977).

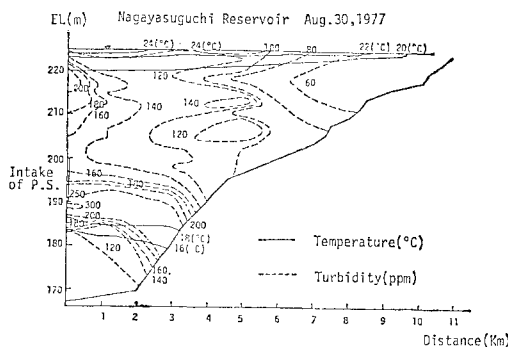


Fig. 2 Observed temperature and turbidity distribution in Nagayasuguchi Reservoir (Aug. 30, 1977).

(濃度)の時間的・空間的スケールは比較的大きく、また、たとえこれらが変わっても密度の変化はたかだか数パーセント以内であり、密度変化はあまり考えなくてよい。したがって、貯留水は非圧縮性流体とみなされ、質量保存則よりその連続式が導かれるとともに、濁度(濃度)についての濃度収支則が成立する。ただし、密度の変化が大きく、またそのスケールが問題となるときには、圧縮性流体の連続式を用い、密度を支配する水温、濁度の関係式を導入しなければならない。一方、熱力学の第1法則であるエネルギー保存則においては、水温収支に関する部分がきわめて大きく、運動エネルギーに基づくものは無視されるため、この法則は水温収支則で代用される。

したがって貯水池水理の基礎原理は、水の連続式、運動量保存則、水温収支則、濃度収支則に置き換えられる。

- 水(非圧縮性流体)の連続式:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

- 運動量保存則:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)(\rho \mathbf{V}) = -\nabla(\rho \Omega) - \nabla p + \nabla(\pi - \rho \overline{\mathbf{V}'\mathbf{V}'}) \dots\dots\dots (3)$$

- 水温収支則:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)T + \nabla(\overline{T'\mathbf{V}'}) = \frac{H}{\rho c_w} \dots\dots\dots (4)$$

- 濃度収支則:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)C + \nabla(\overline{C'\mathbf{V}'}) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ここに、各式は平均流に対するものであり、 \mathbf{V} :速度ベクトル、 T :水温、 H :単位容積、単位時間当りの発生熱量、 ρ :水の密度、 c_w :水の比熱、 C :濃度、 Ω :力のポテンシャル、 p :圧力、 π :応力テンソル、 t :時間、 $'$:各変数の変動量である。なお、富栄養化を取り扱うときには、式(5)の右辺に、生物学的・化学的生産、消費の項が付加されるが、以下の議論では、こうした生成項は考えないことにする。

(2) 水理解析モデル

前節で述べた式(2)~(5)は貯水池内のある一点で成立するものであるが、実用的な解析にあたっては、これまでに述べた現実の現象が再現され得る大きさの空間内でのものにした方が都合がよい。時間スケールは、實際上、数値解析の安定条件により拘束され、これは水理現象の時間的スケールよりきわめて小さい。一方、空間的スケールは現象の一様性より定められよう。

たとえば、貯水池水理に最も関係の深い水温成層は、**Fig. 1, 2** からわかるように、ほぼ水平であるから、貯水池を適当な厚さの層状に分割した水平層をコントロール・ボリュームと考え、そこで平均化された水温の時間

的・空間的変化を対象とする解析が従来より行われている。この代表的なものが、Huber-Ryan-Harleman らのMITモデル⁶⁾であり、安芸・白砂らの電研モデル⁷⁾も同様の考えに基づくものである。しかしながら、水平層をコントロール・ボリュームとする解析法は、洪水時における水温成層の変形、破壊や、濁水の流下過程、またその後の濁水長期化、さらには富栄養化過程といった現象も含めて対象とするときには、その前提が満足されていないため、必ずしも十分でない。

こうした場合、水温分布や濁度分布は、貯水池の複雑な地形形態にも影響されて、たとえば、**Fig. 2**のように流下方向にも変化するため、その変化に応じて水平層を流れの方向に適当に区切ったものの中の平均水量を対象に解析されなければならない。このように考えると、貯水池モデルは**Fig. 3**に示すような水平要素をコントロール・ボリュームとし、これに対する水理解析の積み上げによって解析を進めていくことになる。

基礎原理式(2)~(5)を、次の前提条件のもとで、**Fig. 3**の水平要素で容積積分し、空間的な平均化操作を行うと、貯水池の水理解析に用いる数学モデルが得られる。

- i) 水深方向の運動量変化は緩やかであり、静水圧分布式が用いられる。
- ii) 貯水池壁面や底面に沿う流速はきわめて小さいため、境界面での抵抗は無視される。
- iii) 支川流入があれば、標高を考えた貯水池壁面位置からの横流入として取り扱う。なおダム本体、貯水池壁面、底面からの水、熱、物質の流入はないものとする。
- iv) 貯水池幅方向の水量の変化は考えない。

- 水の連続式:

$$|uB|_{x_i}^{x_{i+1}} + |vA|_{y_n}^{y_{n+1}} + q_b = 0 \dots\dots\dots (6)$$

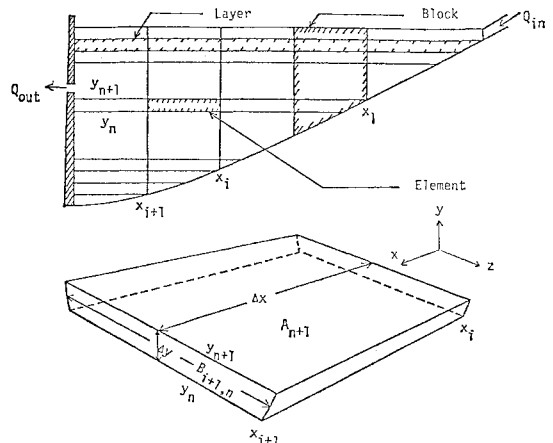


Fig. 3 Control volume used in reservoir dynamics.

•運動量保存則・ x 分値：

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & -\frac{1}{A} |uuB|_{x_i^{i+1}} - \frac{1}{A\Delta y} |uvA|_{y_n^{n+1}} \\ & - \frac{1}{A\Delta y} u_b q_b - \frac{1}{A} \left| \frac{p}{\rho} B \right|_{x_i^{i+1}} \\ & + \frac{1}{A} \left| D_{mx} \frac{\partial u}{\partial x} B \right|_{x_i^{i+1}} + \frac{1}{A\Delta y} \left| D_{my} \frac{\partial u}{\partial y} A \right|_{y_n^{n+1}} \end{aligned} \quad (7)$$

•運動量保存則・ y 分値（静水压分布）：

$$p = \int_y^{y_s} \rho g dy \quad (8)$$

•水温収支則：

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} = & -\frac{1}{A} |TuB|_{x_i^{i+1}} - \frac{1}{A\Delta y} |TvA|_{y_n^{n+1}} \\ & - \frac{1}{A\Delta y} T_b q_b + \frac{1}{A} \left| D_{Tx} \frac{\partial T}{\partial x} B \right|_{x_i^{i+1}} \\ & + \frac{1}{A\Delta y} \left| D_{Ty} \frac{\partial T}{\partial y} A \right|_{y_n^{n+1}} \\ & - \frac{1}{\rho c_w A \Delta y} |\phi A|_{y_n^{n+1}} \end{aligned} \quad (9)$$

•濃度収支則（濁度収支則）：

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} = & -\frac{1}{A} |CuB|_{x_i^{i+1}} - \frac{1}{A\Delta y} |CvA|_{y_n^{n+1}} \\ & - \frac{1}{A\Delta y} C_b q_b + \frac{1}{A} \left| D_{Cx} \frac{\partial C}{\partial x} B \right|_{x_i^{i+1}} \\ & + \frac{1}{A\Delta y} \left| D_{Cy} \frac{\partial C}{\partial y} A \right|_{y_n^{n+1}} \\ & - \frac{1}{A\Delta y} |Cv_0 A|_{y_n^{n+1}} \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、

$$q_b = \int_{A_b} \{u_b \cos_b(x, \nu) + v_b \cos_b(x, \nu) + w_b \cos_b(z, \nu)\} dS \quad (11)$$

であり、式(4)の H を

$$H = -\partial\phi/\partial y \quad (12)$$

としている。

ここに、 x, y, z ：流れ方向、水深方向、横方向距離、 ν ：水平要素側面から外向きに立てた法線ベクトル、 u, v, w ： x, y, z 方向の流速成分、 A ：水平要素の水平断面積、 B ：貯水池幅、 Δy ：水平要素の厚さ、 A_b ：水平要素側面の面積、 q_b ：水平要素側面に流入する支川流量成分（流出を正にとっている）、 ϕ ：日射による吸収熱量のフラックス、 v_0 ：水質物質の沈降速度、 D_{mx}, D_{my} ： x, y 方向の運動量分散係数、 D_{Tx}, D_{Ty} ：温度分散係数、 D_{Cx}, D_{Cy} ： x, y 方向の濃度分散係数、添字 b ：水平要素側面における値、添字 $i, i+1$ ： $x=x_i, x_{i+1}$ における値、添字 $n, n+1$ ： $y=y_n, y_{n+1}$ における値である。ここで、運動量、温度、濃度の分散係数は分子粘性および乱れによる拡散係数の空間的平均量として構成されているが、それらの値が実際の貯水池でどのような

値、また環境条件によっていかに変化するかは、実測が不可能な今日ではなお明らかではない。

また、自由表面をもつ貯水池表面の最上層水平要素に対しては、自由表面における運動学的、幾何学的条件

$$v_s = \frac{\partial h}{\partial t} + u_s \frac{\partial h}{\partial x} + w_s \frac{\partial h}{\partial z} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \cos_s(x, \nu) & \doteq -\frac{\partial h}{\partial x}, \cos_s(y, \nu) \doteq 1 \\ \cos_s(z, \nu) & \doteq -\frac{\partial h}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ならびに、表面における抵抗、圧力、水温、濁度に関する境界条件

$$\begin{aligned} \overline{u'u'}_s \cos_s(x, \nu) + \overline{u'v'}_s \cos_s(y, \nu) \\ + \overline{u'w'}_s \cos_s(z, \nu) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$p_s = 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \overline{u'T'}_s \cos_s(x, \nu) + \overline{v'T'}_s \cos_s(y, \nu) \\ + \overline{w'T'}_s \cos_s(z, \nu) = \frac{1}{\rho c_w} (\phi_a + \phi_L) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \overline{u'C'}_s \cos_s(x, \nu) + \overline{v'C'}_s \cos_s(y, \nu) \\ + \overline{w'C'}_s \cos_s(z, \nu) = -v_0 C_s \end{aligned} \quad (18)$$

を用いて式(2)~(5)が変形される。ここに h ：水深(水位)、添字 s は表面における値、 ϕ_a ：長波による大気輻射熱、 ϕ_L ：蒸発、伝導、逆輻射による表面からの熱損失である。この結果、数値解析の基礎となる数学モデルは次のようになる。

•水の連続式：

$$|uB\Delta y_s|_{x_i^{i+1}} - vA|_{y_{s-1}} + \int_{A_s} \frac{\partial \Delta y_s}{\partial t} dS + q_{bs} = 0 \quad (19)$$

•運動量保存則・ x 分値：

$$\begin{aligned} \frac{\partial(uV_s)}{\partial t} = & -|uuB\Delta y_s|_{x_i^{i+1}} + uvA|_{y_{s-1}} \\ & - u_{bs}q_{bs} - \left| \frac{p}{\rho} B\Delta y_s \right|_{x_i^{i+1}} \\ & + \left[D_{mx} \frac{\partial u}{\partial x} B\Delta y_s \right]_{x_i^{i+1}} - D_{my} \frac{\partial u}{\partial y} A \Big|_{y_{s-1}} \end{aligned} \quad (20)$$

•運動量保存則・ y 分値：

$$p = \int_y^{y_s} \rho g dy \quad (21)$$

•水温収支則：

$$\begin{aligned} \frac{\partial(TV_s)}{\partial t} = & -|TuB\Delta y_s|_{x_i^{i+1}} + TvA|_{y_{s-1}} \\ & - T_{bs}q_{bs} + \left[D_{Tx} \frac{\partial T}{\partial x} B\Delta y_s \right]_{x_i^{i+1}} \\ & - D_{Ty} \frac{\partial T}{\partial y} A \Big|_{y_{s-1}} - \frac{1}{\rho c_w} (\phi_a + \phi_L) A_s \\ & - \frac{1}{\rho c_w} |\phi A|_{y_{s-1}} \end{aligned} \quad (22)$$

● 濃度収支則 (濁度収支則) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(CV_s)}{\partial t} = & -|CuBdy_s|_{x_i^{s+1}} + CvA|_{y_{s-1}} \\ & - C_{bs}q_{bs} + \left[Dc_x \frac{\partial C}{\partial x} Bdy_s \right]_{x_i^{s+1}} \\ & - Dc_y \frac{\partial C}{\partial y} A \Big|_{y_{s-1}} + Cv_0 A \Big|_{y_{s-1}} \\ & \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

ここに、 V_s : 表面の水平要素の体積、 A_s : 水平要素の水表面積、添字 s : 表面の水平要素における値、添字 y_s, y_{s-1} : 水面および水面を含む水平要素の下側境界面における値を示す。

なお、底面の最下層水平要素においては、

$$\begin{aligned} v_{yb} = & 0 \dots\dots\dots(24) \\ \left. \begin{aligned} Dm_y \cdot \partial u / \partial y|_{yb} = 0, & DT_y \cdot \partial T / \partial y|_{yb} = 0 \\ Dc_y \cdot \partial C / \partial y|_{yb} = 0 & \dots\dots\dots(25) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

として、式(6)~(10)が適用される。ここに y_b は底面における値を示す。

(3) 各種の水温予測法

前節で示した貯水池水理の解析モデルを実際の貯水池に適用するにあたっては、各項の大きさや係数の性質をあらかじめ知っておく必要があり、また適用する貯水池の状態によってもモデルをより単純化してもよい。貯水池の高度利用に最も関係する水温に関しては、従来種々の条件のもとでいくつかの水温予測モデルが提案されている。古くは、貯水池を1つのブラック・ボックスと考えるシステム解析法によるもの⁹⁾があるが、この解析法では、水利用に關係する貯水池内の水温分布が明らかにされ得ないため、その後は、コントロール・ボリューム法による水温予測、特に成層化の予測に研究の焦点が移っている。ここではそれらのおもなものを概括し、前節のモデルの意義を明確にしよう。

a) Dake-Harleman モデル⁹⁾

前章で述べた平均年回転率 α のきわめて小さな成層I型貯水池や天然湖沼を対象とし、熱移動が主として分子拡散に起因し、移流、乱流拡散によるものは無視されたとして式(5)を単純化したもので、水温分布は、

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho C_w} \frac{\partial \phi}{\partial y} \dots\dots\dots(26)$$

で表わされる。ここに K は熱拡散係数である。

Dake-Harleman は水温を冬期の一様水温と、それからの変化量との和で表わし、 ϕ を水深の関数として解析解を得ているが、わが国の貯水池のように平均年回転率が、数回から十数回(大きいものは百数十回となる)程度のところでは、このモデルによる現象の再現性は期待され得ない。

b) 流出入モデル¹⁰⁾

a) とは逆に平均年回転率がきわめて大きい河川型貯水池では、移流が水温収支の大部分を占め、他の要因は無視されると考えられる。このようなところでも水温成層は発達する。岩佐・井上・野口は、式(2)および式(4)より、水平層をコントロール・ボリュームとみなして、次のモデルを得た。

$$\frac{\partial}{\partial y}(Av) = q_i - q_o \dots\dots\dots(27)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{A}(Tq_o - T_i q_i) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial y}(vAT) = 0 \dots\dots\dots(28)$$

ここに、 q_i, q_o : それぞれ水深方向の単位深さ当りの流入・流出流量、 T_i : 流入水温である。このモデルは α のきわめて大きい成層II型貯水池である天ヶ瀬貯水池の成層化予測に適用され、比較的良好な結果が得られている⁹⁾。しかしながら、上述の前提が満たされる貯水池はきわめてまれであり、また洪水流入時にはCraya¹¹⁾の式による取水層厚の推定を用いるなど、貯留水の運動に関する仮定に問題がある。

c) Huber-Ryan-Harleman モデル (MIT モデル)⁹⁾

成層型貯水池を対象とし、水平層をコントロール・ボリュームとする鉛直1次元モデルの代表的なもので、前節で示したモデルの式(6)、(9)を貯水池の全延長にわたって拡張した形と考えられる。したがって、水の連続式は式(27)であり、水温収支則は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{A}(Tq_o - T_i q_i) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial y}(vAT) \\ = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial y} \left(AD_{T_y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{1}{\rho c_w A} \frac{\partial}{\partial y}(\phi A) \\ \dots\dots\dots(29) \end{aligned}$$

ここに、 $\partial T / \partial x = 0$ である。この種のモデルは、わが国では安芸・白砂の電研モデル⁷⁾がよく知られている。なお、前述の流出入モデルは式(29)の右辺を省略し、単純化した形のものである。

このモデルを用い、貯留水の運動学的条件をあらかじめ規定するとともに分散係数などの値を適当に与えれば、数値解法により比較的容易に、しかも十分な精度で水温成層の予測を行うことができる。しかしながら、前節の最初に述べた流れ方向に現象の一様性が満足されない場合や、運動量保存則を解かずして貯留水の流速分布や流出入条件を仮定するために生ずる問題などがあり、その適用性には限界がある¹²⁾。

d) 2次元モデル

Fig. 3 に示した水平要素と同様に、水平層を流れ方向に分割したものを対象とする数値解析モデルであり、弱成層型貯水池を対象としたW.R.E.モデル⁹⁾、MITモデルを2次元に展開した形の岩佐・野口らのモデル⁹⁾、

電研モデルを展開した形の白砂・宮永らの濁水解析モデル¹³⁾、芦田・江頭らの濁水解析モデル¹⁴⁾などがあり、後二者は濁度予測に用いられている。

これらのモデルと前節に示したモデルとの間の最も大きな違いは、上述の MIT モデルなどと同様、前者には流れの運動学的挙動を表わす運動量保存則が省略されている点である。このため、貯留水の運動学的条件はあらかじめ規定しなければならず、流出条件については、選択取水に関する Deblor¹⁵⁾ (W.R.E. モデル)、Koh¹⁶⁾、Kao¹⁷⁾ (MIT モデル)、日野・大西¹⁸⁾ (電研モデル)らの式を運動方程式の解として代用し、流入条件については、流入水は貯留水とある程度混合した後に、同じ密度層へ水平に流入すると仮定することになる。また、流速分布は W.R.E. モデルでは一様分布を仮定し、他のモデルではガウス分布を仮定している。こうした貯留水の運動に関する前提条件は、貯留水の運動がきわめて緩慢ではあるが、わが国の貯水池のように貯水容量がそれほど大きくないところでは、必ずしも正しくない。したがって、貯留水の運動学的挙動を正しく把握し、より精度の高い水温予測、さらには濁水長期化、富栄養化の予測を行うためには運動量保存則をも併用しなければならない。

4. 貯水池における水温予測への適用

(1) 数値解析法

前章で述べた貯水池水理の解析モデル、式 (6)~(10) および式 (19)~(23) を実際の貯水池に適用し、与えられた境界条件、初期条件のもとで、流速、水温、またさらには濁度 (濃度) の分布を求めるには、数値解析法によらなければならない。したがって、これらを階差式へ変形する必要があるが、これには差分近似に似た方法が用いられる。

流速分布は式 (6)~(8) ならびに式 (19)~(21) より求められるが、これらの式を、Fig. 4 に示すような explicit scheme の 1 つであるマルチレベルの staggered scheme により変形すると、計算を比較的容易に、かつ安定して進めることができる。この方法による安定性の必要条件は、階差式が非線形であるため、それらを線形化し、さらに単純化することにより、

$$\frac{dt}{dx} \leq \frac{2\sqrt{gh} - |u| - 2\frac{D_{mx}}{dx}}{2gh} \dots\dots\dots (30)$$

となる¹⁹⁾。

ところが、式 (30) の条件では dt をきわめて小さくする必要があり、計算時間は従来の予測法に比べ非常に長くなる。そこで、式 (7)、(20) の圧力項に Implicit

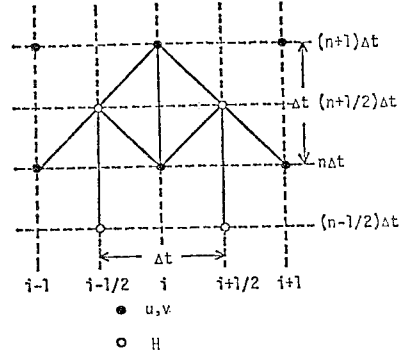


Fig. 4 Explicit scheme for numerical analysis.

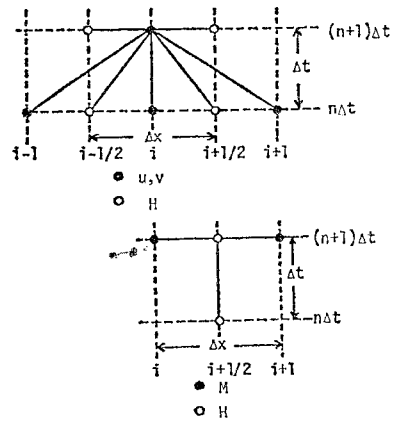


Fig. 5 Partial implicit scheme for numerical analysis.

scheme を用いて安定条件を緩和し、計算時間の短縮を図る方法もある。この方法は、Fig. 5 に示すような scheme を用いて、上述の explicit scheme による階差式の p と dy_s に関する部分を Implicit な差分で置き換えたものであり、安定性の必要条件は、次のようである¹⁹⁾。

$$\frac{dt}{dx} \leq \frac{1}{2\left(|u| + \frac{2D_{mx}}{dx}\right)} - \frac{|u| + \frac{2D_{mx}}{dx}}{8gh} \dots\dots\dots (31)$$

流速分布の計算は以上のいずれかを用いればよいが、水温分布が水平、すなわち流れ方向の密度分布が一様かつ貯水池の水面勾配が無視される場合には、式 (7)、(20) の圧力項を省略し、単純化して計算を行うことができる。この場合には、Fig. 6 に示したような explicit scheme を用いて近似すると、比較的精度よく計算が進められ²⁰⁾、このときの安定条件は、

$$\frac{dt}{dx} \leq \frac{1}{|u| + \frac{2D_{mx}}{dx}} \dots\dots\dots (32)$$

$$\frac{dt}{dy} \leq \frac{1}{|v| + \frac{2D_{my}}{dy}} \dots\dots\dots (33)$$

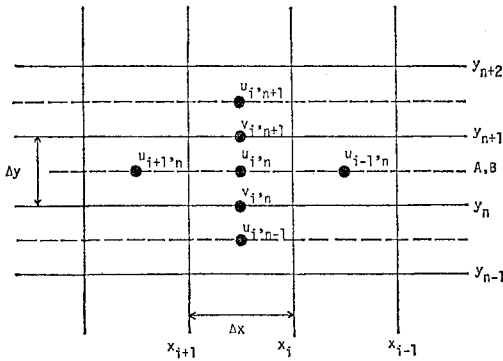


Fig. 6 Explicit scheme for numerical analysis ($\partial p/\partial x=0$).

となり, Implicit scheme を用いる方法よりさらに計算時間は短くなる.

以上のようにして, まず流速分布が計算されると, それらの値を用いて, 水温, 濁度 (濃度) 分布が計算される. 式 (9), (10) および式 (22), (23) の階差式の変形は, Harleman らが水温予測に用いた方法²¹⁾とほぼ同様に行い得るが, このときの安定条件は式 (32), (33) で与えられる.

次に, 数値計算にあたって与えられる境界条件は, 貯水池上流端における流入流量, 水温, 濁度 (濃度), 中間流入支川のそれら, 貯水池下流端における流出流量, さらには貯水池表面における熱交換フラックス, ϕ_a, ϕ_L である. 上流端および流入支川においては, 流速分布を対数分布, 流入水温, 濁度 (濃度) を一様分布で仮定し一方, 下流端においては, 取 (放) 水口に関する水平要素からの流出流速をオリフィス型の流速分布で表わし, それ以外の水平要素では流速を 0 とし, それぞれ境界条件を与える²⁰⁾. また, ϕ_a, ϕ_L は Harleman らと同様に²¹⁾, 表面水温, 気温, 湿度, 風速, 雲量の関数として表わし, 日射による吸収熱量 ϕ についても, 従来と同様に水深の指数関数形⁹⁾で表わしている.

初期条件は, 水温, 濁度 (濃度) は通常計算開始日の実測値を与えるが, 流速に関しては, 流速を 0 とした状態から 24 時間で計算開始時刻の流入流出量, 貯水位に一致するように条件を与えて繰り返し計算し, 初期値を設定している.

貯水池水理の数値解析は以上のようにして進められるが, 密度の逆転層が生じた場合には, それに起因する鉛直方向の運動について何の考慮もされていないため, 密度は常に安定状態にあると仮定し, 鉛直方向に平均化を行っている. また, ϕ_a, ϕ_L, ϕ の算定に関する諸定数は, 対象とする貯水池におけるそれぞれの観測データから決定することが望ましいが, それらを欠く場合には計算値と実測値が適合するように妥当な範囲内で調整しなければ

ならない. 分散係数についても同様で, いまのところ明らかではないため便宜的に Reynolds 相似を用い, 空間的に一様で, その値は流量の一次関数で表わされるものと仮定している²⁰⁾. わが国の貯水池では移流項が分散項に比して大きいとため, こうした大胆な仮定でも問題となることは少ないのが実情である^{12), 20)}. なお濁度計算では, 沈降速度を Stokes の式によって計算している.

貯水池内の水理現象をできるだけ忠実に, しかも単純な形で再現し得るためには, コントロール・ボリュームの大きさ, すなわち対象とする水温, 濁度 (濃度) 分布を精度よく再現するための $\Delta x, \Delta y$ の値をどの程度にすればよいかが残されている²²⁾. 著者らの研究²³⁾によると, 現象に基づくものは別として, 数値計算上は Δx を 1000 m, Δy を 1~2 m 程度とすれば十分な精度が得られている.

(2) 水温予測の結果

ここでは, 最も基本的な重要要素である水温のシミュレーションについて, すでに実施された前述のいくつかの水温予測モデルによる計算例を用いて考察を進める. 貯水池よりの流出水温は取水層内で平均化された結果であり, 各モデルの特徴が現われにくいため¹²⁾, 水温分布の計算例を用いることにする. なおここで用いた計算例は, 著者らの文献に発表されたものであり, その詳細およびその他の例については, それらを参照されたい.

Fig. 7 は淀川水系天ヶ瀬貯水池における水温成層予測の一例で¹²⁾, Harleman らの鉛直 1 次元モデル⁶⁾と岩佐・野口らの 2 次元モデル⁹⁾による結果を比較している. 1 次元モデルでは, 気象要因による熱生成項を無視

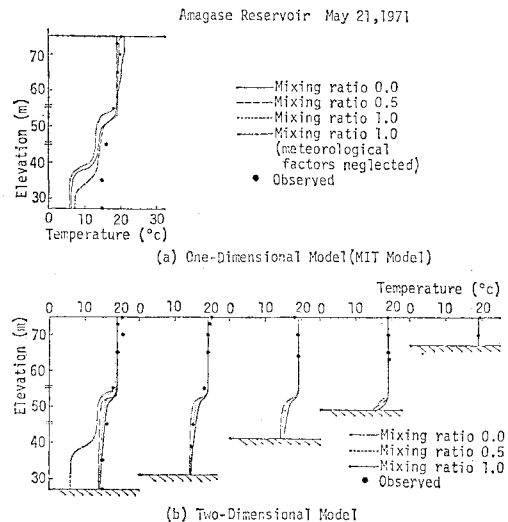


Fig. 7 Estimation of temperature distributions predicted by one-dimensional and two-dimensional models ($\Delta x=1000\text{ m}, \Delta y=2\text{ m}, D=0.00125\text{ m}^2/\text{day}$).

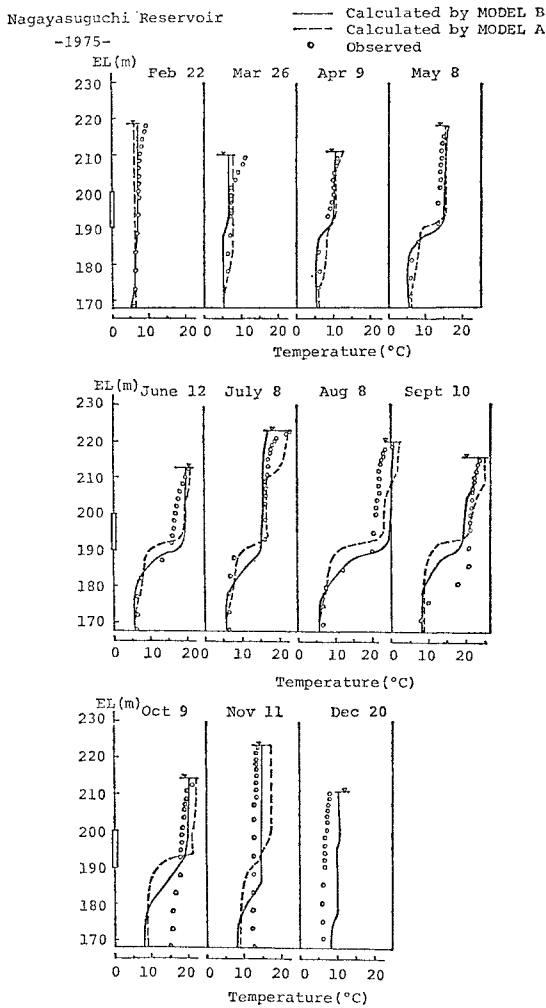


Fig. 8 Annual change of temperature distribution in Nagayasuguchi Reservoir predicted by two-dimensional models ($\Delta x=1000$ m, $\Delta y=2$ m, $D=0.0125$ m²/day).

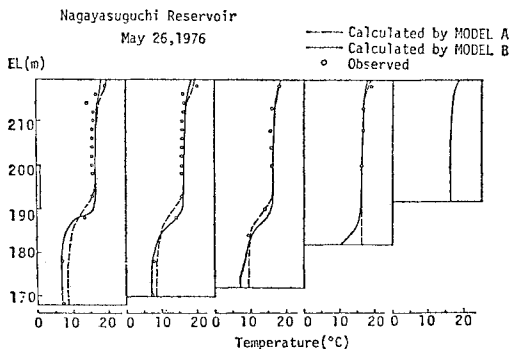


Fig. 9 Estimation of temperature distributions predicted by two-dimensional models ($\Delta x=1000$ m, $\Delta y=2$ m, $D=0.0125$ m²/day).

した場合（流入モデルに相当する）の結果も合わせて示しており、計算条件は図の説明のとおりである。この図より、2次元モデルで流入混合比を1.0としたものが、実測値と最もよい一致を示していることがわかる。1次元モデルでは底層水温にやや問題があり、流入モデルでは特に顕著である。これは、Kohの式による取水層厚の算定が、モデルに適合しなかったこと¹²⁾によるばかりでなく、流れ方向の取水層厚の変化を考慮できないモデルにもその一因があると思われる。また、いずれのモデルにおいても、流入混合比の値が、計算精度にかなり影響するため、この値の決定が、適用上の問題点となる。

Fig. 8, 9 は那賀川水系長安口貯水池における2次元モデルによる計算例²⁰⁾で、モデルAは運動量保存則を用いずにKohの式で取水層内の流速分布を与えたもの、すなわち上述の岩佐・野口らのモデル³⁾であり、モデルBは、流速分布を運動量保存則と連続式から求める先述の著者らのモデルである。ただし、この計算例では、貯水池の水面を水平と仮定し、式(7)、(20)の圧力項を省略している。

これらの図をみると、成層期にはいずれの結果も比較的良好に実測値と一致しているが、モデルBの結果の方が変水層の位置および表層水温の値でよりよい一致をみており、得られた流れの挙動が定性的により正しい傾向を反映したものと考えられる。一方、洪水による成層破壊(9月)とそれに続く循環期には、いずれも実測値との不一致がみられる。成層破壊時の混合現象については、よくわかっていないが、著者らの解析例²⁰⁾によると、それは30分～1時間程度の比較的短時間で、かつ非常に微妙に変化する現象であり、その再現には、その時間スケールに応じた詳細な入力資料を用いる必要がある。ところが、Fig. 8の計算では、こうした資料が得られず日平均資料を用いたため、実際現象を十分に把握できない結果になったと考えられる。さらにモデルAについては、成層変化の定性的傾向さえ十分に説明し得ない結果となっているが、これは、成層期の比較的变化が緩やかな状態を前提とした流れの挙動の仮定が、この期間では妥当でなく、その適用には限界があることを示したものであろう。

次に、著者らのモデルによる水温解析例をFig. 10と11に示しており、いずれも長安口貯水池におけるものである¹⁹⁾。これらの計算例は、成層期中規模出水が水温成層を破壊したときのもので、流速に関する計算を前節で述べた3つの方法で行い、それぞれ比較している。Fig. 10の表面水温の変化、Fig. 11の水温分布ともに、いずれの結果も実測値とよく一致しているが、運動量保存則で圧力項を省略しない計算、特にexplicit

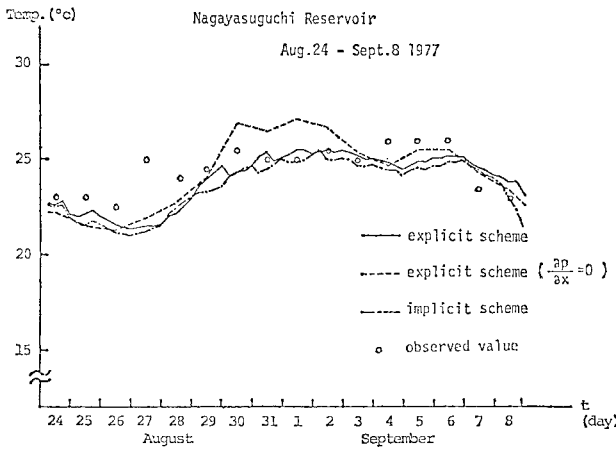


Fig. 10 Temporal change of temperature at water surface in Nagayasuguchi Reservoir simulated by various numerical techniques.

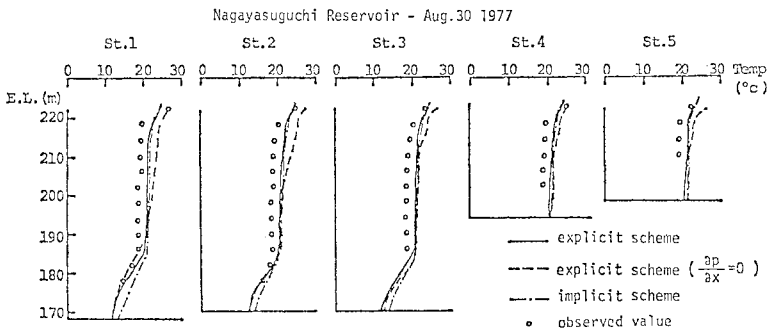


Fig. 11 Temperature distributions in Nagayasuguchi Reservoir simulated by various numerical techniques.

scheme を用いたものが、より正しく水温の時間的・空間的变化を再現していることがわかる。したがって、現象をできるだけ忠実に再現するには省略しない計算をしなければならないが、省略した計算でも実用上は十分であろう。

以上の結果をまとめると、先に述べた著者らのモデルは、流れ方向にも変化を伴う現象の解析を可能とするとともに、従来のモデルでは不十分であった流れの運動学的挙動を明らかにすることにより、種々の環境境界条件に対する水温変化の傾向を、少なくとも定性的にはより正しく再現し得るものであるといえよう。このことは、他の貯水池におけるシミュレーション例でも確かめられている^{19), 23)}。

また、貯水池における水温予測は、対象とする期間ならびに貯水池の水理・水文条件および環境条件などと、前述した各モデルの適用性を考慮して、予測モデルを適当に選択すればよいが、著者らのモデルは貯水池の成層特性に関係なく適用が可能であり、さらに流入混合比等の不確定なパラメーターを用いる必要がないことから、

予測法としてより汎用性の高いものであろう。

しかしながら、本研究の圧力項を省略しない数値解析では、従来の予測法に比べて計算時間が長くなり、プログラミングの技術的検討が必要である。また、濁水長期化や富栄養化の問題にも関連するが、成層破壊過程の詳細な再現などさらに高度の予測を行うには、気象要因による熱収支、分散係数などの不確定要素とともに、密度の逆転層とそれにより生じる現象の時間的、空間的挙動、ならびに濁水との相互影響を明らかにしていくことが必要である。このため、こうした現象に関する詳細な資料の収集と整備が望まれるが、密度の逆転層により生じる貯留水の運動をモデルに導入し、必要に応じてそのシミュレーションができるようにしておくことも今後の課題であろう。

5. 結 語

本研究は、貯水池における水温、濁度、富栄養化指標の水理学的挙動を再現する数学モデルの開発と、その数値解析法を述べ、また水温予測への適用について論じた。一方、従来の水温予測法の特徴と問題点を明らかにし、それぞれのモデルによる水温予測の結果を比較、検討した。

その結果、開発された数学モデルは、貯水池を流れ方向および水深方向に分割した水平要素について展開されたものであるから、流れ方向にも変化を伴う実際の現象の解析が可能となるとともに、従来の予測モデルでは不十分であった流れの運動学的挙動が明らかにされ得るようになった。また、その水温予測への適用については、従来の予測法に比べ、予測精度が向上したとともに適用範囲が拡大されることがわかった。

最後に、本研究を進めるにあたり、観測資料の提供をいただいた建設省近畿地方建設局淀川ダム統合管理事務所ならびに徳島県土木部の各位に深甚なる謝意を表すとともに、資料整理、作図等にご協力いただいた京都大学土木工学教室河川工学研究室の学生諸君に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 安芸周一・白砂寿夫：貯水池濁水現象の調査と解析（その1）—貯水池の流動形態と濁水調査，電力中央研究所報告 74505, pp. 1~29, 1974年。

- 2) Water Resource Engineers, Inc. Walnut Creek, California : Mathematical Models for the Prediction of Thermal Energy Changes in Impoundments, 1969.
- 3) 岩佐義朗・野口正人・児島 彰：貯水池内の水温成層予測法について，京都大学防災研究所年報第 18 号一B，pp. 565~573, 1975 年 4 月。
- 4) 日本水産資源保護協会：徳島県那賀川河口養殖ヒトエグサ等被害原因調査委員会報告書，那賀川における濁度の追跡，1977 年 3 月。
- 5) 建設省四国地方建設局大渡ダム工事事務所，国土開発技術研究センター：ダム放流設備設計資料調査報告書，1978 年 3 月。
- 6) Huber, W.C., D.R.F. Harleman and P.J. Ryan : Temperature prediction in stratified reservoirs, Proc. of A.S.C.E., Vol. 98, HY-4, pp. 645~666, 1972.
- 7) 安芸周一・白砂孝夫：貯水池流動形態のシミュレーション解析，その 1，発電水力，No. 134, 1975.
- 8) たとえば，Raphael, J.M. : Prediction of temperature in rivers and reservoirs, Proc. of A.S.C.E., PO-2, pp. 157~181, 1962.
- 9) Dake, J.M.K. and D.R.F. Harleman : An Analytical and Experimental Investigation in Lakes and Ponds, MIT Report, No. 99, 1966.
- 10) 岩佐義朗・井上和也・野口正人：ダム貯水池の成層化過程，京都大学防災研究所年報第 16 号一B，pp. 495~503, 1973 年 4 月。
- 11) Craya, A. : Theoretical research on the flow of non-homogeneous fluids, Laitouille Blanche, Jan.-Feb., 1949.
- 12) 岩佐義朗・松尾直規・遠藤正昭：ダム貯水池の水温予測，京都大学防災研究所年報第 19 号一B，pp. 221~236, 1976 年 9 月。
- 13) 白砂孝夫・宮永洋一：貯水池内の濁度の二次元解析，第 32 回土木学会年次学術講演会講演概要集，pp. 336~337, 1977 年。
- 14) 芦田和男・江頭進治：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究 (2)，京都大学防災研究所年報第 19 号一B，pp. 311~327, 1976 年 9 月。
- 15) Debler, W.R. : Stratified flow into a line sink, Proc. of A.S.C.E., Vol. 85, EM-3, 1959.
- 16) Brooks, N.H. and R.C.Y. Koh : Selective withdrawal from density-stratified reservoirs, Proc. of A.S.C.E., Vol. 95, HY-4, pp. 1379~1400, 1969.
- 17) Kao, T.W. : A free-streamline solution for stratified flow into a line sink, J. of Fluid Mech., Vol. 21, Part 3, pp. 815~822, 1965.
- 18) 日野幹雄・大西外明：密度成層流に及ぼす point sink の高さの効果，土木学会論文報告集第 163 号，1969 年 3 月。
- 19) 岩佐義朗・松尾直規・兪 朝夫：貯水池水理の数値解析法とその適用について，京都大学防災研究所年報第 22 号一B，pp. 341~354, 1979 年 4 月。
- 20) 岩佐義朗・松尾直規・遠藤正昭：洪水時における貯水池の成層破壊について，京都大学防災研究所年報第 20 号一B，pp. 259~270, 1977 年 4 月。
- 21) Ryan, P.J. and D.R.F. Harleman : Prediction of the Annual Cycle of Temperature Changes in a Stratified Lake or Reservoir, Mathematical Model and User's Manual, M.I.T. Report, No. 137, 1971.
- 22) 岩佐義朗：ダム貯水池における水理特性，建設省河川局編日本河川水質年鑑，研究編，pp. 797~815, 1977 年。
- 23) 岩佐義朗・松尾直規・井上素行：貯水池における濁度解析について，京都大学防災研究所年報第 21 号一B，pp. 319~329, 1978 年 4 月。

(1979.10.8・受付)