

内部補強形 2 叉分岐管の応力解析と設計への適用

A STRESS ANALYSIS FOR BRANCH PIPES WITH INTERNAL
REINFORCEMENT

宮口 友延*・戸田 五郎**

By Tomonobu MIYAGUCHI and Goro TODA

1. 緒 言

近年、高落差大容量揚水発電の開発に伴い、導水路の分岐部における設計水頭 (m) と、主鉄管内径 (m) との積は 3000 以上のものが要求される。そこに適用される分岐管は、大形化に伴う厳しい構造設計上、および製作上の条件を満足しなければならない。同時に、電源開発の経済価値を高めるためには分流、合流による損失水頭が最小である分岐管が望ましい。

従来、わが国における水圧鉄管の分岐形式は、Y 形分岐と球形分岐とが代表的であった。これらの形式を大容量発電所に適用するには、次のような構造設計、製作上の問題が生じる。

Y 形分岐は、一般に外部補強材として曲げモーメントを受けるアーチ桁、およびリング桁をもち、大形化に伴い、その桁高が管径の 1/2 以上にもなるので、鋼材重量が増大すると同時に大きな設置空洞が必要となる。大空洞の掘削は工事費の大幅な増加を招く。一方、球形分岐の大形化は主管と球の接続部を補強する補剛環の断面を増大させ、極厚の高張力鍛鋼の使用が必要となる。このような補剛環は輸送限界を越えるので、工場にて分割製作した大断面鍛鋼の現場における容接とその検査方法が問題となる。

大容量水力発電に伝統をもつ欧米では、Puente Nuevo 発電所 (南米) において、Sulzer Brother's Co. (1928) により、円盤状のカラープレートをもつ分岐管が製作されて以来、経済価値の高い分岐構造を求めて、構造実験、および水理実験を主とした研究開発が行われてきた^{1),2)}。その結果、Y 形分岐の外側からの補強方法を力学的に改良して、アーチ桁を分岐管の内側に取り付けると同時に、分岐部の流水断面積を拡大することによ

り、補強材の小型化と損失水頭の低減を図った Escher Wyss 分岐管³⁾ (以下、EW 分岐管という)、および Sulzer 形分岐管⁴⁾が開発された。一方、球形分岐の補剛環をなくし、全体をシェル構造とした Krupp 分岐管⁵⁾が開発されている。いずれも、構造的には曲げモーメントや応力集中を受ける補強材を小さくして、全体を膜応力状態に近くなるように工夫している。水理的には流況をよくし、分岐部の流速を小さくして、損失水頭の低減を図っている⁶⁾。

特に、EW 分岐管は分岐による損失係数が 0.07 と、きわめて小さく、補強構造が単純であり、必要な設置空間が非常に小さいことに着目し、筆者らは大容量水力発電所に最も適した分岐形式であると考え、奥矢作第一発電所 (中部電力 (株)) に適用を試みた。

EW 分岐管の構造設計上の問題点は、円錐面をもつ管胴の接合折れ角部、および補強板の応力の算定である。この分岐管を開発した Escher Wyss 社は、折れ角部の応力について円筒シェル理論より解を導き、設計のための計算図表を与えている⁸⁾。一方、補強板については、同社が行った多くの構造実験から、応力が許容値以下になるような補強板の形状を定めるための幾何学的な作図法を与えている⁹⁾ (以下、この設計法を EW 設計法という)。EW 設計法に基づく分岐管の実施例は、Valabres Pinés 発電所 (フランス、1955 年) 以来、すでに 110 例を超えとはいえず、補強板の作図法を力学的に説明するものがない。したがって、この適用範囲が不明確であり、重要な分岐管については、水圧試験によってその安全性を確かめる必要があった。

内田・岡本^{7),9)}は EW 分岐管の紹介を行うとともに、模型実験と FEM 解析を行い、EW 設計法による補強板の縁応力が許容応力を超えることを指摘し、同時に水理実験を行い、EW 分岐管はエネルギーロスが小さく、流況がスムーズで優れた水理特性をもつことを確認している。

* 正会員 中部電力 (株) 奥矢作水力建設所 課長

** 正会員 工博 中部電力 (株) 奥矢作水力建設所 所長

筆者らは、より合理的な EW 分岐管の設計を可能にするために、対称および非対称の分岐について、補強板の応力を定める曲げモーメントと軸力の近似解を導き、この結果を FEM 解析の結果と対比し、さらに、実施分岐管の水圧試験の測定値と比較して、その解の検証を試みた。その結果、近似解は対称、非対称の両者とも十分な精度をもって補強板の応力を与えることが明らかとなった。したがって、EW 設計法とは別に近似解を用いて、曲げ応力の生じない補強板の設計が可能で

あり、さらに、補強板の応力を支配するその幅と厚さの組み合わせを、許容応力に対応して選定できるので、水理的条件や製作条件に適した合理的な設計が可能となった。

近似解を求める数値計算は、数値積分を含む簡単な計算プログラムによって実行できるので、FEM 解析に比べ、わずかなコンピュータ・ワークを必要とするにすぎない。

以下に、EW 分岐管の構造と EW 設計法の概要、近似解の誘導、近似解と水圧実験、FEM 解析結果の比較、近似解からみた EW 設計法の妥当性と適用範囲、および実施例における境界条件などについて述べる。

2. EW 分岐管の構造的特徴と EW 設計法

従来、2 叉分岐としておもに用いられてきた Y 形分岐は 図-1 (b) に示すように主管と 2 つの枝管からなり、その股間および腰ベルトの位置に、アーチ桁およびリング桁を管胴の外側に取り付けられた補強構造をもち、上下に対称な構造となっている。この対称面を水平対称面ということにする。2 つの枝管の交載線上に分布する管胴膜力の、水平対称面より上半分の合力の作用位置は、交載線より内側になるため、その外側に取り付けられたアーチ桁は大きな曲げ応力を受ける。したがって、従来の Y 形分岐では、その大形化に伴い大断面の複雑な形状をしたアーチ桁が必要であった¹⁰⁾。

Y 形分岐の外部補強形式を改良して、分岐管の外側に取り付けていたアーチ桁を、水理的に支障のない範囲で、内側へ移動し、両枝管の交載線上に分布する膜力の合力の作用位置にその桁の中立軸を近づけた構造が 図-1(a) に示す EW 分岐管である^{11),12)}。

この分岐管の開発にあたって、当初、盲ぶたをもつ対

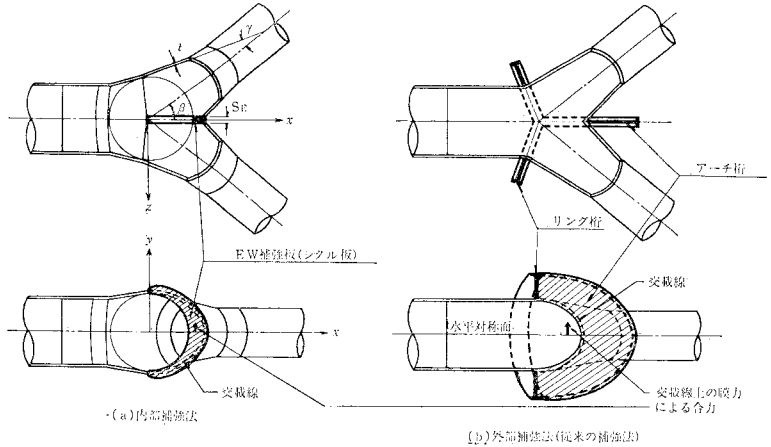


図-1 2 叉分岐管の内部補強法 (EW 形) と外部補強法との比較

称円筒 Y 形分岐管が内水圧を受ける場合について、曲げ応力を生じない補強板の形状が解析的に求められた結果、合力の作用位置が交載線よりかなり内側になるため、分岐管内部の流水中に大きく突出した三日月形の補強板形状が得られた。一方、その板厚については、補強板と管胴との合成応力を等しくすることから、次の式 (1) が与えられている⁹⁾。

$$S_E = \sqrt{3} t_i \cos \beta \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

S_E : EW 設計法による補強板の板厚

β : 1/2 分岐角

t : 管胴板厚 (図-1(a) 参照)

次に、分岐部の管径を分岐前の主管より約 15% 程度拡大し、各枝管への接続に漸縮する円錐シェルを用いると、補強板の突出幅が小さくなることと、水理的にも損失水頭を小さくできることが実験によって明らかにされた。さらに、補強板の幅を決定する手段としては、図-2 に示すように、枝管の交載線と水平対称面の交点“F”と、分岐管軸の交点を中心にもつ内接球上の点“G”との間を、補強板の中央最大幅の基準とする幾何学的な作図法が提案された⁹⁾。EW 設計法では、式 (1) とこの作図法を用いて補強板を設計する。EW 設計法によって形状と厚さを定めた補強板を以下において、特にシクル板という。また、管胴折れ角部の応力値については、円筒シェル理論より導いた解によって、計算図表が与えられている⁹⁾。

この EW 設計法の妥当性は、すでに実施された多くの分岐管について、水圧試験によって実験的に確かめられているものの、分岐角や円錐角などの形状パラメータとシクル板の応力との関係が力学的に解明されていない。したがって、この設計法の適用範囲が不明確であり、また、分岐管の水圧試験とは異なる使用時の境界条

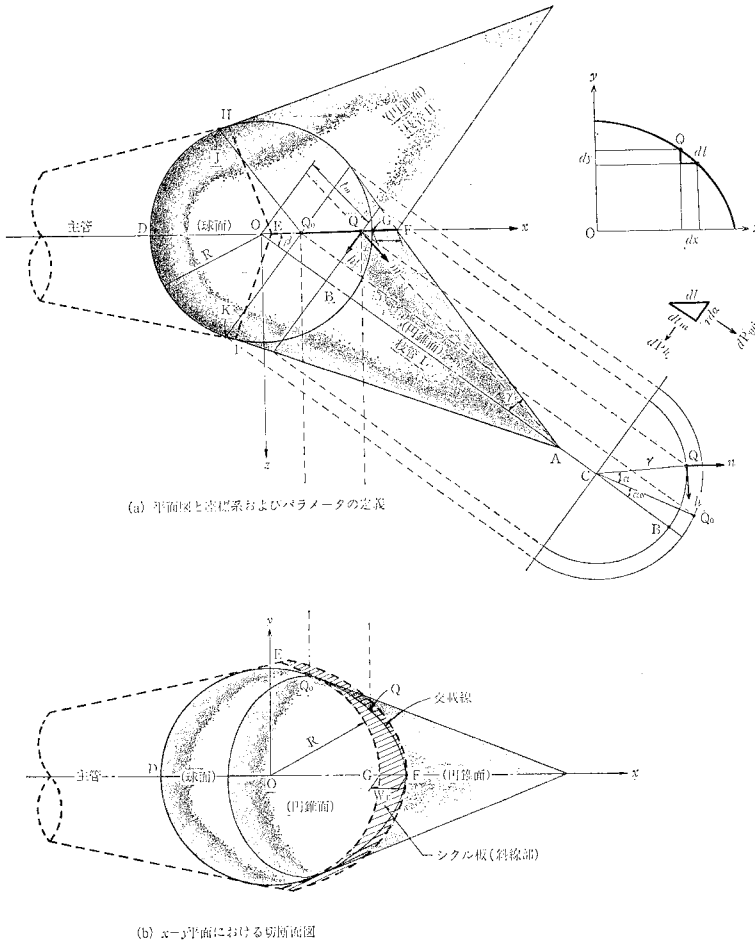


図-2 対称分岐管解析モデルの座標系とパラメーター

件に対して、シクル板の設計法を発展させることができない。もう1つの問題点は、円筒分岐から導いた式(1)を円錐分岐にそのまま適用してシクル板の厚さを定めていることである。広範囲の分岐形状に対して、合理的なEW分岐管の設計を行うためには、補強板の作用力を算定し、水理条件および製作条件に適した補強板の厚さと幅を選定することが必要である。

したがって、これらの問題を解決するため、EW分岐管の内部補強板の作用力を解析的に求め、分岐形状との関係を明らかにすることを試みた。

3. 内部補強板の軸力とモーメントの算定(近似解の誘導)

EW分岐管は、主管および2つの枝管からなる2又分岐管である。それぞれの管は、分岐中心に向かって拡大する円錐によって構成され、共通する1つの内接球と上下の中央に水平対称面をもっている。図-2(a)に示

す線分 HEI が主管と枝管の交線であり、線分 EF が2つの枝管の交線(以下、単に交線という)である。

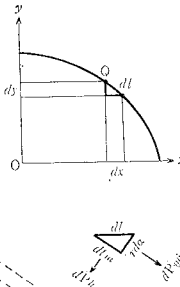
補強板の軸力とモーメントの解析は、図-2の陰影部が示すように、主管側を内接球によって閉じたモデルについて行う。図-2(a)に示す JQ₀K がモデルの円錐面と球面の境界である。

補強板の作用力を算定するにあたり、次のように仮定と定義を行う。

① 補強板は、交線上における両枝管の管胴(円錐シェル)の膜応力のみを荷重として受けるものとし、補強板と管胴の変位適合については考慮しない。

② 補強板に荷重として作用すると考える、膜応力の交線上における分布範囲は、膜応力の各成分に対して同じである。

③ 補強板の軸力とモーメントによる応力の算定には、補強板の断面のみを有効とし、管胴の影響を無視する。また、補強板の水平対称面(図-2(b)に GF で示す)の水圧実験による測定応力は、後に図-7に示すようにほぼ直線



分布を示すので、補強板のはりとしての曲率と断面変化の影響は考慮しない。

④ 以上の仮定のもとに得られる軸力とモーメントを近似解といい、軸力は作用力の交線に対する接線方向成分とし、モーメントは交線に直交すると考える断面の作用力の交線位置に関するモーメントで表わす。

(1) 対称分岐の補強板の軸力とモーメント

対称分岐管の作用力を算定するために、まず、図-2に示すように、内接球の中心に座標原点Oをとり、その球の半径をRとする。1/2分岐角をβ、枝管の1/2円錐角をγとし、さらに、水平面がxx'平面、分岐管の対称鉛直面がxy平面になるように、直交座標系x, y, zを定める。両枝管の交線上の任意点Qを表わすパラメーターとして、円錐軸OAに直交し、Qを含む面で、円錐を切断してできる円の半径をrとし、その中心に立てた水平面に対する垂線CBと、CQとのなす角をαとすると、交線は次の式(2)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} x &= r \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad y = r \cos \alpha \\ r &= \frac{R}{\cos \gamma} \frac{\tan \beta}{\tan \beta + \tan \gamma \sin \alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

一方, x に対応する経線方向の長さ t_m は,

$$t_m = x \frac{\cos \beta}{\cos \gamma} \dots\dots\dots(3)$$

である。

次に, 点 Q において, 円錐面の緯線, 経線, および法線方向を h, m, n 軸とする直交座標を定め, さきと与えられた x, y, z 系との変換関係を求めると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} h \\ m \\ n \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

ただし,

$$[T] = \begin{bmatrix} -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta \cos \gamma & \cos \beta \sin \gamma \\ \sin \alpha & -\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & +\sin \alpha \sin \beta \cos \gamma \\ \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta \cos \gamma & \sin \beta \sin \gamma \\ & +\sin \alpha \cos \beta \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \cos \gamma \end{bmatrix} \dots\dots\dots(5)$$

また, 円錐シェルが内圧 “ p ” を受けるときの膜応力の主成分は¹³⁾,

$$\sigma_m = pr/2t \cos \gamma, \quad \sigma_h = pr/t \cos \gamma \dots\dots\dots(6)$$

であるから 微小辺 $rd\alpha, dt_m$ に, 内圧により生じる力 dP_m, dP_h は次の式 (7) となる。

$$dP_m = \frac{pr^2}{2 \cos \gamma} d\alpha, \quad dP_h = \frac{pr}{\cos \gamma} dt_m \dots\dots\dots(7)$$

したがって, 交載線上の Q 点における微小長さ, dl に作用する力の x, y, z 成分は,

$$\begin{Bmatrix} dP_x \\ dP_y \\ dP_z \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} dP_m \\ dP_h \\ 0 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(8)$$

となり, 上記, 式 (8) に式 (5) を代入すれば, 式 (9) で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} dP_x &= \frac{pr^2}{2} \cdot \frac{\cos \gamma \cos \beta - \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha}{\cos \gamma} d\alpha \\ &\quad - pr \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \gamma} dt_m \\ dP_y &= -\frac{pr^2}{2} \frac{\sin \gamma \cos \alpha}{\cos \gamma} d\alpha + pr \frac{\sin \alpha}{\cos \gamma} dt_m \\ dP_z &= \frac{pr^2}{2} \frac{\cos \gamma \sin \beta + \sin \gamma \sin \alpha \cos \beta}{\cos \gamma} d\alpha \\ &\quad + pr \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos \gamma} dt_m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

これらの作用力を外力とする補強板の軸力 “ N ” と, 曲げモーメント “ M ” を定義 ④ によって表わすと, 対称分岐管の場合, $\alpha = \alpha_e$ において次の式 (10), (11) で

表わされる。

$$M_{\alpha=\alpha_e} = 2 \int_{\alpha_0}^{\alpha_e} \left\{ (r \cos \alpha - r_e \cos \alpha_e) dP_x + \left(\frac{\sin \alpha_e}{\sin \beta} r_e - \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} r \right) dP_y \right\} \dots\dots(10)$$

$$N_{\alpha=\alpha_e} = 2 \int_{\alpha_0}^{\alpha_e} (\sin \delta dP_y - \cos \delta dP_x) \dots\dots\dots(11)$$

ただし,

$$r_e = \frac{R}{\cos \gamma} \frac{\tan \beta}{\tan \beta + \tan \gamma \sin \alpha_e}$$

$$\delta = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \beta \tan \gamma \sin \alpha_e + \tan^2 \gamma}{\tan \gamma \cos \alpha_e} \right)$$

である。

積分の開始点, α_0 は, 前述の仮定 ② と, $\alpha = \pi/2$ の $z-x$ 平面が分岐管の上下の対称面であることから, 次の

式 (12) によって定める。

$$\int_{\alpha_0}^{\pi/2} dP_x = 0 \dots\dots\dots(12)$$

上式の解 “ α_0 ” は, 次のように定めることができる。図-2 の陰影部で示す閉じた分岐管が一様な内圧を受ける場合に, 同図

(b) に示す分岐管の $x-y$ 平面による断面を考えると, 水平対称面より上半分の管胴の切断曲線 DQ_0F のうち, DQ_0 は球面の切断線であるから, この間の dP_x は零である。したがって, Q_0 における α の値が式 (12) の解となり, 次式で α_0 が与えられる。

$$\alpha_0 = \sin^{-1}(\tan \gamma \tan \beta) \dots\dots\dots(12)'$$

式 (3), (9), (10), (11), (12)' により, $\alpha = \pi/2$ における軸力と曲げモーメントとを, いくつかの分岐角と円錐角について算定し, 無次元化した次の式 (13) の値を図-3 に示す。

$$\mu_M = \frac{M}{pR^3}, \quad \mu_N = \frac{N}{pR^2} \dots\dots\dots(13)$$

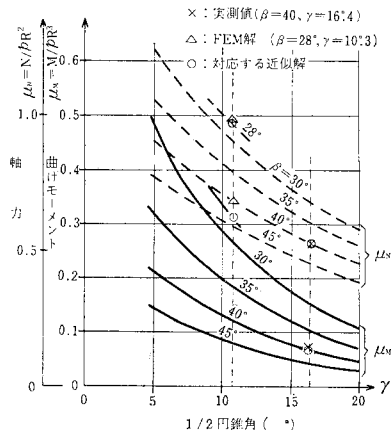


図-3 水平対称面 ($\alpha = \pi/2$) における軸力と曲げモーメント

これらの結果は、分岐角、および円錐角を大きくとるほど軸力、および曲げモーメントが小さくなることを示し、特に、分岐角の大小は曲げモーメントに大きく影響することを示している。この図中の×印は後に述べる実施分岐管の水圧実験における実測結果を、また△印は FEM 解析結果をプロットしたものであり、ここに導いた近似解は設計上十分な精度をもっていることを示している。

(2) 非対称分岐管の補強板の軸力とモーメント

非対称分岐管の解析は、式 (12) の代りに次の式 (14) により α_0 を定めることができる。

$$\int_{\alpha_{0,1}}^{\pi/2} dP_{x,1} + \int_{\alpha_{0,2}}^{\pi/2} dP_{x,2} = 0 \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $dP_{x,1}$ 、 $dP_{x,2}$ は、2つの非対称枝管の膜応力によるそれぞれの x 方向の力の成分である。また、 $\alpha_{0,1}$ 、 $\alpha_{0,2}$ は、交差線上の同一点 Q_0 におけるそれぞれの枝管の α_0 の値である。ただし、対称分岐の場合と同じように、図-4 に示す球面の切断線 DQ_0 の左右の膜力はつり合っている。したがって、 Q_0 に対応する2つの枝管の α の値が、式 (14) の解となり、 $\alpha_{0,1}$ および $\alpha_{0,2}$ は次の式 (14)' で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{0,1} &= \sin^{-1} \left(\frac{a+b}{2 \cos r_1} \right) \\ \alpha_{0,2} &= \sin^{-1} \left(\frac{a-b}{2 \cos r_2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)'$$

ここに、

$$\begin{aligned} a &= (\sin r_1 + \sin r_2) \tan \beta \\ b &= (-\sin r_1 + \sin r_2) / \tan \beta \end{aligned}$$

r_1, r_2 : 2つの枝管の 1/2 円錐角

β : 1/2 分岐角

である。

これらの値を用い、2つの枝管について、それぞれ式

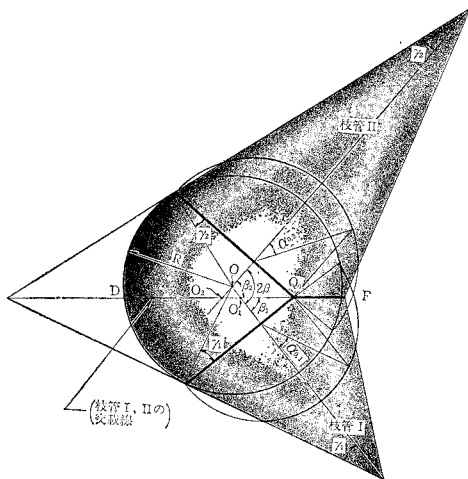


図-4 非対称分岐の $\alpha_{0,1}$ および $\alpha_{0,2}$

(10),(11) に相当する積分を行い軸力と曲げモーメントを求めて、それらの和を算定すれば、非対称 EW 分岐管における補強板の作用力が得られる。

ただし、図-4 に示すように、枝管 I の計算においては、その円錐軸と交差線を含む鉛直平面の交点 O_1 を、また枝管 II の計算においては同じく O_2 を、それぞれ分岐中心とみなして座標原点をとる必要がある。したがって、内接球の半径 R は、枝管 I に内接する O_1 に中心をもつ球の半径 R_1 、および枝管 II に内接する O_2 に中心をもつ球の半径 R_2 をそれぞれの枝管についてとらなければならない。

4. 近似解の検証と考察

(1) 近似解と、FEM 解析、および実管における測定値との比較

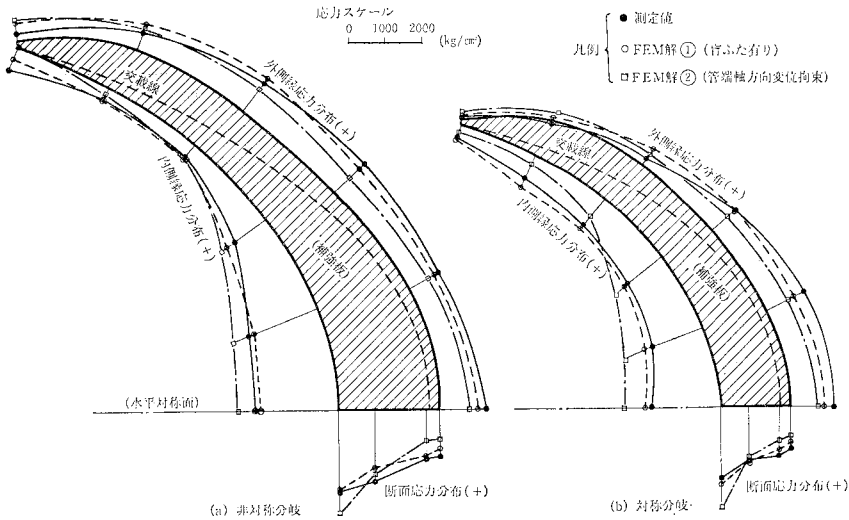
EW 分岐管の補強板応力に対する近似解の精度と、EW 設計法が与える管割折れ角部の応力値との妥当性を検証するために、FEM 解析と実施分岐管（以下、実管と称する）による水圧実験を実施して、比較検討を行った。

解析と実験の対象とした実管は、図-5 に示す非対称分岐と対称分岐管を連続して配置し、主管より3条に分岐する方式のものである。分岐部管割の板厚、および補強板の形状は EW 設計法により定めたが、特に、補強板の板厚のみ、後に述べる理由により、式 (1) の値に對し増厚を行っている。

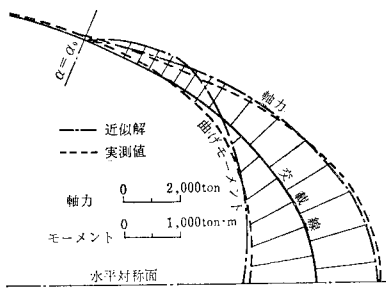
対称、および非対称分岐の FEM 解析における管割部の要素は、主として四辺形板要素を用い、補強板には、E.L. Wilson⁽⁴⁾ らによる曲げ変形が表現できる立体要素（8 節点）を用いた。はりのテスト演算によると、この要素は適合形 20 節点要素と同等以上の精度をもっている。非対称分岐管における要素の分割は、図-6 に例示するとおりである。

水圧実験は、最大径 7.8 m の非対称分岐管、および最大径 6 m の対称分岐管を連続して現地に据付け、コンクリートで埋設する前に行った。各管端には図-5 に示すように盲ぶたを取り付け、管割、および補強板に防水形箱ゲージ（ゲージ長 6 mm）を、総計 338 成分（157 測点）配置した。また、最大水圧は、設計圧 27.4 kg/cm² の 2 割増しの 33 kg/cm² まで昇圧することとし、その間を 4 段階の圧力に対して、ひずみ測定を行いながら、昇圧、降圧を 3 回繰り返した。以下に示す測定応力は 3 回目の測定値である。

管割折れ角部の応力集中について、図-5 に示す測定位置の EW 設計法による計算応力値 “ σ_E ”，FEM 解析



図一7 水圧実験と FEM 解析による補強板の応力分布



図一8 非対称分岐の交載線における軸力および曲げモーメントの近似解と測定値の比較

較的よく一致した一因は、EW 分岐管のシクル板は、従来の Y 形分岐補強桁に比べ曲げ応力が小さく、その引張応力は管胴の応力にほぼ等しいため、シクル板と管胴の変形が適合しやすいことにあると考えられる。

(2) 近似解による EW 設計法の評価

EW 分岐管の補強板の近似解をもとにして、対称分岐について従来より実施されている EW 設計法を検討し、その妥当性を評価する。

近似解による対称分岐補強板の軸力と、交載線の位置における曲げモーメントから、曲げ応力を生じない補強板の幅“ W_T ”は、 $W_T=2M/N$ となり、式 (13) の定義により、 W_T は次の式 (15) で与えられる。

$$W_T/R=2\mu_M/\mu_N \dots\dots\dots (15)$$

一方、EW 設計法によるシクル板の幅 (W_E) は、図一2 に示すように、式 (16) となる。

$$W_E/R = \frac{1}{\cos \beta \cos \tau (\tan \beta + \tan \tau)} - 1 \dots (16)$$

両者の幅について、分岐角、および円錐角をパラメータ

一として比較すると、図一9 に示すようになり、両者はパラメータに対し、同じ傾向を示すが、 W_E は W_T に比べて全体に 0.05 R 程度小さい。そのために、EW 設計法によるシクル板は、水圧実験時において曲げ応力を受け、前述の測定値が示すように、内・外縁の応力に差が生じるものと考えられる。

次に、近似解を用いて管胴と、補強板との最大合成応力を等しくすることにより、補強板の厚さを定める管胴の最大主応力の近似値として、内接球の半径 (R) をもつ円筒の応力をとれば $\sigma_1=pR/t$, $\sigma_2=pR/2t$ となり、その最大合成応力は次の式 (17) となる。

$$\sigma_V = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{pR}{t} \dots\dots\dots (17)$$

したがって、曲げ応力の発生しない補強板の幅 W_T に対する厚さ“ S_T ”は、補強板の応力、 $N/W_T S_T$ を式 (17) に等しくおくことによって、次の式 (18) となる。

$$\frac{S_T}{t} = \frac{\mu_N^2}{\sqrt{3} \mu_M} \dots\dots\dots (18)$$

一方、EW 設計法によるシクル板の厚さ“ S_E ”は式 (1) で与えられるから、両者の比と 1/2 分岐角“ β ”、および 1/2 円錐角“ τ ”の関係は 図一10 のように示すことができる。これらの関係から、分岐角および円錐角が大きくなるに従って EW 設計法による板厚は不足し、シクル板の応力が管胴応力より大きくなるのがわかる。

次に、EW 設計法によるシクル板に近似解が与える曲げモーメントと軸力が作用する場合の縁応力について調べる。

式 (1) と式 (16) より、シクル板の水平対称面における断面積“ A ”、および断面係数“ Z ”は、

$$A = \left(\frac{1-a}{a} \right) R \frac{\sqrt{3} t}{\cos \beta} \left. \right\}$$

$$Z = \frac{\sqrt{3}}{6} \left(\frac{1-a}{a} \right)^2 R^2 \frac{t}{\cos \beta} \quad \text{.....(19)}$$

ただし、上式において、 $a = \cos \beta \cos r (\tan \beta + \tan r)$ となり、シクル板の交線線上における曲げモーメント“M”と、軸力“N”とから、その中立軸に対する作用力の偏心距離“e”は次の式(20)となる。

$$e = \left\{ \frac{\mu M}{\mu N} - \frac{1}{2} \left(\frac{1-a}{a} \right) \right\} R \quad \text{.....(20)}$$

式(13)、(19)および式(20)により、シクル板の中央断面における縁応力“ σ_e ”を求めると、

$$\sigma_e = \frac{pR}{t} \cdot \frac{a \cos \beta}{\sqrt{3} (1-a)} \cdot \left\{ \mu N \pm 6 \left(\frac{a \mu M}{1-a} - \frac{\mu N}{2} \right) \right\} \quad \text{.....(21)}$$

となる。前式(21)における、 pR/t は管胴の膜応力に相当するから、大きい方の最大縁応力(内側)と、この管胴応力との比をとって、分岐角、および円錐角との関係を図示すれば、図-11 のようになる。

同図が示すように、シクル板の最大縁応力は、分岐角と円錐角が大きくなるに従い、管胴応力より大きくなる。管胴応力を許容応力にとった場合、1/2分岐角が35°以上になると円錐角にかかわらず、シクル板の最大縁応力は許容値(ただし、曲げ応力に対する35%の増加分を含む)を超えるので、シクル板の幅を内側へ増幅

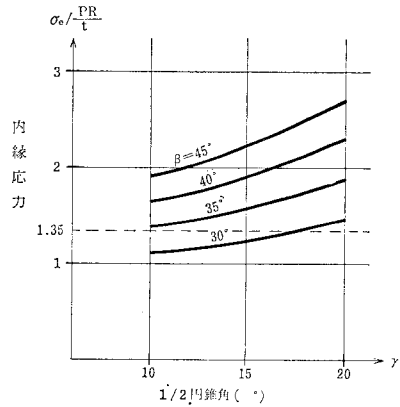


図-11 シクル板内縁応力(σ_e)と1/2分岐角(β)および1/2円錐角(γ)の関係

して曲げ応力を小さくするか、または増厚によって、応力を減少させる必要がある。

5. 実施分岐管の設計と境界条件

一般に、分岐管は岩盤内にコンクリートで埋設されるか、あるいはその前後がエクステンション・ジョイントを介してコンクリートのアンカーブロックに固定される場合が多いので、現実の境界条件は前節までに述べた水圧実験の状態と異なる。

いま、コンクリートで地下の岩盤内に埋設される分岐管について考えてみる。埋設直後の分岐管はコンクリートの発熱によって拘束応力を受けるが、温度の低下とともに初期の応力状態にもどる。このとき鉄管およびコンクリートの温度は地中の温度となり、一般に10~15°Cと考えられる。次に、通水後の水温は冬期を考えるとほぼ0°Cとなるから、この間の温度差10~15°Cによって管胴に拘束応力が生じる。この拘束応力は、管軸方向の完全拘束と半径方向の無拘束とを仮定すると、次の式(20)となる。

$$\sigma_h = \frac{pR}{t}, \quad \sigma_m = \nu \frac{pR}{t} + T \alpha E \quad \text{.....(20)}$$

ただし、

- T: 温度変化
- α : 線膨張係数 (12×10^{-6})
- E: ヤング率 ($2.1 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2$)

この式(20)により、温度変化10~15°Cに対する応力値を $pR/t = 2000 \text{ kg/cm}^2$ として算定すると、

$$\sigma_m = 0.43 \sim 0.49 \sigma_h \quad (\approx 1/2 \sigma_h)$$

となり、これは埋設管の境界条件が、主管および枝管に盲ぶたのある閉じた管の水圧実験とほぼ同等であることを示している(図-5参照)。

今回の実施例は、山の尾根を切り取った高さ60mの

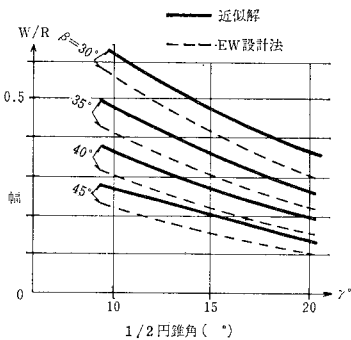


図-9 1/2分岐角(β)、1/2円錐角(γ)と補強板の幅の関係(近似解とEW設計法との比較)

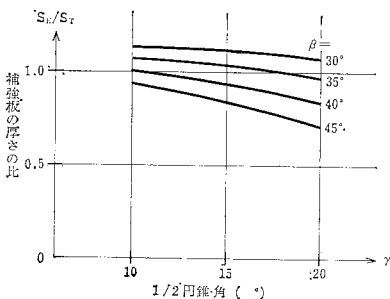


図-10 EW設計法によるシクル板の厚さ(S_E)と近似解による厚さ(S_T)の関係

斜面から、深さ 40~60 m の岩盤内に非対称と対称の 2 つの分岐管をコンクリートで埋設する計画である。周囲の岩盤は CM 級（電研等級）の花崗岩であるが、地山の風化層が厚く、硬岩の被りは 12 m 弱にすぎない。したがって、この分岐管の設計では、周囲岩盤による半径方向の変位拘束は期待できず、管軸方向のみに拘束を受けるものと考えことにする。一方、分岐部の掘削断面はその前後の主管、および枝管部に比べ、きわめて大きい。さらに、掘削に伴う岩盤のゆるみを考えると、一般的な拘束状態を期待できない。仮に、分岐管が主管およびそれぞれ枝管の位置で管軸方向の変位が拘束され、分岐中央部が自由に変形できる境界条件を考えると、拘束端の間に働く内圧の合力は零とならず、分岐管全体がある方向の不平均力を受け、水圧実験とは異なった応力状態が考えられる。

したがって、岩盤の中に埋設される実施分岐管を設計する場合の境界条件として、a) 水圧実験に相当する場合、b) 各枝管の管端において管軸方向変位のみ拘束されている場合、の 2 つの条件を考え、FEM 解析を行って境界条件による応力状態の差異について検討した。条件 a) と b) との解析結果を比較すると次のようであった。非対称分岐の場合、管胴の水平対称面上において、円周方向曲げ応力に両条件の差異が認められ、その最大値は条件 b) の方が若干大きい。対称分岐の場合は、管胴応力にその差がほとんど認められない。

また補強板の縁応力については、図-7 の FEM 解①と②が示すように、条件 b) の方が水平対称面付近でより大きい曲げ応力が発生する。内縁の最大応力は、条件 b) の場合が、条件 a) の 1.3 倍である。

実施分岐管の設計にあたっては、条件 a) の補強板の最大応力が管胴膜応力と同じ許容値を満足するとともに、条件 b) の補強板の最大応力が、その許容値の 1.35 倍¹⁴⁾を満足することにした。

前節に述べたように、EW 設計法の与えるシクル板の最大応力は、管胴膜応力より大きくなる。したがって、シクル板を内側へ増幅して中立軸を膜力の合力の作用位置に近づけ曲げ応力を小さくするか、増厚して応力を減少させる必要があったが、別に行った水理実験の流況観察の結果⁹⁾、シクル板を増幅することは水理的によくないと考えられたので、増厚によって応力が許容値を満足するようにした。

シクル板の増厚の割合は、表-2 に示すように、対称

表-2 EW 設計法と近似解による補強板の板厚

設 計 法	対 称 分 岐 (mm)	非 対 称 分 岐 (mm)
EW 設計法による板厚	90	109
近似解法による板厚(設計値)	120 (33% 増)	125 (15% 増)

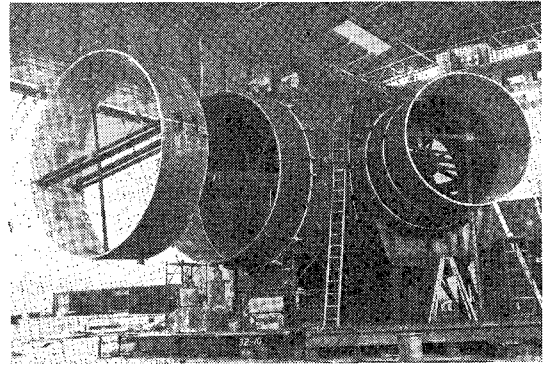


写真-1 非対称 EW 分岐管

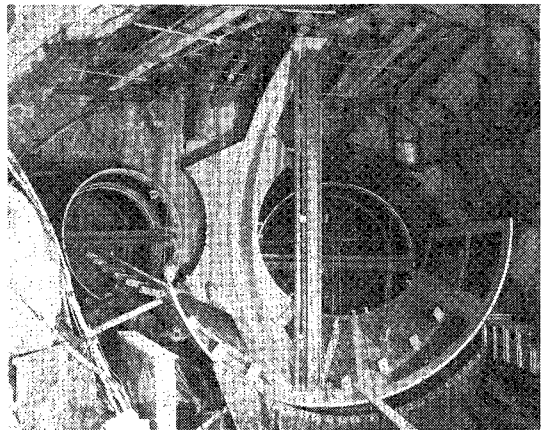


写真-2 補強板の現地掘付状況

分岐で 33% 増、非対称分岐で 15% 増であった。

その結果、補強板の最大内縁応力は、境界条件 b) に対しては対称分岐が 2651 kg/cm^2 、非対称分岐が 2754 kg/cm^2 となつて、それぞれ許容応力の 20% 増し以内となった。なお、今回の実施分岐管の材質は、管胴が SM 50 Q、補強板は SUMITEN 60 Z でその許容応力は 2300 kg/cm^2 である。

非対称 EW 分岐管の工場における仮組立状況を写真-1 に示す。補強板は分岐管内側に取り付けられているので写真にその形状をみることはできないが、外部に補強構造がまったくなく、全体構造がシンプルで従来の Y 分岐に比べ、必要設置空間の小さいことがよくわかる。

また、補強板近傍の現地の掘付状況を写真-2 に示す。中央に三日月形にみえるのが補強板である。

6. 結 語

EW 分岐管はシンプルな内部補強構造をもち、設置空間が小さいことと、エネルギー損失がきわめて小さいことがその特徴である。省エネルギー時代の今日において、EW 分岐管は理想的な水理特性をもっているとい

える。一方、その適用にあたっては、実験的に確立された補強板の設計法に、力学的な解明のないことと、その設計法による補強板は必ずしも最適な水理条件、および許容できる製作条件を満足しないことが問題点であると考えられた。

筆者らは、EW 分岐管における内部補強板の曲げモーメントと、軸力に関する近似解を導き、分岐管の形状を定める分岐角および円錐角と、これら作用力の関係を明らかにした。次に、実施例をもとにした FEM 解析とその実施分岐管による水圧実験を行い、この近似解が設計上十分な精度をもつことを確認した。さらに、この解をもとに従来の EW 設計法の妥当性を評価し、この形式の分岐管を実際に適用する場合の構造上の境界条件についても若干の検討を加えた。

これらの結果を要約すると次のとおりである。

(1) EW 分岐管は内部補強板をもつ 2 又分岐管である。従来、この内部補強板の寸法と形状は、幾何学的な作図法により分岐部の断面拡大と分岐角に応じて定められていたが、力学的な解明がこの設計法に加えられていないので大型分岐管への適用には若干の不安がある。

(2) EW 分岐管における内部補強板の曲げモーメントと軸力は、分岐部の交差線に沿って、管胴膜応力を積分することにより導くことができる。ただし、この近似解における積分範囲は、水平対称面で補強板のせん断力が零になることから定める。

(3) 近似解による補強板の曲げモーメントと軸力は、分岐角と円錐角が小さいほど大きくなり、大きな断面係数の補強板が必要となる。

(4) 近似解が与える補強板の作用力は、実施分岐管における FEM 解析と、水圧実験と対比した結果、補強板の設計上、対称、非対称の両分岐に対して十分な精度がある。

(5) 水圧実験の結果、EW 設計法による管胴折れ角部の応力値は、すべての測点で実測値を上まわり、この設計法の与える管胴応力は安全側である。

(6) 近似解が与える曲げ応力の生じない補強板の最適幅に対して、EW 設計法によるシクル板の幅は若干小さい。その差は、分岐部内接球の半径の 5% である。また、EW 設計法が与えるシクル板の断面係数は分岐角と、円錐角とが大きくなるほど不足する傾向にある。

(7) 補強板の断面形状の決定は、作用力に加えて、水理条件も考慮する必要がある。実施分岐の形状は、別に行った水理実験の流況を考慮して、幅は EW 設計法の値に一致させる一方、板厚はこの設計法が与える値に対し、対称分岐で 1.33 倍、非対称分岐で 1.15 倍として補強板の応力が許容値を満足するようにした。

(8) 実施の場合における分岐管の代表的な境界条件

として、分岐管の各管端に盲ぶたを付けた水圧実験の場合、および各管端において管軸方向変位のみ拘束した場合について、補強板の最大応力を比較すると、曲げ応力の増大により、後者の場合の応力値が前者の約 1.3 倍となる。したがって、前者の条件により、設計された補強板の応力は後者の場合にも、曲げ応力に対する 35% の許容応力の割増し以内にとどまるものと考えられる。

終りに、本論文を取りまとめるにあたり、ご懇篤なご指導と多くのご示唆を賜った名古屋大学工学部教授 川本眺万博士に深く感謝するとともに、実験や実施にいたるまで、有意なご助言をいただいた東京大学名誉教授 奥村敏恵博士はじめ関係各位に対して深謝します。

参考文献

- 1) Swanson, H.S. et al. : Design of Wye Branches for Steel Pipe, Jour. AWWA Vol. 47, No. 6, pp. 581~630, June 1955.
- 2) Rund, F.O. : Stress Analysis of Wye Branches, A Water Resources Technical Publication Monograph, No. 32, Bureau of Reclamation, pp. 1~21, August 1964.
- 3) Eberhardt, A. : An Assessment of Penstock Designs, Water Power & Dam Construction, pp. 253, June/July, 1975.
- 4) Müller, W. and H. Stratmann : Pressure Losses in Branch Pipes and Distributors, Sulzer Technical Review 4, pp. 280~298, 1971.
- 5) Ure, Dipl.-Ing.J. : New Design for Penstock Branches, Water Power, pp. 70~72, February 1970.
- 6) Williamson, J.V. and T.J. Rhone : Dividing Flow in Branches and Wyes, Journal of the Hydraulic Division, ASCE, HY 5, pp. 747~769, May 1973.
- 7) 内田敏久・岡本 忠 : 奥矢作第一発電所水圧鉄管の分岐管に関する技術検討(その1), 電力土木 No. 151 pp. 1~14, November 1977.
- 8) 内田敏久・岡本 忠 : 奥矢作第一発電所水圧鉄管の分岐管に関する技術検討(その2), 電力土木 No. 152 December 1977.
- 9) 内田敏久・岡本 忠 : 奥矢作第一発電所水圧鉄管の分岐管に関する技術検討(その3), 電力土木 No. 153 pp. 28~33 January 1978.
- 10) 矢野 謙・永田貞彦・高橋三郎 : 分岐管の設計について, 水門鉄管 No. 56, pp. 39~42, March 1968.
- 11) Siiss, A. and Dr. Hassan : Reduction of the Weight and Loss of Energy in Distribution Pipes for Hydraulic Power Plants, Escher Wyss News, Zürich, Vol. 31, pp. 25~34, 1958.
- 12) Dolder, G. : Escher Wyss Distributor Pipes with Internal Reinforcement Free from Bending Stresses, Escher Wyss News, Zürich, Vol. 39, pp. 3~12, 1966.
- 13) Roark, R.J. : Formulas for Stress and Strain, McGraw-Hill, pp. 299, 1965.
- 14) Wilson, E.L. : SOL11) SAP-A Static Analysis Program for Three-Dimensional Solid Structures, SESM Report 71~19, Dept. of Civil Eng., Univ. of California, Berkely, 1971.
- 15) 水門鉄管協会 : 水門鉄管技術基準水圧鉄管解説追補一分岐管, pp. 19, February 1978.
- 16) 水門鉄管協会 : 水門鉄管技術基準, pp. 24, March 1973.

(1979.11.19・受付)