土木学会論文報告集
第 307 号・1981 年 3 月
【論　　文】

リーフによる波の変形に関する研究

WAVE DEFORMATION ON A BARRIER REEF

河　野　二　夫*・津 嘉 山 正 光**
By Tsugio KŌNO and Seikō TSUKAYAMA

1. 緒　　言

沖縄諸島における海岸の特殊性はリーフが広く分布し，それが天然の波浪減勢工の役割を果たしていることにある．沖縄本島周辺のリーフの形状は，全般的にみれば，陸岸からほぼ水平に礁原がのび礁縁部に少し盛り上った部分をもついわゆる堡礁型と，礁原が先端で急勾配に落ち込むステップ型に大別される．礁原の幅は場所による変化が大きく，目崎らの調査[1]によると沖縄本島の場合，最大幅はおよそ 4 km にも及ぶが，ほとんどは 1.5 km 以内ということである．

リーフに関する問題としては定性的には上述のように台風波浪等に対する減勢効果を有することがわかっているが，海岸・海中構造物の設計や海岸保全維持対策上必要なリーフ内波浪特性がよくわかっていないこと，また近年の土地開発やパイン耕作地の拡大に伴う海浜への土砂流出の増大によってリーフ内汚染が進み，サンゴ等が死滅すること等があげられる．このような問題に対処するためには，リーフ内の波浪や潮流などの特性について明確に把握することが必要であり，特にその基本となるリーフによる波の変形機構の解明が急務と考えられる．

リーフを一種の海底に固定された潜堤と考えた場合，この種の研究は数多くなされており，実験的な研究としては Beach Erosion Board, Johnson・Fuchs・Morison, Hamilton らの研究[2]および久宝・山本，本間・酒匂，堀川・鮮干，堀川・小森，中村・佐々木・白石らの研究[3)~6)]があるが，これらはいずれも対象モデルの形状が台形，長方形，三角形，垂直板等で筆者らの考えている堡礁型モデルとは異なっており，Beach Erosion Board の実験ではステップ型リーフモデルも用いているが，実験内容が波長変化に注目したもので結果のまとめも無次元量での取り扱いがなされておらず，波の通過率等に関してはあまり利用できないようである[2]．理論的研究としては，不連続な境界による表面波の変形の問題として Lamb, Jeffreys, Fuchs, Dean, Ursell, Newman, Black・Mei・Bray, Takano・Nakazawa，井島・佐々木，日野・山崎らの研究[7)~14)]があるが，具体的なモデル形状はステップ型，長方形，垂直板，垂直円筒等であり，やはり堡礁型リーフ形状モデルを取り扱ったものはないようである．

従来の理論的研究の取り扱いについてたとえば日野[15]は境界値問題の解析手法の面から 5 種類に分類しているが，物理的には不連続面において，イ）質量の連続性と圧力の連続性を考えて長波の場合を取り扱った Lamb[7]の考え方，ロ）エネルギー保存則に基づく Fuchs[2]らの考え方，ハ）質量の連続（Laplace の式），ポテンシャルの連続性を用いる考え方[10]，ニ）質量の連続，エネルギー flux の連続による考え方[11]等に分類できると考えられる．筆者らもこれまで堡礁状リーフによる波の変形に関し主として波の通過率・反射率について研究を行ってきたが[16),17)]，理論的取り扱いは上記ハ）の考え方に属するポテンシャル接続法によった．この解析手法による理論値は，反射率については比較的実験値とよく合うが，リーフ堡礁部天端水深が小さいときの通過率は実験値とあまりよく適合しないという結果となった．

本論文においては，上記イ）～ハ）の考え方と異なり，理論的取り扱いには運動量保存則とエネルギー flux の連続性を用いた解析法により波の通過率を求めた．その際リーフ堡礁部におけるエネルギー損失の見積りに日野らの考え方[14]を用いたが，このような問題を運動量保存則を考慮した解析法によって取り扱った研究例は，筆者らの知る限りではこれまでのところ見当らないようである．この方法による通過率の理論値はかなりよく実験値と一致し，これまでのポテンシャル接続法による理論では説明し得なかったリーフ堡礁部水深の小さい場合につ

* 正会員　工博　琉球大学教授　工学部土木工学科
** 正会員　工修　琉球大学助教授　工学部土木工学科

いても実験値をよく説明し得るものであることがわかった.

2. 実験装置および実験方法

実験は昭和 49 年以降継続して行ってきたが，使用した施設は琉球大学工学部土木工学科の造波水路である．以下，実験装置と実験方法について述べる．

(1) 実験装置

実験に用いた水路は断面が 0.8 m×1.0 m，長さ 22 m の鋼製水路で，その一端に flap-type の造波機が取り付けてあり，側壁の一部はガラスばりになっている．

図—1 に実験装置の概要を示してあるが，水路の一方に図のようにリーフモデルを設置しその端部には消波工を設けた．なお，q_1, q_2, s は図中に示すようにそれぞれリーフ堡礁部水深，リーフ内水深および堡礁部天端幅を示すパラメーターである．リーフモデルは鋼アングルと防水合板製のほかセメントモルタル製のものも用いた．波高計測には電気容量式の波高計を使用し，ビジグラフに接続して記録させた．図—1 の波高計 ① は入射波計測用，④ は通過波計測用で，②，③ の波高計は Healy 法による反射波計測に用いた．

(2) 実験方法

実験は各ケースにつき，所定の水深に設定したのち波送りをして入射波，反射波，通過波を計測記録し，必要に応じてリーフ先端部の現象を普通カメラおよび 8 mm カメラで撮影した．表—1 に実験模型条件と実験波諸元等を示した．

これらの実験では波高計測が主体となるが，その際問題となるのは第 1 に造波後何波目の波を計測波として採用するかである．合田[18]は造波開始直後の波高は定常的でないこと，波高がほぼ一定となる部分は群速度で伝播することから波高計測時間の範囲を与えているが，本実験でも同様な考え方により，はじめの数波を除いた計測記録のうち入射波条件がほぼ一定とみなされる波数範囲内のものを有効計測とした．第 2 の問題は反射波の計測である．従来反射波の計測には Healy 法が一般に用いられているが，その適用に関してはたとえば合田が指摘しているように，ある条件下での波についてはかなりの誤差を含むので[18),19)]，反射波そのものを直接計測する方法として室田・山田の電気的な引算回路を応用する方法[20)]や合田・阿部の wave tail method[19)] などが報告されている．ただ引算回路の場合は入射波用水路と合成波用水路の波の位相が一致しないときの問題が指摘されている[21)]．Healy 法を適用する際には波の非線形効果の問題もある．本実験でも周期が 2 秒付近の波のときにはリーフ前面やリーフ内の波形がかなり複雑なものがあったが，このようなものに Healy の方法を適用することは上述の点を考慮すると問題だと思われたので，取りまとめのときは除外した．

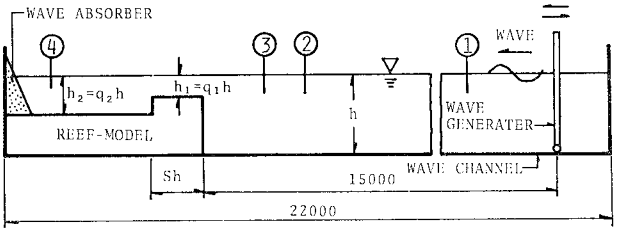
Healy 法による計測が正しい値を示すかどうかチェックするため，進行波の状態で計測した入射波高 H_i と Healy 法による入射波高 H_{healy} の関係を示したのが図—2 である．図によると両者はかなりよく一致しているとみなされよう．他の 2，3 の実験ケースについても同様のチェックを行ったが，いずれも図—2 と同じような結果となったので，重複を避けるため図は省略した．

以上のことより，実験結果の整理にあたっては入射および反射波高は Healy 法によって求めることにした．

3. 理論的検討

(1) ポテンシャル接続法による取り扱いと問題点

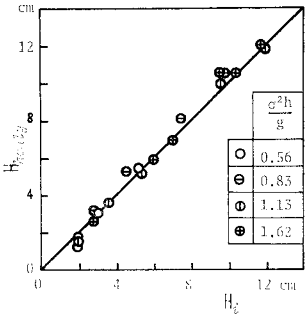
緒言でも述べたように，図—3 に示す堡礁型リ



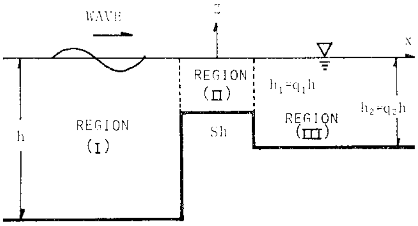
図—1 実験装置概略図

表—1 模型条件と実験波諸元

模型条件			実験波諸元				実験水深
q_1	q_2	s	T(s)	H_i(cm)	σ^2h/g	H_i/L_i	h(cm)
0.1	0.5~1.0	0.2~0.8		1.6~ 8.1	0.50~3.29	0.006~0.080	30~40
0.3	0.5~0.9	0.2~0.8	0.7~1.9	2.5~13.5	0.45~3.29	0.009~0.105	40
0.5	0.7~0.9	0.2~0.8		1.7~13.5	0.45~3.29	0.002~0.098	40



図—2 H_i と H_{healy} の比較



図—3 領域区分と座標系

ーフモデルに対するポテンシャル理論での取り扱いがなされていなかったので，筆者らはいわゆるポテンシャル接続法によって波の通過率・反射率についての理論解を求めたが[17]，ここではまずはじめに解析法の概要を述べ，ついでその問題点について述べる．

a） 速度ポテンシャル

図—3 に示すように座標系をとり，流体は非圧縮性の完全流体とすれば速度ポテンシャル $\Phi(x, z, t)$ が存在し，

$$\Phi_j(x, z, t)=\phi_j(x, z)\cdot e^{i\sigma t}\ ;\ j=1, 2, 3 \quad \cdots(1)$$

で与えられる．ここで t は時間，σ は波の角周波数で Φ の添字 j は **図—3** の領域 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ に対して 1, 2, 3 がそれぞれ対応する．

この Φ_j を，水面および水底での境界条件

$z=0$ で，

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2\Phi_j}{\partial t^2}+g\frac{\partial\Phi_j}{\partial z}=0\ ;\ j=1, 2, 3\\ &\text{水底で，}\\ &\frac{\partial\Phi_j}{\partial z}=0\ ;\ j=1, 2, 3\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

を満足するラプラス方程式

$$\varDelta\Phi_j=0\ ;\ j=1, 2, 3 \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

の解として求めれば次式が得られる．ここで，$\varDelta$ はラプラスの演算子である．

$$\phi_1=\{Ae^{ik(x-sh/2)}+Be^{-ik(x-sh/2)}\}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}+\sum_{n=1}^{\infty}C_n e^{-k_n(x-sh/2)}\frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\phi_2=\left\{C\frac{\cos k'x}{\cos(k'sh/2)}+D\frac{\sin k'x}{\sin(k'sh/2)}\right\}\cdot\frac{\cosh k'(q_1h+z)}{\cosh k'q_1h}+\sum_{m=1}^{\infty}\left\{E_m\frac{\cosh k_m'x}{\cosh(k_m'sh/2)}+H_m\frac{\sinh k_m'x}{\sinh(k_m'sh/2)}\right\}\frac{\cos k_m'(q_1h+z)}{\cos k_m'q_1h} \quad \cdots\cdots(5)$$

$$\phi_3=Fe^{ik''(x+sh/2)}\frac{\cosh k''(q_2h+z)}{\cosh k''q_2h}+\sum_{l=1}^{\infty}G_l e^{k_l''(x+sh/2)}\frac{\cos k_l''(q_2h+z)}{\cos k_l''q_2h} \quad \cdots\cdots(6)$$

ただし，kh, k_nh, $k'q_1h$, $k_m''q_1h$, $k''h$, $k_l''q_2h$ は次式で決まる固有値である．

$$\left.\begin{aligned}&\sigma^2h/g=kh\tanh kh=-k_nh\tan k_nh\\ &\sigma^2q_1h/g=k'q_1h\tanh k'q_1h=-k_m'q_1h\tan k_m'q_1h\\ &\sigma^2q_2h/g=k''q_2h\tanh k''q_2h=-k_l''q_2h\tan k_l''q_2h\\ &\qquad l, m, n=1, 2, 3, \cdots\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(7)$$

ここで $[k, k_n]$, $[k', k_m']$, $[k'', k_l'']$ はそれぞれ **図—3** の領域 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ における波数であり，また式 (4)～(6) 中の係数 $A, B, C, D, F, C_n, E_m, H_m$ は複素定数で，各領域の接続部における接続条件により決められる．すなわち，

$x=sh/2$ で，

$$\left.\begin{aligned}&\phi_1=\phi_2\\ &\partial\phi_1/\partial x=\partial\phi_2/\partial x\ ;\ -q_1h<z<0\\ &\qquad=0\qquad ;\ -h<z<-q_1h\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(8)$$

$x=-sh/2$ で，

$$\left.\begin{aligned}&\phi_2=\phi_3\\ &\partial\phi_2/\partial x=\partial\phi_3/\partial x\ ;\ -q_1h<z<0\\ &\partial\phi_3/\partial x=0\qquad ;\ -q_2h<z<-q_1h\end{aligned}\right\}\cdots(9)$$

が成立する必要があり，この式 (8), (9) に式 (4)～(6) を代入すると，

$$(A+B)\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}+\sum_{n=1}^{\infty}C_n\frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_nh}=(C+D)\frac{\cosh k'(q_1h+z)}{\cosh k'q_1h}+\sum_{m=1}^{\infty}(E_m+H_m)\frac{\cos k_m'(q_1h+z)}{\cos k_m'q_1h} \quad \cdots\cdots(10)$$

$$\left.\begin{aligned}&ik(A-B)\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}-\sum_{n=1}^{\infty}C_nk_n\frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_nh}\\ &=k'\left\{-C\tan\left(\frac{k'sh}{2}\right)+D\cot\left(\frac{k'sh}{2}\right)\right\}\\ &\cdot\frac{\cosh k'(q_1h+z)}{\cosh k'q_1h}\qquad ;\ -q_1h<z<0\\ &=0\qquad\qquad ;\ -h<z<-q_1h\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(11)$$

$$F\frac{\cosh k''(q_2h+z)}{\cosh k''q_2h}+\sum_{l=1}^{\infty}G_l\frac{\cos k_l''(q_2h+z)}{\cos k_l''q_2h}=(C-D)\frac{\cosh k'(q_1h+z)}{\cosh k'q_1h}+\sum_{m=1}^{\infty}(E_m-H_m)\frac{\cos k_m'(q_1h+z)}{\cos k_m'q_1h} \cdots(12)$$

$$\begin{aligned}&ik''F\frac{\cosh k''(q_2h+z)}{\cosh k''q_2h}+\sum_{l=1}^{\infty}G_lk_l''\frac{\cos k_l''(q_2h+z)}{\cos k_l''q_2h}\\ &=k'\left\{C\tan\left(\frac{k'sh}{2}\right)+D\cot\left(\frac{k'sh}{2}\right)\right\}\\ &\cdot\frac{\cosh k'(q_1h+z)}{\cosh k'q_1h}+\sum_{m=1}^{\infty}k'_m\left\{-E_m\tanh\left(\frac{k_m'sh}{2}\right)\right.\\ &\left.+H_m\coth\left(\frac{k_m'sh}{2}\right)\right\}\frac{\cos k_m'(q_1h+z)}{\cos k_m'q_1h}\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\qquad ; -q_1h < z < 0 \\
=0 &\qquad ; -q_2h < z < -q_1h
\end{aligned}
\quad \cdots\cdots\cdots(13)
$$

を得る．さらに式中に含まれる cosh, cos の関数系が直交関数系をなすことを利用すれば[17]，以下の関係式が導かれる．

$$
\begin{aligned}
A-B=&\,i\{-C\tan(k'sh/2)+D\cot(k'sh/2)\}a_{00}\\
&+i\sum_{m=1}^{\infty}\{E_m\tanh(k_m'sh/2)+H_m\coth(k_m'sh/2)\}a_{0m}
\end{aligned}
\quad\cdots\cdots(14)
$$

$$
\begin{aligned}
C_n=&\{-C\tan(k'sh/2)+D\cot(k'sh/2)\}a_{n0}\\
&+\sum_{m=1}^{\infty}\{E_m\tanh(k_m'sh/2)+H_m\coth(k_m'sh/2)\}a_{nm}\ ;\ n=1,2,3,
\end{aligned}
\quad\cdots\cdots(15)
$$

$$
\begin{aligned}
F=&\,i\{C\tan(k'sh/2)+D\cot(k'sh/2)\}d_{00}\\
&+i\sum_{m=1}^{\infty}\{-E_m\tanh(k_m'sh/2)+H_m\coth(k_m'sh/2)\}d_{0m}
\end{aligned}
\quad\cdots\cdots(16)
$$

$$
\begin{aligned}
G_l=&-\{C\tan(k'sh/2)+D\cot(k'sh/2)\}d_{l0}\\
&-\sum_{m=1}^{\infty}\{-E_m\tanh(k_m'sh/2)+H_m\coth(k_m'sh/2)\}d_{lm}\ ;\ l=1,2,3,
\end{aligned}
\quad\cdots\cdots(17)
$$

$$C+D=-(A+B)b_{00}-\sum_{n=1}^{\infty}C_nb_{0n}\quad\cdots\cdots(18)$$

$$E_m+H_m=-(A+B)b_{0m}-\sum_{n=1}^{\infty}C_nb_{mn}\ ;\ m=1,2,3,\quad\cdots\cdots(19)$$

$$C-D=-Fb_{00}'-\sum_{l=1}^{\infty}G_lb_{0l}\quad\cdots\cdots(20)$$

$$E_m-H_m=-Fb'_{m0}-\sum_{l=1}^{\infty}G_lb_{ml}\ ;\ m=1,2,3,\cdots\quad\cdots\cdots(21)$$

ただし，

$$
\left.
\begin{aligned}
a_{00}&=\frac{4\cosh kh}{2kh+\sinh 2kh}\cdot\frac{\sinh kh(1-q_1)}{\cosh k'q_1h}\cdot\frac{kk'}{k^2-k'^2}\\
a_{0m}&=\frac{4\cosh kh}{2kh+\sinh 2kh}\cdot\frac{\sinh kh(1-q_1)}{\cos k_m'q_1h}\cdot\frac{kk_m'}{k^2+k_m'^2}\\
a_{n0}&=\frac{4\cos k_nh}{2k_nh+\sin 2k_nh}\cdot\frac{\sin k_nh(1-q_1)}{\cosh k'q_1h}\cdot\frac{k_nk'}{k_n^2+k'^2}\\
a_{nm}&=\frac{4\cos k_nh}{2k_nh+\sin 2k_nh}\cdot\frac{\sin k_nh(1-q_1)}{\cos k_m'q_1h}\cdot\frac{k_nk_m'}{k_n^2-k_m'^2}\\
d_{00}&=\frac{4\cosh k''q_2h}{2k''q_2h+\sinh 2k''q_2h}\cdot\frac{\sinh k''h(q_2-q_1)}{\cosh k'q_1h}\cdot\frac{k'k''}{k''^2-k'^2}\\
d_{0m}&=\frac{4\cosh k''q_2h}{2k''q_2h+\sinh 2k''q_2h}\cdot\frac{\sinh k''h(q_2-q_1)}{\cos k_m'q_1h}\cdot\frac{k_m'k''}{k''^2+k_m'^2}\\
d_{lm}&=\frac{4\cos k_l''q_2h}{2k_l''q_2h+\sin 2k_l''q_2h}\cdot\frac{\sin k_l''h(q_2-q_1)}{\cos k_m'q_1h}\cdot\frac{k_m'k_l''}{k_l''^2-k_m'^2}\\
&\qquad ;\ l=1,2,3,\cdots\\
d_{l0}&=\frac{4\cos k_l''q_2h}{2k_l''q_2h+\sin 2k_l''q_2h}\cdot\frac{\sin k_l''h(q_2-q_1)}{\cosh k'q_1h}\cdot\frac{k'k_l''}{k'^2+k_l''^2}\\
b_{00}&=\frac{4\cosh k'q_1h}{2k'q_1h+\sinh 2k'q_1h}\cdot\frac{\sinh kh(1-q_1)}{\cosh kh}\cdot\frac{kk'}{k^2-k'^2}\\
b_{0n}&=\frac{4\cosh k'q_1h}{2k'q_1h+\sinh 2k'q_1h}\cdot\frac{\sin k_nh(1-q_1)}{\cos k_nh}\cdot\frac{k_nk'}{k_n^2+k'^2}\\
b_{m0}&=\frac{4\cos k_m'q_1h}{2k_m'q_1h+\sin 2k_m'q_1h}\cdot\frac{\sinh kh(1-q_1)}{\cosh kh}\cdot\frac{kk_m'}{k^2+k_m'^2}\\
b_{mn}&=\frac{4\cos k_m'q_1h}{2k_m'q_1h+\sin 2k_m'q_1h}\cdot\frac{\sin k_nh(1-q_1)}{\cos k_nh}\cdot\frac{k_nk_m'}{k_n^2-k_m'^2}\\
b_{00}'&=\frac{4\cosh k'q_1h}{2k'q_1h+\sinh 2k'q_1h}\cdot\frac{\sinh k''h(q_2-q_1)}{\cosh k''q_2h}\cdot\frac{k'k''}{k''^2-k'^2}\\
b_{0l}&=\frac{4\cosh k'q_1h}{2k'q_1h+\sinh 2k'q_1h}\cdot\frac{\sin k_l''h(q_2-q_1)}{\cos k_l''q_2h}\cdot\frac{k'k_l''}{k_l''^2+k'^2}\\
b_{m0}'&=\frac{4\cos k_m'q_1h}{2k_m'q_1h+\sin 2k_m'q_1h}\cdot\frac{\sinh k''h(q_2-q_1)}{\cosh k''q_2h}\cdot\frac{k_m'k''}{k''^2+k_m'^2}\\
b_{ml}&=\frac{4\cos k_m'q_1h}{2k_m'q_1h+\sin 2k_m'q_1h}\cdot\frac{\sin k_l''h(q_2-q_1)}{\cos k_l''q_2h}\cdot\frac{k_l''k_m'}{k_l''^2-k_m'^2}\\
&\qquad ;\ m=1,2,3,\cdots
\end{aligned}
\right\}
\quad\cdots\cdots(22)
$$

と置いてある．

以上の式 (14)～(21) で l, m, n の値を適当に与えれば $(4+l+2m+n)$ 個の連立方程式が得られ，それを解くことによって未定係数 $B/A, \cdots H_m/A$ が求まり，したがって Φ_1, Φ_2, Φ_3 が決定される．

b) 波の通過率・反射率

入射波と通過波および入射波と反射波の振幅比をそれぞれ通過率 K_t，反射率 K_r とすると，

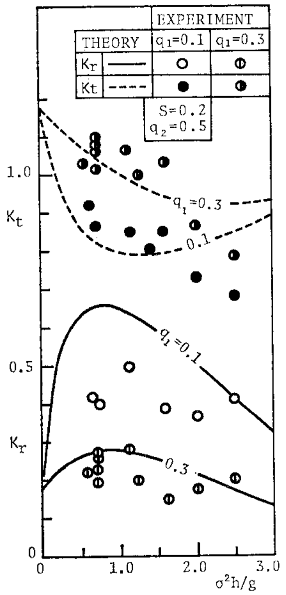
$$
\left.
\begin{aligned}
K_t&=|F/A|\\
K_r&=|B/A|
\end{aligned}
\right\}
\quad\cdots\cdots(23)
$$

で与えられる．

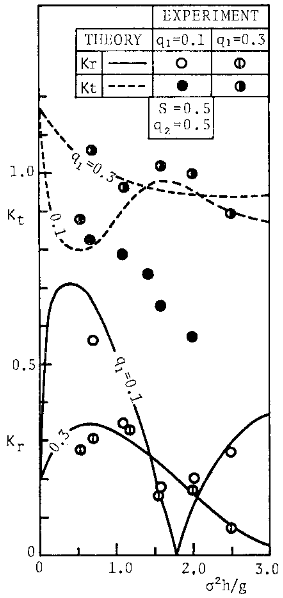
c) 理論値と実験値の比較と問題点

モデルの条件 q_1, q_2, s の種々の組合せに対して式 (14)～(21) で $l=m=n=4$ としたときの $B/A, C/A, F/A, \cdots$ に関する 20 元連立 1 次方程式を電子計算機によって解き，式 (23) の K_t, K_r を求めた結果と実験値との比較については別に報告[17]したので詳細は省略するが，全般的に反射率 K_r に関しては両者は比較的よく一致する傾向を示した．通過率 K_t については，q_1 が大きいとき（リーフ堡礁部天端水深が大きいとき）は理論値と実験値の適合度はよいと思われるが，q_1 が小さいときは **図—4～6** に例示するように実験値は理論値とはかけはなれた分布を示し，ポテンシャル理論による従来の取り扱いではこのような場合の現象は説明できないという結果となった．

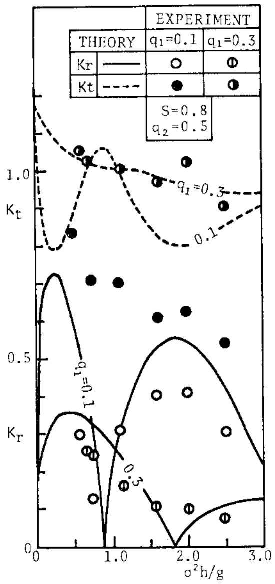
q_1 が小さい場合は，リーフ堡礁部での剝



図—4 ポテンシャル接続法による K_t, K_r と実験値の比較 $(0.002<H_i/L_i<0.05)$



図—5 ポテンシャル接続法による K_t, K_r と実験値の比較 $(0.011<H_i/L_i<0.066)$



図—6 ポテンシャル接続法による K_t, K_r と実験値の比較 $(0.008<H_i/L_i<0.048)$

離渦が顕著になり，天端での砕波や打込み渦に伴う roller なども生ずるので，これらの現象によるエネルギー消散の割合も増大すると考えられるから，エネルギー損失を考慮に入れないポテンシャル接続法による理論値が実験値と一致しないのはむしろ当然のことといえよう．

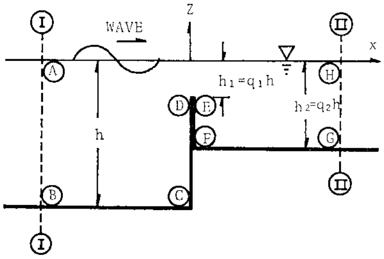
(2) 運動量方程式を用いた取り扱い

リーフ天端水深の小さいときの現象について説明し得ないポテンシャル接続法に対する改善として，運動量方程式とエネルギー保存則を組み合わせた解析法を試みたので，このことについて述べる．

a) エネルギー保存則

イ) リーフによるエネルギー損失

モデルは堡礁型リーフであるが，便宜的に **図—3** のモデルで天端幅 sh が無視し得る場合として **図—7** のような形状を考えると，エネルギー収支の関係は次の式



図—7 検査面と座標系

(24) で与えられる．

$$(EC_g)_i=(EC_g)_t+(EC_g)_r+E_l \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

ただし，E は単位幅1波長当りの波のもつ単位面積当りのエネルギーを示し，C_g は群速度を示す．また E_l は単位時間当りのリーフによるエネルギー損失を示し，式中の添字 i, t, r はそれぞれ入射波，通過波，反射波に関する値であることを示す．

ここで E_l を見積る必要があるが，垂直板によるエネルギー逸散量の推算における日野らの考え方[14]，すなわち垂直板に対して流体のなす仕事がエネルギー逸散量に等しいという考え方を用いれば，リーフによる E_l は次のようになる．エネルギー逸散量 E_l は **図—7** の $\overline{CD}$ 面で入射波のなす仕事 ε_1 と EF 面で通過波のなす仕事 ε_2 の和と考えられるので，

$$E_l=\varepsilon_1+\varepsilon_2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

となる．

ε_1 はリーフの単位幅につき次式で計算される．

$$\varepsilon_1=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{-h}^{-h_1}\int_{t_1}^{t_2}dP_1u_i dt \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

ここで，u_i は流速，dP_1 は運動流体による作用力で，

$$\left.\begin{aligned} u_i(z,t)&=-\frac{H_i\sigma}{2}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}\sin\sigma t \\ dP_1&=-\frac{1}{2}C_D\rho u_i|u_i|dz+\rho C_M V\frac{\partial u_i}{\partial t} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

ただし，σ, k は波の角周波数，波数であり，C_D は抵抗係数，C_M は質量係数，V は基準体積で ρ は流体密度

を示す．なお，P_1 の作用は $u_i>0$, $\partial u_i/\partial t>0$ のときのみと考えられるので，式 (26) の時間に関する積分範囲は，

$$\left.\begin{array}{l} u_i \text{ については,} \\ \quad \pi<\sigma t<2\pi \\ \partial u_i/\partial t \text{ については,} \\ \quad \pi/2<\sigma t<3\pi/2 \end{array}\right\} \cdots\cdots(28)$$

となる．したがって，式 (26) は，波周期を T とすれば，

$$\varepsilon_1=\frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}\int_{-h}^{-h_1}\frac{1}{2}C_D\rho u_i^3dzdt+\frac{2}{T}\int_{-T/4}^{3T/4}\int_{-h}^{-h_1}\rho C_M u_i V\frac{\partial u_i}{\partial t}dt$$

となるが，第2の積分は零となるので結局

$$\varepsilon_1=\frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}\int_{-h}^{-h_1}\frac{1}{2}C_D\rho u_i^3dzdt \cdots\cdots(29)$$

となる．式 (29) 中の u_i については，(27) で与えられる u_i が最大となる時間位相のとき，すなわち $\sin\sigma t=1$ としたときの z 方向の平均値 $\bar{u}_i$ を用いることにする．そうすると，

$$\bar{u}_i=\frac{1}{h-h_1}\int_{-h}^{-h_1}\frac{H_i\sigma}{2}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}dz=\frac{H_i\sigma}{2k(h-h_1)}\cdot\frac{\sinh k(h-h_1)}{\sinh kh} \cdots\cdots(30)$$

となるので，これを式 (29) に代入すれば次式が得られる．

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_1=\dfrac{\pi}{8T}\rho g H_i^3\cdot C_D f_1(kh,q_1) \\ f_1(kh,q_1)=\dfrac{\tanh kh}{[kh(1-q_1)]^2}\left[\dfrac{\sinh kh(1-q_1)}{\sinh kh}\right]^3 \end{array}\right\} \cdots\cdots(31)$$

ε_2 も同様の考え方により求められ，通過波の水粒子速度を u_t とするとリーフ単位幅につき

$$\varepsilon_2=\frac{1}{t_2-t_1}\int_{-h_2}^{-h_1}\int_{t_1}^{t_2}dP_2u_tdt \cdots\cdots(32)$$

ここで，

$$\left.\begin{array}{l} u_t=\dfrac{H_t\sigma}{2}\cdot\dfrac{\cosh k_2(h_2+z)}{\sinh k_2h_2}\sin\sigma t \\ dP_2=\dfrac{1}{2}C_D\rho u_t|u_t|dz+\rho C_M V\dfrac{\partial u_t}{\partial t} \end{array}\right\} \cdots\cdots(33)$$

であるが，k_2 は通過波の波数で記号 C_D, C_M, V は式 (27) と同じである．ε_1 と同じ取り扱いをすると，積分の時間範囲は u_t については $\pi<\sigma t<2\pi$, $\partial u_t/\partial t$ については $\pi/2<\sigma t<3\pi/2$ となる．式 (33) を (32) に代入して積分を実行すればよいが，このときも dP_2 の第2項に関する積分は零となるので，

$$\varepsilon_2=\frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}\int_{-h_2}^{-h_1}\frac{1}{2}C_D\rho u_t^3dzdt \cdots\cdots(34)$$

ここでも u_t については式 (33) の u_t が最大となる時間位相のときの z 方向の平均値 $\bar{u}_t$ を用いることにすると，ε_2 は，

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_2=\dfrac{\pi}{8T}\rho g H_t^3 C_D f_2(k_2h_2,q_1,q_2) \\ f_2(k_2h_2,q_1,q_2)=\dfrac{\tanh k_2h_2}{[k_2h_2(1-q_1/q_2)]^2}\cdot\left[\dfrac{\sinh k_2h_2(1-q_1/q_2)}{\sinh k_2h_2}\right]^3 \end{array}\right\} \cdots\cdots(35)$$

となる．

ロ） エネルギー保存則

式 (31) の ε_1 と式 (35) の ε_2 とを (25) に代入すればリーフによるエネルギー損失 E_l が決まるので，これを式 (24) に代入すれば次式が得られる．ただし，$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は $\pi<\sigma t<2\pi$ の範囲での平均をとっているので，入射波，反射波，通過波のエネルギー流束も対応する半周期間の平均の値をとった．

$$(EC_g)_i=(EC_g)_t+(EC_g)_r+\varepsilon_1+\varepsilon_2=(EC_g)_t+(EC_g)_r+\frac{\pi}{8T}\rho g H_i^3 C_D f_1(kh,q_1)+\frac{\pi}{8T}\rho g H_t^3 C_D f_2(k_2h_2,q_1,q_2) \cdots\cdots(36)$$

無次元表示のため (36) の両辺を $(EC_g)_i=\dfrac{1}{8}\rho g H_i^2 C_i n$ で割ると，

$$1=K_r^2+\frac{C_{gt}}{C_{gi}}K_t^2+\frac{\pi\delta_i}{n}C_D[f_1(kh,q_1)+K_t^3 f_2(k_2h_2,q_1,q_2)] \cdots\cdots(37)$$

となる．式 (37) がこの場合のエネルギーに関する方程式である．なお式中の C_{gi}, C_{gt} は入射波および通過波の群速度，δ_i は入射波の波形勾配を示し，

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{C_{gt}}{C_{gi}}=\left(\dfrac{\cosh kh}{\cosh k_2h_2}\right)^2\dfrac{2k_2h_2+\sinh 2k_2h_2}{2kh+\sinh 2kh} \\ n=\dfrac{1}{2}\left[1+\dfrac{2kh}{\sinh 2kh}\right] \\ \delta_i=H_i/L_i \end{array}\right\} \cdots\cdots(38)$$

である．また H_i, L_i はそれぞれ入射波の波高，波長を示し，$C_i=L_i/T$ で入射波の位相速度を示す．

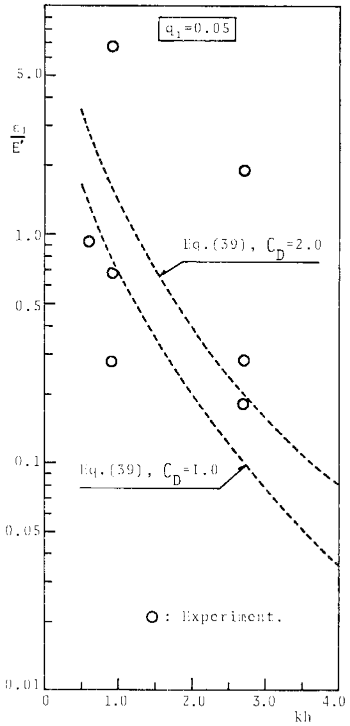
ハ） 抵抗係数 C_D について

エネルギー損失 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ の計算式の中に含まれる抵抗係数 C_D の値をいくらにとるかということが問題となってくるが，これについては次のように考えた．

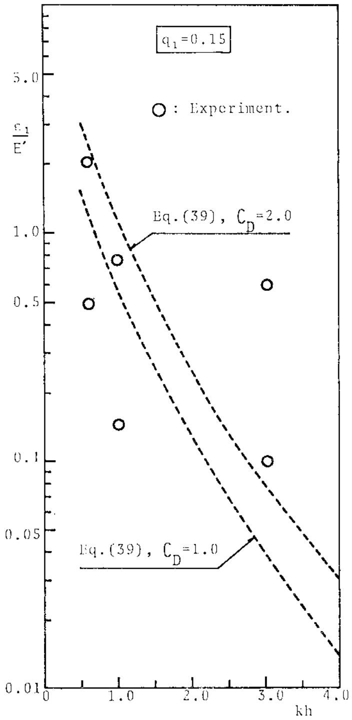
式 (31) より，

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\varepsilon_1}{E'}=C_D f_1(kh,q_1) \\ E'=(\pi/8T)\rho g H_i^3 \end{array}\right\} \cdots\cdots(39)$$

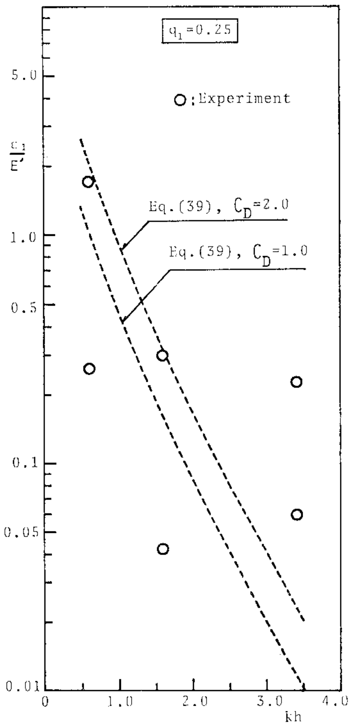
とすると，ε_1/E' は 図—7 のリーフの $\overline{CD}$ 面で生ずるエネルギー損失に関する無次元量を与えることになる．そこでこの式 (39) による ε_1/E' と実験による値とを比



図—8　式 (39) による ε_1/E' と実験値の比較



図—9　式 (39) による ε_1/E' と実験値の比較



図—10　式 (39) による ε_1/E' と実験値の比較

較することによって C_D の値を検討することにした.

実験値による ε_1/E' は，モデルをステップ型と考えれば式 (25) より $E_l=\varepsilon_1$ となり，式 (37) から,

$$\varepsilon_1=\left(1-K_r^2-\frac{C_{gt}}{C_{gi}}K_t^2\right)\cdot(EC_g)_i$$

$$=\left(1-K_r^2-\frac{C_{gt}}{C_{gi}}K_t^2\right)\cdot\frac{1}{8}\rho g H_i^2\cdot C_{gi}\cdots(40)$$

となるので，実験値を用いて式 (40) による ε_1 を求め，それを $E'=(\pi/8\,T)\rho g H_i^3$ で除せば得られる.

図—8〜10 にはステップ型モデルで $q_1=0.05$, 0.15, 0.25 の場合につき，式 (39) による計算値と実験による ε_1/E' の値の比較図を示した．実験による ε_1/E' にばらつきがあるが平均的には $C_D=2.0$ としたときの計算曲線で近似できること，および日野らの研究[14]でも $C_D=2.0$ としてよいという結果を得ていること等勘案して本論文では抵抗係数については $C_D=2.0$ の値を採用することにした.

b)　運動量方程式

図—7 のモデルで境界 Ⓐ〜Ⓗ を検査面にとって運動量方程式を考える.

イ)　波形と速度ポテンシャル

流体を理想流体と仮定するとポテンシャルが存在するので，ポテンシャルを ϕ，波形を η で表わし，入射波，反射波，通過波に対応して添字 i, r, t を用いることにすれば **図—7** の座標系に対し,

$$\left.\begin{aligned}\eta_i&=H_i/2\cdot\cos(kx-\sigma t)\\ \phi_i&=\frac{H_i\sigma}{2k}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}\sin(kx-\sigma t)\end{aligned}\right\}\cdots(41)$$

$$\left.\begin{aligned}\eta_r&=H_r/2\cdot\cos(kx+\sigma t)\\ \phi_r&=-\frac{H_r\sigma}{2k}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}\sin(kx+\sigma t)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(42)$$

$$\left.\begin{aligned}\eta_t&=H_t/2\cdot\cos(k_2x-\sigma t)\\ \phi_t&=\frac{H_t\sigma}{2k_2}\cdot\frac{\cosh k_2(h_2+z)}{\sinh k_2h_2}\sin(k_2x-\sigma t)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(43)$$

となる．ただし σ は波の角周波数で，k, k_2 はそれぞれ水深 h, h_2 の領域における波数を示す.

ロ)　水粒子速度

水粒子速度は $u=\partial\phi/\partial x$ で与えられ，式 (41)〜(43) の ϕ を用いれば,

$$u_i=\frac{H_i\sigma}{2}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}\cos(kx-\sigma t)$$

$$u_r=\frac{-H_r\sigma}{2}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}\cos(kx+\sigma t)$$

$$u_t=\frac{H_t\sigma}{2}\cdot\frac{\cosh k_2(h_2+z)}{\sinh k_2h_2}\cos(k_2x-\sigma t)$$

であるが，**図—7** の I, II 断面を x の原点から1波長

のところにとることにすれば $kx=-2\pi$, $k_2x=2\pi$ となり，上式は次のようになる．

$$\left.\begin{aligned} u_i&=\frac{H_i\sigma}{2}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}\cos\sigma t\\ u_r&=\frac{-H_r\sigma}{2}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}\cos\sigma t\\ u_t&=\frac{H_t\sigma}{2}\cdot\frac{\cosh k_2(h_2+z)}{\sinh k_2h_2}\cos\sigma t \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(44)$$

ハ） 波動による圧力 P

圧力方程式の中で高次の微小量を無視すると，波動による圧力 P は,

$$P=-\rho\frac{\partial\phi}{\partial t}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(45)$$

となる．(41)～(43) の ϕ を用い，かつ 図—7 の断面 I，II で考えれば次式が得られる．

$$\left.\begin{aligned} P_i&=\frac{1}{2}\rho gH_i\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\cos\sigma t\\ P_r&=\frac{-1}{2}\rho gH_r\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\cos\sigma t\\ P_t&=\frac{1}{2}\rho gH_t\frac{\cosh k_2(h_2+z)}{\cosh k_2h_2}\cos\sigma t \end{aligned}\right\}\cdots(46)$$

ニ） 静 水 圧

波形 η を考慮に入れたときの静水圧は，図—7 の断面 I では,

$$\begin{aligned} P_{s\,\mathrm{I}}&=\rho g(\eta_i+\eta_r-z)\\ &=\frac{\rho g}{2}(H_i+H_r)\cos\sigma t-\rho gz\ \cdots\cdots(47) \end{aligned}$$

断面IIでは,

$$P_{s\,\mathrm{II}}=\rho g\eta_t-\rho gz=\frac{1}{2}\rho gH_t\cos\sigma t-\rho gz\ \cdots(48)$$

断面 $\overline{\mathrm{CD}}$ では，$-h_1>z>-h$ の範囲で,

$$\begin{aligned} P_{s0}&=\rho g(\eta_i+\eta_r-z)_{x=0}\\ &=\frac{1}{2}\rho g(H_i+H_r)\cos\sigma t-\rho gz\ \cdots\cdots(49) \end{aligned}$$

同様に断面 EF では，$-h_1>z>-h_2$ に対して,

$$P_{s0}'=\rho g(\eta_t-z)_{x=0}=\frac{1}{2}\rho gH_t\cos\sigma t-\rho gz\ \cdots\cdots(50)$$

となる．

ホ） 流体運動下での $\overline{\mathrm{CD}}$ 面および $\overline{\mathrm{EF}}$ 面に作用する圧力

図—7 の $\overline{\mathrm{CD}}$ 面の dz 区間に作用する圧力 dF は，抵抗係数を C_D とすると,

$$dF=\frac{1}{2}C_D\rho u_i^2dz$$

ゆえに $\overline{\mathrm{CD}}$ 面全体に，$u_i>0$ となる時間 すなわち $-T/4$～$T/4$ 間に作用する圧力 F は,

$$F=\int_{-T/4}^{T/4}\int_{-h_1}^{-h}dFdt=\frac{1}{2}C_D\rho\int_{-T/4}^{T/4}\int_{-h_1}^{-h}u_i^2dzdt\ \cdots\cdots(51)$$

同様に $\overline{\mathrm{EF}}$ 面で作用する圧力 F' は，dz 区間に作用する dF' は $dF'=-(1/2)C_D\rho u_t^2dz$ となるから,

$$\begin{aligned} F'&=\int_{-T/4}^{T/4}\int_{-h_1}^{-h_2}dF'dt\\ &=-\frac{1}{2}C_D\rho\int_{-T/4}^{T/4}\int_{-h_1}^{-h_2}u_t^2dzdt\ \cdots\cdots(52) \end{aligned}$$

となる．

ホ） 運動量方程式

以上のことを考慮すれば 図—7 の閉領域 Ⓐ～Ⓗ に対し運動量方程式は次のようになる．

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{II}}-M_{\mathrm{I}}&=P_i-P_r-P_t-F+F'+P_{s\,\mathrm{I}}\\ &\quad-P_{s\,\mathrm{II}}-P_{s0}+P_{s0}'\ \cdots\cdots(53) \end{aligned}$$

ただし,

M_{I}：断面Iよりの流入運動量
M_{II}：断面IIよりの流出運動量
P_i：断面Iで作用する入射波による圧力
P_r：断面Iで作用する反射波による圧力
P_t：断面IIで作用する通過波による圧力
F：面 $\overline{\mathrm{CD}}$ に作用する圧力
F'：面 $\overline{\mathrm{EF}}$ に作用する圧力
$P_{s\,\mathrm{I}}$：断面Iで作用する静水圧
$P_{s\,\mathrm{II}}$：断面IIで作用する静水圧
P_{s0}：面 $\overline{\mathrm{CD}}$ で作用する静水圧
P_{s0}'：面 $\overline{\mathrm{EF}}$ で作用する静水圧

ここで式 (44)～(52) を用いれば,

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{I}}&=\int_0^{-h}\int_{-T/4}^{T/4}(\rho u_i^2-\rho u_r^2)dtdz\\ &=\frac{\pi\rho\sigma}{32}\cdot\frac{2kh+\sinh 2kh}{k\sinh^2 kh}(H_i^2-H_r^2)\ \cdots\cdots(54) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{II}}&=\int_{-T/4}^{T/4}\int_0^{-h_2}\rho u_t^2dzdt\\ &=\frac{\pi\rho\sigma}{32}\cdot\frac{2k_2h_2+\sinh 2k_2h_2}{k_2\sinh^2 k_2h_2}\cdot H_t^2\ \cdots\cdots(55) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_i-P_r&=\int_{-T/4}^{T/4}\int_0^{-h}p_idzdt-\int_{-T/4}^{T/4}\int_0^{-h}P_rdzdt\\ &=\frac{\rho g}{\sigma k}(H_i-H_r)\tanh kh\ \cdots\cdots(56) \end{aligned}$$

$$P_t=\int_{-T/4}^{T/4}\int_0^{-h_2}p_tdzdt=\frac{\rho g}{\sigma k_2}H_t\tanh k_2h_2\ \cdots\cdots(57)$$

$$\begin{aligned} P_{s0}&=\int_{-T/4}^{T/4}\int_{-h_1}^{-h}p_{s0}dzdt\\ &=\frac{\rho g}{\sigma}(h-h_1)(H_i+H_r)+\frac{T}{4}(h^2-h_1^2)\ \cdots\cdots(58) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{s0}'&=\int_{-T/4}^{T/4}\int_{-h_1}^{-h_2}p_{s0}'dzdt\\ &=\frac{\rho g}{\sigma}(h_2-h_1)H_t+\frac{T}{4}\rho g(h_2^2-h_1^2)\ \cdots\cdots(59) \end{aligned}$$

$$F=\frac{1}{2}C_D\rho\int_{-T/4}^{T/4}\int_{-h_1}^{-h}u_i^2dzdt$$
$$=\frac{\pi C_D\rho\sigma}{64k}H_i^2\frac{2k(h-h_1)+\sinh 2k(h-h_1)}{\sinh^2 kh}$$
……(60)

$$F'=\frac{1}{2}C_D\rho\int_{-T/4}^{T/4}\int_{-h_1}^{-h_2}u_t^2dzdt$$
$$=\frac{\pi C_D\rho\sigma}{64k_2}H_t^2\frac{2k_2(h_2-h_1)+\sinh 2k_2(h_2-h_1)}{\sinh^2 k_2h_2}$$
……(61)

$$P_{s\,\mathrm{I}}=\int_{-T/4}^{T/4}\int_{0}^{-h}p_{s\,\mathrm{I}}dzdt$$
$$=\frac{\rho g}{\sigma}(H_i+H_r)h+\frac{T}{4}\rho gh^2 \quad \cdots\cdots(62)$$

$$P_{s\,\mathrm{II}}=\int_{-T/4}^{T/4}\int_{0}^{-h_2}p_{s\,\mathrm{II}}dzdt$$
$$=\frac{\rho g}{\sigma}H_th_2+\frac{T}{4}\rho gh_2^2 \quad \cdots\cdots(63)$$

となるので，これらの式 (54)～(63) を式 (53) に代入して整理し，無次元表示式に直すと次式のようになる．

$$1-K_r^2=n_{20}K_t^2=\frac{C_D}{2}(\lambda_{10}-\lambda_{20}K_t^2)$$
$$-\frac{4\tanh kh}{\pi^2 n\delta_i}(1-K_r-\beta^2K_t) \quad \cdots\cdots(64)$$

ただし，

$$K_r=\frac{H_r}{H_i},\ K_t=\frac{H_t}{H_i},\ \delta_i=\frac{H_i}{L_i},$$
$$n=\frac{1}{2}\left[1+\frac{2kh}{\sinh 2kh}\right]$$
$$n_{20}=\frac{\sinh 2kh}{\sinh 2k_2h_2}\cdot\frac{\sinh 2k_2h_2+2k_2h_2}{\sinh 2kh+2kh}$$
$$\lambda_{10}=\frac{\sinh 2k(h-h_1)+2k(h-h_1)}{\sinh 2kh+2kh}$$
$$\lambda_{20}=\frac{\sinh 2kh}{\sinh 2k_2h_2}\cdot\frac{\sinh 2k_2(h_2-h_1)+2k_2(h_2-h_1)}{\sinh 2kh+2kh}$$
$$\beta=\frac{\tanh k_2h_2}{\tanh kh}$$
……(65)

と置いてある．

（3） 波の通過率の方程式

エネルギー保存則による K_r, K_t の関係式 (37) と運動量保存則による K_r, K_t の関係式 (64) が同時に成立するとすれば，この2式から K_r を消去して通過率 K_t に関する方程式が得られる．

まず式 (37) を K_r について解いて式 (64) に代入すると次式が得られる．

$$\frac{\pi\delta_iC_Df_2}{n}K_t^3+\left(\frac{C_{gt}}{C_{gi}}-n_{20}+\frac{C_D}{2}\lambda_{20}\right)K_t^2$$
$$-\frac{4\tanh kh}{\pi^2 n\delta_i}\beta_{20}K_t+\left(\frac{\pi\delta_iC_Df_1}{n}+\frac{4\tanh kh}{\pi^2\delta_i n}\right.$$
$$\left.-\frac{C_D}{2}\lambda_{10}\right)=\pm\frac{4\tanh kh}{\pi^2\delta_i n}\left[1-\frac{C_{gt}}{C_{gi}}K_t^2\right.$$
$$\left.-\frac{\pi C_D\delta_i}{n}(f_1+f_2K_t^3)\right]^{1/2} \quad \cdots\cdots(66)$$

ただし，便宜のため $f_1(kh, q_1)$, $f_2(k_2h_2, q_1, q_2)$ は f_1, f_2 としてある．式 (66) の両辺を2乗して整理すると，

$$A^2K_t^6+2ABK_t^5+(B^2-2AC)K_t^4$$
$$+(2AD-2BC+\alpha_2d^2)K_t^3$$
$$+(C^2+2BD+\beta n_{20}d^2)K_t^2-2CDK_t$$
$$+\{D^2-(1-\alpha_1)d^2\}=0 \quad \cdots\cdots(67)$$

となるが，記号は，

$$\alpha_1=\frac{\pi\delta_i}{n}C_Df_1,\ \alpha_2=\frac{\pi\delta_i}{n}C_Df_2,$$
$$\beta=\frac{\tanh k_2h_2}{\tanh kh},\ d=\frac{4\tanh kh}{\pi^2 n\delta_i}$$

と置いてあり，

$$A=\alpha_2$$
$$B=n_{20}\left[\beta+\frac{\sinh 2k_2h_2(1-q_1/q_2)+2k_2h_2(1-q_1/q_2)}{\sinh 2k_2h_2+2k_2h_2}-1\right]$$
$$C=\beta^2d$$
$$D=\alpha_1+d-\frac{C_D}{4n}\cdot\frac{\sinh 2kh(1-q_1)+2kh(1-q_1)}{\sinh 2kh}$$
……(68)

である．式 (67) が通過率 K_t の方程式であり，リーフの形状条件 q_1, q_2 と入射波の条件が与えられれば係数は決まり，いわゆる定係数方程式となる．式 (67) は K_t に関する6次方程式であるので解析的に解を得ることはできないが，逐次近似法により所要の解が得られる．

抵抗係数 $C_D=0$ のときは $\alpha_1=\alpha_2=0$ となるので，(68) は，

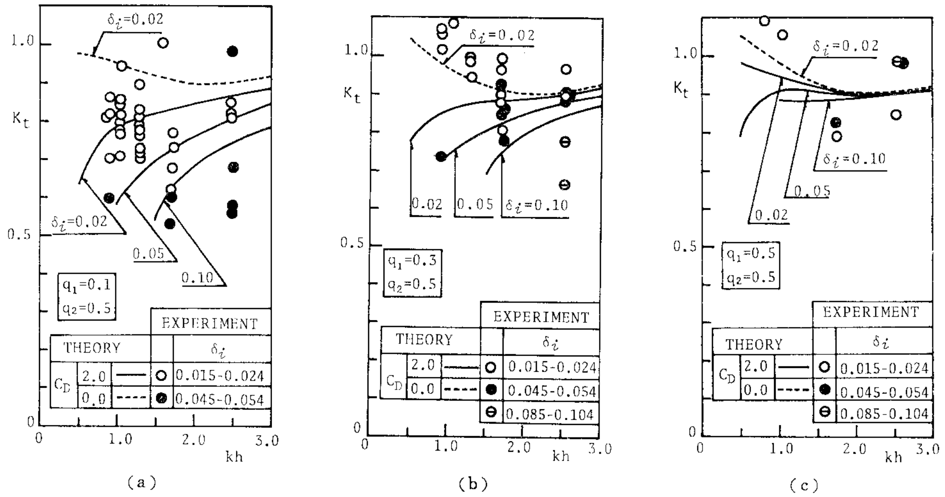
$$A=0$$
$$B=n_{20}\left[\beta+\frac{\sinh 2k_2h_2(1-q_1/q_2)+2k_2h_2(1-q_1/q_2)}{\sinh 2k_2h_2+2k_2h_2}-1\right]$$
$$C=\beta^2d,\ D=d$$
……(69)

となり，式 (67) は次のようになる．

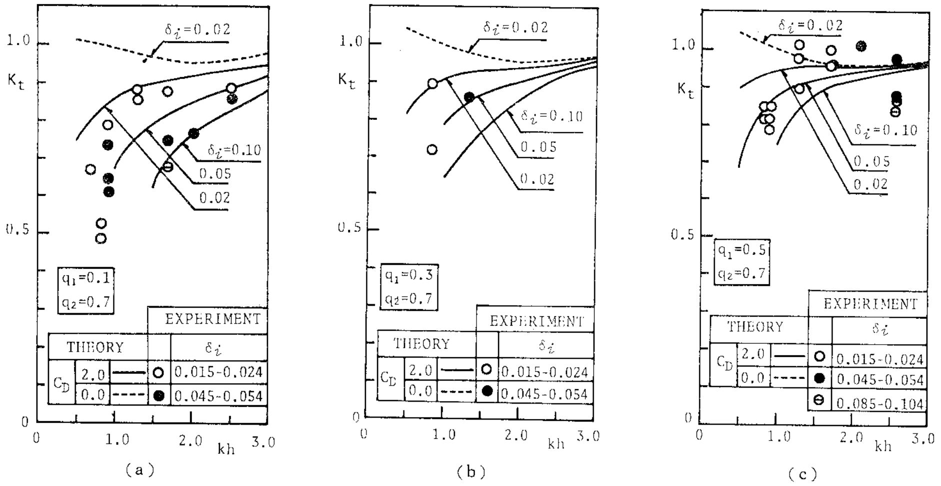
$$B^2K_t^3-2BCK_t^2+(C^2+2BD+\beta n_{20}d^2)K_t$$
$$-2CD=0 \quad \cdots\cdots(70)$$

4．通過率 K_t についての理論値と実験値の比較検討

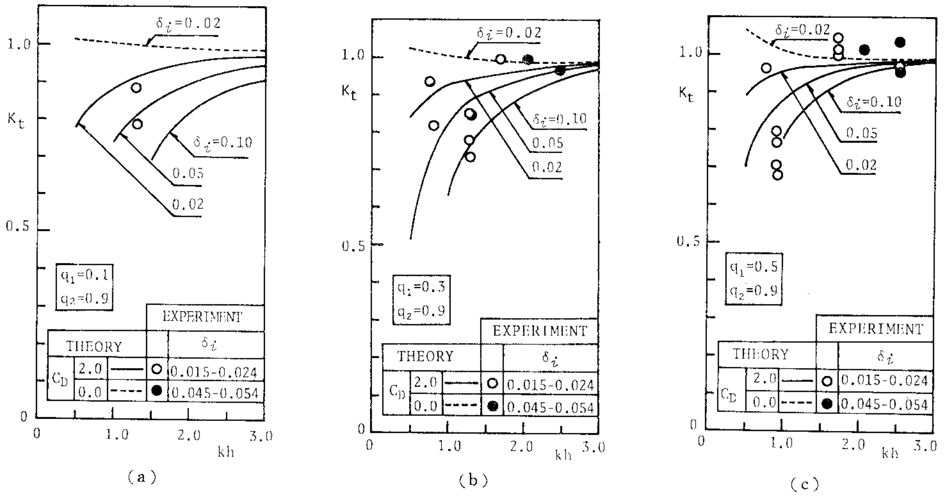
図—11～13 には，式 (67) により求めた通過率 K_t の値を kh に対してプロットした図を示した．モデルの条



図—11 式 (67) による K_t と実験値の比較



図—12 式 (67) による K_t と実験値の比較



図—13 式 (67) による K_t と実験値の比較

件はリーフ内水深のパラメーター $q_2=0.5, 0.7, 0.9$ の場合で，堡礁部水深パラメーター q_1 はそのおのおのに対し 0.1, 0.3, 0.5 の3種にとってある．図中の実線は $C_D=2.0$ としたときの値であり，点線は $C_D=0$ としたときの曲線である．図には比較的検討のために実験値もプロットしてあるが，これらの値はリーフ堡礁部幅のパラメーター s（**図—3**）が 0.2〜0.5 のもので理論の条件とは若干異なるけれども，堡礁部天端幅 sh と入射波の波長 L_i の比は $sh/L_i=0.02$〜0.2 程度のオーダーであり，天端幅の影響は一応無視してさしつかえないものと考えられる．実験結果は過去数年にわたる実験で得られたものを用いていることもあり，パラメーター δ_i については理論値との全体的な適合度をみるということで図中に示す区分範囲のものをそれぞれ理論値と対応させてプロットした．プロットされた実験値そのもののばらつきもあるが，全体的には δ_i によって K_t が変化していることは明らかである．

まず理論曲線についてみると，いずれのケースでも kh の増加とともに K_t も増加しているが，kh が大きくなるということは，水深一定とすれば波長が短くなるということで表面波の性質が強くなるということだから相対的にリーフの減勢効果も小さくなっていくと考えられ，したがって上述は一応妥当と考えられる．

次に q_1 の効果については，q_2 が同一のとき q_1 が増すと K_t も大きくなる．q_1 が大きくなるほどリーフ堡礁部の水深が大となるので通過波の減衰度は小さくなると考えられるから，K_t が大きくなるのは納得できる結果と思われる．

q_1, q_2 の値が同一のとき，入射波の波形勾配が大きくなると K_t は小となる傾向を示している．波形勾配が大きい波はたとえば砕波しやすいという現象面の特性も考えられるが，同一の kh に対して考えてみると，波形勾配の大きい波ほど波高が大きいということになるのでリーフ天端水深 h_1（**図—7**）に対する相対波高 H_i/h_1 も大となってリーフによる減衰効果が大きくなり，したがって K_t は小さくなると考えられる．

理論値と実験値を比較してみると，ケースによっては実験データが十分でない点もあるが，図より判断する限りでは全般的に両者の分布傾向はよく合っているとみなせよう．q_2 が大きくなるほど実験値と理論値の適合度はよくなる傾向を示すが（**図—11** (a)，**図—12** (a)，**図—13** (a) の比較），これは q_2 が大となるほど堡礁部の鉛直板としての性質が顕著となり，実験モデルの条件が理論上の仮定条件に近づくためと考えられる．なお，q_1 が大きくなると，実験値は $C_D=0$ の曲線に近づき，いわゆるポテンシャル接続法による理論曲線に近づいていく．

本論文の理論の適用限界は厳密には明らかでないが，**図—11〜13** に示す実験値との比較図（実験値のパラメーター s はすべて 0.5 以下）でみる限りでは，

① $q_2=0.5$ で $q_1\geqq 0.3$ の場合，実験値は $\delta_i\leqq 0.024$ の範囲では $C_D=0$ としたときの理論値に，$0.045\leqq\delta_i\leqq 0.054$ の範囲では $C_D=2.0$ としたときの理論値にそれぞれ一致する傾向を示し，

② $q_2\geqq 0.7$ で $q_1\geqq 0.1$ の場合，実験値は $0.015\leqq\delta_i\leqq 0.054$ の範囲で $C_D=2.0$ としたときの理論値に一致する傾向を示す．

また，本理論中のリーフの抵抗係数 C_D は，リーフによるエネルギー逸散の原因となる剥離渦や堡礁部での砕波，打込み渦等と関係すると考えられ，したがってこれらの現象と関連するパラメーター H/q_1h と関係を有すると思われるが，両者の定量的な関係は明らかではない．

5. 結　　語

本論文は，沖縄諸島の海岸の特徴である堡礁状リーフによる波の変形に関し，波の通過率・反射率について理論的・実験的に研究を行った結果をとりまとめたものであるが，要約すると次のようになる．

（1） 堡礁状リーフによる波の通過率・反射率について従来のポテンシャル接続法による理論解の概要を述べ，実験結果との比較を通してその問題点を指摘し，ポテンシャル接続法にかわるものとして運動量方程式を用いた解析方法とその妥当性を実験的に検討した結果について述べた．

（2） ポテンシャル接続法による理論解について，実験結果との比較検討により明らかとなったことは次のとおりである．

a） 反射率 K_r については，全般的に実験値とかなりよく一致する．

b） 通過率 K_t に関しては，リーフ堡礁部水深が大きいとき（本研究では **図—3** に示す $h_1>0.3h$ のとき）は実験値とある程度合うが，天端水深が小さいときは実験値と異なった分布傾向を示す（**図—4〜6**）．

（3） 運動量方程式を用いた解析法による通過率 K_t は，

a） 全般的にみて実験値と比較的よい適合度を示す（**図—11〜13**）．

b） ポテンシャル接続法による理論値が実験値と合わないリーフ堡礁部水深 h_1 が小さい場合についても，かなりよく実験値と適合する（**図—4〜6** と **図—11** (a) の比較）．

c） 抵抗係数 $C_D=0$ としたときの理論値はポテンシャル接続法による理論解と同様の結果となる（**図—11**

(a)）と 図—4 の比較）.

終わりに，本研究に際しいろいろとご助力いただいた琉球大学工学部土木工学科助手の筒井茂明氏ならびに実験等で協力された琉球大学工学部土木工学科水工学研究室での卒業研究修了生諸氏に対し深甚なる謝意を表する次第である.

参 考 文 献

1) 目崎茂和・渡久地健・中村倫子：沖縄諸島のサンゴ礁地形，琉球列島の地質学研究，第2巻，pp. 91〜106, 1977.
2) Johnson, J.W., R.A. Fuchs and J.R. Morison : The damping action of submerged breakwaters, Trans. A.G.U., Vol. 32, No. 5, pp. 704〜718, 1951.
3) 久宝　保・山本俊之：防波潜堤の形状に関する実験的研究，土木学会誌，Vol. 39, No. 5, pp. 54〜59, 1951.
4) 本間　仁・酒匂敏次：潜堤に関する研究，第5回海岸工学講演会論文集，pp. 175〜181, 1958.
5) 堀川清司・小森修蔵：潜堤による風波の減衰機構について，第15回海岸工学講演会論文集，pp. 340〜349, 1968.
6) 中村　充・白石英彦・佐々木泰雄：潜堤による消波について，第13回海岸工学講演会論文集，pp. 77〜79, 1966.
7) H. Lamb : Hydrodynamics, 6th edition, Cambridge University Press, pp. 262〜293, 1932.
8) Dean, W.R. : On the reflection of surface waves by a submerged plane barrier, Proc. Camb. Phil. Soc., Vol. 41, pp. 231〜238, 1945.
9) Ursell, F. : Surface waves on deep water in presence of a submerged circular cylinder I, Proc. Camb. Phil. Soc., Vol. 47, pp. 141〜152, 1948.
10) Newman, J.N. : Propagation of water waves past long two-dimensional obstacles, Jour. Fluid Mech., Vol. 23, Part 1, pp. 23〜29, 1965.
11) Mei, C. and L. Black : Scattering of surface waves by rectangular obstacles in waters of finite depth, Jour. Fluid Mech., Vol. 38, Part 3, pp. 499〜511, 1969.
12) Takano, K. and H. Nakazawa : Effect dun obstacle de parallélépipède rectangle sur la propagation de la houle, Jour. Oceanograph. Soc. of Japan, Vol. 22, No. 5, pp. 183〜191, 1966.
13) 井島武士・佐々木富雄：潜堤の効果に関する理論的研究，第18回海岸工学講演会論文集，pp. 141〜147, 1971.
14) 日野幹雄・山崎丈夫：垂直板による波の反射率・通過率およびエネルギー損失，土木学会論文報告集，190号，pp. 75〜80, 1971.
15) 日野幹雄・藤崎治男：固定された海上構造物による波の反射と通過，第20回海岸工学講演会論文集，p. 101, 1973.
16) 河野二夫・津嘉山正光・筒井茂明：有限 Step 形状の reef による波の変形，琉球大学理工学部紀要，工学篇，第9号，pp. 145〜150, 1975.
17) 河野二夫・津嘉山正光・筒井茂明：堡礁状 reef による波の反射率と通過率，琉球大学理工学部紀要，工学篇，第12号，pp. 167〜188, 1976.
18) 合田良実：造波水路における波浪実験の二，三の問題点について，第15回海岸工学講演会論文集，pp. 50〜57, 1968.
19) Goda, Y. and Y. Abe : Apparent coefficient of partial reflection of finite amplitude waves, Report of the Port and Harbour Reserch Institute, Ministry of Transport, Vol. 7, No. 3, pp. 3〜57, 1968.
20) 室田　明・山田哲二：反射波に関する基礎的研究，第13回海岸工学講演会論文集，pp. 9〜14, 1966.
21) 岩垣雄一・木村　晃：反射実験における波の相互干渉，第18回海岸工学講演会論文集，pp. 105〜109, 1971.

（1979.10.1・受付）