

深井戸工法における最適揚水量の決定および 揚水操作方法について

ON THE DECISION OF OPTIMAL PUMPING RATE AND OPERATION FOR DEEP WELL DEWATERING

神野 健二*・長野 益徳**

By Kenji JINNO and Yoshinori CHONO

1. 序 論

地下水位低下工法には釜場工法、深井戸工法、あるいはウェルポイント工法、ジューメンズウェル工法などがあるが^{1),2)}、揚水量の計算や揚水ポンプの設計には群井戸理論が適用されているようである。現場技術者の経験あるいは地下水位低下工法に関する参考書などにも示されているように、地下水位低下作業はほぼ2つの期間に分かれていると考えられる。すなわち、第1の期間は原地下水位から掘削部内の水位を所定の水位以下に低下させる期間（以後これを初期揚水期間とよぶことにする）であり、第2の期間は所定の水位を維持継続する期間（定常揚水期間とよぶことにする）である。従来までは、群井戸理論を用いて、あらかじめ定常揚水量を求めておき、初期揚水期間ではこの定常揚水量の1.5倍程度（参考書2）では2~3倍と示されているが）で揚水を行うようである。しかしながら、これらの理論は境界条件や地質条件などが理想化された場合の解を与えるものであるから、透水係数が場所的に変化したり、境界条件が複雑な場合あるいは基礎掘削部境界形状、止水壁の有無の影響などを考慮することは困難であり、したがって十分に合理的な揚水計画を作成することは難しい。また、掘削部内の地下水位を所定の水位以下まで低下させるために、周囲に配置した揚水設備から過大な揚水を行うと、隣接井戸の井戸枯れ、地盤沈下あるいは海岸付近での塩水侵入などのいわゆる揚水障害を招く恐れもあるので、揚水量はできる限り少ないことが望ましいが、従来の理論の適用だけでは十分に対応できないと考えられる。

さて最近、E. Aguado & I. Remson ら³⁾は乾ドック建設に伴う地盤掘削のための地下水位低下法において、周囲に配置した揚水井の最適揚水量を線形計画法を用い

て求める方法を示している。すなわち、① 定常状態においては基礎式の差分化によって得られる水頭に関する連立1次方程式と、掘削部内の地下水位が所定の水位以下に維持継続されなければならないという制約条件下で、揚水量の合計が最小になるように各揚水量を求め、また、②揚水開始以前の原地下水位から定常状態の水位に達するまでの期間については、①で求めた定常状態の最適揚水量を用い、地下水の非定常運動を数値計算し定常状態に達するまでの所要時間を求めている。このうち、①の定常状態の最適揚水量算定に線形計画法を用いる解析方法は、従来の方法に比べて有効な手法であると考えられるが、掘削部周囲に矢板を打設する場合、あるいは任意境界形状の場合により一般的な問題には有限要素法を適用する方が有利であること、また、②の非定常運動の期間についても定常状態に達するまでの所要時間を数値計算するだけでなく、この期間内での揚水総量が最小になる揚水法を考えることが望ましい。

以上の状況を考慮し本報ではおもに透水係数の大きい場合に適用される深井戸工法を対象にして揚水開始時から基礎掘削開始時までは地下水変動が大きい非定常運動をすくと考え、この期間を初期揚水期間とし、ついで基礎掘削開始から基礎工事が完了し、揚水を停止するまでの期間は地下水変動が小さい定常揚水期間と考え、前者については最大原理を、また後者については線形計画法を用いて最適揚水方法を考えた。この結果、本報の手法により、合理的な地下水位低下作業の設計が可能であることが示された。

2. 基礎式および有限要素法による離散化

(1) 基礎式

基礎工事などでは、不圧地下水が対象となる場合も多く、したがって、準一様流の仮定を用いた非線形方程式

* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部水工土木学科

** 正会員 工修 九州電力(株)土木部

を取り扱わなければならないが、この場合には最適化の手法が非線形となり容易に解が求められない。ここではこのような場合にも線形近似が成り立つと仮定し、以下の基礎式を考える。連続の式と Darcy 則から、

$$\lambda \partial h / \partial t = \partial (kb \partial h / \partial x) / \partial x + \partial (kb \partial h / \partial y) / \partial y + R(x, y, t) - \sum_m Q_m \delta(x - \xi_m) \delta(y - \eta_m) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 b : 帯水層厚さ (被圧地下水の場合)、平均地下水位 (不圧地下水の場合)、 λ : 貯留係数 (被圧地下水の場合)、空隙率 (不圧地下水の場合)、 h : 地下水位、 Q_m : 井戸 m の揚水量 (揚水量を+)、 $\delta(x)$ 、 $\delta(y)$: デルタ関数、 (ξ_m, η_m) : 井戸 m の x, y 座標、 $R(x, y, t)$: 浸透追加量である。

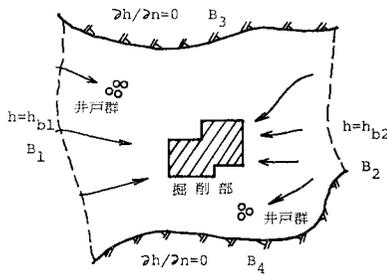


図-1 地下水領域図 (n は法線方向を示す)

次に、境界条件は以下の2種類を考える。図-1に示すように、境界 B_1, B_2 では水位一定、 B_3, B_4 は不透水壁とする。すなわち、

$$h = h_{b1}(t) \text{ on } B_1, h = h_{b2}(t) \text{ on } B_2 \dots \dots \dots (2)$$

$$\partial h / \partial n = 0 \text{ on } B_3, B_4 \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 n は法線方向を示す。

(2) 有限要素法による離散化

式 (1) の汎関数⁴⁾は周知のように、

$$\chi(h) = \iint \frac{1}{2} kb \{ (\partial h / \partial x)^2 + (\partial h / \partial y)^2 \} dx dy + \iint [\sum_m Q_m \delta(x - \xi_m) \delta(y - \eta_m)] h dx dy - \iint R(x, y, t) h dx dy + \iint (\lambda \partial h / \partial t) h dx dy \dots \dots \dots (4)$$

ここでは、計算領域を図-2に示す三角形要素で分割し、要素 e 内で h の1次分布、

$$h^e = N_i h_i + N_j h_j + N_l h_l \dots \dots \dots (5)$$

を仮定する。ここに、 $N_i(x, y) = (a_i + b_i x + c_i y) / 2 \Delta_e$ 、 $a_i = x_j y_l -$

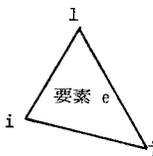


図-2 三角形要素

$x_l y_j$, $b_i = y_j - y_l$, $c_i = x_l - x_j$, Δ_e は要素 e の面積、 x_i, y_i などは節点 i の x, y 座標である (ところで、河野の研究⁵⁾にも示されているように、数値計算を行う場合には要素の大きさと、井戸半径の大きさとの関係に注意しなければならないが、ここでは簡単のために考慮していない)。

式 (5) を汎関数 $\chi(h)$ に代入し変分をとると、各節点の地下水位 h_i を未知数とする次の連立常微分方程式を得る。すなわち、

$$T \dot{h} + S h + Q - R = 0 \text{ (・印は時間微分)} \dots (6)$$

あるいは変形して、

$$\dot{h} = -T^{-1} S h - T^{-1} Q + T^{-1} R = A h + B Q + r \dots \dots \dots (7)$$

ここに、

$$A = -T^{-1} S, B = -T^{-1}, r = T^{-1} R \dots \dots \dots (8)$$

定常状態とみなせる場合には、式 (7) において $\dot{h} = 0$ として

$$A h + B Q + r = 0 \dots \dots \dots (9)$$

3. 線形計画法を用いた最適定常揚水量

基礎掘削工事開始から、構造物の基礎が完成するまでには数か月以上の日数を要することが多いので、この期間中に揚水する地下水量は膨大な量となり、周囲に及ぼす影響も大きい。したがって、できるだけ最小の揚水量で掘削部内の地下水位を所定の水位に継続維持することが望まれよう。ここでは線形計画法を用いて揚水量最小の問題を考える。

(1) 式の変形

いま図-3に示すように、① 揚水井の節点には $m=1, 2, \dots, M$ を、掘削部 A の節点に $m=M+1, M+2, \dots, M'$ をつけ、② その他の節点には $M'+1, M'+2, \dots$ をつける。ただし、③ 境界 B_1, B_2 上の節点には最後の方の通し番号をつける。なお、同じ地下水領域内に上水道水源用井戸あるいは農工業用井戸などがあって工事のための揚水が、これらの井戸内の水位を異常に低下させ、いわゆる井戸枯れの懸念がある場合などには以下のようにすればよいものと考えられる。すなわち、著者らが先に広領域からの最適井戸取水問題で示したように⁶⁾、これらの井戸にも節点番号をつけ、この地点の水位低下量に制約を加える、あるいは式 (1) 右辺にこれら

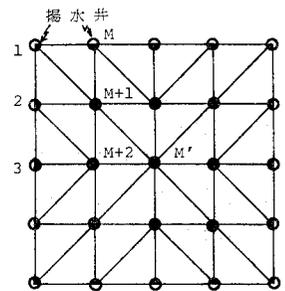


図-3 掘削部A (平面図)

最後の方の通し番号をつける。なお、同じ地下水領域内に上水道水源用井戸あるいは農工業用井戸などがあって工事のための揚水が、これらの井戸内の水位を異常に低下させ、いわゆる井戸枯れの懸念がある場合などには以下のようにすればよいものと考えられる。すなわち、著者らが先に広領域からの最適井戸取水問題で示したように⁶⁾、これらの井戸にも節点番号をつけ、この地点の水位低下量に制約を加える、あるいは式 (1) 右辺にこれら

の井戸の一定揚水量を加えて解析を行えばよいであろう。

ここでは解析手法を示すのが目的であるので一応地下水水位低下作業のための揚水井のみを考える。式(9)を上述の①～③の3つのグループごとに小行列に分割すると、

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_w \\ H_r \\ H_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_w \\ Q_r \\ Q_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = 0 \dots\dots (10)$$

ここに、 H_w ：揚水井および掘削部 A 内の節点の水頭、 H_b ：境界 B_1, B_2 上の節点の水頭、 H_r ：残りの一般の節点の水頭、 Q_w ：揚水井および掘削部 A 内の節点の揚水量、 Q_r, Q_b ：残りの一般の井戸および境界 B_1, B_2 上の井戸の揚水量（ここでは $Q_b=0$ とする）である。

式(10)を変形すると、

$$Q_w = PH_w + q \dots\dots (11)$$

ここに、

$$P = -[B_{11} + A_{12}A_{22}^{-1}B_{21}]^{-1}[A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}] \dots\dots (12)$$

$$q = -[B_{11} + A_{12}A_{22}^{-1}B_{21}]^{-1}\{[A_{12} + A_{22}^{-1}B_{22} + B_{12}]Q_r + [A_{13} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{23}]H_b - [A_{12}A_{22}^{-1}r_2 + r_1]\} \dots\dots (13)$$

(2) 制約条件

いま、 P, Q_w, H_w および q を揚水井地点と掘削部 A 内の地点の節点に対応して、次のように分ける。

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, Q_w = \begin{bmatrix} Q_p \\ Q_a \end{bmatrix}, H_w = \begin{bmatrix} h_p \\ h_a \end{bmatrix}, q = \begin{bmatrix} q_p \\ q_a \end{bmatrix} \dots\dots (14)$$

ここに、 Q_p ：揚水井の揚水量、 Q_a ：掘削部 A 内の節点の揚水量（これは式の構成上便宜的に置くもので、後に示すようにこの値が0である条件を与える）、 h_p ：揚水井内の水位、 h_a ：掘削部 A 内の節点の水位、 q_p および q_a ： q を揚水井と掘削部 A とに対応して分割したベクトル。

次に 図-4 に示すように、掘削面の高さを h_a^* とし、

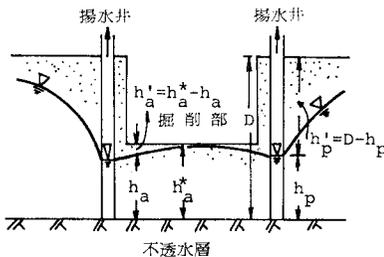


図-4 掘削部断面図

掘削部 A 内の地下水水位を h_a^* 以下に維持する状態を考えると、

$$0 \leq h_a \leq h_a^* e \quad (e \text{ は単位列ベクトル}) \dots\dots (15)$$

揚水井内の地下水水位については、

$$0 \leq h_p \leq D e \dots\dots (16)$$

の場合を考える。揚水量 Q_p については、

$$Q_p \geq 0 \dots\dots (17)$$

掘削部 A 内での揚水は考えないとすると、

$$Q_a = 0 \dots\dots (18)$$

の制約条件が与えられる。次に、図-4 に示す記号を用いて、

$$h_a' = h_a^* e - h_a, h_p' = D e - h_p \dots\dots (19)$$

とおき式(11)に代入すると、

$$Q_p = -P_{11}h_p' - P_{12}h_a' + (h_a^*P_{12}e + q_p + DP_{11}e)$$

$$Q_a = -P_{21}h_p' - P_{22}h_a' + (h_a^*P_{22}e + q_a + DP_{21}e)$$

すなわち、

$$\begin{bmatrix} Q_p \\ Q_a \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_p' \\ h_a' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_a^*P_{12}e + q_a + DP_{11}e \\ h_a^*P_{22}e + q_p + DP_{21}e \end{bmatrix} \dots\dots (20)$$

いま、

$$P' = - \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, h_w' = \begin{bmatrix} h_p' \\ h_a' \end{bmatrix}$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} h_a^*P_{12}e + q_a + DP_{11}e \\ h_a^*P_{22}e + q_p + DP_{21}e \end{bmatrix}$$

とおけば、

$$Q_w = P'h_w' + P_0 \dots\dots (21)$$

となる。

(3) 評価関数

掘削部の地下水水位低下によって、隣接井戸の井戸枯れ、地盤沈下、あるいは海岸付近での塩水侵入などの揚水障害を招く恐れがあるため、揚水量はできるだけ少ない方が望ましい。また、基礎工事の期間は数か月以上にも及ぶことがあり、この期間の揚水経費も多大となるから、経済的な面からも揚水量は少ないことが合理的である。工事区域現場の実状、たとえば掘削部が海岸線に近い場合には、海岸付近の地下水の最適利水計画法として平野ら⁷⁾が示している手法、すなわち塩水楔の侵入の許容限界を設定し、この制限内で所要の揚水量の確保を図る方法を掘削問題に採用するのも塩水化防止の一対策と考えられるが、ここでは掘削作業において揚水量を最小にすることが基本的な問題であると考えた。したがって、評価関数を、

$$G = \sum_{m=1}^M Q_m = \sum_{i=1}^{M'} (\sum_{m=1}^M P_{mi}' h_i') + \sum_{m=1}^M P_{0m} = \sum_{i=1}^{M'} (u_i h_i') + G \rightarrow \min \dots\dots (22)$$

とする。ここに、 Q_m は Q_p の成分、 P_{mi}' は P' の成分、 P_{0m} は P_0 の成分、 h_i' は h_w' の成分、また、

$$u_i = \sum_{m=1}^M P_{mi}', \quad G = \sum_{m=1}^M P_{0m}$$

である。

4. 最大原理を用いた最適非定常揚水

掘削部内の地下水位が、原地下水位から所定の水位まで低下する期間では、地下水は非定常性の強い運動をされると考えられるから、非定常性を考慮した最適揚水法を計画する必要がある。ここでも、この期間、すなわち初期揚水期間の揚水量の総量が最小となる場合を、最大原理を用いて求めることにしよう。

(1) 式の変形

前出の式 (7) を、① 揚水井、② 掘削部A内の節点、残りの節点の3つのグループに分割すると、揚水井および掘削部内の地下水位などについて次の運動方程式、すなわち状態方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_p \\ \dot{h}_a \\ \dot{h}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_p \\ h_a \\ h_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_p \\ Q_a \\ Q_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_p \\ r_a \\ r_r \end{bmatrix}$$

(2) 制約条件

a) 揚水量に関する制約条件

揚水開始時刻 t_0 から掘削工事開始時刻 t_f までの初期揚水期間の揚水量は、一般に定常揚水量の1.5~3倍程度にとられているようである。前述の線形計画法によって、最適定常揚水量を算定することができるので、これを利用して初期揚水量を決定すればよいと考えられる。いま、揚水井 m にその最適定常揚水量 $Q_{m \text{ opt}}$ の α だけ増した揚水ポンプ（ただしポンプの効率も考慮した上で）を設置すれば、この期間の井戸 m の揚水量 $Q_m(t)$ は、

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq Q_m(t) \leq (1+\alpha)Q_{m \text{ opt}} \\ t_0 \leq t \leq t_f \quad (m=1, 2, \dots, M) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

の条件を満たさねばならない。

b) 掘削部A内の地下水位に関する制約条件（終端条件）

掘削工事の始まる時刻 t_f においては、掘削部A内の地下水位は所定の地下水位 h_a^* よりも低いことが望ましいが、必要以上に低下させることは後述のように好ましくないと考えられる。したがって、

$$|h_a - h_a^*| \leq \epsilon \quad t = t_f \dots\dots\dots(24)$$

の条件を課すことにする。ここに ϵ は $h_a^* \epsilon$ からの誤差で、詳しくは後出の「4.(5) 数値計算について」のところで説明している。

e) 地下水位の初期および境界条件

地下水位の低下作業開始以前では、地下水位はすべての節点で与えられるとし、

$$h_p(t_0) = h_{p0}, \quad h_a(t_0) = h_{a0}, \quad h_r(t_0) = h_{r0} \dots\dots(25)$$

とする。また境界 B_1, B_2 においては式 (2) で示すように、

$$h = h_{b1}(t) \text{ on } B_1, \quad h = h_{b2}(t) \text{ on } B_2 \dots\dots\dots(2)$$

境界 B_3, B_4 においては、

$$\partial h / \partial n = 0 \text{ on } B_3, B_4 \dots\dots\dots(3)$$

(3) 評価関数

地下水位の低下作業開始から、掘削工事が始まるまでの期間でも、揚水障害あるいは経済的な面から揚水量はなるべく少ないことが望ましい。ここでは揚水量の和、

$$f = \sum_{m=1}^M Q_m(t) \dots\dots\dots(26)$$

の初期揚水期間での総量、

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f dt = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{m=1}^M Q_m(t) dt \dots\dots\dots(27)$$

を評価関数とし、 J を最小にする $Q_m(t)$ を求めることにする。

(4) 最大原理

評価関数 J を式 (23) および式 (24) の制約条件の下で最小にするには、周知のように L.S. Pontryagin の最大原理⁹⁾を用いればよい。数学的厳密さを欠くうらみがあるが、簡単にその定式化を述べよう。いま、補助変数ベクトル $\phi(t)$ を導入して Hamiltonian を構成すれば、

$$\hat{H} = \phi \cdot \dot{h} - \sum_{m=1}^M Q_m(t) \dots\dots\dots(28)$$

ここに、 $\phi \cdot \dot{h}$ は ϕ と \dot{h} のベクトルの内積を表す。 \dot{h} に式 (7) を代入すれば、

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \sum_{i=1}^N \phi_i \left[\sum_{j=1}^N (A_{ij} h_j + B_{ij} Q_j) + r_i \right] - \sum_{m=1}^M Q_m(t) \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \phi_i A_{ij} h_j + \sum_{i=1}^N \phi_i r_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=M+1}^N \phi_i B_{ij} Q_j \\ &\quad + \sum_{i=1}^N \phi_i \sum_{j=1}^M B_{ij} Q_j - \sum_{m=1}^M Q_m(t) \dots\dots\dots(29) \end{aligned}$$

ここに、 N は節点総数である。式 (29) の最後の2項は、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \phi_i \sum_{j=1}^M B_{ij} Q_j - \sum_{m=1}^M Q_m(t) &= \sum_{i=1}^N \phi_i \sum_{m=1}^M B_{im} Q_m(t) \\ &\quad - \sum_{m=1}^M Q_m(t) = \sum_{m=1}^M Q_m(t) \left(\sum_{i=1}^N B_{im} \phi_i - 1 \right) \end{aligned}$$

となる。いま、

$$w_m(t) = \sum_{i=1}^N B_{im} \phi_{i-1} \quad (m=1, 2, \dots, M) \quad \dots\dots\dots(30)$$

とおくと、Hamiltonian \hat{H} は、

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_{ij} \phi_i h_j + \sum_{i=1}^N \phi_i r_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=M+1}^N \phi_i B_{ij} Q_j + \sum_{m=1}^M Q_m(t) w_m(t) \quad \dots\dots\dots(31)$$

最大原理では式 (27) の評価関数 J を最小にするには、式 (31) に示す Hamiltonian \hat{H} を $Q_m(t)$ ($m=1, 2, \dots, M$) に関して最大にすればよいから、 $Q_m(t)$ は式 (23) を参考にして、

$$Q_m(t) = \begin{cases} 0 & w_m(t) < 0 \text{ のとき} \\ (1+\alpha) Q_{m \text{ opt}} & w_m(t) > 0 \text{ のとき} \end{cases} \quad (m=1, 2, \dots, M) \quad \dots\dots\dots(32)$$

となるように操作すればよいことになる。 $w_m(t)$ は式 (30) からわかるように、時間の関数として計算されこの値が符号を変えるときが揚水操作の切り換え時刻になる。この模様を図-5 に示している。

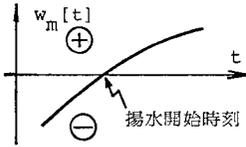


図-5 揚水開始時刻

次に補助変数ベクトル $\phi(t)$ は、Hamiltonian \hat{H} を h_i ($i=1, 2, \dots, N$) について偏微分して得られる以下の連立常微分方程式の解である。すなわち、

$$d\phi_i(t)/dt = -\partial \hat{H} / \partial h_i = -\sum_{j=1}^N A_{ji} \phi_j$$

あるいは、

$$\dot{\phi} = -A^T \phi \quad (A^T \text{ は } A \text{ の転置行列}) \quad \dots\dots(33)$$

また、 \hat{H} を ϕ_i ($i=1, 2, \dots, N$) で偏微分すると、

$$\partial \hat{H} / \partial \phi_i = \sum_{j=1}^N (A_{ij} h_j + B_{ij} Q_j + r_i) = \dot{h}_i \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad \dots\dots\dots(34)$$

であるから、再び

$$\dot{h} = Ah + BQ + r \quad \dots\dots\dots(7)$$

を得る。式 (33) および (34) の 1 組の方程式は正準形とよばれる。補助変数ベクトル $\phi(t)$ は式 (33) に境界条件を与えて解くことができる。この場合、式 (30) および (32) からわかるように各揚水量 $Q_m(t)$ は $w_m(t)$ すなわち $\phi(t)$ によって変化するので、式 (24) に示す終端条件は $\phi(t)$ の値に規定される。よって $\phi(t)$ の境界条件は式 (24) の終端条件を満たすように定められなければならない。この境界条件は終端時刻 t_f で考えられ、掘削部 A 内の節点 (節点番号 $m=M+1, M+2, \dots, M'$) に終端条件が課せられているから、これらの節点につき、

$$\phi_m(t_f) = \bar{\phi}_m = \text{仮定} \quad (m=M+1, M+2, \dots, M') \quad \dots\dots\dots(35)$$

とし、式 (24) が満たされるまで反復修正する必要がある。本報ではニュートン・ラフソン法を用いた。また他の節点については終端条件がまったく課せられていないので、境界条件を自由に選べるから、

$$\phi_m(t_f) = 0 \quad (m: \text{掘削部 A 内の節点を除く他の節点}) \quad \dots\dots\dots(36)$$

とすることができる。

(5) 数値計算について

状態方程式 (7) 中の係数行列 A は、熱伝導型の基礎式 (1) を有限要素法により空間的に離散化して得た行列であるから、その固有値はすべて負の実数値である。したがって、時間について式 (7) を差分化する場合には以下にも示すように、陰形式を用いる方が安定性が高いと考えられる。すなわち式 (7) より、

$$h^{v+1} = [I - \Delta t \cdot A]^{-1} h^v + \Delta t [I - \Delta t \cdot A]^{-1} BQ + \Delta t [I - \Delta t \cdot A]^{-1} r \quad \dots\dots\dots(37)$$

となる。ここに、 I : 単位行列、 v : 時間ステップ数、 Δt : 時間きざみである。係数行列 $[I - \Delta t \cdot A]^{-1}$ の固有値は、 A が負定値行列であるから、すべての Δt に関して 0 から 1.0 の間に存在し、 h^v に関する漸化式 (37) の解が発散することがないので安定性が高いといえる。他方、補助変数ベクトル $\phi(t)$ の方程式 (33) の場合には陽形式を用いて、

$$\phi^v = [I - \Delta t A^T]^{-1} \phi^{v+1} \quad \dots\dots\dots(38)$$

数値計算にあたっては、式 (37) の係数行列 $[I - \Delta t A]^{-1}$ および式 (38) の $[I - \Delta t A^T]^{-1}$ の固有値がすべて 0~1.0 の間に存在し、差分計算が安定であることを確認した。なお、式 (38) は時間ステップ数の大きい方から小さい方への計算式となっているが、これは補助変数ベクトル ϕ の境界条件が式 (35) および式 (36) のように、終端時刻 t_f で与えられていることを考慮したものである。したがって、実際の数値計算では以下のような手順をとる。

- ① 式 (35) については $\bar{\phi}_m$ を仮定し、また式 (36) を与えて式 (38) をあらかじめ計算する。
- ② 式 (30) の $w_m(t)$ を計算し、 $w_m(t)$ の符号から式 (32) で示す $Q_m(t)$ を定めながら式 (37) により h^{v+1} を計算する。
- ③ このようにして時刻 t_f における掘削部 A 内の水位 $h_a(t_f)$ を求め、終端条件式 (24) が満たされているかどうかを判定する。
- ④ 式 (24) が満たされていない場合には、ニュートン・ラフソン法により各 $\bar{\phi}_m$ を修正し、再び①から同じ計算過程を繰り返す。

なお、式 (24) に示す $h_a * e$ からの誤差 e は 0 に近いほど望ましいが、掘削部 A 内の全節点について誤差 e を

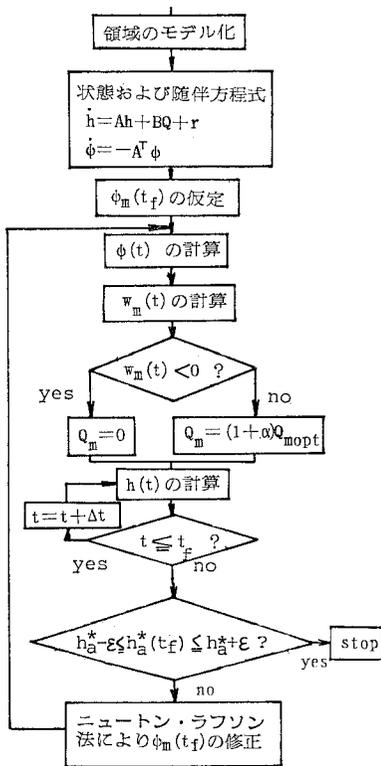


図-6 計算のフローチャート

0にすることは数値計算上容易ではない。この理由として、その1つをあげれば、時間きざみ Δt を大きくとれば式 (32) からわかるように、 $w_m(t)$ の符号が変化する時刻すなわち、揚水操作の切り換え時刻が精度よく算定されない。したがって掘削部A内の全節点の地下水位をすべて $h_a^* \epsilon$ に一致させることが困難となるからである。時間きざみ Δt については、計算機の容量と誤差 ϵ 、さらに差分計算法によっては計算法の安定条件を考慮して決定する必要がある。図-6には最大原理の数値計算過程のフローチャートを示している。

5. 計算例

本報の手法は、透水係数に分布がある場合、あるいは任意の境界形状、制約条件、目的関数に対して有効に適用できるものと考えられるが、ここでは基本的な解析例として、領域境界形状がく形の場合と、また実際規模の例として境界が任意形状の場合の揚水問題について検討している。なお、透水係数が任意に分布している場合についての計算例は示していないが、基礎式の離散化に有限要素法を用いていることから、容易に適應できるものと考えられる。

(1) く形領域への適用例

a) 線形計画法による最適定常揚水量

計算は図-7に示す均一砂層地盤の長方形Aの部分掘削する場合を行った。掘削部Aの地下水位 h_a には、式 (15) に示す制約条件を一律に与えた。すなわち、

$$0 \leq h_a/L_x \leq h_a^*/L_x = 0.0148 \dots\dots\dots (39)$$

とした。ここに L_x は図に示すように長方形領域の x 方向の長さである。また、ここでは境界はすべて一定水位とし、 $B_1 \sim B_4$ 境界に、

$$h_{b1}/L_x = h_{b2}/L_x = \dots = h_{b4}/L_x = 0.0222 \dots\dots (40)$$

を与えた。図-8は図-7の掘削部Aおよび揚水井の設置部分を拡大したものである。掘削部Aと揚水井の間の a の部分に矢板を想定する場合、および揚水井の外側の b の部分に矢板を想定する場合には、これらの部分の透水係数 k_a および k_b を砂層の透水係数 k に対して、

$$k_a/k = 0.26, \quad k_b/k = 0.26$$

を与えた。表-1に計算条件を、表-2に各ケースの最適揚水量の算定結果を示している。矢板を設置しないケース (i) の場合には、ケース (ii), (iii) に比べて当然

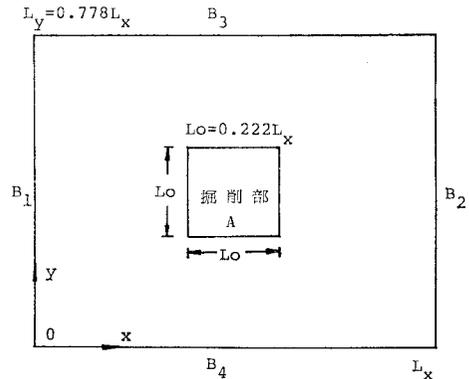


図-7 計算領域

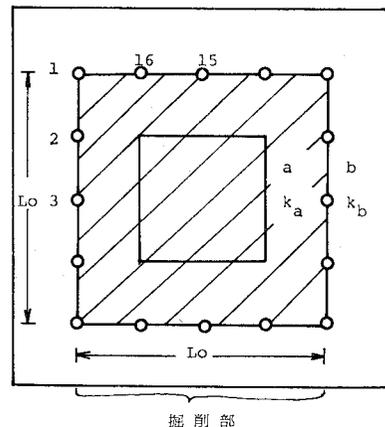


図-8 掘削部 (斜線の部分、○印は揚水井)

のことながら揚水量が多い。ケース (ii) は、揚水井と掘削部との間に矢板がある場合で、揚水量はケース (i) に比べて 3% 程度の減少で、ほとんど同程度であって、矢板は土留めの効果を果たしているにすぎないようであ

表-1 計算条件

Case	矢板の設置場所
(i)	矢板なし
(ii)	a の部分, $k_a/k=0.26$
(iii)	b の部分, $k_b/k=0.26$

表-2 最適定常揚水量 ($Q_{m\text{opt}}/kbL_x$)

m	Case (i)	Case (ii)	Case (iii)
1	0.0	0.0	0.0
2	0.003 35	0.003 14	0.001 30
3	0.001 95	0.002 08	0.000 69
4	0.003 35	0.003 14	0.001 30
5	0.0	0.0	0.0
6	0.003 54	0.003 32	0.001 31
7	0.002 14	0.002 26	0.000 71
8	0.003 54	0.003 32	0.001 31
9	0.0	0.0	0.0
10	0.003 35	0.003 14	0.001 30
11	0.001 95	0.002 08	0.000 69
12	0.003 35	0.003 14	0.001 30
13	0.0	0.0	0.0
14	0.003 54	0.003 32	0.001 31
15	0.002 14	0.002 26	0.000 71
16	0.003 54	0.003 32	0.001 31
Σ	0.035 74	0.034 52	0.013 24

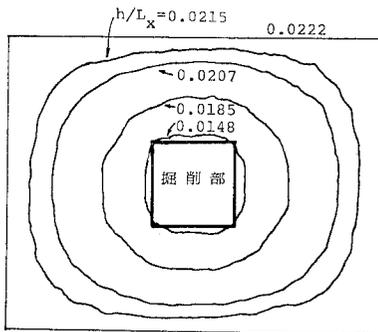


図-9 定常状態の地下水位分布 (Case (i))

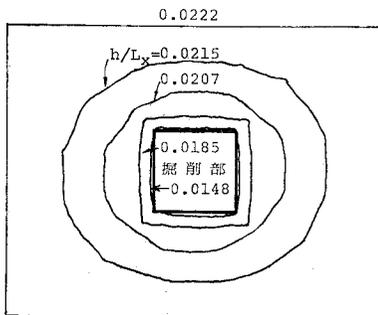


図-10 定常状態の地下水位分布 (Case (iii))

る。また揚水井 3, 7, 11, 15 の揚水量はケース (i) のこれらの揚水量よりもいくぶん増加している。これは矢板によってこれらの揚水井付近の水位が上昇したためと考えられる。ケース (iii) ではケース (i) に比べて、揚水量が 60% 程度少なくなっていて、矢板が止水効果を果たしていることがわかる。次にケース (i)~(iii) のいずれの場合にも、揚水井 1, 5, 9, 13 の揚水量は 0 であって、本計算で用いたモデルすなわち、一様な透水係数と計算領域形状、境界の水位条件の下では、これらの揚水井が不要であることを示している。図-9, 10 にはケース (i) とケース (iii) の最適揚水状態における地下水位分布の計算結果を示している。

b) 最大原理による最適非定常揚水

計算条件を示すと、

- ① 揚水開始時刻 t_0 および掘削開始時刻 t_f を、無次元表示で次の値とする。

$$kbt_0/\lambda L_x^2=0, kbt_f/\lambda L_x^2=0.095 \dots\dots\dots(41)$$

- ② 境界条件

定常状態の場合と同様に

$$h_{b1}/L_x=h_{b2}/L_x=\dots=h_{b4}/L_x=0.0222 \dots\dots(40)$$

- ③ 地下水位分布の初期条件

$$h(t_0)/L_x=0.0222 \quad t=t_0 \dots\dots\dots(42)$$

- ④ 掘削部 A 内の地下水位終端条件

掘削面の高さを $h_a^*/L_x=0.0148$ として、式 (24) より

$$0.0148-\varepsilon \leq h_a(t_f)/L_x \leq 0.0148+\varepsilon \quad t=t_f \dots\dots\dots(24)'$$

ここに、 ε の値は掘削面の高さ 0.0148 の 10% の値とした。

- ⑤ 揚水量制約条件

揚水量の上限値 $(1+\alpha)Q_{m\text{opt}}$ ($m=1, 2, \dots, M$) は、4. (2) a) で述べたように、最適定常揚水量 $Q_{m\text{opt}}$ の α

表-3 初期揚水量 ($(1+\alpha)Q_{m\text{opt}}/kbL_x$)

m	Case (i)-1 (18% 増し)	Case (i)-2 (30% 増し)	Case (i)-3 (50% 増し)
1	—	—	—
2	0.003 95	0.004 36	0.005 03
3	0.002 30	0.002 54	0.002 92
4	0.003 95	0.004 36	0.005 03
5	—	—	—
6	0.004 18	0.004 60	0.005 31
7	0.002 53	0.002 78	0.003 21
8	0.004 18	0.004 60	0.005 31
9	—	—	—
10	0.003 95	0.004 36	0.005 03
11	0.002 30	0.002 54	0.002 92
12	0.003 95	0.004 36	0.005 03
13	—	—	—
14	0.004 18	0.004 60	0.005 31
15	0.002 53	0.002 78	0.003 21
16	0.004 18	0.004 60	0.005 31

増しとして与える。ここでは前出の矢板のないケース (i) の $Q_{m\text{ opt}}$ の 18%, 30%, 50% 増しの3つの場合を計算した。表-3 にこれらの値を示している (なお, 序論でも述べたように, 実際には定常揚水量の 1.5~3 倍程度の初期揚水量が考えられているようであり, ここで示す 18% 増しおよび 30% 増しの計算例は現実的でないが比較のために示している)。

計算結果

表-4 に計算結果を示す。ここで, $w_m(t)$ の符号は数値計算の結果, 初めは負, ついで正となった。したがって式 (32) から, $w_m(t)$ の符号が負から正に変化する時刻が揚水開始時刻であることがわかる。また同表には掘削工事開始までの揚水量の総量を示していて, 揚水井によってかなり異なることがわかる。図-11 (a), (b), (c) ~13 (a), (b), (c) には, 揚水開始に伴って地下水位が低下してゆく様子を示している。このうち, 最適揚水量の 50% 増しで揚水するケース (i)-3 では短期間で急激な水位低下を示すとともに, この期間中の揚水量の総量は他の2つのケースに比べると少なくなっている。したがって, この点に関する限り, 50% 増しの場合あるい

表-4 揚水開始時刻と揚水総量*

m	Case (i)-1		Case (i)-2		Case (i)-3	
	開始時刻 $tkb/\lambda L_x^2$	揚水総量 $(\times 10^{-4})$	開始時刻 $tkb/\lambda L_x^2$	揚水総量 $(\times 10^{-4})$	開始時刻 $tkb/\lambda L_x^2$	揚水総量 $(\times 10^{-4})$
1	—	—	—	—	—	—
2	0.0224	2.87	0.0288	2.89	0.0570	2.26
3	0.0288	1.52	0.0352	1.52	0.0630	0.93
4	0.0224	2.87	0.0288	2.89	0.0570	2.26
5	—	—	—	—	—	—
6	0.0224	3.03	0.0320	2.90	0.0570	2.02
7	0.0288	1.67	0.0348	1.67	0.0630	1.03
8	0.0224	3.03	0.0320	2.90	0.0570	2.02
9	—	—	—	—	—	—
10	0.0224	2.87	0.0288	2.89	0.0570	2.26
11	0.0288	1.52	0.0352	1.52	0.0630	0.93
12	0.0224	2.87	0.0288	2.89	0.0570	2.26
13	—	—	—	—	—	—
14	0.0224	3.03	0.0320	2.90	0.0570	2.02
15	0.0288	1.67	0.0348	1.67	0.0630	1.03
16	0.0224	3.03	0.0320	2.90	0.0570	2.02
Σ	—	29.98	—	29.54	—	21.04

* 揚水総量 = $\int_0^{t_f} Q_m dt$ の無次元量:
 $\int_0^{t_f} \frac{Q_m}{kbL_x} \times \frac{kb}{\lambda L_x^2} dt = \frac{1}{\lambda L_x^3} \int_0^{t_f} Q_m dt$ の値

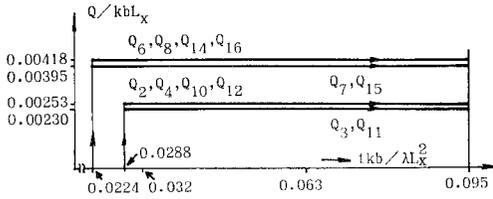


図-11 (a) 揚水操作法 (Case (i)-1)

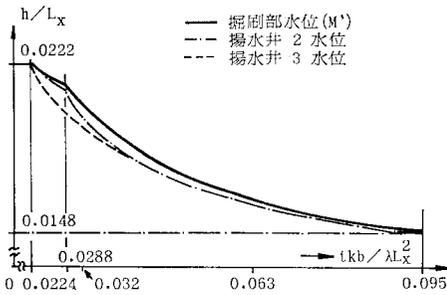


図-11 (b) 地下水位変化 (Case (i)-1)

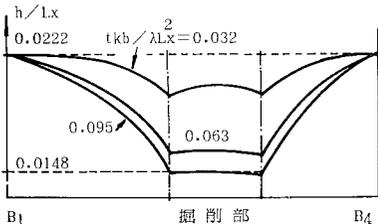


図-11 (c) 地下水位分布の時間変化 (Case (i)-1)

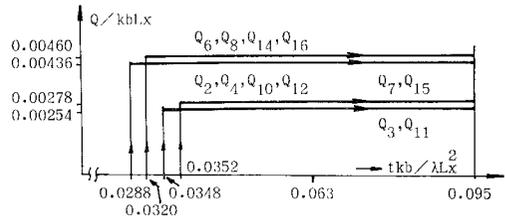


図-12 (a) 揚水操作法 (Case (i)-2)

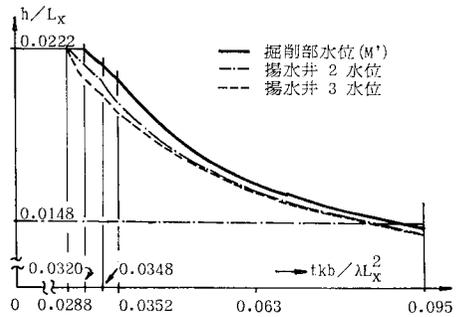


図-12 (b) 地下水位変化 (Case (i)-2)

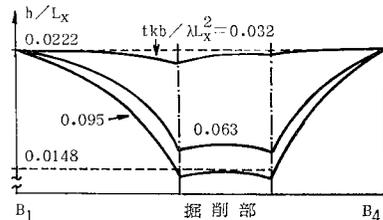


図-12 (c) 地下水位分布の時間変化 (Case (i)-2)

はそれ以上の初期揚水量を採用する方が有利とも考えられる。しかしながら 図-14 の曲線 (a) のように、初期揚水期間末に曲線 (c) で示す定常状態の水面形に漸近している場合には、初期揚水量を定常揚水量に切り換えても非定常変動が小さいため、揚水井間を通して掘削部内に流入する水量も小さいが、割増率 α が大きく短期間で揚水する場合、曲線 (b) のように掘削部内では所定

の水位以下になっても掘削部以外では水面勾配が急で非定常変動が大きい可能性がある。このとき初期揚水量を定常揚水量に切り換えると水面は上昇し、揚水井間を通過しての流れが掘削部内の水位を上昇させる恐れがあると考えられる。

次に、ここで得た結果を用いて実際の規模の最適揚水法を検証しよう。井戸理論で用いる影響半径を $R=500$ m とすると、この円の円周は $2\pi R \approx 3141.6$ m である。図-7 に示す領域の 4 辺の長さは $2(L_x + L_y) = 2 \times 1.778 \times L_x$ であるから、これが円の円周に等しいとすると、 $L_x = 883.5$ m となる。図-7 では $L_0/L_x = 0.222$, $h_a^*/L_x = 0.0148$, $h_{b1}/L_x = \dots = h_{b4}/L_x = 0.0222$ であるから、掘削部の辺の長さ L_0 は $L_0 = 196.3$ m, 掘削面の高さ h_a^* は $h_a^* = 13.08$ m, 境界の水位 $h_{b1} \sim h_{b4}$ は $h_{b1} = h_{b2} = \dots = h_{b4} = 19.6$ m である。さらに透水係数 $k=0.05$ cm/s $= 43.2$ m/day, 平均地下水深 $b=15.0$ m, したがって $kb=648$ m²/day, 空隙率 $\lambda=0.4$ としよう。表-5 には表-2 の無次元量をこのスケールで換算した結果を示している。表-6 は表-4 に対応している。揚水開始時刻などの値を示している。初期揚水量が最適定常揚水量の 50% 増しの場合には、揚水継続時間は 17 日程度となっていて、通常 1 週間~10 日程度 (現場の実状によって異なると思われるが) といわれている日数よりも多い。これは、ここでの計算が掘削部内の地下水位が完全に h_a^* 以下になるまでの日数を表しているのに対し、実際の現場ではある程度地下水位が低下した時点から掘削を開始することなどの相違があるためではないかと考えられる。

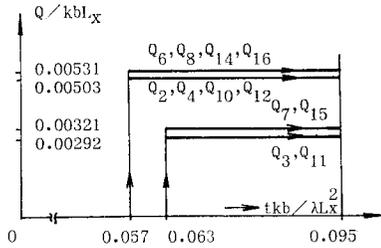


図-13 (a) 揚水操作法 (Case (i)-3)

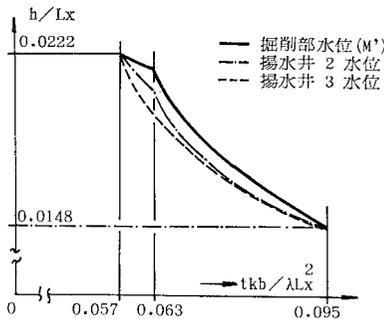


図-13 (b) 地下水位変化 (Case (i)-3)

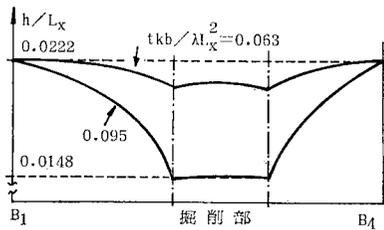


図-13 (c) 地下水位分布の時間変化 (Case (i)-3)

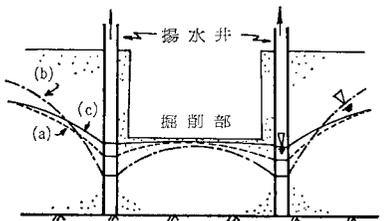


図-14 揚水量切り換え時の水面形の様子
 (a) ...割増率 α があまり大きくない場合
 (b) ...割増率 α が極端に大きい場合
 (c) ...最適定常揚水状態の水面形

(2) 現地への適用例

a) 線形計画法による最適定常揚水量

ここでは福岡市西戸崎地区に建設された下水処理場の

表-5 最適定常揚水量

(単位: m³/日)

m	Case (i)	Case (ii)	Case (iii)
1	0.0	0.0	0.0
2	1917.8	1797.6	744.2
3	1116.3	1190.8	395.0
4	1917.8	1797.6	744.2
5	0.0	0.0	0.0
6	2026.6	1900.6	750.0
7	1225.1	1293.8	406.5
8	2026.6	1900.6	750.0
9	0.0	0.0	0.0
10	1917.8	1797.6	744.2
11	1116.3	1190.8	395.0
12	1917.8	1797.6	744.2
13	0.0	0.0	0.0
14	2026.6	1900.6	750.0
15	1225.1	1293.8	406.5
16	2026.6	1900.6	750.0
Σ	20460.5	19762.0	7579.8

表-6 揚水操作法計算例

m	Case (i)-1 (18% 増し)			Case (i)-2 (30% 増し)			Case (i)-3 (50% 増し)		
	開始時刻	継続時間	$\int Q_m dt$	開始時刻	継続時間	$\int Q_m dt$	開始時刻	継続時間	$\int Q_m dt$
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	10.79	34.98	79 170.2	13.88	31.89	79 721.9	27.46	18.31	62 343.1
3	13.88	31.89	41 929.8	16.95	28.82	41 929.8	30.35	15.42	25 654.4
4	10.79	34.98	79 170.2	13.88	31.89	79 721.9	27.46	18.31	62 343.1
5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	10.79	34.98	83 583.8	15.42	30.35	79 997.7	27.46	18.31	55 722.6
7	13.88	31.89	46 067.7	16.77	29.00	46 067.7	30.35	15.42	28 413.0
8	10.79	34.98	83 583.8	15.42	30.35	79 997.7	27.46	18.31	55 722.6
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	10.79	34.98	79 170.2	13.88	31.89	79 721.9	27.46	18.31	62 343.1
11	13.88	31.89	41 929.8	16.95	28.82	41 929.8	30.35	15.42	25 654.4
12	10.79	34.98	79 170.2	13.88	31.89	79 721.9	27.46	18.31	62 343.1
13	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	10.79	34.98	83 583.8	15.42	30.35	79 997.7	27.46	18.31	55 722.6
15	13.88	31.89	46 067.7	16.77	29.00	46 067.7	30.35	15.42	28 413.0
16	10.79	34.98	83 583.8	15.42	30.35	79 997.7	27.46	18.31	55 722.6
Σ	—	—	827 011.0	—	—	814 873.4	—	—	580 397.3

(単位：揚水開始時刻 (日)，揚水継続時間 (日)，揚水総量 $\int Q_m dt$ (m³))

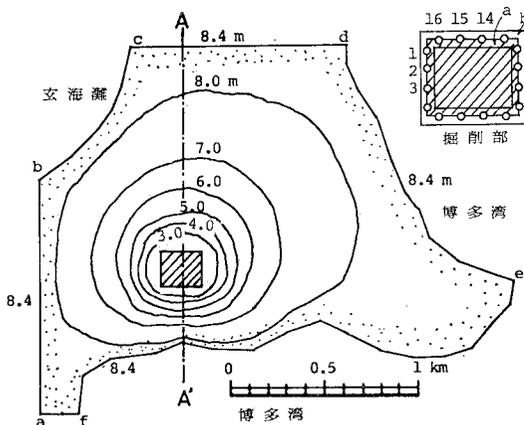


図-15 定常状態の地下水分布 (Case (i))

基礎掘削に伴う揚水問題に、本報の手法を適用してみよう。この領域の概要を述べると、図-15に示す境界 a~b, c~d 間は計算領域設定のための境界線である。また b~c 間は玄海灘に面した海岸線, d~e~f は博多湾に面した海岸線である。帯水層は現地の土質柱状図から 10 m 程度の厚さをもつシルト層(難透水性)上の、ほぼ均一砂層地盤で、帯水層厚さは、このシルト層から上に測った平均海水位 8.4 m に等しいとし、 $b=8.4$ m とした。砂層地盤の透水係数は揚水試験結果から $k=0.03$ cm/s、空隙率は $\lambda=0.3$ である。次に境界条件は以下のようにした。海岸線に沿って、10~20 m 程度の塩水楔の侵入が観測されていて、揚水に伴い塩水楔がさらに侵入し、淡塩水の二相流的現象を呈するものと考えられ、本報の手法をそのまま適用するには問題があるが、ここではおもに任意境界形状への適用例を示すことが目的であるの

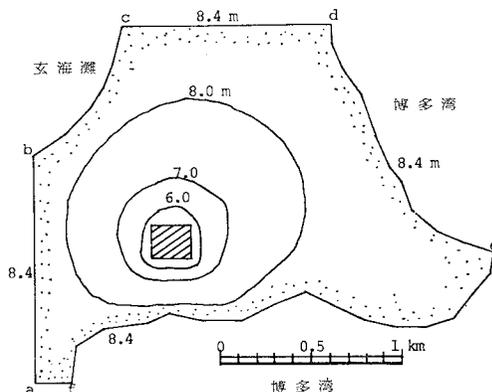


図-16 定常状態の地下水分布 (Case (ii))

で、境界 b~c および d~e~f には平均海水位 8.4 m を与えた。また、境界 a~b および c~d の地下水水位は平均海水位よりもやや高いが、簡単のため一定水位 8.4 m を与えた。掘削部は横 220 m、縦 180 m である。また、掘削深さはシルト層までの 8.4 m とした。したがって掘削部内の地下水水位をシルト層上面に維持継続させるものとする。揚水井は図-15に示すように掘削部周囲に 16 か所配置した。最適定常揚水状態の地下水分布の計算結果を図-15および図-16に示している。図-15は矢板のない場合 (Case (i))、図-16は図-15の掘削部に示す b の部分の透水係数を 0.003 cm/s にし、矢板を打設した場合 (Case (ii)) を想定したものである。表-7 は最適定常揚水量の算定結果であって Case (ii) の総揚水量は Case (i) のおよそ 1/2 程度となっている。また、海岸線に近い井戸ほど、さらに掘削部の角に近いほど揚水量が大きくなることわかる。

表一7 最適定常揚水量
(単位: m³/日)

m	Case (i)	Case (ii)
1	297.2	127.9
2	160.7	110.6
3	188.6	115.8
4	350.8	137.4
5	362.0	146.0
6	248.0	134.8
7	239.0	133.1
8	354.2	144.3
9	352.5	136.5
10	187.5	114.9
11	151.2	108.9
12	273.9	125.3
13	232.4	121.8
14	147.7	110.6
15	151.2	111.5
16	245.4	123.6
Σ	3940.3	2003.9

b) 最大原理による最適非常揚水

計算条件を示すと、① 揚水開始時刻 $t_0=0$ 、掘削開始時刻 $t_f=270$ (日)、② 境界条件: 定常状態の場合と同様に、領域境界に一定水位 8.4 m、③ 地下水位分布の初期条件: 原水位 8.4 m とする。④ 掘削部内の地下水位終端条件: シルト層表面、すなわち地下水位 0 m とする。⑤ 初期揚水量は矢板のない Case (i) の最適定常揚水量の 50% 増しとする。

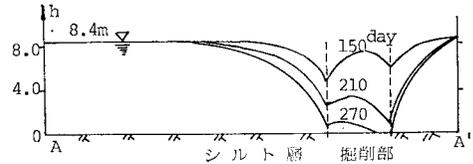
計算結果

表一8 に初期揚水量、揚水開始時刻、継続時間、揚水総量の算定値を示している。この結果をみると、揚水井 8 を除き、揚水量が大きくて海岸線に近い揚水井 4, 5, 9 の揚水期間が他の揚水井に比べ非常に短い。この理由は明らかではないが、境界形状に依存すること以外に、揚水量が大きい井戸ほど短期間に地下水位を低下させる

表一8 揚水操作法計算例

m	初期揚水量	開始時刻	継続時間	$\int Q_m dt$
1	445.82	99.0	171.0	76 240.0
2	241.06	135.0	135.0	32 540.0
3	279.94	99.0	171.0	47 870.0
4	526.18	267.0	3.0	1 580.0
5	543.02	267.0	3.0	1 630.0
6	371.95	174.0	96.0	35 710.0
7	357.70	132.0	138.0	49 360.0
8	531.36	144.0	126.0	66 950.0
9	528.77	267.0	3.0	1 590.0
10	281.23	144.0	126.0	35 430.0
11	226.80	90.0	180.0	40 820.0
12	410.83	99.0	171.0	70 250.0
13	348.62	93.0	177.0	61 710.0
14	221.62	84.0	186.0	41 220.0
15	226.80	135.0	135.0	30 620.0
16	368.06	90.0	180.0	66 250.0
Σ	—	—	—	659 770.0

(単位: 揚水開始時刻(日), 揚水継続時間(日), 揚水総量 $\int Q_m dt$ (m³))



図一17 A-A' 断面における地下水位変化

ことができるから、短時間に揚水する方が有利となるためではないかと考えられる。図一17には図一15中に示す A-A' 線に沿う地下水位の時間変化を示している。時間差分間隔 (ここでは $\Delta t=3$ 日) の選定上あるいは精度上の問題のためか、終端時刻 270 日はなっても掘削部内の地下水位が十分に 0 m に達していないが、定常揚水量の 50% 増しの初期揚水量では地下水位低下にかなりの日数がかかることがわかり、このような場合には初期揚水量をさらに増すかあるいは矢板を打設して揚水期間を短縮する必要がある。

6. 結 び

本報では線形計画法および最大原理を用い、地下水位低下作業で問題となる揚水量および揚水開始時刻などの算定法について検討した。その結果、本報の手法により、地下水位低下作業開始時刻から基礎工事が完成し、揚水を停止するまでの期間を通して、種々の制約条件下で揚水量最小の最適揚水計画が作成できるものと考えられる。また、本報では簡単な計算例を示すとどまったが、得られた知見および適用可能な問題を述べると、

(1) 掘削部に隣接した他の揚水井の井戸枯れあるいは海岸付近での塩水化を防ぎ、掘削部内の地下水位を最小揚水量で所定の水位に維持する揚水量が求められる。

(2) 矢板がある場合の効果、あるいは透水係数が場所的に変化する場合、掘削部の形状が複雑な場合などにも最適揚水量が求められる。

(3) 本報で示した計算手法のプログラムを作成しておけば、掘削現場および周辺の実状に応じ、揚水障害を防ぎつつ、地下水位低下作業が計画できるものと考えられる。

謝 辞: 本研究を行うにあたり、九州大学・上田年比古教授のご指導を受けました。また、佐藤工業(株)・高崎忠士氏、大林組(株)・豊福茂隆氏からは有意義な助言をいただきました。ここに記して感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 久保田敬一・河野伊一郎・宇野尚雄: 透水一設計へのアプローチ, 鹿島出版会, pp. 88~115, 1978.
- 2) 山村和也・鈴木春彦: 土と水の諸問題, 鹿島出版会, pp. 100~156, 1977.

- 3) Aguado, E., I. Remson, M.F. Pikul and W.A. Thomas : Optimal Pumping for Aquifer Dewatering, ASCE, Vol. 100, HY-7, pp. 869~887, July, 1974.
- 4) O.C. ツィエンキーヴィッツ : マトリックス有限要素法, 培風館, 1971.
- 5) Kono, I. : The equivalent radius of a source in numerical models of groundwater flow, Proc. of JSCE, No. 218, pp. 103~107, 1973.
- 6) 上田年比古・神野健二・長野益徳 : 広領域地下水からの最適井戸取水について, 土木学会論文報告集 第 283 号, pp. 33~43, 1979 年 3 月.
- 7) 平野文昭・藤野和徳・上田年比古 : 海岸地下水の井戸群による最適取水について, 土木学会第 34 回年次学術講演会講演概要集 (II), pp. 689~690, 1979 年 10 月.
- 8) たとえば, フェリドバウム (篠原慶邦・須田信英訳) : 最適制御理論, 東京図書, 1972.

(1979.11.5・受付)
