

鋼アーチ橋の極限強度に及ぼす横構剛性の影響について

EFFECT OF LATERAL BRACING RIGIDITIES ON THE
ULTIMATE STRENGTH OF STEEL ARCH BRIDGES

倉 西 茂*・矢 吹 哲 哉**

By Shigeru KURANISHI and Tetsuya YABUKI

1. 緒 言

本論文は、設計荷重程度の側方荷重を受けている2主桁鋼アーチ橋を対象として種々の鉛直荷重に対する極限強度解析を行い、おもに、横構剛度が極限強度に及ぼす影響について論じたものである。さらに、ここで得た解析結果に基づいて横構の必要剛度の検討を行った。ただし、ここでは基本的な横構剛性の影響を把握するため Fig. 1 に示したようなアーチ主桁に沿って一様に配置された横構をもつ2主桁の2ヒンジ放物線アーチ橋を解析の対象とした。

橋梁の横構に関する従来の研究としては、プレートガダーの横倒れ座屈に対する補剛効果問題^{1),2)}、および、トラス橋の橋全体としての断面変形問題^{3)~5)}等について検討されたものがある。ところで、アーチ橋については Wästlund⁶⁾ による面外線形分岐座屈強度に及ぼす横ばり材剛度の影響に関する研究、ならびに、著者らによる面外微小変形挙動^{7),8)} および線形分岐座屈挙動に及ぼす横ばり材剛度の影響に関する著者ら⁹⁾ ならびに崎元・波田¹⁰⁾ による研究がある程度で、アーチ橋の全体極限強度の観点から横構の剛性を論じた研究は、崎元・小松ら

による実験的な研究¹¹⁾がある程度で、現在のところ、横構の必要剛性を把握するまでには至っていない。

しかし、横構は単に側方荷重に抵抗するための構造部材であるだけでなく、他の部材と有機的に協力作用することにより、橋全体の極限強度を向上させる役目を果たさなければならない。特にアーチ橋の場合は空間に突出している細長い主構に高圧縮力が作用するので、側方荷重による面外不整が面外崩壊の誘発を招かないように十分な剛性をもつ横構が設けられなければならない。現行の道路橋示方書などでは、このような極限強度の概念に基づいた横構剛性についての合理的な設計基準は与えられていない。しかし、現行の示方書に従えば、横構は側方荷重に対して応力上は十分な余裕を見込んで設計されるものと思われるので、実用に寄与する橋梁として設計されたアーチ橋の横構自身が側方設計荷重の作用により塑性化が進展したために降伏するようなことは通常の場合考慮しなくともよいであろう。したがって、横構がアーチ橋の立体構造としての極限強度に及ぼす影響として検討されなければならない問題は、前述したように、横構剛性の不足により生じたアーチ主桁の面外変形が鉛直荷重による面外崩壊の誘発要因となることである。

このような観点から、本論文では、横構の剛性の影響に重点を置いたパラメトリック解析が可能のように、斜材を2本のアーチ主桁間に設置されたせん断ばねに、また横ばり材をアーチ主桁に付加されたねじり回転ばねにそれぞれ置き換えて立体極限強度数値解析を行い、横構剛性がアーチ橋の立体構造としての極限強度に与える影響について検討を行った。立体極限強度解析は、塑性域での3次元応力-ひずみ増分関係を実用的に線形化し、文献¹²⁾を立体骨組構造解析に発展させることによってなされた。ここで、アーチ橋の立体耐荷機能は、実用状態を考慮して、設計荷重相当の側方荷重による面外挙動で側方初期不整を総括して考慮しそして鉛直荷重を崩

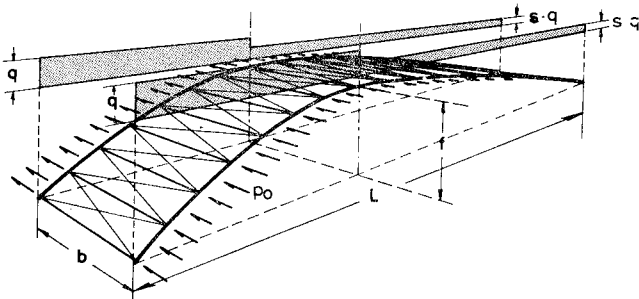


Fig. 1 General view and Applied loads.

* 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 東北大学助手 工学部土木工学科

壊に至るまで漸増載荷することにより検討されている。

2. 解析方法

(1) 概要

立体極限強度の解析方法は基本的には文献¹²⁾とまったく同様で、それを立体骨組構造問題^{14)~16)}に発展させたものである。3次元挙動時での材料の非線形形状は一般にきわめて複雑であるが、本解析では微小変位増分内での構造物の挙動は線形であると見なし得るとする荷重増分法の考え方に立脚して、直ひずみ増分とせん断ひずみ増分の増分内径路を評価した。また、塑性域でのひずみ-応力増分関係は Von-Mises の降伏条件に基づいた Prandtl-Reuss の関係式¹⁷⁾を用いて線形化された。構造解析では、横構を2本のアーチ主桁間で等価な剛度をもつばねとして組み込むことにより、横構部材配置に関係なく横構剛性の影響を検討するためのパラメトリック解析ができるような工夫がなされた。

(2) 仮定および記号

本解析で用いたおもな仮定は次のとおりである。

- ① アーチ主桁は薄肉閉断面で構成されている。また、アーチ軸線は適当な長さの直線群が連なって形成されている。
- ② 崩壊に至るまですべての部材断面はずれ変形、および局部屈曲を示さず、曲げに対して断面はその平面を保持する。また、せん断中心はその位置を変えない。
- ③ 曲げにより部材断面に生ずる反り、せん断変形、およびせん断応力が変形および応力性状に及ぼす影響は無視する。
- ④ ねじりは St. Venant のねじりのみを考慮する。
- ⑤ 使用鋼材の応力とひずみは完全弾塑性関係とし、ひずみ硬化は考えない。ひずみの反転による除荷が生じた場合は、相当応力と相当ひずみが弾性除荷径路モデルに従う。
- ⑥ 塑性領域での応力とひずみの増分関係は Prandtl-Reuss の関係式に従う。また、材料の降伏は Von-Mises の降伏条件に従う。
- ⑦ 逐次近似解析において、つり合い状態が定まらず鉛直または水平変位が発散した状態をもって構造物の崩壊とする。

ここで使用した記号のおもなものを次に示す。

- $\Delta \epsilon$, $\Delta \gamma$: 直ひずみおよびせん断ひずみの増分量
 $\Delta \epsilon_f$, $\Delta \gamma_f$, $\Delta \epsilon_s$, $\Delta \gamma_s$: ひずみ増分内での各ひずみ成分
 ω : ひずみ増分量の分配係数
 E , G : ヤング係数 (2.1×10^5 MN/m²) およびせ

ん断弾性係数 (8.1×10^4 MN/m²)

σ_Y : 鋼材の降伏応力 (320 MN/m²)

A_a , $A_{b,eq}$: アーチ主桁および横構と等価なせん断剛性をもつ腹板の断面積

GI_T , EI_b : アーチ主桁のねじり剛性および横ばり材の曲げ剛性

k_s , k_T : 斜材をせん断ばねに、また、横ばり材をアーチ主桁に対する付加ねじりばねにそれぞれ置換した場合のばね定数

μ_s , μ_T : 斜材および横ばり材の剛性を表すパラメーター

f , L , L_s : ライズ高, スパン長, および, アーチ軸線長

λ_{IN} : アーチ主桁軸に沿って定義したアーチ主桁断面の面内細長比

λ_{OUT} : アーチ主桁軸に沿って定義したアーチ全体断面の面外細長比

($= L_s / \sqrt{\{A_a(b/2)^2 + I_{a,OUT}\} / A_a}$)

p_p , q_p : 側方および鉛直方向荷重の基準強度

p_0 , q_{max} : 初期側方荷重強度および極限鉛直荷重強度

s : 鉛直荷重の非対称係数

W_0 : 初期側方荷重による側方変位

$M_{IN,Y}$, $M_{OUT,Y}$: アーチ主桁の降伏面内および面外曲げモーメント

M_T, Y : アーチ主桁の降伏ねじりモーメント

(3) 3次元非線形骨組構造解析

構造解析および非線形処理のための手法として、従来より一般的に用いられている有限要素法を併用した修正荷重増分法がここでも採用されている。修正荷重増分法を用いた極限荷重の計算過程を示すブロックフローチャートを Fig. 2 に示す。極限強度解析法の詳細は文献¹²⁾に述べられているので、ここでは、3次元塑性性状の実用的評価についてのみ述べる。なお、3次元問題に拡張した非線形構造解析の一般式の詳細は【付録】に述べられている。

一般に3次元挙動時での材料非線形形状はきわめて複雑なものとなるので、この性状を厳密に解析することは非常に困難な問題となる。したがって、実用的な見地から単純化が必要がある。現在のところ、本論文で採用した Prandtl-Reuss の関係式で代表されるひずみ増分理論^{17),20)}が実験的な確認もなされており、最も一般的に受け入れられている単純化であろう。ひずみ増分理論では前行状態^{注1)}での応力状態で相当応力増分ベク

注1) すでにある段階までの外荷重が加わっており、構造物は平衡状態にある。

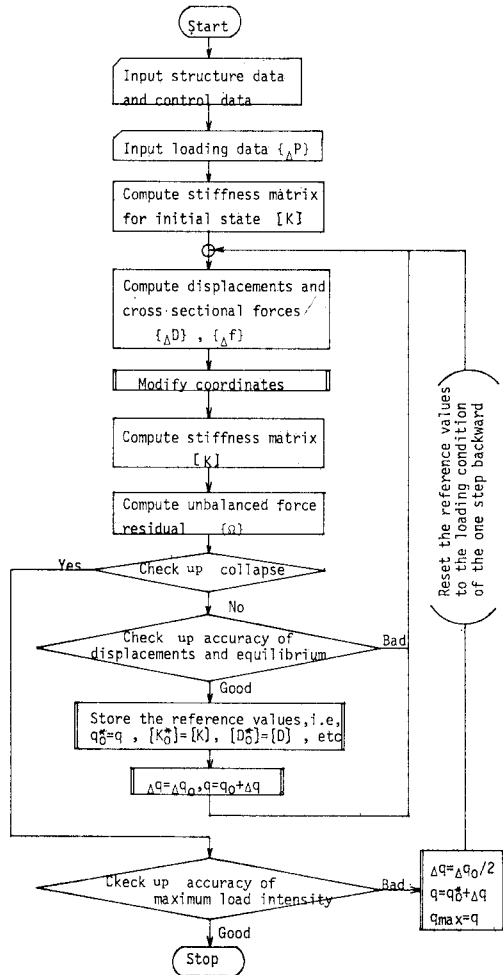


Fig. 2 Flow chart of numerical calculation of load carrying capacity.

トルの方向が決定される。しかし、降伏領域の近傍では Fig. 3 に示したように前行状態と前行状態からの変形後の状態、すなわち、現行状態で応力状態の領域が異なる場合が生じてくる。そこで本解析ではこの状態でのひずみ増分量を、荷重増分法概念に基づいて弾性領域と塑性領域でそれぞれ線形配分する補間点を通る増分内径路を設定して (Fig. 3 および Fig. 4) 処理した。Fig. 3 より前行状態から補間点までのひずみ増分 $\Delta \epsilon_f, \Delta \tau_f$ を次式のように線形配分して求める。

$$\Delta \epsilon_f = \omega \Delta \epsilon, \Delta \tau_f = \omega \Delta \tau \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $\Delta \epsilon, \Delta \tau$ は前行状態から現行状態に至るまでの直ひずみおよびせん断ひずみの増分量である。 ω は配分比であり Von Mises の降伏条件式を用いて算定することができる。式示すれば、

$$\omega = \frac{-(\sigma_0 E \Delta \epsilon + 3 \tau_0 G \Delta \tau) + \sqrt{(\sigma_0 E \Delta \epsilon + 3 \tau_0 G \Delta \tau)^2 + (E \Delta \epsilon)^2 + 3(G \Delta \tau)^2}}{(E \Delta \epsilon)^2 + 3(G \Delta \tau)^2} \quad *$$

$$* = \frac{-(E \Delta \epsilon)^2 + 3(G \Delta \tau)^2}{(\sigma_0^2 + 3 \tau_0^2 - \sigma_Y^2)}$$

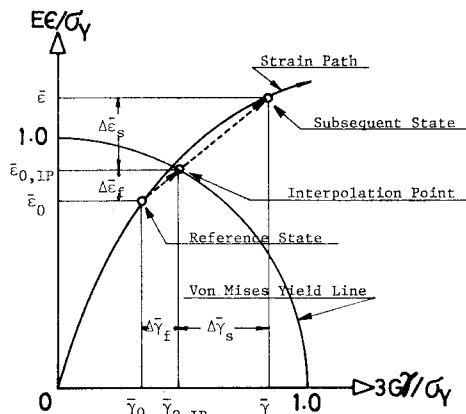


Fig. 3 Estimation of incremental strain path in the neighbourhood of the yield.

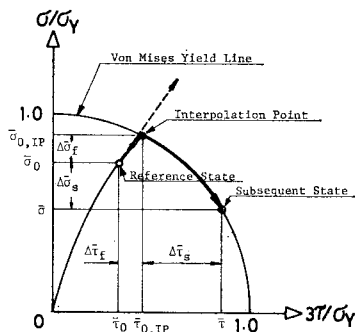


Fig. 4 Estimation of incremental stress path in the neighbourhood of the yield.

..... (2)

となる。ここに、 σ_0, τ_0 : 前行状態での直応力およびせん断応力、 E, G : ヤング係数 ($2.1 \times 10^5 \text{ MN/m}^2$)、およびせん断弾性係数 ($8.1 \times 10^4 \text{ MN/m}^2$)、 σ_Y : 降伏応力 (320 MN/m^2)、である。また、補間点での応力は次式で与えられる。

$$\sigma_{0,IP} = \sigma_0 + \Delta \sigma_f, \tau_{0,IP} = \tau_0 + \Delta \tau_f \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 $\Delta \sigma_f, \Delta \tau_f$: 前行状態から補間点に至るまでの応力増分 (弾性領域であるので Hooke の法則により算定することができる) である。次に補間点から現行状態までのひずみ増分量 $\Delta \epsilon_s, \Delta \tau_s$ は、

$$\Delta \epsilon_s = (1 - \omega) \Delta \epsilon, \Delta \tau_s = (1 - \omega) \Delta \tau \quad \dots \dots \dots (4)$$

で与えることができる。したがって、式 (3) で算定された応力を初期応力とし、また、式 (4) をひずみ増分量として Prandtl-Reuss の関係式より導出した塑性領域での応力増分算定式付式 (A.7) に代入すれば、補間点から現行状態までの応力増分量 $\Delta \sigma_s, \Delta \tau_s$ を容易に算定することができる。

(4) 横構の解析モデル

斜材については、Fig. 5 に示すような 1 トラスパネ

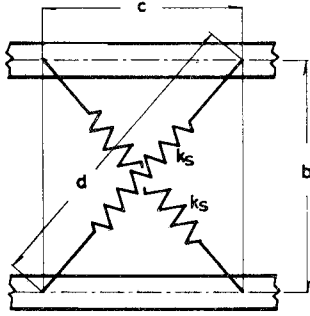


Fig. 5 Shear spring model of lateral bracing (k_s : shear spring stiffness).

ル内で2本のアーチ主桁間に取り付けられたせん断ばねとしてモデル化を行った。ここで、斜材の断面積およびトラス組みの相違等による直接的な影響を回避するために、せん断ばねは斜材と等価なせん断剛性をもつ腹板に置換して算出した。このばね定数を k_s とすれば、

$$k_s = \frac{3EA_a}{4d\mu_s} \left(\frac{d}{c}\right)^3 \dots\dots\dots(5)$$

となる。ここで EA_a : アーチ主桁の伸縮剛性, d : 1パネルの対角線長, c : パネル間隔長, である。また μ_s は斜材の剛性を表すパラメーターで、次式で与えられる。

$$\mu_s = \frac{\eta_{web}}{\eta_{arch}} = \frac{3EA_a}{2GA_{b,eq}} \left(\frac{b}{c}\right)^2 \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 P/η_{arch} および P/η_{web} は Fig. 6 よりアーチ橋の側方主構1パネルのせん断剛性、および斜材と等価な剛度をもつ腹板としてのせん断剛性を示す。また、 $A_{b,eq}$ はこの等価腹板の換算断面積¹⁹⁾を表す。たとえばダブルワーレントップのトラス組みの場合は、

$$A_{b,eq} = \frac{E}{G} \frac{2A_b b^2 c}{d^3} \dots\dots\dots(7)$$

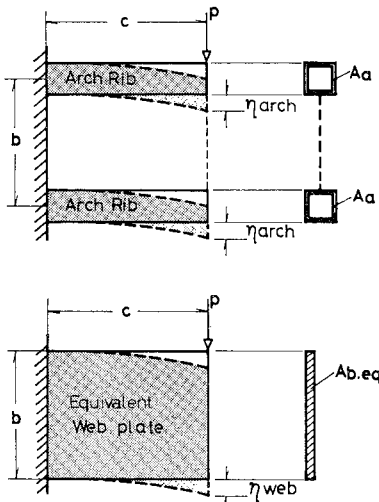


Fig. 6 Lateral shear deformation model of a lateral bracing system.

で与えられる。また、Kタイプの場合は次式で与えられる。

$$A_{b,eq} = \frac{E}{G} \frac{A_b b^2 c}{2d^2} \dots\dots\dots(8)$$

横ばり材については、アーチ主桁に付加されたねじり回転ばねとしてモデル化を行った。この付加ねじりばね定数 k_T は、Fig. 7 より文献7), 8) で導出したパラメーター

$$\mu_T = \frac{EI_b L^2}{GI_T b c} \dots\dots\dots(9)$$

を使用すれば、次式で与えることができる。

$$k_T = \frac{6EI_b}{b} = \frac{6GI_T c}{L^2} \mu_T \dots\dots\dots(10)$$

ここで EI_b =横ばり材の曲げ剛性, GI_T =アーチ主桁のねじり剛性, L =アーチ支間長, である。

3. 数値解析

ここでは、基本的な横構剛性の影響を把握するため、Fig. 1 に示したようなアーチ主桁に沿って一様に配置された横構をもつ2主桁2ヒンジ放物線アーチ橋を解析の対象とした。ただし、解析では横構の部材機能を考えて、前述したように斜材剛性はせん断ばね定数に、また横ばり材剛性は付加ねじりばね定数にそれぞれ換算されている。極限強度に及ぼす面外諸元の検討は、以下に示すパラメーターの範囲内で行われた。

$$f/L = 0.1 \sim 0.3, \lambda_{OUT} = 10 \sim 40$$

$$\mu_s = 10 \sim 1000, \mu_T = 0 \sim 50$$

ここで、 λ_{OUT} はアーチ主桁の軸線に沿って定義した橋

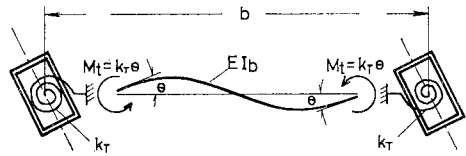


Fig. 7 Torsional spring model of cross beam (k_T : torsional spring stiffness).

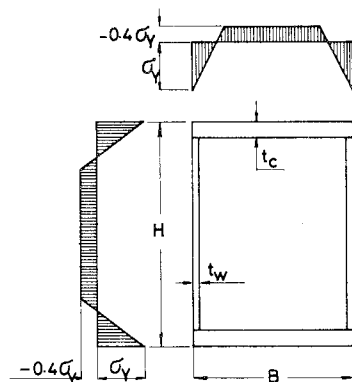


Fig. 8 Cross section of arch rib and residual stress distribution.

全断面としての面外細長比を表す。支間長 100~300 m 程度の一般的な鋼アーチ橋 10 数橋について調べた結果、 λ_{OUT} はほぼ 20 程度の値を、また、 μ_s については 100 程度、さらに、 μ_T については約 10 程度の値をそれぞれ示した。また、 λ_{IN} は 200 前後の橋がほとんどであった。アーチ主桁は文献 12) および 13) で採用した Fig. 8 に示す残留応力分布をもつ標準断面がここでも用いられている。標準断面の断面諸元は、 $H/t_w=190$ 、 $B/H=0.6$ 、 $A_c/A_w=0.9$ 、 $r/H=0.400$ 、 $k/H=0.320$ 、 $GI_T/EI_a=0.321$ である。ここで、 r 、 k はそれぞれアーチ主桁の断面 2 次半径および核半径である。この標準断面の断面特性の詳細は文献 12) および 13) に示されている。内力と外力のつり合いへの収斂精度は残差不平衡力と作用荷重の比で 0.005 とした。また、極限荷重への収斂精度は荷重増分量と極限荷重の比で 0.005 とした。

ここで、本論文でのパラメトリック解析を行うまえに、 $\lambda_{IN}=200$ 、 $\lambda_{OUT}=20$ 、 $\mu_s=100$ 、 $\mu_T=10$ 、 $f/L=0.15$ なる最も標準的なアーチ橋を対象にして、 $0.1 p_p$ (p_p : 式 (11) 参照) なる側方荷重を側方初期不整に相当するものとして作用させた場合の極限鉛直荷重に及ぼすアーチ主桁の分割数の影響を検討した。その結果は面内挙動解析の場合¹²⁾ とほぼ同様の傾向を示した。すなわち、15 分割程度以上あれば分割数の影響は 1% 以下となり、ほぼ無視できる程度のもとなる。また、10 分割の場合では、約 1.6% 程度極限荷重は小さい値を、換言すれば、安全側の評価を与えることを示した。したがって本論文では計算費用、分割数の影響等を考慮してアーチ主桁の分割数および断面の分割数は、それぞれ 10 分割および 24 分割とした。

ここでは、アーチ橋の実際供用状態を踏まえて、側方初期不整として側方荷重による面外挙動を考慮することにより、アーチ橋の立体構造としての極限強度に及ぼす横構剛性の影響を検討する。したがって、第一載荷段階として側方等分布荷重 (荷重強度: p_0) を載荷し、次に第二載荷段階として非対称係数 s なる非対称鉛直荷重を極限荷重 q_{max} に至るまで漸増載荷する径路¹²⁾ をここでも採用した。Fig. 9 にこの p_0 と q_{max} の相関関係を示す。図に示した解析では、鋼アーチ橋の代表的な例として、ライズ-スパン比 $f/L=0.15$ 、橋全体断面としての面外細長比 $\lambda_{OUT}=20$ 、荷重の非対称係数 $s=0.5$ 、斜材剛性 $\mu_s=100$ 、横ばり材剛性 $\mu_T=10$ のアーチ橋が選ばれている。側方荷重は、アーチ橋を平面に展開した場合、アーチ主桁のスプリング断面が直応力により全塑性状態になるときのアーチ主桁側方荷重 p_p で無次元化した。 p_p は次式で与えられる。

$$p_p = \frac{6 A_a \sigma_Y b}{(n-2) L_s} \dots\dots\dots (11)$$

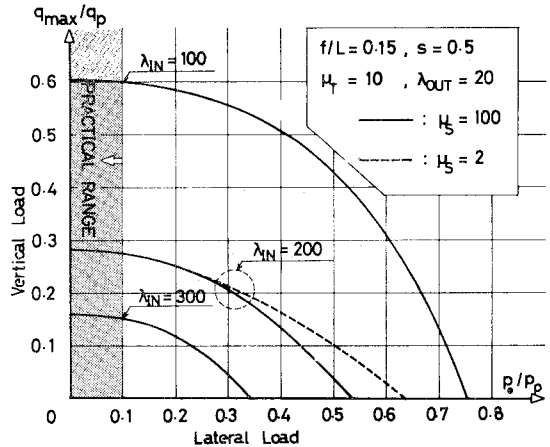


Fig. 9 Interaction of in-plane ultimate load vs. out-of-plane one.

ここに、 n はアーチ主桁の節点数である。また、鉛直荷重は支点を除くアーチ主桁全節点に同量の集中荷重を載荷した場合、軸力によりスプリングに降伏が生じたときの荷重強度 q_p で無次元化した。 q_p は次式で与えられる。

$$q_p = A_a \sigma_Y \sqrt{\left(\frac{n-2}{2}\right)^2 + \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{5 L_i L_2}{8 f} \right\}^2 \cdot (L_1^2 + 3 L_1 L_2 + L_2^2)} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $L_1 = (i-1)/n$ 、 $L_2 = 1 - (i-1)/n$ 、 i = 左支点から右支点まで順に番号つけたアーチ主桁の節点番号である。以後、作用荷重は式 (11) および (12) で無次元化して表すこととする。Fig. 9 中の $p_0=0$ 、すなわち、側方荷重が作用しない場合の極限強度 p_{max} は参考のために文献 13) の平面構造解析法を用いて算出した。一般的な鋼アーチ橋の場合、示方書¹⁸⁾ で規定されている側方設計荷重強度と式 (11) で算出される p_p との比は、大略 0.05~0.07 程度の値をとるものと思われる。したがって、側方荷重の実用的な値として $0.1 p_p$ を見積っておけば十分であると思われるので、以後の解析では側方初期不整として $p_0=0.1 p_p$ なる側方荷重を考慮する。この $0.1 p_p$ を側方初期荷重として載荷した場合の極限荷重強度と、側方荷重を考慮しない場合のそれとの比をアーチ主桁面内細長比 λ_{IN} の別に調べてみると、 $\lambda_{IN}=100$ で 0.999、 $\lambda_{IN}=200$ で 0.978、 $\lambda_{IN}=300$ で 0.940 となる。したがって、設計荷重程度の側方荷重を初期不整に相当するものとして作用させた場合、この側方初期不整がアーチ橋の極限強度に及ぼす影響は、アーチ主桁の面内細長比が大きくなるに従わずかではあるが大きくなることわかる。さらに、図中には鋼アーチ橋の平均的な細長比 $\lambda_{IN}=200$ の場合について、斜材剛性を実橋で一般的に採用されている値 ($\mu_s=100$) の 50 倍にし

た場合 ($\mu_s=2$) の結果も示されている。両者の差は側方初期荷重 $p_0 \geq 0.5 p_{max}$ (注2) の場合に現れるのみであり、側方荷重の実用的な範囲 ($p_0 \leq 0.1 p_p$) ではほとんど差違はみられないことがわかる。ここで横ばり材の剛性について実橋を調べた結果、平均的な値として $\mu_T=10$ を得たのでこの値を採用した。したがって、以後の計算でも特に断らない限りこの値を採用する。

Fig. 10 および **Fig. 11** には、崩壊に至るまでの荷重-変位曲線の代表的な例について斜材の剛性を変化させて示した。図の鉛直変位は $L/4$ 点、また側方変位はクラウン部に着目してプロットされている。**Fig. 10** は、鉛直荷重の非対称性が比較的激しい $s=0.5$ の場合の結果を示している。図より $\mu_s=1000$ の場合、変形は荷重の増加に伴い立体的に増加することがわかる。したがって、この場合の極限状態を平面解析を用いて評価することは無理があるように思われる。なお、この場合の初期不整としての側方変位 W_0 は、 $W_0/L \approx 15/1000$ であっ

た。しかし、実橋程度の斜材剛性、すなわち、 $\mu_s=100$ の場合、側方変位は初期不整 ($W_0/L \approx 2/1000$) のままほとんど変化せず、変形は面内でのみ増加し、崩壊は面内崩壊形式をとることがわかった。また、斜材を実橋程度の剛性の10倍、すなわち、 $\mu_s=10$ とした場合も $\mu_s=100$ の場合とほとんど同様の傾向を示した ($W_0/L=1/1000$)。特に、面内変形挙動は両者ほとんど一致していた。**Fig. 11** は等分布鉛直荷重を載荷した場合の荷重-変位曲線の代表的な例である。ただし、本論文では等分布鉛直荷重を載荷する場合、アーチ面内の初期不整を荷重を1%非対称とする ($s=0.99$) ことで考慮した。 $s=0.99$ の場合、斜材剛性を実橋程度の値 ($\mu_s=100$) の10倍とすると約2%程度極限強度が増加する結果を得た。しかし、斜材剛性を実橋の値程度とした場合、崩壊は面内崩壊形式をとり、また実橋値の1/10とした場合は立体的な崩壊形式をとることは $s=0.5$ の場合とまったく同じ傾向である。**Fig. 10** および **Fig. 11** の解析例について、

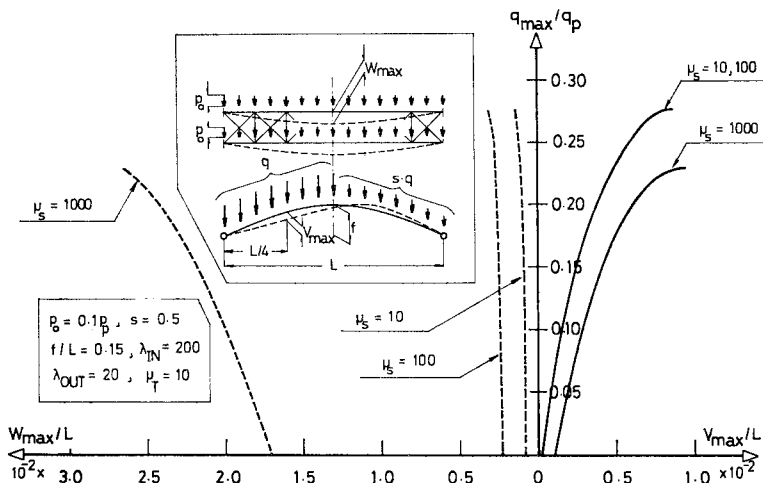


Fig. 10 Load-deflection relationship ($s=0.5$).

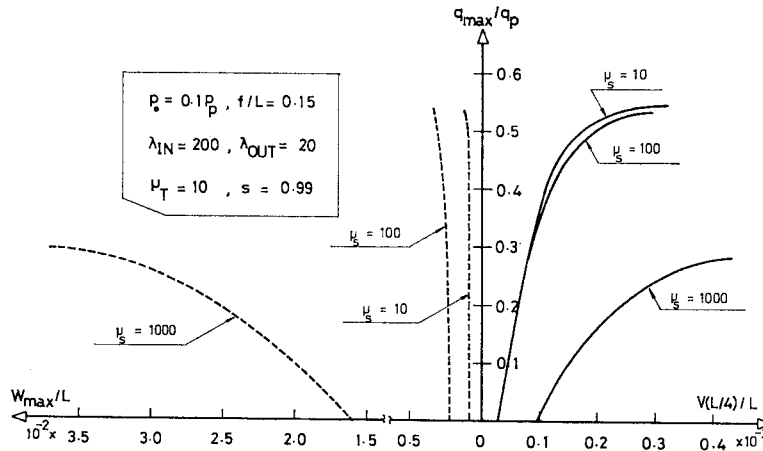


Fig. 11 Load-deflection relationship ($s=0.99$).

注 2) p_{max} は側方荷重のみを作用させた場合の極限荷重強度を表す。

極限状態に至るまでの軸力と面内および面外曲げモーメントの関係を示したのが **Fig. 12** である。図中の記号 M_{IN} , M_{OUT} はそれぞれアーチ主桁の $L/4$ 断面での面内および面外曲げモーメントを示す。また、 $M_{IN,Y}$ および $M_{OUT,Y}$ は、アーチ主桁断面の面内および面外の降伏曲げモーメントを示す。図中の外側の曲線は、残留応力を考慮しない場合のアーチ主桁断面の曲げモーメントと軸力の相関曲線を示している。**Table 1** には、スプリング断面 (S) および $L/4$ 断面 (Q) での極限状態でのねじりモーメントのうち最大値を示す荷重ケース ($s=0.99$) での値 $M_{T,max}$ が降伏ねじりモーメント $M_{T,Y} (=2\sigma_{yt}t_w F/\sqrt{3})$ 、 F : 断面構成鋼板の板厚中心線で囲まれた部分の面積) で無次元化されて示されている。**Fig. 12** より、 $\mu_s=1000$ の場合、極限状態に至るまでにアーチ主桁の $L/4$ 断面に生ずる面外曲げモーメントの最大値は $s=0.5$ で約 $0.30 M_{OUT,Y}$ 、また、 $s=0.99$ で約 $0.45 M_{OUT,Y}$ である。また、極限状態でのね

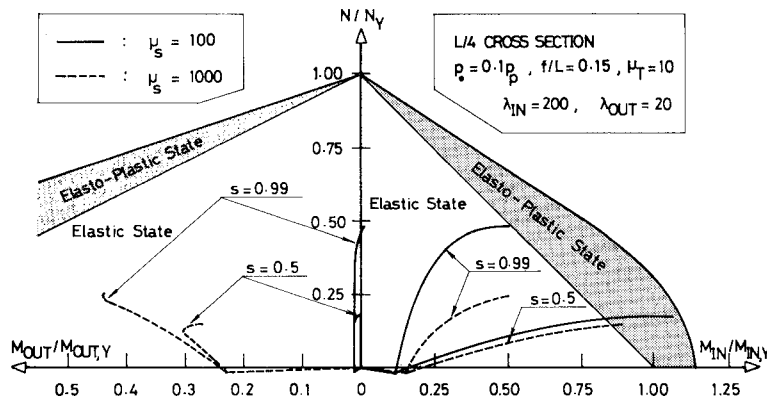


Fig. 12 Load increment vs. combination of bending moments and axial thrust.

じりモーメントは $s=0.99, f/L=0.3$ の場合で最大となり、その値は Table 1 よりスプリング、および $L/4$ 断面でそれぞれ約 $0.49 M_{T,Y}$ および $0.03 M_{T,Y}$ である。しかし、 $\mu_s=100$ の場合、面外曲げモーメントの最大値は $s=0.5$ および 0.99 とともに $M_{OUT,Y}$ の1%以下であり、また、ねじりモーメントは $f/L=0.3$ の場合でもスプリングで $M_{T,Y}$ の10%程度、 $L/4$ 断面では1%以下であった。これらの値は、通常のアーチ橋について側方の設計荷重によって生ずる断面力として見積られる程度のオーダーである¹²⁾。以上得られた変形性状および断面力特性より、Fig. 10, 11 および Fig. 12 に示した解析例のうち $\mu_s=100$ のアーチ橋の場合は、橋全体断面一体としての剛性でアーチ橋の面外剛性を評価することが可能な横構剛性を有しているといえよう。

Fig. 13 および Fig. 14 には斜材の剛性が極限強度に及ぼす影響について、ライズ-スパン比を変化させて検討した結果が図示されている。Fig. 13 はアーチ主桁の曲げモーメントが卓越するような荷重ケース ($s=0.5$) の場合を示している。図より、 $\mu_s \leq 200$ の場合は、斜材の剛性の大きさにかかわらず極限強度は一定である。また、崩壊の形式は面内のそれをとる。しかし、 μ_s が200以上になると、 μ_s の増加に伴い、すなわち、斜材剛性が小さくなるに従い極限強度は減少する。この場合は面

Table 1 $\bar{M}_{T,max} = M_{T,max} / M_{T,Y}$ ($s=0.99$)

μ_s	section	f/L		
		0.1	0.2	0.3
10	(Q)	0.001	0.005	0.012
	(S)	0.008	0.029	0.056
100	(Q)	0.003	0.006	0.009
	(S)	0.037	0.061	0.116
1000	(Q)	0.004	0.011	0.034
	(S)	0.405	0.460	0.489

N.B. $\mu_T=10, p_0=0.1 p_p, s=0.99$
 (Q) : Quater Cross Section
 (S) : Sprinyng Cross Section

外にもきわめて大きい変形を伴った立体的な崩壊形式をとる。また、極限強度はライズ-スパン比が大きくなるに従い減少する。このライズ-スパン比の影響は μ_s の変化によらず同じである。他方、Fig. 14 はアーチ主桁の軸力が卓越する荷重ケース ($s=0.99$) の場合を示す。図より $\mu_s \leq 90$ の場合は、 μ_s の変化によらず極限強度は一定値をとり、その値はライズ-スパン比が大きくなるに従い大きくなる傾向がみられる。この傾向はア

ーチ橋を面内挙動解析した場合と同様^{12),13)}であり、上記の範囲での崩壊形式もまた面内崩壊形式をとった。しかし、 $\mu_s > 100$ ではライズ-スパン比が大きいかほど側方初期不整の影響が大きく現れるために、逆にライズ-ス

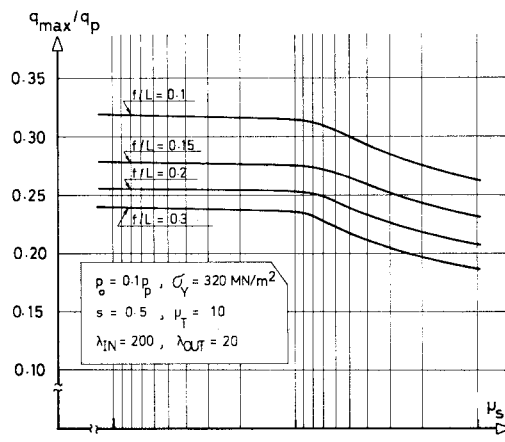


Fig. 13 Effect of lateral bracing rigidity and rise-span ratio on maximum load intensity ($s=0.5$).

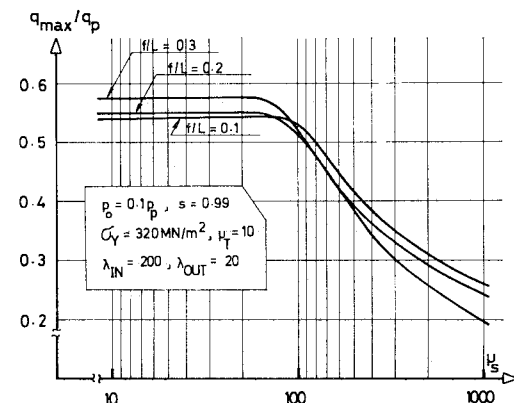


Fig. 14 Effect of lateral bracing rigidity and rise-span ratio on maximum load intensity ($s=0.99$).

ン比が小さくなるに従い極限強度は大きくなる傾向が現れる。この範囲での崩壊形式はきわめて大きい面外変形を伴った形式であったことは $s=0.5$ の場合と同様である。Fig. 15 および Fig. 16 は、斜材の剛性が極限強度に及ぼす影響についてアーチ橋全体断面としての細長比 λ_{OUT} を変化させて検討した結果を示す。Fig. 15 は曲げモーメントが卓越する荷重ケース ($s=0.5$) の場合を示している。 λ_{OUT} を実橋程度の値 ($\lambda_{OUT}=20$) の2倍とした場合、 $\mu_s \leq 100$ では極限強度は μ_s の変化によらずほぼ一定値を示すが、 $\mu_s > 100$ では極限強度が急

激に減少することがわかる。この傾向はライズ-スパン比を変化させても同じであった。Fig. 16 は軸力が卓越する場合 ($s=0.99$) であるが、 $s=0.5$ の場合と同様の傾向を示している。これまでに得られた横構剛性が極限強度特性、極限荷重に至るまでの変形挙動、および部材力性状等に及ぼす影響を総合的に検討すれば、本解析で取り扱った範囲のアーチ橋では、斜材は少なくとも $\mu_s = 100$ 程度の剛性を有している必要があると結論されよう。

次に、横ばり材の剛性がアーチ橋の面外変形挙動に及ぼす影響の基本的な性質を知るために、ここで線形理論による解析結果を再検討してみる。Fig. 17 は文献8)で解析された線形理論による2主桁アーチの面外変形挙動に関する理論解である。Fig. 17 の場合のアーチ軸線は円弧で近似されており、大略放物線アーチの $f/L=0.15$ に相当している。また、アーチ主桁は径間長に沿って定義された面内細長比 $\rho=200$ の断面、および2ヒンジ支承を有している。図中の記号はそれぞれ EJ_y ：アーチ全断面としての面外曲げ剛性、 α ：円弧近似したアーチ軸線の中心角、 β_c ：2本のアーチ主桁の断面中心を結ぶ直線の midpoint を連ねて得られるアーチ主軸線のねじり角、 β_a ：アーチ主桁のねじり角、 β_0 ：2主桁アーチ橋を1本の等価曲りばりに置換した場合のねじり角、を表す。図中に示したパラメーター μ_f, μ_b の ($\mu_b=10, \mu_f < 10^{-2}$)、($\mu_b=10^{1.5}, \mu_f < 10^{-2.5}$)、および ($\mu_b=10^2, \mu_f < 10^{-3}$) の範囲ではアーチ橋一体断面としての断面変形がきわめて小さくアーチ橋は全断面が一体となって面外に変形し、いわゆる1本の等価曲りばり的な挙動を示した8)。上記のパラメーターの範囲をまとめると、

$$\mu_T = 1/\mu_f \cdot 1/\mu_b \cdot 1/\mu_t = \frac{EI_b L^2}{GI_T c b} > 40 \dots \dots (13)$$

となる。したがって線形理論によればアーチ橋のねじり剛性を十分に発揮させることができる横ばり材剛性を与

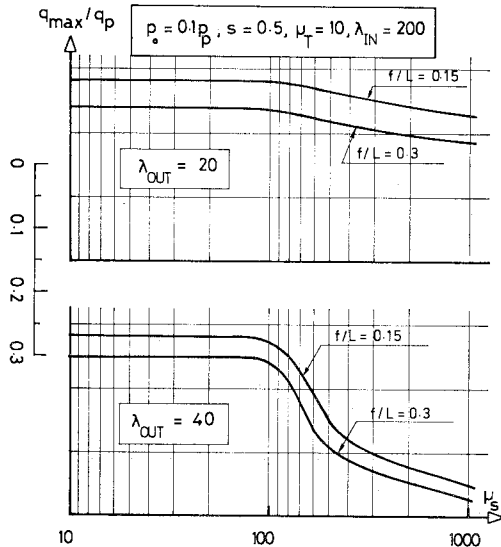


Fig. 15 Effect of lateral bracing rigidity and out-of-planeslenderness ratio on maximum load intensity ($s=0.5$).

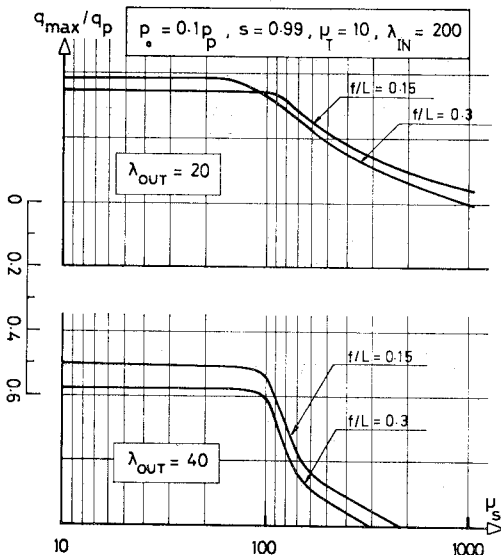


Fig. 16 Effect of lateral bracing rigidity and out-of-plane slenderness ratio on maximum load intensity ($s=0.99$).

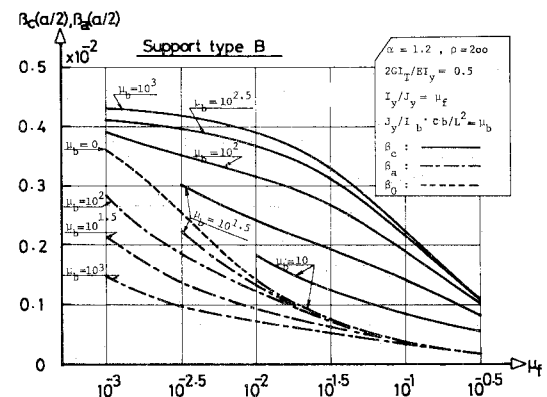


Fig. 17 Effect of rigidity parameter μ_b and μ_f on torsional deflection.

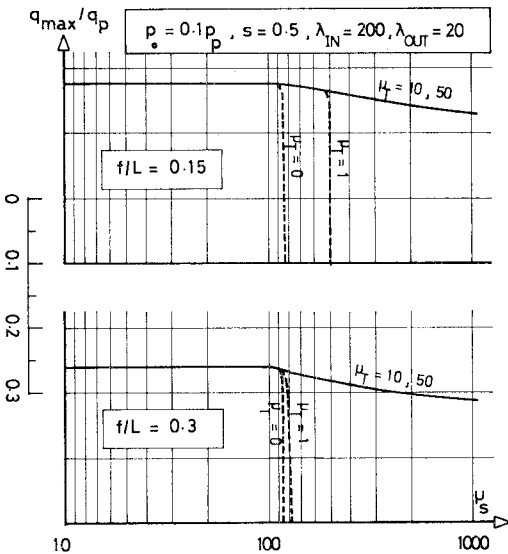


Fig. 18 Effect of lateral bracing rigidity and cross beam rigidity on maximum load intensity.

える式は式 (13) で示される。しかし実橋の横ばり材剛性はほぼ $\mu_T=10$ 程度の値をとっており、両者の間にはかなりの差が認められる。そこで μ_T を 0~50 の範囲で変化させて、横構剛性がアーチ橋の極限強度に及ぼす影響を検討し、適切な横ばり材剛性を調べた。その結果の一例を示したのが Fig. 18 である。図は $s=0.5$ の場合を示したが軸力が卓越する荷重ケースの場合でもほぼ同様の傾向を示したので、この場合の図示は省略する。図より $f/L=0.15$ および 0.3 の両者とも、 μ_T を 10 以上とした場合は極限強度は μ_T の変化の影響をほとんど受けないことがわかる。しかし、 $\mu_T=1$ とすると、 $f/L=0.15$ で μ_s が約 600 程度。また、 $f/L=0.3$ で約 300 程度で初期側方荷重に耐えられなくなる。換言すれば、 μ_s が上記の値以上となるような斜材をもつアーチ橋の場合は、 $\mu_T \geq 10$ となるような横ばり材を用いることにより面外剛性を確保しなければならないことがわかる。これらの結果からも明らかなように、アーチ橋の横ばり材は重要な部材の 1 つであり、特にライズの高いアーチの場合は十分な検討なくして横ばり材を省略するようなことは厳につつまなければならぬと思われる。

4. 結 論

本論文では 2 主桁をもつ 2 ヒンジ放物線アーチ橋について、設計荷重程度の側方荷重を初期荷重として載荷することにより、面外の初期不整を総括的に考慮した場合の極限強度を、横構の必要剛性の観点から数値解析的に検討した結果を示した。したがって解析では、横構の剛

性に重点を置いたパラメトリック解析が比較的容易にできるように斜材を 2 主桁間に取り付けたせん断ばねに、また、横ばり材をアーチ主桁に付加したねじりばねにそれぞれモデル化した。数値解析では鉛直荷重の非対称係数、ライズ-スパン比、アーチ主桁の面内細長比、アーチ全体としての面外細長比、および横構剛性をパラメーターとして、アーチ主桁の幾何学および材料の 3 次元非線形性が考慮されている。ここで得られた結果を要約すると次のとおりである。

(1) 設計荷重程度の側方初期不整がアーチ橋の極限強度に及ぼす影響はアーチ主桁の面内細長比が大きくなるほど大きくなる。

(2) $\mu_s > 100$ の斜材をもつアーチ橋の場合は、側方初期不整の影響が顕著となり変形は荷重の増加に伴い立体的に増加するが、他方 $\mu_s \leq 100$ の場合は、側方変位は崩壊に至るまで初期不整値のままほとんど変化しない。

(3) $\mu_s=1000$ の斜材をもつアーチ橋の場合、極限状態でのアーチ主桁 $L/4$ 断面に作用する面外曲げモーメントの本解析範囲内の最大値は約 $0.45 M_{OUT,Y}$ で、ねじりモーメントの最大値は、スプリング断面で $0.49 M_{T,Y}$ 、また、 $L/4$ 断面で $0.03 M_{T,Y}$ であった。他方、 $\mu_s=100$ の場合は面外曲げモーメントの最大値は $M_{OUT,Y}$ の 1% 以下、また、ねじりモーメントの最大値はスプリングで $M_{T,Y}$ の 10% 程度、 $L/4$ 断面で 1% 以下であり、これらは通常の設計荷重による断面力と同程度のオーダーである。

(4) アーチ主桁の曲げモーメントが卓越する荷重ケースの場合、 $\mu_s \leq 200$ の範囲では斜材の剛性の大きさににかかわらず極限強度は一定で面内崩壊形式をとり、 $\mu_s > 200$ では斜材剛性が小さくなるに従い極限強度は減小し立体的な崩壊形式をとる。他方、軸力が卓越する荷重ケースの場合、 $\mu_s \leq 90$ の範囲で極限強度一定の傾向を示し、 $\mu_s > 100$ で極限強度減小の傾向を示す。

(5) 一般に極限強度はライズ-スパン比が大きくなるに従い増加する。しかし、 $s=0.99$ で $\mu_s > 100$ の場合はライズ-スパン比が大きいほど側方初期不整の影響が大きく現れるために、ライズ-スパン比が大きくなるに従い極限強度は減少する傾向が現れる。

(6) 線形理論解析によれば、 $\mu_T > 40$ の横ばり材剛性をもつアーチ橋は面外にアーチ全断面が一体となった変形挙動を示す。他方、極限強度解析によれば、横ばり材剛性が μ_T の値で 10 以上あれば極限強度は μ_T の変化の影響をほとんど受けない。

(7) $f/L=0.15$ で $\mu_s > 600$ 、また、 $f/L=0.3$ で $\mu_s > 300$ の斜材をもつアーチ橋の場合は、 $\mu_T \geq 10$ となるような横ばり材を用いることにより面外剛性を確保

しなければならない。

以上得られた結果を総括すれば、アーチ橋の面外初期不整を考慮した極限強度の観点から、斜材は少なくとも $\mu_s=100$ の剛性が必要であると思われる。また、横ばり材は $\mu_T=10$ の剛性をもつことが望ましいと考えられる。

数値計算には、東北大学大型計算センターの NEAC-ACOS-700/900 を用いたことを付記する。なお、本論文の一部は文部省科学研究費の補助を受けてなされた。ここに記して感謝の意を表する。

【付 録】

付図に前行状態で設定した部材要素端での変位および材端力の増分量を示す。図示したような部材座標系を設定すれば、前行状態から現行状態の間のひずみ増分量は高次の項を省略すると次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon = & \frac{\Delta u}{dx} - \left\{ y - z \left(\frac{d\phi_{x0}}{dx} + \Delta \phi_x \right) \right\} \frac{d^2 \Delta v}{dx^2} \\ & + \left\{ z + y(\phi_{x0} + \Delta \phi_x) \right\} \frac{d^2 \Delta w}{dx^2} + \left(z \frac{d^2 v_0}{dx^2} + y \frac{d^2 w_0}{dx^2} \right) \\ & \cdot \Delta \phi_x + \phi_{y0} \Delta \phi_y + \phi_{z0} \Delta \phi_z + (y^2 + z^2) \frac{d\phi_{x0}}{dx} \frac{d\Delta \phi_x}{dx} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \Delta \phi_y^2 + \Delta \phi_z^2 + (y^2 + z^2) \left(\frac{d\Delta \phi_x}{dx} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A.1 \cdot a)$$

$$\Delta \bar{r} = \bar{r} \frac{d\Delta \phi_x}{dx} \quad \dots\dots\dots (A.1 \cdot b)$$

ここに、添字の 0 は前行状態での変位を表し、 \bar{r} は断面の図心から断面構成鋼板の輪郭線の接線に下した垂線の足である。また、このひずみ増分によって部材要素中に蓄えられるひずみエネルギー ΔU は、次式で与えることができる。

$$\begin{aligned} \Delta U = & \int_0^l \int_A \sigma_{0\Delta} \epsilon \Delta A dx + \int_0^l \int_A \tau_{0\Delta} \bar{r} \Delta A dx \\ & + \frac{1}{2} \int_0^l \int_A \Delta \sigma_{\Delta} \epsilon \Delta A dx + \frac{1}{2} \int_0^l \int_A \Delta \tau_{\Delta} \bar{r} \Delta A dx \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (A.2)$$

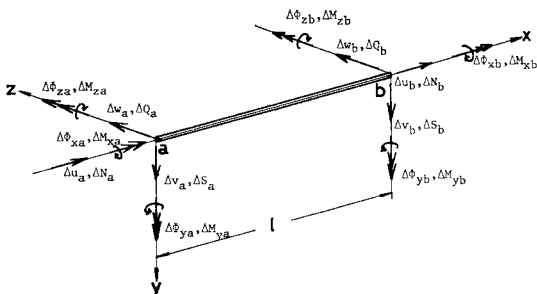


Fig. A-1 Coordinate system, displacements and end forces on a member element.

ここで、 l : 部材要素長、 A : 部材要素断面積、である。有限要素法の標準的手法により、変位を部材軸方向座標 x の関数で仮定する。すなわち部材長手軸方向変位増分 Δu 、および部材のねじり角増分 $\Delta \phi_x$ は要素内で線形、断面内主軸方向変位増分 $\Delta v, \Delta w$ は 3 次関数とする。行列表示すれば、

$$\{\Delta d\} = [c] \{\alpha\} \quad \dots\dots\dots (A.3)$$

となる。ここで、 $\{\Delta d\}$ は変位ベクトルで付図を参照して

$$\{\Delta d\} = (\Delta u_a, \Delta v_a, \Delta w_a, \Delta \phi_{xa}, \Delta \phi_{ya}, \Delta \phi_{za}, \Delta u_b, \Delta v_b, \Delta w_b, \Delta \phi_{xb}, \Delta \phi_{yb}, \Delta \phi_{zb})^T$$

であり扁付号の T は転置を表す。また、 $[c]$ は x 変数に関する行列、 $\{\alpha\}$ は係数列要素である。式 (A.3) を (A.1) に代入してまとめれば、ひずみ増分量を次のように行列表示することができる。

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon = & (B_1) \{\alpha\} - y[(B_2) - \phi_{y0}(B_6) - \phi_{x0}(B_5)] \{\alpha\} \\ & + z[(B_3) + \phi_{z0}(B_6) + \phi_{x0}(B_4)] \{\alpha\} \\ & + \frac{1}{2} \{\alpha\}^T (B_4)^T (B_4) \{\alpha\} + \frac{1}{2} \{\alpha\}^T (B_5)^T (B_5) \{\alpha\} \\ & + \frac{y^2 + z^2}{2} \{\alpha\}^T (B_7)^T (B_7) \{\alpha\} \\ & + (y^2 + z^2) \phi_{x0} (B_7) \{\alpha\} \quad \dots\dots\dots (A.4 \cdot a) \end{aligned}$$

$$\Delta \bar{r} = \bar{r} (B_7) \{\alpha\} \quad \dots\dots\dots (A.4 \cdot b)$$

ここに、

$$(B_1) = (0, 1, 0, \phi_{x0}, 2\phi_{x0}x, 3\phi_{x0}x^2, 0, -\phi_{y0}, -2\phi_{y0}x, -3\phi_{y0}x^2, 0, 0)$$

$$(B_2) = (0, 0, 0, 0, 2, 6x, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

$$(B_3) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -2, -6x, 0, 0, 0)$$

$$(B_4) = (0, 0, 0, 1, 2x, 3x^2, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

$$(B_5) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, -2x, -3x^2, 0, 0)$$

$$(B_6) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, x)$$

$$(B_7) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$$

また、 ϕ は添字で示した座標軸まわりの回転率を表す。式 (A.2) のひずみエネルギー増分を行列表示するために、応力増分も行列表示しなければならない。本論文では塑性域での応力-ひずみ関係を Prandtl-Reuss の関係式に基づいて線形化した。また、塑性域の判定は Von-Mises の降伏条件式を用いて行った。Prandtl-Reuss の関係式は次式で表される。

$$\Delta \epsilon = \frac{2}{3} \sigma_{0\Delta} H + \frac{\Delta \sigma}{E} \quad \dots\dots\dots (A.5 \cdot a)$$

$$\Delta \bar{r} = 2 \tau_{0\Delta} H + \frac{\Delta \tau}{G} \quad \dots\dots\dots (A.5 \cdot b)$$

ここで、 ΔH は相当応力-ひずみ曲線の傾きで次式で与えることができる。

$$\Delta H = \frac{\sigma_0 E \Delta \epsilon + 3 \tau_0 G \Delta \bar{r}}{\frac{2}{3} E \sigma_0^2 + 6 G \tau_0^2} \quad \dots\dots\dots (A.5 \cdot c)$$

式 (A.5.c) を用いれば、仮定 e) よりひずみ反転は $\Delta H < 0$ なる条件式で判定することができる。式 (A.4)

を (A.5) に代入してまとめれば、応力増分もまた行列表示することができる。直応力増分を $\Delta\sigma_{eorp}$ 、せん断流増分を Δq_{eorp} とすれば弾性域では、

$$\Delta q_e = \frac{s_6}{s_1} (B_7) \{\alpha\} \dots\dots\dots (A.6 \cdot a)$$

$$\Delta\sigma_e = E_d \varepsilon \dots\dots\dots (A.6 \cdot b)$$

また、塑性域では、

$$\Delta q_p = \frac{-s_3}{s_1+s_2} (B_1) \{\alpha\} + \frac{s_4}{s_1+s_2} (B_2) \{\alpha\} - \frac{s_5}{s_1+s_2} (B_3) \{\alpha\} - \frac{s_2 s_6}{s_1 (s_1+s_2)} (B_7) \{\alpha\} \dots\dots\dots (A.7 \cdot a)$$

$$\Delta\sigma_p = \left(\frac{3\tau_0}{\sigma_0} \right) \frac{\Delta q_e + \Delta q_p}{t} \dots\dots\dots (A.7 \cdot b)$$

となる。ここに、 t : 断面構成鋼板厚、 $s_1 = \frac{1}{G} \oint \frac{ds}{t}$ 、 $s_2 = \frac{1}{E} \int_p \left(\frac{3\tau_0}{\sigma_0} \right)^2 \frac{ds}{t}$ 、 $s_3 = \int_p \left(\frac{3\tau_0}{\sigma_0} \right) ds$ 、 $s_4 = \int_p \left(\frac{3\tau_0}{\sigma_0} \right) y ds$ 、 $s_5 = \int_p \left(\frac{3\tau_0}{\sigma_0} \right) z ds$ 、 $s_6 = \oint \bar{r} ds$ 、 \int_p : 塑性域のみでの積分、 \bar{s} : 断面構成鋼板の周辺座標、である。式 (A.4)、(A.6) および (A.7) を (A.2) に代入してこれにポテンシャルエネルギー停留の原理を適用すれば、部材要素の接線剛性方程式を次式に示すような一般的な行列の形で求めることができる。

$$[k] \{d\} = \{df\} + \{f_0\} - \{r_0\} \dots\dots\dots (A.8)$$

ここで、 $[k]$ は前行状態を初期応力状態とした一部材要素の接線剛性マトリックスで次式で与えられる。

$$[k] = \int_0^l [c^{-1}]^T \{ (B_1)^T (B_1) E A_{c,e} - (B_1)^T (B_2) E S_{z,e} + (B_1)^T (B_2) E S_{y,e} - (B_2)^T (B_1) E S_{z,e} + (B_2)^T (B_2) E I_{y,z,e} + (B_3)^T (B_3) E I_{y,e} + (B_3)^T (B_1) E S_{y,e} - (B_3)^T (B_2) E I_{y,z,e} + (B_3)^T (B_3) E I_{y,e} + (B_7) (B_1) G I_{x,e} + (B_1)^T (B_4) N_0 + (B_5)^T (B_5) N_0 + (B_7)^T (B_7) T_0 + R_1 (B_1)^T (B_1) + R_2 (B_1)^T (B_2) + R_3 (B_1)^T (B_3) + R_4 (B_1)^T (B_7) + R_2 (B_2)^T (B_1) + R_5 (B_2)^T (B_2) + R_6 (B_2)^T (B_3) + R_7 (B_2)^T (B_7) + R_3 (B_3)^T (B_1) + R_2 (B_3)^T (B_2) + R_5 (B_3)^T (B_3) + R_6 (B_3)^T (B_7) + R_4 (B_7)^T (B_1) + R_7 (B_7)^T (B_2) + R_8 (B_7)^T (B_3) + R_{10} (B_7)^T (B_7) \} [c^{-1}] dx \dots\dots\dots (A.9)$$

また、前行状態での外力としての部材力成分に対応する内力成分 $\{r_0\}$ は次式で与えられる。

$$\{r_0\} = \int_0^l [c^{-1}]^T \{ N_0 (B_1)^T - \phi_{y0} M_{z0} (B_6)^T - \phi_{x0} M_{z0} (B_3)^T + \phi_{z0} M_{y0} (B_6)^T + \phi_{x0} M_{y0} (B_4)^T + M_{z0} (B_2)^T + M_{y0} (B_3)^T + M_{x0} (B_7)^T + T_0 \phi_{x0} (B_7)^T \} dx \dots\dots\dots (A.10)$$

これらの式中で、 $N_0 = \int_A \sigma_0 dA$ 、 $M_{z0} = \int_A \sigma_0 y dA$ 、 $M_{y0} = \int_A \sigma_0 z dA$ 、 $T_0 = \int_A \sigma_0 (y^2 + z^2) dA$ 、 $A_{c,e} = \int_{A,e} dA$ 、 $S_{y,e} = \int_{A,e} z dA$ 、 $S_{z,e} = \int_{A,e} y dA$ 、 $I_{y,e} = \int_{A,e} z^2 dA$ 、 $I_{z,e} = \int_{A,e} y^2 dA$ 、 $I_{yz,e} = \int_{A,e} yz dA$ 、 $I_x = \left(\oint \bar{r} ds \right)^2 / \oint \frac{ds}{t}$ である。ここで、積分記号の第1添字は断面積で積分することを表し、また、第2添字は弾性域のみで積分することを表している。また、 $R_1 = \frac{s_3^2}{s_1+s_2}$ 、 $R_2 = \frac{-s_3 s_4}{s_1+s_2}$ 、 $R_3 = \frac{s_3 s_5}{s_1+s_2}$ 、 $R_4 = \frac{-s_3 s_6}{s_1+s_2}$ 、 $R_5 = \frac{s_4^2}{s_1+s_2}$ 、 $R_6 = \frac{-s_4 s_5}{s_1+s_2}$ 、 $R_7 = \frac{s_4 s_6}{s_1+s_2}$ 、 $R_8 = \frac{s_5^2}{s_1+s_2}$ 、 $R_9 = \frac{-s_5 s_6}{s_1+s_2}$ 、 $R_{10} = \frac{-s_2 s_6^2}{s_1 (s_1+s_2)}$ を示す。さらに $[c^{-1}]$ は式 (A.3) 中の $[c]$ 行列の逆行列であり、零でない要素のみ示すと次のようになる。

$$\begin{aligned} c_{1,1} &= 1, & c_{2,1} &= -1/x, & c_{2,7} &= 1/x, & c_{3,2} &= 1, & c_{4,6} &= 1, \\ c_{5,2} &= -3/x^2, & c_{5,6} &= -2/x, & c_{5,8} &= 3/x^2, & c_{5,12} &= -1/x, \\ c_{6,2} &= 2/x^3, & c_{6,6} &= 1/x^2, & c_{6,8} &= -2/x^3, & c_{6,12} &= 1/x^2, \\ c_{7,3} &= 1, & c_{8,5} &= -1, & c_{9,3} &= -3/x^2, & c_{9,5} &= 2/x, \\ c_{9,9} &= 3/x^2, & c_{9,11} &= 1/x, & c_{10,3} &= 2/x^3, & c_{10,5} &= -1/x^2, \\ c_{10,9} &= -2/x^3, & c_{10,11} &= -1/x^2, & c_{11,4} &= 1, \\ c_{12,4} &= -1/x, & c_{12,10} &= 1/x \end{aligned}$$

式 (A.8) 中の $\{f_0\} - \{r_0\}$ は前行状態の残差不平衡部材力成分を表している。

式 (A.8) を構造全体に対するつり合い方程式に組み立てる方法は、通常用いられる変形法の標準的な手法によればよいので、ここでは省略する。なお、式 (A.8) は部材座標系で表した剛性方程式であるが、これを基準座標系に変換する際には、文献 (14)、(16) 等で導出されている変換行列が適用できよう。

参考文献

- 1) 福本 啓士・久保全弘：横補剛されたはりの横倒れ座屈に関する研究，建築学会論文報告集，No. 206, 1971.
- 2) 西田 進・吉田 博・福本 啓士：横桁による並列主桁の横補剛効果，土木学会論文報告集，No. 268, pp. 23~31, 1977.
- 3) 岡村 隆夫・片岡 敬：吊橋補剛トラスの断面変形を考慮したねじり解析，土木学会論文報告集，No. 231, pp. 31~44, 1974.
- 4) 小松 定夫・西村 宣男：薄肉弾性ばり理論によるトラスの立体解析，土木学会論文報告集，No. 238, pp. 1~16, 1975.
- 5) 倉西 茂・小森和男：トラス補剛桁をもった連続吊橋のねじり解析，土木学会論文報告集，No. 261, pp. 35~46, 1977.
- 6) Wästlund, G : Stability problems of compressed steel members and arch bridges, Proc. of ASCE, Vol. 86, No. ST 6, Proc. Paper 2512, 1960.
- 7) 倉西 茂：水平横荷重を受けるアーチ橋について，土木学会論文集，No. 73, pp. 1~6, 1961.
- 8) Yabuki, T. and S. Kuramishi : Out-of-plane behavior of circular arches under side loadings, Proc. of JSCE,

- No. 214, pp. 71~82, 1973.
- 9) 倉西 茂：アーチ橋のねじり座屈について，土木学会論文
集，No. 75, pp. 59~67, 1961.
 - 10) Sakimoto, T. and Y. Namita : Out-of-Plane Buckling
of Solid Rib Arches with Transvers Bars, Proc. of
JSCE, No. 191, 1971.
 - 11) Sokimoto, T. and S. Komatsu : Experimental Study
on the Ultimate Strength of Steel Arches, Proc. of
JSCE, No. 286, 1979.
 - 12) 倉西 茂・矢吹哲哉：側方荷重の影響を考慮した2ヒンジ
鋼アーチの内面極限強度について，土木学会論文報告集，
No. 272, pp. 1~12, 1978.
 - 13) Kuranishi, S. and T. Yabuki : Some numerical estima-
tion of ultimate in-plane strength of two-hinged steel
arches, Proc. of JSCE, No. 287, pp. 155~158, 1979.
 - 14) Oran, C : Tangent stiffness in space frames, Proc. of
ASCE, Vol. 99, No. ST 6, Proc. Paper 9813, 1972.
 - 15) Komatsu, S. and T. Sakimoto : Nonlinear analysis of
spatial frames consisting of members with closed
cross section, Proc. of JSCE, No. 252, pp. 143~157,
1971.
 - 16) 前田幸雄・林 正：立体骨組構造物の有限変位解析，土
木学会論文報告集，No. 253, pp. 13~28, 1976.
 - 17) Yamada, Y., N. Yoshimura and T. Sakurai : Plastic
stress-strain matrix and its application for the solution
of elastic-plastic problems by the finite element method,
Int. J. Mech. Sci. Vol. 10, pp. 343~354, 1968.
 - 18) 日本道路協会：道路橋示方書，同解説，昭和48年2月
 - 19) Dabrowski, R. : Curved thin walled girders, Cement
and Concrete Association, London, 1968.
 - 20) 宇佐美勉：軸力，曲げおよび一様ねじりを受ける薄肉開
断面の降伏後の挙動，土木学会論文報告集，No. 220,
pp. 9~16, 1973.
 - 21) Zienkiewicz, C. : The Finite Element Method in
Engineering Science, McGRAW-HILL, London, 1971.
(1979.12.27・受付)
-