

コンクリート部材の終局ねじり強度の算定と 設計法に関する研究

DESIGN METHOD FOR STRUCTURAL CONCRETE MEMBERS IN ULTIMATE TORSION

泉 満 明*

By Mitsuaki IZUMI

1. 結 言

(1) 要 旨

従来、コンクリート構造物の設計において、ねじりモーメントは二次的なものとして、許容応力度の割り増し程度でしか考慮されていなかった。しかしながら、最近におけるコンクリート構造物の大型化、複雑化、さらにコンクリート構造物の設計法が許容応力度法から終局強度設計法に移行しつつある現状において、ねじりを受けるコンクリート部材の終局ねじり強度、ねじり回転の算定は、部材設計上の基本として重要となってきた。

これらの事情を背景として、近年、ねじりを受けるコンクリート部材の破壊機構についての研究が活発化し、種々の成果が発表されてきている。しかし、これらの理論の多くは終局ねじりモーメントを受けた場合、ねじり補強鉄筋は降伏しているとして導かれたものであり、引張鉄筋が降伏する前に圧縮を受けるコンクリートが破壊する over-reinforced の断面に対しては過大の値を与えることになり、この場合の適用には問題があった。

以上のようなことから、本研究ではコンクリート部材（鉄筋コンクリート、鉄骨鉄筋コンクリート、プレストレストコンクリート）のねじり実験により発生したひびわれ状態より、立体トラス類似をひびわれ発生後のねじり抵抗機構の基本とし、内・外力のつり合い条件とひずみの適合条件を考慮して、長方形断面のコンクリート部材に関する終局ねじり強度式の誘導を行った。さらに、鉄筋のひずみ、つり合い鉄筋比、鉄筋の応力度、終局ねじりモーメント時のねじり回転の算定式、曲げとねじりの組合せの場合の立体トラス類似の適用限界、等も導いている。実験結果と計算値の比較より、低減係数 η の値を決定し、理論式に η を乗じた実用設計式を提案し

た。最後に、コンクリート部材のねじりモーメントに対する設計法を提案した。

(2) 既往の研究と設計基準の概要¹⁾

a) 既往の研究

無筋コンクリートの部材のねじり挙動の解析に、コンクリートを弾性体または塑性体と仮定した理論を適用したものが多く、前者は、St Venant 理論、後者は A. Nadai の Sand Heap Analogy である。これらのねじり理論に対して、T.T.C. Hsu は、無筋コンクリート部材のねじり実験結果より、図-1 に示す N.N. Lessig により提案された斜め曲げ破壊面を単純化した Skew-Bending (斜め曲げ) 理論を提案した。これは、長方形断面の無筋コンクリート部材のねじれ破壊は、長辺に平行で部材軸と α の角度をなす軸に関する曲げにより発生するものとしたもので、 $\alpha=45^\circ$ とすると、

$$M_{tuc} = b^2 d \sigma_{cb} / 3 \dots \dots \dots (1)$$

ここで、

M_{tuc} : 無筋コンクリート部材の破壊ねじりモーメント

σ_{cb} : コンクリートの曲げ強度

b, d : 長方形断面の短辺、長辺の長さ

で表される。

鉄筋コンクリート部材のねじり強度は、従来の研究によると、式(2)に示すように、

$$M_{tu(RC)} = M_{tuc} + M_{tus} \dots \dots \dots (2)$$

ここで、

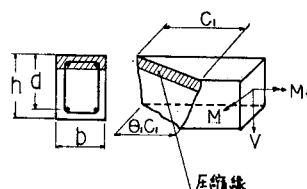


図-1 曲げ-ねじりによる破壊面

* 正会員 首都高速道路公団工務部設計技術課調査役

$M_{tu(RC)}$ ：鉄筋コンクリート部材のねじり破壊モーメント

M_{tus} ：鉄筋によるねじり抵抗モーメント

コンクリートと鉄筋それぞれのねじり抵抗の和であるとしている。式(2)の中の M_{tuc} , M_{tus} は, H.J. Cowan によると弾性理論による式, T.T.C. Hsu は, 斜め曲げ理論と実験結果より式を導いている。一方, B. Thürlmann, M.P. Collins らの研究は, 中空箱形断面に立体トラス類似を適用した研究であり,

$$M_{tu(RC)} = 2 A_0 \sqrt{\frac{R_y S_y}{P_0 \cdot t}} \dots\dots\dots(3)$$

ここで,

A_0, P_0 ：箱形断面の壁好中心線で囲まれた面積 ($b_0 d_0$) と, 周長 ($2(b_0 + d_0)$)

t ：箱形断面の壁厚

R_y ：軸方向鉄筋の降伏点強度 ($4 F_2$)

S_y ：横方向鉄筋の降伏点強度 (F_y)

で表されるとしている。

ねじりによる部材の回転は, ひびわれ発生前では弾性理論により近似的に求めることができる。ひびわれ発生後の鉄筋コンクリート部材の回転については, Hsu によって実験式が提案され, その後の研究により立体トラス類似による次式が示された。

$$\theta = \frac{P_0^2 \left(\frac{4 n A_c}{P_0 t} + \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} \right)}{4 E_s A_0^2 A_c} M_t \dots\dots\dots(4)$$

ここで,

A_c ：コンクリート断面積

n ： E_s/E_c

p_1, p_2 ：軸方向, 横方向の鉄筋比

そのほか, 2, 3 の研究者により 各種の算定式が提案されてきている。

ねじりと曲げあるいはせん断力の組合せ力を受けるコンクリート部材の強度については, 曲げとねじりモーメントの影響を単純に累加する Cowan の研究, 図-1 に示す破壊面を仮定した N.N. Lessig らの研究がある。そのほか, 多くの実験結果よりねじりと曲げの相関関係線を求め, それを利用して設計を行うことが提案され, ねじりと曲げの場合には,

$$\left(\frac{M_t}{M_{tu0}} \right)^m + \left(\frac{M}{M_{u0}} \right)^n = 1.0 \dots\dots\dots(5)$$

ここで,

M_{tu0}, M_t ：純ねじり強度, 作用ねじりモーメント

M_{u0}, M ：純曲げ強度, 作用曲げモーメント

で表されるとしている。ここで, m および n は研究者により 1~2 の値を採用している。さらに, ねじり, 曲げおよびせん断力の組合せの場合には, 立体的な相関関係による設計法も提案されている。

国内においては, 松島, 児島らの研究があり, 前者は外力として作用するねじりモーメントと曲げモーメントを仮想破壊面に関する成分に置き換え, それらの曲げ成分の和を求め, この曲げ成分について破壊面と同一断面を有する部材の曲げを想定し, 力のつり合いおよびひずみの適合条件を考慮した斜め曲げ関連の研究とみることができよう。後者は, 有限要素法による弾塑性解析を基本としてねじり挙動の研究が行われているものである。

b) 各国の設計基準におけるねじり規定

ACI (米国) の規定は, Hsu の研究に基づいて, 次式を長方形断面の部材について示している。

$$V_{tu} = \frac{3 T_u}{\phi \Sigma x^2 y} \dots\dots\dots(6)$$

ここで,

V_{tu} ：設計ねじりせん断応力度

T_u ：設計ねじりモーメント

x, y ：長方形断面の短辺, 長辺の長さ

ϕ ：強度低減係数

BSI, CP 110 (英国) は, 塑性理論に基づいた次式を長方形断面に適用している。

$$V_t = \frac{2 T}{h^2_{min} (h_{max} - h_{min}/3)} \dots\dots\dots(7)$$

ここで,

V_t ：ねじりせん断応力度

T ：破壊荷重によるねじりモーメント

h_{max} ：長方形断面の長辺の長さ

h_{min} ：長方形断面の短辺の長さ

ソビエトの基準は, 図-1 に示す仮想破壊面を基本として, Lessig の研究に基づいて, ねじりと曲げの組合せモーメントを受ける長方形断面部材の荷重耐力を次式で算定するとしている。

$$M_t \left(\frac{C_1}{b} + \frac{1}{k} \right) \leq \left\{ R_s F_{s1} + \frac{R_{st} f_{st1} C_1^2}{u_1 (2h+b)} \right\} \cdot \left(h_0 - \frac{x_1}{2} \right) + R_s' F_{s1}' \left(\frac{x}{2} - a_1 \right) \dots\dots\dots(8)$$

ここで,

$$C_1 = -\frac{b}{k} + \sqrt{\left(\frac{b}{k} \right)^2 + \frac{R_s F_{s1} u_1}{R_{st} f_{st1}} (2h+b)}$$

ただし,

$$C_1 \leq 2h+b, x_1 = \frac{R_s F_{s1} - R_s' F_{s1}'}{R_b b}, k = \frac{M_t}{M}$$

R_b ：コンクリート強度

R_s, R_s' ：鉄筋の引張, 圧縮強度

F_c ：コンクリートの圧縮部の面積

F_{s1}, F_{s1}' ：引張軸方向, 圧縮軸方向鉄筋の全断面積

f_s ：横方向鉄筋 1本の断面積

u ：横方向鉄筋の軸方向配置間隔

道路橋示方書Ⅲコンクリート橋編においては, ねじり

モーメントにより部材断面に発生するねじりせん断応力度 (τ_t) は、弾性理論に基づいた次式で算定することが規定されている。

$$\tau_t = M_t / K_t \dots\dots\dots (9)$$

ここで、

K_t : ねじりによるせん断応力度に関する係数

ACI には、ねじりとせん断の組合せに対して、円弧の相関関係を基本として、ねじりせん断応力度の上限値を次式で算出することを規定している。

$$V_{tu\max} = \frac{12\sqrt{f_c'}}{\sqrt{1 + (1.2 V_u / V_{tu})^2}} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、

f_c' : コンクリートの設計基準強度

V_u : せん断応力度

以上が、現在までの研究 および 設計基準の 概要である。

(3) 本研究の特徴

本研究の特徴と思われる点は、

a) 立体トラス類似³⁾の考え方の採用

純ねじりを受けるコンクリート部材のひびわれ発生状態より、ひびわれ発生後のコンクリート部材のねじり抵抗機構を、軸方向、横方向鉄筋による引張力と、斜めひびわれ間に存在するコンクリートを仮想厚さ t を有する圧縮斜材とした立体トラスとした。

b) つり合い方程式とひずみの適合

立体トラスについて力のつり合いおよびひずみの条件を考慮して、コンクリート部材の終局ねじりモーメントの算定式を導いた。したがって、鉄筋のひずみ算定式、ねじりに対するつり合い鉄筋比の算定式、引張鉄筋が降伏する前に圧縮を受けるコンクリートが破壊する over-reinforced の場合の鉄筋応力度の算定式も誘導できた。

c) ねじり破壊形式の推定

つり合い鉄筋比の算定が可能となったため、圧縮を受けるコンクリートが破壊する前に引張鉄筋が降伏する under-reinforced (U.R), 鉄筋の降伏とコンクリートの破壊が同時に生じる balanced-reinforce (B.R), 引張鉄筋が降伏する前に圧縮を受けているコンクリートが破壊する over-reinforced (O.R), および部材軸方向あるいは横方向鉄筋のいずれかが降伏する前にコンクリートが破壊する partially-over-reinforced (P.O.R) の推定が行えるので、破壊形式の推定が可能となった。なお、コンクリート強度と鉄筋の降伏点応力度の数値を設定し、つり合い鉄筋比を図示した。

d) ねじり変形の算定

終局ねじりモーメント作用時における回転角およびねじり剛性の算定式を導いた。

e) 立体トラス類似式の適用範囲

立体トラス類似により導いた式の適用限界の一提案を行った。

f) ねじり載荷試験の供試体の種類

ねじり試験の供試体は、鉄筋コンクリート、鉄骨鉄筋コンクリートさらに軽量コンクリートを使用した鉄筋コンクリート、およびプレストレストコンクリートの4種類である。

g) 実用設計法の提案

理論値と実験値を比較、検討し、その結果より実際の構造部材の安全性を確保するための係数 η を推定し、理論式より実用設計式を提案すると同時にコンクリート構造部材のねじり設計法を示した。

2. 終局ねじり強度と挙動の解析

ねじりモーメントを受けるコンクリート部材の挙動の概略は、実験的研究によると、ひびわれ発生前においては、鉄筋の応力度は非常に小さく、ねじりモーメントと回転の関係は、弾性理論により近似的に推定可能である。しかし、ひびわれ発生後は、鉄筋応力度は急増し、図-2 に示すように変形も急激に増大する。このような挙動は、弾性理論によって推定できないので、ねじりに対する新しい抵抗機構を設けて解析を行う必要のあることを示している。ここでは実験の結果より、図-3 に示す立体トラスを想定して、鉄筋コンクリート部材の終局ねじりモーメント（鉄筋が降伏点あるいはコンクリートが終局ひずみに達したときのねじりモーメント）の算定、そのときのねじり剛性 ($G_c K_{cu}$) 等の解析を行う。

これらの解析にあたって立体トラス類似により式を誘導しているので、文献 3) に示す Collins, et al. による研究と本研究の概要を比較して述べる。

Collins, et al. による研究は、一様な壁厚を有する箱型断面で、軸方向鉄筋が対称に配置され、それに直交する閉合した横方向鉄筋が配置された鉄筋コンクリート部材に、純ねじりモーメントが作用した場合について導かれたものである。したがって、力のつり合い条件式は、

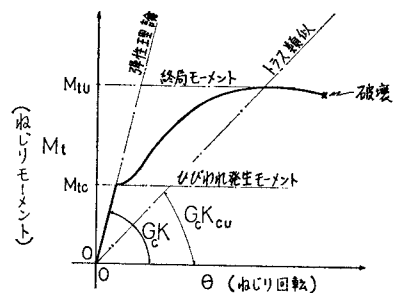


図-2 コンクリート部材のねじり挙動

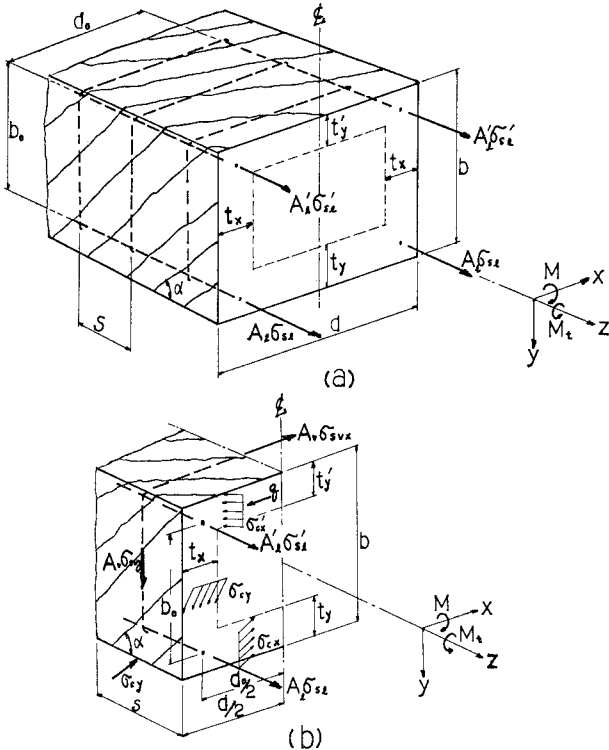


図-3 ねじりひびわれ発生後の力のつり合い

$$\left. \begin{aligned}
 \text{軸方向力} \quad & A_1\sigma_{sl} = \sigma_c t_d \cos^2 \alpha p_0 \quad (\text{軸方向鉄筋}) \\
 \text{横方向力} \quad & A_v\sigma_{sv} = \sigma_c t_d \sin^2 \alpha \cdot s \quad (\text{横方向鉄筋}) \\
 \text{せん断流} \quad & q = \sigma_c t_d \sin \alpha \cos \alpha
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (I)$$

ここで、

t_d : 壁厚

σ_c : コンクリートの圧縮応力度

s : 横方向鉄筋間隔

の3式で示されている。

斜めひびわれ角度 (α) の算定は、

$$\tan^2 \alpha = \frac{\epsilon_d + \epsilon_l}{\epsilon_d + \epsilon_h (p_h / p_0)}$$

ここで、

$\epsilon_d, \epsilon_l, \epsilon_h$: コンクリート、軸方向および横方向のひずみ

p_h, p_0 : 横方向鉄筋、せん断流の周長

で求められるとしている。

有効壁厚として

$$a = \frac{A_1\sigma_{sl}}{\alpha' \sigma_c \cdot p_0} + \frac{A_v\sigma_{sv}}{\alpha' \sigma_c \cdot s}$$

ここで、

α' : コンクリートの圧縮ブロックに関する係数で表されるとしている。さらにせん断流 q について、

$$q = \sqrt{\frac{A_1\sigma_{sl}}{p_0} \frac{A_v\sigma_{sv}}{s}}$$

で表しており、純ねじり抵抗モーメントとして、

$$M_t = 2 A_m q$$

を与えている。

ひびわれ発生後のプレストレスコンクリートに対する各式の適用は、

$$A_1\sigma_{sl} + A_{pl}\sigma_{pl} = t_d \sigma_c \cos^2 \alpha p_0$$

ここで、

A_{pl} : 部材軸方向のP C鋼材の断面積

σ_{pl} : 部材軸方向のP C鋼材の応力度

上式を式 (I) に置き換えることになっている。

したがって、Collins, et al. の研究は、鋼材の配置が対称、壁厚一定で、純ねじりモーメントが作用した場合のものであり、断面の形状変化に関する対応がなされていない。

本研究は、中実の長方形断面で、図-3 に示すように、仮想壁厚 t_x, t_y, t_y' を有し、上側と下側の軸方向鉄筋量の異なる鉄筋コンクリート部材を考え、ねじりモーメントと曲げモーメントを受けている場合を解析したものである。さらに、辺長に比例したねじりせん断力を各辺が分担するものとして各式を導いている。

上述のようなことから力のつり合い条件式は、

後述する式 (11) から式 (16) の6式によって表されている。この解析全体は、この6式によって支配されており、各式の誘導に際して簡単のため、各係数を導入している。したがって、本研究は Collins, et al. の研究と異なり、長方形断面の長辺と短辺の比の変化、鉄筋の配置の非対称、ねじりモーメントと曲げモーメントの組合せの比率のある限界値までは適用可能となるように誘導されている。さらに、鉄骨鉄筋コンクリート部材の解析、立体トラス類似による式の適用限界の提案、つり合い鉄筋比の図の作成等がなされており、一般性、実用性の高いものとなっている。

(1) 理論式の誘導

a) 理論式誘導におけるおもな仮定

ねじりひびわれ発生後のコンクリート部材のねじり挙動の解析には、図-3 に示す長方形断面のコンクリート部材の四面にひびわれが発生したものと仮定し、さらに、式の誘導の過程において、中空断面のねじりに関する弾性理論が近似的にひびわれの発生したものに対して適用できるものとした。

この解析を行うに際しての基本仮定のおもなものは、

- ① コンクリートの主圧縮応力は周面に沿って一様であり、面内では長方形分布している。その方向は部材軸に α° をなす。
- ② 断面の隅角部の応力集中は無視する。

- ③ 作用している曲げモーメントおよびねじりモーメントは一樣で、ねじりの中心は不変とする。
- ④ 終局ねじりモーメントは、鉄筋の降伏あるいはコンクリートが終局圧縮ひずみに達することにより発生するモーメントである。
- ⑤ 立体トラスの圧縮斜材は、図-3 に示すように厚さ (t) を有すると仮定し、中実断面を仮定の壁厚 ($t_{x,y}$) を有する中空断面とする。

⑥ 材料の応力度とひずみの関係

コンクリートと鋼材(鉄筋, PC鋼材, 鋼板)の応力度とひずみの関係は、図-4, 5 に示すものと仮定する。なお、鋼材のひずみ硬化の影響は無視する。

b) 力のつり合い条件式の誘導
図-3 より, x 軸および y 軸方向の力のつり合い条件は,

$$\sigma_{cy} \cdot s \cdot t_x \sin^2 \alpha = A_v \sigma_{svy} \dots (11)$$

$$\sigma_{cx}' \cdot s \cdot t_y' \cdot \sin^2 \alpha = A_v \sigma_{svx} \dots (12)$$

$$\sigma_{cx} \cdot s \cdot t_y \cdot \sin^2 \alpha = A_v \sigma_{svx} \dots (13)$$

Z 軸方向
部材上側

$$A_l' \sigma_{sl}' = \frac{1}{2} \{ \sigma_{cx} d t_y' + \sigma_{cy} b t_x - t_x t_y' (\sigma_{cx}' + \sigma_{cy}) \} \cdot \cos^2 \alpha \dots (14)$$

部材下側

$$A_l \sigma_{sl} = \frac{1}{2} \{ \sigma_{cx} d t_y + \sigma_{cy} b t_x - t_x t_y (\sigma_{cx} + \sigma_{cy}) \} \cdot \cos^2 \alpha \dots (15)$$

$$q = \sigma_{cm} t m \sin \alpha \cos \alpha \dots (16)$$

ここで,

- σ_c : コンクリートの圧縮応力, 添字 x, y, m はそれぞれ x 軸, y 軸方向と平均の値を示す。
- s : 横方向鉄筋の軸方向間隔
- α : 斜めひびわれの軸方向となす角
- t : 仮想壁厚. 添字 x, y, m はそれぞれ x 軸, y 軸方向と平均を示す。
- b, d : 長方形コンクリート断面の短辺, 長辺の長さ

b_0, d_0 : 横方向鉄筋の短辺, 長辺の長さ

A_v : 横方向鉄筋 1本の断面積 (図-3 参照)

A_l : 軸方向鉄筋 1本の断面積 (図-3 参照)

'の印は上側を示す。

$\sigma_{sv}, \sigma_{sl}', \sigma_{sl}$: それぞれ, 横方向, 軸方向の上側, 下側の鉄筋の応力度

q : せん断流

となる (図-3 参照)。

長方形断面において, σ_{svy} は σ_{svx} より小さな値となる。そこで, ここでは辺の長さ d, b に比例すると仮定²⁾する。

$$\sigma_{svx} = d/b \cdot \sigma_{svy} \dots (17)$$

さらに,

$$t_y/t_x = k_1, t_y'/t_x' = k_2 \dots (18)$$

$$\sigma_{cx}/\sigma_{cy} = k_3, \sigma_{cx}'/\sigma_{cy}' = k_4 \dots (19)$$

とすると, 式 (13) より式 (16) は,

$$\left. \begin{aligned} A_v \sigma_{svy} &= \sigma_{cy} \cdot t_x \cdot s \sin^2 \alpha C_1 \\ A_v' \sigma_{svy}' &= \sigma_{cy}' \cdot t_x' \cdot s \sin^2 \alpha C_1' \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

$$A_l \sigma_{sl} = \sigma_{cy} \cdot t_x \cdot \cos^2 \alpha C_2 \dots (21)$$

$$A_l' \sigma_{sl}' = \sigma_{cy}' \cdot t_x' \cdot \cos^2 \alpha C_3 \dots (22)$$

ここで,

$$C_1 = 1/2(1 + k_1 k_3 b/d), C_1' = 1/2(1 + k_2 k_4 b/d)$$

$$C_1'' = (C_1 + C_1') \cdot 1/2$$

$$C_2 = 1/2[k_1 \{ k_3 d - t_x (1 + k_3) \} + b]$$

$$C_3 = 1/2[k_2 \{ k_4 d - t_x' (1 + k_4) \} + b]$$

となる。

以下の解析において, 横方向鉄筋については簡単のために平均値として,

$$A_v \sigma_{svy} = \sigma_{xy} \cdot t_x \cdot s \cdot \sin^2 \alpha C_1'' \dots (23)$$

を用い, 同様に式 (16) において, $\sigma_{cm} = \sigma_{cy}$, $t_m = t_x$ とすると,

$$q = \sigma_{cy} \cdot t_x \cdot \sin \alpha \cos \alpha C_1'' \dots (24)$$

となる。

c) ひずみの適合式の誘導

部材長 (L) 当りの単位ねじりモーメント (M_t) による部材中のひずみエネルギー (U) は,

$$U = \sum A_l \sigma_{sl} \epsilon_l L + \sum A_l' \sigma_{sl}' \epsilon_l' L + A_v/s \cdot \sigma_{sv} \epsilon_v P_v L + \sigma_{cm} t m \epsilon_c P_0 L = M_t \theta L \dots (25)$$

ここで,

$\sum A_l, \sum A_l'$: 下側, 上側の軸方向鉄筋全断面積

θ : 部材単位長さ当りのねじり回転角

$\epsilon_c, \epsilon_l, \epsilon_l'$: コンクリート, 下, 上側鉄筋のひずみ

P_0 : せん断流の通路の周長

P_v : 横方向鉄筋の長さ ($2(b_0 + d_0)$)

ϵ_v : 横方向鉄筋のひずみ

となる。したがって, 単位ねじりモーメント ($M_t=1.0$) による単位長さ当りのひずみエネルギーは, 式 (25) よ

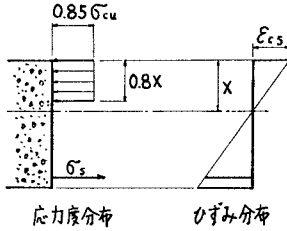


図-4 コンクリート応力度とひずみ分布

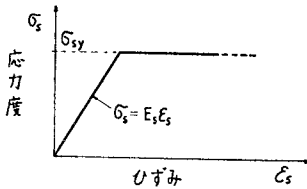


図-5 鋼材の応力度とひずみ曲線

り、

$$\theta = \Sigma (A_l \sigma_{sl} \varepsilon_l + A_l' \sigma_{sl}' \varepsilon_l') + \frac{A_v}{s} \sigma_{sv} P_v + \sigma_{em} t_m \varepsilon_c P_0 \dots (26)$$

となり、式 (21)~(24) を式 (16) に代入すると、

$$\theta = \sigma_{cy} t_x P_0 C_1'' \left(\varepsilon_l \cos^2 \alpha^2 \frac{(C_2 + C_3 k_1)}{P_0 C_1''} + \varepsilon_v \sin^2 \alpha \frac{P_v}{P_0} + \varepsilon_c \right) \dots (27)$$

となる。ここで、ねじり理論による以下の関係式と式 (27) より、

$$q = \frac{M_t}{2 A_m} = \sigma_{cy} t_x \sin \alpha \cos \alpha C_1'' \dots (28)$$

ここで、

A_m : ねじりに対する有効断面積 (P_0 で囲まれた面積)

$$\theta = \frac{P_0}{2 A_m} \left(\varepsilon_l \frac{C_4}{\tan \alpha} + \frac{\varepsilon_v P_v \tan \alpha}{P_0} + \frac{2 \varepsilon_c}{\sin 2 \alpha} \right) \dots (29)$$

ここで、

$$C_4 = \frac{2(C_3 + k_2 C_3)}{P_0 C_1''}, \quad k_2 = \frac{\varepsilon_l'}{\varepsilon_l}$$

となる。

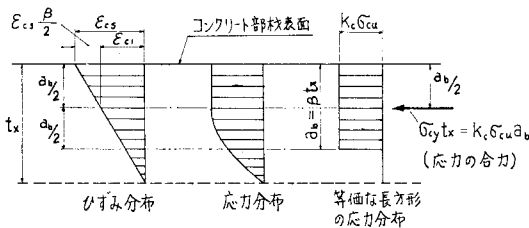
d) 斜めひびわれ角度 (α) の算定

ねじりモーメントに抵抗する立体トラスの斜材の部材軸方向となす角 (α) は、ひずみエネルギー最小の定理により $d\theta/d\alpha = 0$ の条件で求めることができる。

すなわち、式 (29) より、

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = \frac{P_0}{2 A_m} \left(\varepsilon_l C_4 \frac{-\sec^2 \alpha}{\tan^2 \alpha} + \varepsilon_v \sec^2 \alpha \frac{P_v}{P_0} + \varepsilon_c \frac{-4 \cos 2 \alpha}{\sin^2 2 \alpha} \right) \tan^2 \alpha = \frac{\varepsilon_l C_4 + \varepsilon_c}{\varepsilon_v \frac{P_v}{P_0} + \varepsilon_c} \dots (30)$$

となる。



(ε_{cs} : コンクリートの部材表面における最大ひずみ)

図-6 斜材の圧縮応力の合力とその作用点

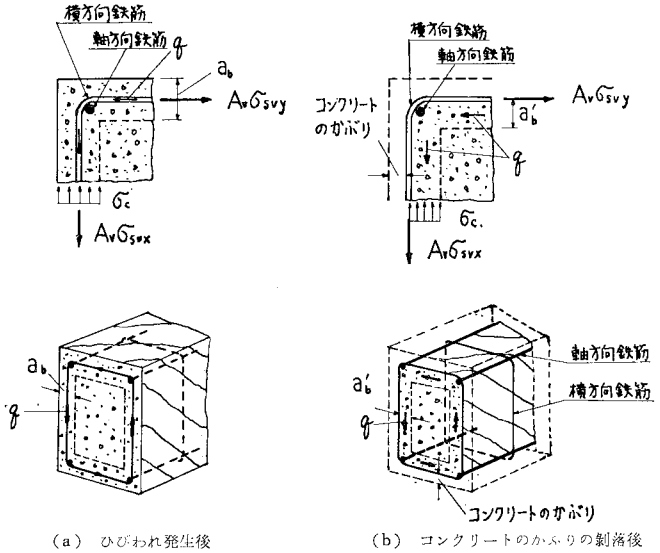


図-7 各状態における a_b の形成

e) A_m と P_0 の算定

ねじり有効断面積 (A_m)、せん断流の通路の周長 (P_0) の算定のためには、コンクリート斜材中の圧縮応力の合力の作用位置を決める必要がある。終局ねじりモーメントの作用時においては、コンクリートの応力分布は図-6 に示すように長方形をなすものとする。圧縮応力の作用深さ (a_b) は、式 (23) より、

$$\frac{A_v \sigma_{svy}}{s C_1''} = \sigma_{cy} t_x \sin^2 \alpha \dots (31)$$

となり、式 (21) と式 (22) の和は、

$$A_l \sigma_{sl} (1 + C_3) = \sigma_{cy} t_x \cos^2 \alpha (C_2 + C_3) \dots (32)$$

ここで、

$$C_3 = \frac{A_l' \sigma_{sl}'}{A_l \sigma_{sl}}$$

となる。式 (31) と式 (32) より、 $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ を消去すると、

$$\sigma_{cy} t_x = \frac{A_v \sigma_{svy}}{s C_1''} + \frac{A_l \sigma_{sl} (1 + C_3)}{C_2 + C_3} \dots (33)$$

となる。図-6 より、 $\sigma_{cy} t_x = a_b k_c \sigma_{cu}$ とすると、式 (33) は、

$$a_b = \frac{1}{k_c \sigma_{cu}} \left\{ \frac{A_v \sigma_{svy}}{s C_1''} + \frac{A_l \sigma_{sl} (1 + C_3)}{C_2 + C_3} \right\} \dots (34)$$

となる。

せん断流の中心位置は、 $a_b/2$ と考えることができるので、これより、 A_m , P_0 の値を求めることができる。 a_b の仮定の方法としては、図-7 に示すように、ひびわれ発生後、コンクリートのかぶりの剥落後とはは別して行う必要がある。

f) せん断流 q および終局ねじりモーメント M_{tu} の算出

式 (34) より a_b の値が決定されると、 A_m , P_0 の値

が求められる。式 (24), (31), (32) より,

$$\left. \begin{aligned} q &= \sigma_{cy} t_x \sin \alpha \cos \alpha C_1'' \\ \sin \alpha &= \sqrt{\frac{1}{\sigma_{cy} t_x} \frac{A_v \sigma_{svy}}{s C_1''}} \\ \cos \alpha &= \sqrt{\frac{1}{\sigma_{cy} t_x} \frac{A_x \sigma_{st} (1 + C_3)}{C_2 + C_3}} \end{aligned} \right\} \dots\dots (35)$$

となる。したがって、式 (28) より、式 (35) の関係を用いて、

$$q = \sqrt{\frac{C_1'' A_v \sigma_{svy}}{s} \cdot \frac{A_x \sigma_{st} (1 + C_3)}{C_2 + C_3}} \dots\dots (36)$$

となる。さらに、式 (28) の関係から、終局ねじりモーメント (M_{tu}) は、

$$M_{tu} = 2 A_m \sqrt{\frac{C_1'' A_v \sigma_{svy}}{s} \cdot \frac{A_x \sigma_{st} (1 + C_3)}{C_2 + C_3}} \dots\dots (37)$$

となる。

g) 鉄筋のひずみおよび応力度の算定

図-8 に示すように、コンクリートの圧縮斜材は、ねじり回転とともに曲げ変形を生じる。この場合、コンクリート表面におけるひずみ (ϵ_{cs}) と部材の回転角 (θ) の関係は、板のたわみ面と曲率の関係⁹⁾を基本として、

$$1/\rho_n = 2/\rho_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \dots\dots (38)$$

ここで、

- ρ_n : n 方向の曲率半径
- ρ_{xy} : 主応力方向の曲率半径

となる。図-9 より、

$$\phi = \epsilon_{cs}/t = 1/\rho_n \dots\dots (39)$$

ここで、

ϕ : 曲げたわみ角

とする。

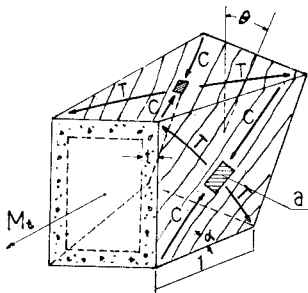


図-8 ねじり変形によるコンクリート圧縮斜材の曲げ変形

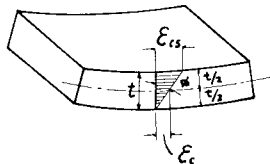


図-9 a 部分のひずみと曲率 ϕ

$$\phi = \epsilon_{cs}/t = \theta \sin 2\alpha \dots\dots (40)$$

の関係式が導かれる。

図-6 に示す関係から、

$$\epsilon_c = \epsilon_{cs} (1 - \beta/2) \dots\dots (41)$$

となり、軸方向鉄筋のひずみとコンクリートのひずみとの関係式は、式 (29), (30), (35), (40), (41) より、

$$\epsilon_l = \frac{\epsilon_{cs}}{2 C_4} \left\{ \frac{A_m \sigma_{cu} \beta (C_2 + C_3) k_c}{P_0 A_l \sigma_{st} (1 + C_3)} - (2 - \beta) \right\} \dots\dots (42)$$

ここで、

k_c : 図-6 参照

σ_{cu} : コンクリートの圧縮強度

となる。

横方向鉄筋のひずみとコンクリートのひずみとの関係式は、 ϵ_l の場合と同様に、式 (29), (30), (35), (41) より、

$$\epsilon_v = \epsilon_{cs} \left\{ \frac{A_m \sigma_{cu} k_c \beta s C_1''}{2 \sigma_{svy} P_0 A_v} - \frac{P_0}{P_v} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) \right\} \dots (43)$$

となる。

over-reinforced の場合においては、コンクリートは終局ひずみに達しているが、鉄筋は降伏点になっていないので、鉄筋の応力度を算定して、その値を用いて式 (37) により、終局ねじりモーメントの算定を行う必要がある。したがって、以下に鉄筋応力度の算定式を示す。

式 (42), (43) の左辺を $\epsilon_l = \sigma_{st}/E_s$, $\epsilon_v = \sigma_{sv}/E_s$ と置き換えることにより、鉄筋応力度, σ_{st} , σ_{sv} を求める式を誘導することができる。

σ_{st} の算定式は、式 (42) より、

$$\sigma_{st} = \frac{1}{2} \sqrt{\left\{ \frac{\epsilon_{cs} E_s (2 - \beta)}{2 C_4} \right\}^2 + \frac{2 \epsilon_{cs} E_s A_m \sigma_{cu} \beta (C_2 + C_3) k_c}{C_4 P_0 A_l (1 + C_3)} - \frac{\epsilon_{cs} E_s (2 - \beta)}{4 C_4}} \dots\dots (44)$$

となり、同時に、式 (43) より σ_{sv} の算定式は、

$$\sigma_{sv} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left\{ \frac{\epsilon_{cs} E_s P_0}{P_v} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) \right\}^2 + \frac{2 \epsilon_{cs} E_s A_m \sigma_{cu} \beta C_1'' k_c s}{P_v A_v} - \frac{\epsilon_{cs} E_s P_0}{2 P_v} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right)} \dots\dots (45)$$

となる。

式 (42)~(45) は式中の定数を決めることにより、鉄筋のひずみ、応力度が求められる。定数は、材料試験あるいは断面形状寸法により求めることができる。

h) 終局時のねじり剛性 ($G_c K_{cu}$) の算定

終局時のコンクリート部材のねじり剛性は、次式に示す関係があるとする。すなわち、

$$G_c K_{cu} = M_{tu}/\theta_u \dots\dots (46)$$

ここで、

θ_u ：終局時の回転角

である。式 (28), (40) より、

$$\theta_u = \frac{\sigma_{cy} \varepsilon_{cs} C_1''}{2q} \dots\dots\dots (47)$$

となり、したがって、式 (36) と $\sigma_{cy} = k_c \beta \sigma_{cu}$ の関係から、

$$\theta_u = \frac{\varepsilon_{cs}}{2} k_c \beta \sigma_{cu} \sqrt{\frac{C_1'' \cdot s}{A_v \sigma_{svy}} \cdot \frac{C_2 + C_3}{A_l \sigma_{sl} (1 + C_3)}} \dots\dots\dots (48)$$

となる。式 (37) と式 (46) の関係から、

$$G_c K_{cu} = \frac{M_{tu}}{\theta_u} = \frac{4 A_m}{\varepsilon_{cs} k_c \beta \sigma_{cu}} \cdot \left\{ \frac{A_v \sigma_{svy}}{s} \cdot \frac{A_l \sigma_{sl} (1 + C_3)}{C_2 + C_3} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

となる。

i) プレストレストコンクリート部材の終局ねじりモーメントの算定

既往の実験的研究によると、ねじりを受けるコンクリート部材に対するプレストレスの効果は、ひびわれ発生モーメントの増大、ねじりひびわれ発生角度に影響を与えることである。しかしながら、ねじりひびわれ発生後、終局ねじりモーメントに至る間、ねじりに対する抵抗機構は、立体トラスに移行し、PC鋼材は単に軸方向の引張鉄筋としての機構を果たすのみとなる。したがって、ひびわれ発生後は、終局状態における応力のつり合いが得られるように、コンクリートに傾斜の異なる新たな斜めひびわれが生じ、部材軸と式 (30) で求められる α 度をなす圧縮斜材が形成⁵⁾されることになる。

ここでは、ひびわれ発生後について、図-10 に示す軸方向に PC 鋼材を配置した部材について、終局ねじりモーメントの算定式を誘導する。

図-10 より、Z 軸方向の力の合計は、

$$\left. \begin{array}{l} \text{上側 } A_l' \sigma_{sl}' + A_p' \sigma_{pl}' \\ \text{下側 } A_l \sigma_{sl} + A_p \sigma_{pl} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

ここで、

A_p', A_p ：PC鋼材の上側、下側の断面積

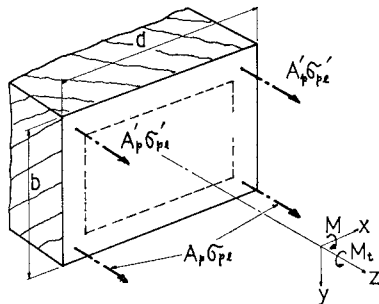


図-10 PC鋼材の軸方向力

$\sigma_{pl}', \sigma_{pl}$ ：PC鋼材の上側、下側の引張応力度となる。したがって、力のつり合い式は、式 (23) から式 (24) によって、

$$A_v \sigma_{svy} = \sigma_{cy} s t_x \sin^2 \alpha C_1'' \dots\dots\dots (23)$$

$$\left. \begin{array}{l} A_l \sigma_{sl} + A_p \sigma_{pl} = \sigma_{cy} t_x \cos^2 \alpha C_2 \\ A_l' \sigma_{sl}' + A_p' \sigma_{pl}' = \sigma_{cy} t_x \cos^2 \alpha C_p C_3 \end{array} \right\} \dots\dots (51)$$

$$q = \sigma_{cy} t_x \sin \alpha \cos \alpha C_1'' \dots\dots\dots (24)$$

ここで、

$$C_p = \frac{A_l' \sigma_{sl}' + A_p' \sigma_{pl}'}{A_l \sigma_{sl} + A_p \sigma_{pl}}$$

となる。すなわち、ひびわれ発生後のPC鋼材は、軸方向鉄筋の一部として終局ねじりモーメントの算定式に追加⁹⁾する。ただし、式 (51) 中の $\sigma_{pl}, \sigma_{pl}'$ は、終局ねじりモーメントに対して有効に利用できる応力度であり、

$$\sigma_{pl} = \sigma_{py} - \sigma_p$$

ここで、

σ_{py} ：PC鋼材の耐力 (降伏点)

σ_p ：有効プレストレス時のPC鋼材応力度

σ_{pl} ：終局ねじりモーメントに対して有効に利用できるPC鋼材の応力度

で示されるものとする。 σ_{pl}' も同様に示される。

以上のことにより、鉄筋コンクリート部材に関して導かれた式 (34) より式 (49) は、

$$a_{b\beta} = \frac{1}{k_c \sigma_{cu}} \left\{ \frac{A_v \sigma_{svy}}{s C_1''} + \frac{(A_l \sigma_{sl} + A_p \sigma_{sp}) (1 + C_p)}{C_2 + C_3} \right\} \dots\dots\dots (52)$$

$$\varepsilon_{pl} = \frac{\varepsilon_{cs}}{2 C_4} \left\{ \frac{A_m \sigma_{cu} \beta (C_2 + C_3) k_c}{P_0 (A_l \sigma_{sl} + A_p \sigma_{pl}) (1 + C_p)} - (2 - \beta) \right\} \dots\dots\dots (53)$$

$$q_p = \sqrt{\frac{C_1'' A_v \sigma_{svy}}{s} \cdot \frac{(A_l \sigma_{sl} + A_p \sigma_{pl}) (1 + C_p)}{C_2 + C_3}} \dots\dots\dots (54)$$

終局ねじりモーメント M_{tp}

$$M_{tu\beta} = 2 A_m \cdot \sqrt{\frac{C_1'' A_v \sigma_{svy}}{s} \cdot \frac{(A_l \sigma_{sl} + A_p \sigma_{pl}) (1 + C_p)}{C_2 + C_3}} \dots\dots\dots (55)$$

ねじり剛性 ($G_c K_{cu\beta}$)

$$G_c K_{u\beta} = \frac{4 A_m}{\varepsilon_{cs} k_c \beta \sigma_{cu}} \cdot \left\{ \frac{A_v \sigma_{svy}}{s} \cdot \frac{(A_l \sigma_{sl} + A_p \sigma_{pl}) (1 + C_p)}{C_2 + C_3} \right\} \dots\dots\dots (56)$$

ここで、

β ：プレレストコンクリート部材に関することを示す。

となる。

j) 鉄骨鉄筋コンクリート部材の終局ねじりモーメントの算定

鉄骨鉄筋コンクリート部材の鉄骨のウェブが、図-11に示すようなタイプレート形式の場合には、せん断補強に関して、同一断面のスタラップの約1/2の効果しか有していないことは実験の結果より明らかにされてきている。しかし、ねじり補強の場合、ひびわれ発生後の鉄骨鉄筋コンクリート部材のねじり抵抗が立

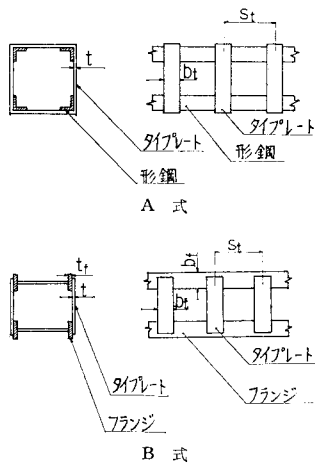


図-11 鉄骨の形式

体トラスによるものとし、また、終局ねじりモーメント時に、小さい影響しか有しない鉄骨自体のねじり抵抗、ジベル作用を無視すると、鉄骨のフランジは軸方向鉄筋、タイプレートは横方向鉄筋と近似的に考えることができよう。これについては、実験の結果⁷⁾として示されている。

鉄骨を鉄筋に換算する方法は種々考えられるが、図-11に示す鉄骨の形状により、以下の方法で行うものとする。

A形式について

$$\left. \begin{aligned} A_{vt} &= b_t t \frac{\sigma_{ssy}}{s_t \sigma_{sy}} \\ \sum A_{lt} &= 4 A_{ls} \frac{\sigma_{ssy}}{\sigma_{sy}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (57)$$

ここで、

A_{vt}, A_{lt} : 鉄筋に換算したタイプレート軸方向鋼材の断面積

$\sigma_{ssy}, \sigma_{sy}$: 鉄骨および鉄筋の降伏点応力度

A_{ls} : 軸方向鋼材1本の断面積

B形式について

$$\left. \begin{aligned} A_{vt} &= b_t t \frac{\sigma_{ssy}}{s_t \sigma_{sy}} \\ \sum A_{lt} &= 4 b_f t_f \frac{\sigma_{ssy}}{\sigma_{sy}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (58)$$

となる。したがって、鉄骨鉄筋コンクリート部材の換算鉄筋断面積は、

$$\left. \begin{aligned} \sum A_{vs} &= A_v + A_{vt} \\ \sum A_{ls} &= \sum A_{lt} + \sum A_l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (59)$$

ここで、

$\sum A_{vs}, \sum A_{ls}$: 鉄骨鉄筋コンクリート部材における横方向および軸方向換算鉄筋断面積

となる。

理論式によると、終局ねじりモーメントの算定等を行う場合、 A_m, P_v 等の算定が必要であり、このために、換算鉄筋位置の算定を行わなければならない。換算鉄筋位置 b_{os}, d_{os} は、

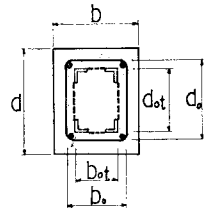


図-12 鉄骨鉄筋コンクリート部材における鉄筋および鉄骨位置

$$\left. \begin{aligned} b_{os} &= \frac{A_v b_o + A_{vt} b_{ot}}{A_v + A_{vt}} \\ d_{os} &= \frac{A_v d_o + A_{vt} d_{ot}}{A_v + A_{vt}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (60)$$

ここで、

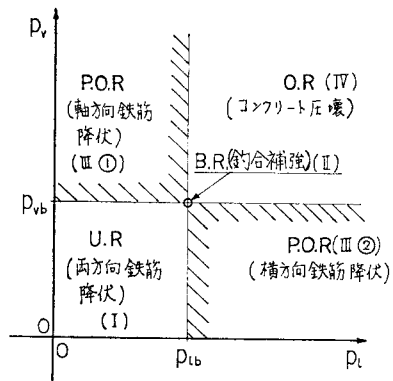
b_{os}, d_{os} : 鉄骨鉄筋コンクリート部材断面における換算鉄筋位置の短辺、長辺の長さ

上式により算定する。

鉄骨鉄筋コンクリート部材に使用される鉄骨の形式は種々あると思われるが、ねじりに対する補強鉄筋と類似の鉄骨形式の場合には、上述の方法で鉄骨を鉄筋に換算できよう。ただし、I型断面単一の場合には、鉄筋への換算より累加強度としての鉄骨の有効性を考慮することの方がよいものと思われる。

(2) ねじり破壊の形態と補強鉄筋量の関連

コンクリート部材のねじり破壊の形態は、ねじりモーメントに対する補強方法、鉄筋の有無、多寡により異なる。ここでは部材軸方向とそれに直交する横方向補強鉄筋を併置したコンクリート部材(鉄筋コンクリート、プレレストコンクリート、鉄骨鉄筋コンクリート部材)



注 U.R : under-reinforced
O.R : over-reinforced
P.O.R : partially-over-reinforced
B.R : balanced-reinforced

図-13 鉄筋コンクリート部材の鉄筋補強量とねじり破壊形式の概念

については 図-13 に示すものとなる。

ねじり補強の場合は、曲げの場合と異なり、2方向に補強鉄筋が配置されているので、つり合い鉄筋比 (p_b) は、軸方向と横方向それぞれ、つり合い鉄筋比 (p_{lb})、(p_{vb}) がある。したがって、図-13 に示すように、大別して4種の破壊の形態が想定できる。

(3) ねじりつり合い鉄筋比

ねじり補強の終局ねじりモーメントに対するつり合い鉄筋比としては、すでに述べたように軸方向および横方向鉄筋比の2種類がある。ここで、軸方向鉄筋比 (p_l) と横方向鉄筋比 (p_v) は、

$$\left. \begin{aligned} \text{軸方向鉄筋比 } p_l &= \frac{\sum A_{ls}}{A_m s} = \frac{\sum A_l}{A_m} \\ \text{横方向鉄筋比 } p_v &= \frac{A_v P_v}{A_m s} \end{aligned} \right\} \dots (61)$$

ここで、

$\sum A_l$: ねじり補強軸方向鉄筋全断面積

A_v : ねじり補強横方向鉄筋1本の断面積

とする。

軸方向つり合い鉄筋比 (p_{lb}) は、式 (42) に式 (61) を代入することで導くことができる。すなわち、

$$p_{lb} = \frac{\sigma_{cu}}{\sigma_{sly}} \cdot \frac{\beta k_c (C_2 + C_3)}{P_0 (1 + C_5)} \left\{ 2 \frac{\epsilon_l}{\epsilon_{cs}} C_4 + (2 - \beta) \right\} \dots (62)$$

となる。

同様に、式 (43) に式 (61) を代入することで、横方向つり合い鉄筋比 (p_{vb}) は、

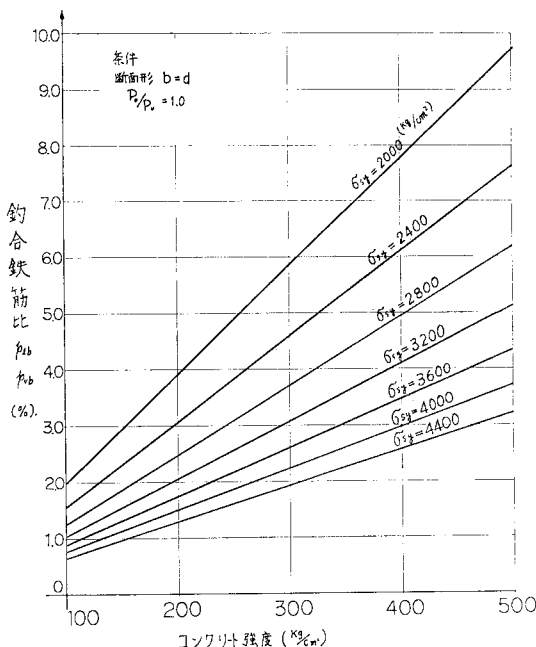


図-14 コンクリート強度、鉄筋の降伏点とつり合い鉄筋比 (%) の関係 (正方形断面)

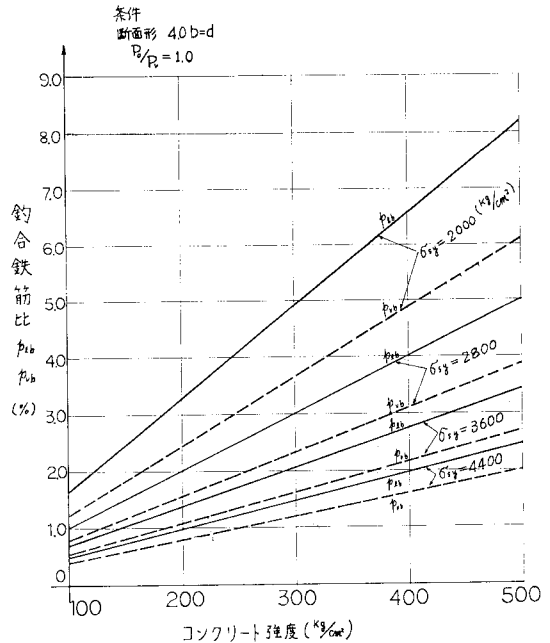


図-15 コンクリート強度、鉄筋の降伏点とつり合い鉄筋比 (%) の関係 (長方形断面 4.0b=d)

$$p_{vb} = \frac{\sigma_{cu}}{\sigma_{svyy}} \cdot \frac{\beta k_c C_1''}{2 \left\{ \frac{\epsilon_v}{\epsilon_{cs}} + \frac{P_0}{P_v} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) \right\}} \dots (63)$$

となる。

式 (62) および式 (63) において、断面形状、使用材料の性質、鉄筋の配置等により、 σ_{cu} 、 σ_{sly} 、 P_c/P_v 、 β 、 k_c 、 ϵ_{cs} 等の定数を定めることで、 p_{lb} 、 p_{vb} は求められる。一例として、正方形断面、 $P_0/P_v=1.0$ 、 $\epsilon_{cs}=0.0035$ 、 $\beta=0.8$ 、軸方向鉄筋は、対称に配置されており、軸方向、横方向鉄筋は同一の降伏点を有する場合について、コンクリート強度、各鉄筋の降伏点応力度を変えた場合のつり合い鉄筋比を 図-14 に示す。同様に、長方形断面 ($4.0b=d$) の場合については、図-15 に示してある。

図-14 と 図-15 の比較より明らかのように、 $d/b=1.0$ で $p_{vb}/p_{lb}=1.0$ となるが、 $d/b=4.0$ では、コンクリート強度鉄筋の降伏点により $p_{vb}/p_{lb} \approx 0.8 \sim 0.74$ の範囲に減少する。一般的にいうと、 d/b の値が大きくなると、 p_{vb}/p_{lb} の値は減少する傾向にある。

(4) 立体トラス類似によるねじり算定式の適用範囲の提案

立体トラス類似の解析において、ねじりモーメントにより部材の全面にひびわれが発生することが基本的な仮定となっている。しかし、曲げ的作用により、部材の一面にひびわれの発生がない場合がある。この場合、立体トラス類似による算定式はそのまま適用するには問題⁹⁾

がある。この適用限界は厳密に考えれば、曲げモーメントの作用によって圧縮側となるコンクリートの緑維応力度が零となる場合の $M_t/M=K$ を、立体トラス類似により誘導された式の適用限界と考えるべきであるが、式の誘導が簡単であること、部材の寸法が大きくなると、鉄筋の位置とコンクリート表面までの距離の差によるコンクリート応力度の差異が無視できる程度になると推定できる。したがって、部材断面が大きい場合、圧縮側となる面に近接して配置された鉄筋応力度を零として求められた M_t/M の値と、圧縮側のコンクリートの緑維応力度を零として求めたものとはほぼ等しいと考えることができるので、実用上は十分な精度となると推定される。以上のことから、ここでは、近似的に曲げモーメントにより圧縮側となる面に近接して配置された軸方向鉄筋の応力度が零となるねじりモーメントと曲げモーメント (M) の比 ($K_0=M_t/M$) を、限界の値と考え、

$$\sigma_{s'l}'=0 \rightarrow K_0=M_t/M$$

とする。

図-16 に示す力のつり合いより、式 (24) を使用してねじりモーメント (M_t) を示す式は、

$$M_t=2 d_0 b_0 \sigma_{cy} \sin \alpha \cos \alpha C_1'' \dots\dots\dots (a)$$

となる。一方、曲げモーメント (M) は、

$$M=b_0(2 A_l \sigma_{sl}-2 A_l' \sigma_{s'l}') \dots\dots\dots (b)$$

となる。部材軸保向の力のつり合いより(図-16 参照)、

$$A_l \sigma_{sl}(1+C_s)=\sigma_{ct} \cos^2 \alpha P_0/2 \dots\dots\dots (c)$$

ここで、

$$P_0=2(d_0+b_0)$$

となる。式 (a)、(c) より、

$$A_l \sigma_{sl}(1+C_s)=\frac{M_t P_0}{4 b_0 d_0 \tan \alpha C_1''} \dots\dots\dots (d)$$

となり、式 (b) より、

$$A_l \sigma_{sl}(1-C_s)=M/2 b_0 \dots\dots\dots (e)$$

となる。式 (d) と式 (e) の和と差より、

$$A_l \sigma_{sl}=\frac{M_t P_0}{8 b_0 d_0 \tan \alpha C_1''}+\frac{M}{4 b_0} \text{ (下側)} \dots\dots (64)$$

$$A_l' \sigma_{s'l}'=\frac{M_t P_0}{8 b_0 d_0 \tan \alpha C_1''}-\frac{M}{4 b_0} \text{ (上側)} \dots\dots (65)$$

となる。式 (65) において、 $\sigma_{s'l}'=0$ とすると、

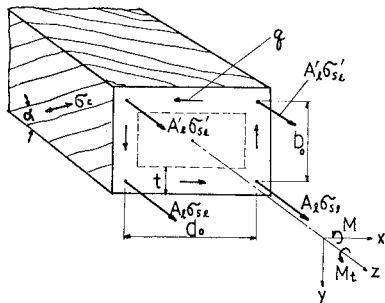


図-16 力のつり合い

$$\frac{M_t}{M}=\frac{2 b_0 d_0 \tan \alpha C_1''}{b_0 P_0}=\frac{2 d_0 \tan \alpha C_1''}{P_0}=K_0 \dots\dots\dots (66)$$

となる。

$K > K_0$ の場合は、ねじりモーメントが支配的な範囲 (T 範囲) となる。

$K \leq K_0$ の場合は、曲げモーメントが支配的な範囲 (M 範囲) となる。

したがって、立体トラス類似による式は、 T 範囲で適用可能と推定できる。

3. 実験結果と検討

(1) 実験の概要

供試体は 図-17 に示す正方形断面の鉄筋コンクリートと 図-11 に示す B 形式の鉄骨を組み合わせた鉄骨鉄筋コンクリート、軽量コンクリートを使用した鉄筋コンクリート、およびプレストレストコンクリートで、断面は $40 \times 40 \text{ cm}$ のもの 17 体、2 体の $40 \times 25 \text{ cm}$ の長方形断面のものである。

コンクリートは、普通コンクリートの場合は、 $\sigma_{28}=280 \text{ kg/cm}^2$ 、軽量コンクリートは、 $\sigma_{28}=400 \text{ kg/cm}^2$ を使用した。鉄筋は丸鋼で SS 41、鉄骨も SS 41 の鋼板を用い工場製作を行った。

載荷は供試体の一端を固定し、他端に回転を与えて供試体にねじりモーメントを載荷した。

供試体の種類、本数、鉄筋比は表-1 に示す。また試験後のひびわれ発生状態は、写真-1, 2 に示す。

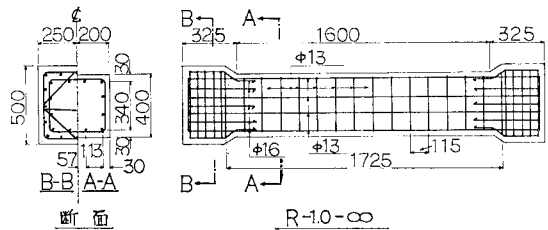


図-17 鉄筋コンクリート供試体

(2) 実験結果の検討

終局ねじりモーメントの実験値と計算値は表-1 に示すもので、実験値と計算値の相関係数は 0.974 となっている。供試体 19 本についての実験値/計算値の比の平均値は 1.02、変動係数は 10.4% となった。実験値と計算値の比より、最小 2 乗法で実験式を求めると次式のようになる。

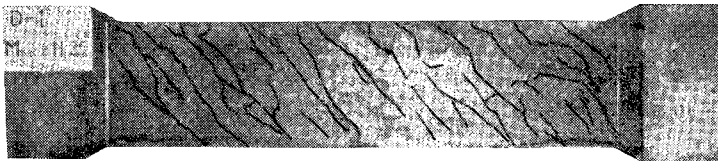
$$y'=1.066 x-0.0678$$

ここで、

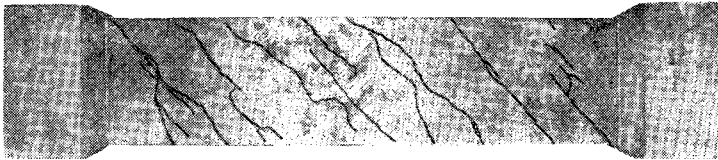
表一 終局ねじりモーメントの実験結果と計算値の比較

供試体記号	種類	断面形	鉄筋比 (%) ρ_{le}	終局ねじりモーメント (t·m)				備 考
				実験値	計算値	実/計	平均値	
R-2.0-∞	鉄筋 コンクリート	正方形	2.0	11.25 13.44	12.39	0.90 1.08	0.99	
R-1.0-∞			1.0	7.90 8.35	7.34	1.07 1.13	1.10	
R-0.5-∞			0.5	5.05	5.00	1.01	1.01	
SR-5.9-∞	鉄骨鉄筋 コンクリート	正方形	5.9	19.80 21.86	20.16	0.98 1.08	1.03	鉄骨を鉄筋に換算
SR-4.5-∞			4.5	15.11	19.38	0.78	0.78	
SR-4.9-∞			4.9	21.35 20.30	21.62	0.98 0.94	0.96	
SR-3.5-∞			3.5	17.11	18.59	0.92	0.92	
R _F -2.0-∞	鉄筋 コンクリート	長方形	2.0	5.30 5.20	4.91	1.07 1.05	1.06	
RL-40-2.0-∞	軽量鉄筋 コンクリート	正方形	2.0	12.60	14.73	0.86	0.86	
RL-40-1.0-∞			1.0	9.70	8.57	1.13	1.13	
RL-40-0.5-∞			0.5	4.80	4.32	1.11	1.11	
PL-40-2.0-∞	軽量プレ ストレスト コンクリート	正方形	2.51	16.00	15.57	1.02	1.02	鉄筋量はRLと同 一であるが、PC 鋼材を鉄筋に換算
PL-40-1.0-∞			1.51	12.80	12.60	1.01	1.01	
PL-40-0.5-∞			1.01	8.80	7.00	1.25	1.25	
供試体本数計 19本				平均値 19.37/19=			1.02	

注) $\rho_{le} = \Sigma A_l / A_c : \Sigma A_t$ 中には鉄骨, PC鋼材を含む, A_c : コンクリート断面, 変動係数 10.4%

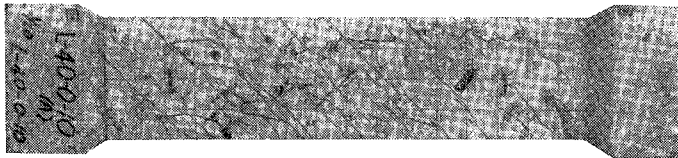


R-2.0-∞

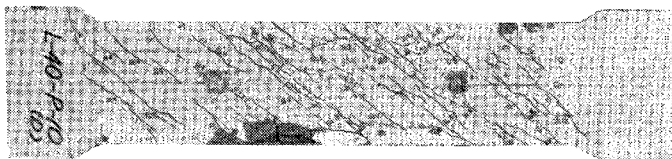


R-1.0-∞

写真一 鉄筋コンクリート供試体のねじりひびわれ発生状態



RL-40-1.0-∞



PL-40-1.0-∞

写真二 軽量コンクリートを使用した鉄筋コンクリートおよびプレストレストコンクリート試体のねじりひびわれ発生状態

y' : 実験式による計算値

x : 実験値

上式の造算値と実験値の比の値が正規分布するものとして危険率を5%とし, この場合の信頼限界の下限値は0.895となる. 理論式と実験式より求めたそれぞれの計算値の比は, 平均して0.94となる. したがって, 低減係数 η は, $\eta = 0.94 \times 0.895 = 0.84$ となり, この η を理論式に乗することで実用設計式とすることができよう.

終局ねじりモーメント時の部材の回転角については, 実験装置の関係から, 終局ねじりモーメント時まで完全に回転角の測定が困難なものであったので, 数値的にはあまりよい一致を示していないが, 一応の傾向は示されているものと推定できる(表二参照).

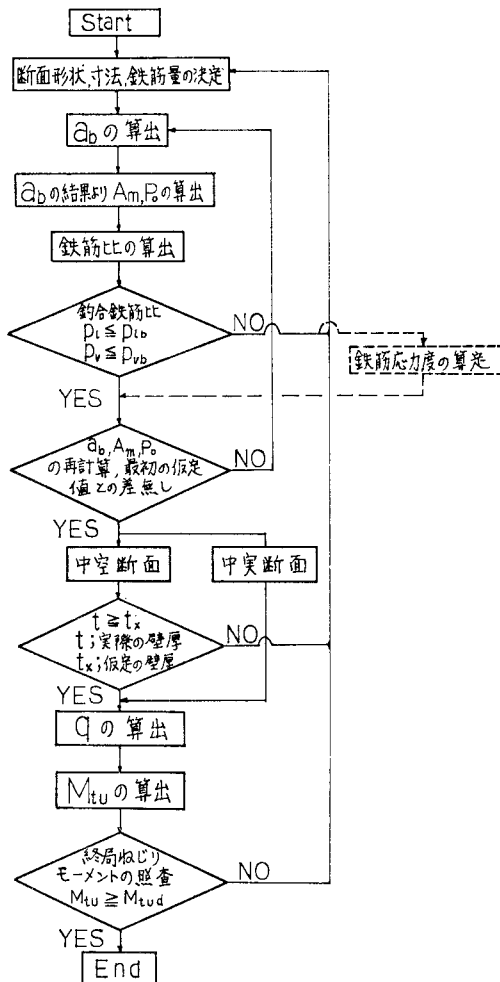
4. 設 計 法

部材のねじり設計の強度の基準を終局ねじりモーメントとする. これはすでに述べたように, 鉄筋が降伏点, あるいはコンクリートが終局圧縮ひずみに達した場合のねじりモー

表-2 終局ねじりモーメント時の部材の回転角

供試体	回転角 θ (10^{-3} rad/cm)		
	実験値	計算値	実/計
R-2.0- ∞	22.0	39.4	0.56
SR-5.9- ∞	48.2	46.0	1.04
SR-3.5- ∞	35.0	45.0	0.78
RL-40-2.0- ∞	44.0	53.4	0.82
PL-40-2.0- ∞	39.5	48.4	0.82
R _r -2.0- ∞	57.0	54.1	1.05

メントである。したがって、破壊までは強度上多少の余裕があるが、これは一般に小さく、その間の変形も大である。実際の設計としては、終局ねじりモーメントを基準とするのが妥当と思われる。そのほか、変形あるいはひびわれの制限を基準として設計を行うことも考えられる。これについては、構造物中に発生するねじりモーメントの設計上よりの分類（たとえば、つり合いねじりあるいは変形適合ねじり）により区別して設計が行われる



(注 M_{tud} : 設計終局ねじりモーメント)

図-18 終局ねじりモーメント算定の流れ図

べきであるので、別途に検討を行う必要があり、ここでは除外する。

部材の終局ねじりの算定の手順の概略を 図-18 に示す。

① 与えられたあるいは仮定した断面形状寸法、鉄筋量、材料の性質より、式 (34) で a_b の算定を行う。

② 算出した a_b の値より、 A_m, P_0 を算定する。

③ A_m より、鉄筋比の算定を行い 図-14, 15 により、under-reinforced, over-reinforced あるいは partially over-reinforced の判定を行う。over あるいは partially over-reinforced の場合は、断面あるいは鉄筋量を変更して under-reinforced になるようにするのが一般的である。しかしながら、over-reinforced の状態での設計も行うことがある。その場合、当初の仮定において、鉄筋は降伏点に達しているとしているので、式 (44), (45) により鉄筋応力度の算定を行い、その値により、 a_b, A_m, P_0 の再計算を行い設計を進めることができる。それぞれの値が十分収束するまで計算を繰り返す。

④ 最終の a_b, A_m, P_0 により鉄筋比の検討を行い、鉄筋量の検討を加える。

⑤ 中空断面の実際の壁厚と a_b の算定に仮定した t_x の値との比較を行い、 t_x が壁厚より小さい、あるいは同じ場合には、 q の算定へ進む。 t_x が壁厚より大きい場合には、断面の仮定にもどる。

⑥ せん断流 q を式 (36) により算出する。

⑦ 部材の終局ねじりモーメントを次式により算定する。

$$M_{tu} = 2\eta A_m q \dots \dots \dots (67)$$

ここで、

$$\eta : 0.84$$

終局ねじりモーメント時のねじり回転の算定には、式 (49) を用いることができる。

5. 結 論

ねじりを受ける長方形断面のコンクリート部材の破壊機構を立体トラスと仮定して解析し、その結果に基づいて1つの設計法を提案した。コンクリート部材は、ねじり補強として軸方向とそれに直交する鉄筋で構成され、鉄筋（鋼材）は明確な降伏点を有するものと考えた。したがって、部材の終局ねじりは、鉄筋の降伏あるいはコンクリートの圧縮限界ひずみの達成により発生するものと仮定した。

(1) 破壊機構を立体トラスと仮定して、終局ねじりモーメント、回転等の算定式、式 (37), (49) を誘導した。この研究に関連した実験は、主として正方形断面を有する鉄筋コンクリート、プレストレストコンクリート

および鉄骨鉄筋コンクリートが純ねじりモーメントに近い状態の載荷実験によっており、補強鉄筋量が表-1に示すように、under-reinforced の 0.5% より over-reinforced の 5.9% の範囲である。これ以外の断面形、補強鋼材量、鉄骨の形状（I型等）については、今後の実験的研究で確める必要がある。

(2) 終局ねじりに対する補強鉄筋のつり合い鉄筋比の算定式に、材料、断面形状により定数を入れて、図化して、鉄筋量の判定を容易にした。さらに、over-reinforced の場合の鉄筋応力度の算定が可能となったので、この場合の部材の設計も可能である。

(3) 誘導した式は、中実断面において仮定の l_x を有する中空断面を仮定している。したがって、中空断面においては、実際の壁厚が l_x より大なる場合はそのまま適用できるが、壁厚が l_x より小なる場合は、補強鉄筋量が over-reinforced となることもあるので、鉄筋の応力度、壁の剛性等に留意してこれらの式を適用すべきである。

(4) 立体トラス類似で誘導された式の適用限界に関する一提案を行った。

(5) 実験結果の検討より信頼限界 95% とした場合、理論式に対する低減係数 $\eta=0.84$ を求め、実用算定式として、理論式に $\eta=0.84$ を乗じたものを提案した。ただし、この低減係数は、主として正方形断面の実験結果により得られたものである。したがって、今後、長方形断面による実験結果等を検討し、低減係数を再検討することも必要となろう。

(6) 誘導した式は、曲げモーメントとねじりの組合せの場合にも理論的には適用可能であるが、各定数の決

定には今後の研究が必要である。

謝 辞：本研究を進めるにあたって、終始懇切なご指導とご鞭撻をいただいた東京立大学教授 村田二郎博士、首都高速道路公団理事 上前行孝博士に対して厚くお礼申し上げます。また研究の実施にあたりご協力をいただいた東京立大学 村田研究室の方々、および種々お世話いただいた首都高速道路公団の上司および同僚の方々に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 泉 満明：鉄筋コンクリート設計法の最近の動向（部材の設計（その4）-ねじり）、コンクリートライブラリー第41号、土木学会、pp. 133~144、昭和50年11月。
- 2) 長滝重義・小林隆司：純ねじりを受ける鉄筋コンクリート梁の破壊機構、第27回セメント技術大会講演要旨、p. 189、昭和48年5月。
- 3) Mitchell, D. and M.P. Collins : Diagonal compression field theory—A rational model for structural concrete in pure torsion, ACI Journal, pp. 398~399, August 1974.
- 4) Timoshenko, S.P. and S.W. Krieger : Theory of plates and shells, McGraw-Hill, 2/e, p. 35, 1959.
- 5) Comité Européen du Béton "Manual de calcul <Effort Tranchant-Torsion> Bulletin d'information No. 92, pp. 179~180, 1973.
- 6) 泉 満明：軽量コンクリートを使用したPC部材のねじり実験、プレストレストコンクリート、Vol. 16, No. 5, p. 21, Oct. 1974.
- 7) 村田・西野・泉：鉄骨鉄筋コンクリート部材の振りについて、土木学会年次学術講演会、IV-32、昭和42年。
- 8) Lampert, P.: Post-cracking stiffness of reinforced concrete beams in torsion and bending, ACI, SP-35, p. 398, 1973.

(1979.11.15・受付)