

## 空間滑動面に基づいた異方性土の応力・ひずみ関係\*

A STRESS-STRAIN RELATIONSHIP FOR ANISOTROPIC SOILS  
BASED ON SPATIAL MOBILIZED PLANE

松岡 元\*\*・中井照夫\*\*\*・石崎 仁\*\*\*\*

By Hajime MATSUOKA, Teruo NAKAI and Hitoshi ISHIZAKI

## 1. まえがき

堆積過程などに生じる初期構造の異方性が、土の変形・強度特性に影響を及ぼすことは、以前より多くの研究者によって指摘されている<sup>1)~4)</sup>。このような異方的な構造を有する土の応力・ひずみ関係に対する理論的な研究は少ないが、最近龍岡<sup>5)</sup>によって1つのアプローチがなされた。著者らは、従来より等方的な構造をもつ土のせん断特性が空間滑動面(Spatial Mobilized Plane, 略称 SMP)に基づく応力・ひずみ関係式によれば統一的に説明できることを示してきた<sup>6)~9)</sup>。また、異方的な構造をもつ土に対する応力・ひずみ関係式としては、すでに複合滑動面(Compounded Mobilized Plane)<sup>10)</sup>の概念を用いて求めたものを提案している<sup>11)</sup>。ここでは、異方性土の主応力比と仮想上の等方性土の主応力比の間の比率 $\alpha$ なるパラメーターを空間滑動面に基づいた応力・ひずみ関係式に導入することによって、新たに異方性土の応力・ひずみ関係式を誘導した。また空間滑動面に基づく破壊規準<sup>6),7)</sup>を異方性パラメーター $\alpha$ によって修正するとともに、佐武<sup>12)</sup>によって修正された規準と比較した。なお、本論文では堆積面と主応力面が一致する場合の異方性土の変形・強度特性を考えている。

## 2. 初期構造の異方性を考慮した応力・ひずみ関係式

ここでは異方的な構造をもつ土として、Fig. 1に示すようなZ方向に堆積した試料を考える。等方性試料

\* 本論文では、既発表論文(文献9)からの式の引用がある。

\*\* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 工修 名古屋工業大学助手 工学部土木工学科

\*\*\*\* 正会員 工修 中電技術コンサルタント(株)(研究当時・名古屋工業大学大学院工学研究科修士課程)

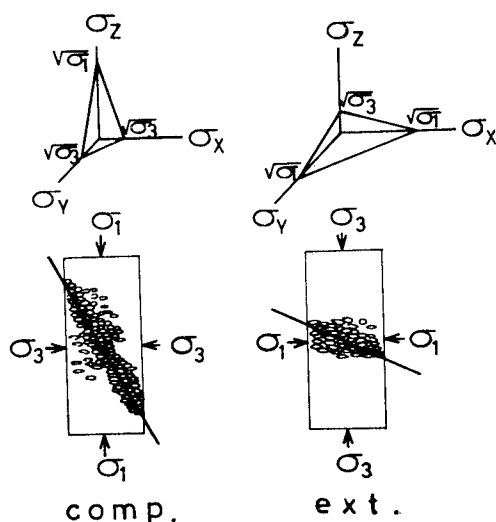


Fig. 1 Relationship between horizontally oriented soil particles and spatial mobilized plane under triaxial compression and extension stress conditions.

の三軸圧縮および三軸伸張状態の強度は、最大・最小主応力比  $\sigma_1/\sigma_3$  で表せば同じになると考えられるが、堆積試料では堆積方向(Z方向)を軸とする三軸圧縮状態( $\sigma_z > \sigma_x = \sigma_y$ )の強度  $(\sigma_z/\sigma_x)_f$  あるいは  $(\sigma_z/\sigma_y)_f$  は、三軸伸張状態( $\sigma_x = \sigma_y > \sigma_z$ )の強度  $(\sigma_x/\sigma_z)_f$  あるいは  $(\sigma_y/\sigma_z)_f$  より大きくなることが実験的に検証されている(後述の Fig. 2, 3 参照)。このことは、Fig. 1に示すように空間滑動面(SMP)と堆積面のなす角度が大きいと土粒子のかみ合わせがよいので抵抗しやすく、角度が小さいと土粒子のかみ合わせがはずれやすいので抵抗しにくいと考えることによって理解される。さて、土のせん断特性は応力比に支配されると考えられるので、異方性試料が実際に受けている主応力比  $\sigma_i/\sigma_j$  ( $i, j = X, Y, Z; i \neq j$ ) と仮想上の等方性試料が受ける主応力比  $\bar{\sigma}_i/\bar{\sigma}_j$  との間に次の関係があるものと考えられる。

$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_X} = \alpha_1 \cdot \frac{\bar{\sigma}_Z}{\bar{\sigma}_X}, \quad \frac{\sigma_Z}{\sigma_Y} = \alpha_2 \cdot \frac{\bar{\sigma}_Z}{\bar{\sigma}_Y} \dots\dots\dots (1)$$

Fig. 1 のような Z 方向に対して軸対称的な構造をもつ土では  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  とおくことができる. この  $\alpha$  の値は三軸圧縮および三軸伸張状態の強度が  $(\bar{\sigma}_1/\bar{\sigma}_3)_f$  で表せば同じになると考えると式 (1) より次式で求められる.

$$\alpha = \sqrt{\frac{(\sigma_Z/\sigma_X)_{f, \text{comp.}}}{(\sigma_X/\sigma_Z)_{f, \text{ext.}}}} \dots\dots\dots (2)$$

ここに,  $(\sigma_Z/\sigma_X)_{f, \text{comp.}}$ ,  $(\sigma_X/\sigma_Z)_{f, \text{ext.}}$  は, それぞれ堆積方向を軸とする通常の三軸圧縮強度および三軸伸張強度 (破壊時の主応力比で表した) を意味する. 式 (1) は異方性試料が主応力比  $\sigma_i/\sigma_j$  を受けたときに生じるひずみは, 仮想上の等方性試料が主応力比  $(1/\alpha) \cdot (\sigma_i/\sigma_j)$  を受けたときに生じるひずみと等しいであろうということの意味している. したがって, 異方性試料は  $\sigma_i/\sigma_j$  を  $\bar{\sigma}_i/\bar{\sigma}_j$  に置き換えることによって, 等方性試料と同様に取り扱うことができると考え, 空間滑動面 (SMP) に基づく応力・ひずみ関係式を修正する (なお修正されたものにはすべて上つき-をつける). まず, 式 (1) が次のように変形されることに留意すれば修正が容易となる.

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_X &= (\bar{\sigma}_Z/\sigma_Z) \cdot (\alpha\sigma_X) \\ \bar{\sigma}_Y &= (\bar{\sigma}_Z/\sigma_Z) \cdot (\alpha\sigma_Y) \\ \bar{\sigma}_Z &= (\bar{\sigma}_Z/\sigma_Z) \cdot \sigma_Z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

したがって, 応力の 1 次, 2 次, 3 次の不変量  $J_1, J_2, J_3$  に対応する  $\bar{J}_1, \bar{J}_2, \bar{J}_3$  は次式で表される.

$$\left. \begin{aligned} \bar{J}_1 &= \bar{\sigma}_X + \bar{\sigma}_Y + \bar{\sigma}_Z = (\bar{\sigma}_Z/\sigma_Z) \{(\alpha\sigma_X) + (\alpha\sigma_Y) + \sigma_Z\} \\ &= (\bar{\sigma}_Z/\sigma_Z) \cdot A_1 \\ \bar{J}_2 &= \bar{\sigma}_X \bar{\sigma}_Y + \bar{\sigma}_Y \bar{\sigma}_Z + \bar{\sigma}_Z \bar{\sigma}_X \\ &= (\bar{\sigma}_Z/\sigma_Z)^2 \{(\alpha\sigma_X)(\alpha\sigma_Y) + (\alpha\sigma_Y)\sigma_Z + \sigma_Z(\alpha\sigma_X)\} \\ &= (\bar{\sigma}_Z/\sigma_Z)^2 \cdot A_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots$$

$$d\bar{\tau}_{\text{SMP}}^* = \sqrt{(d\epsilon_X \cdot \bar{a}_Y - d\epsilon_Y \cdot \bar{a}_X)^2 + (d\epsilon_Y \cdot \bar{a}_Z - d\epsilon_Z \cdot \bar{a}_Y)^2 + (d\epsilon_Z \cdot \bar{a}_X - d\epsilon_X \cdot \bar{a}_Z)^2} \dots\dots\dots (10)$$

さて, 修正された空間滑動面上のひずみ量と応力比の間に等方性試料の場合の基本関係式 (文献 9) の式 (30), (31) が成り立つとすれば次式となる.

$$\frac{\bar{\tau}_{\text{SMP}}}{\bar{\sigma}_{\text{SMP}}} = \lambda^* \cdot \left( -\frac{d\bar{\epsilon}_{\text{SMP}}^*}{d\bar{\tau}_{\text{SMP}}^*} \right) + \mu^* \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{\bar{\tau}_{\text{SMP}}}{\bar{\sigma}_{\text{SMP}}} = \lambda^* \cdot \left( -\frac{\bar{\epsilon}_{\text{SMP}}^*}{\bar{\tau}_{\text{SMP}}^*} \right) + \mu^* \dots\dots\dots (12)$$

式 (11), (12) を連立して解くと次式が得られる.

$$\frac{\bar{\tau}_{\text{SMP}}}{\bar{\sigma}_{\text{SMP}}} = (\mu'^* - \mu^*) \cdot \ln \frac{\bar{\tau}_{\text{SMP}}^*}{\bar{\tau}_o^*} + \mu^* \dots\dots\dots (13)$$

$$\bar{\epsilon}_{\text{SMP}}^* = \frac{\mu^* - \mu'^*}{\lambda^*} \cdot \bar{\tau}_{\text{SMP}}^* \cdot \left( \ln \frac{\bar{\tau}_{\text{SMP}}^*}{\bar{\tau}_o^*} - 1 \right) \dots\dots\dots (14)$$

ここに,  $\bar{\tau}_o^*$  は  $\bar{\tau}_{\text{SMP}}^*$  の最大圧縮点 ( $d\bar{\epsilon}_{\text{SMP}}^*/d\bar{\tau}_{\text{SMP}}^* = 0$  の点) における  $\bar{\tau}_{\text{SMP}}^*$  である.

式 (13) を  $\bar{\tau}_{\text{SMP}}/\bar{\sigma}_{\text{SMP}} \equiv \bar{X}$  で微分すると文献 9) の式 (32) と同様の次式を得る.

$$d\bar{\tau}_{\text{SMP}}^* = \frac{\bar{\tau}_o^*}{\mu'^* - \mu^*} \cdot \exp \left( \frac{\bar{X} - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*} \right) \cdot d\bar{X}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{J}_3 &= \bar{\sigma}_X \bar{\sigma}_Y \bar{\sigma}_Z = (\bar{\sigma}_Z/\sigma_Z)^3 \{(\alpha\sigma_X)(\alpha\sigma_Y)\sigma_Z\} \\ &= (\bar{\sigma}_Z/\sigma_Z)^3 \cdot A_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} A_1 &\equiv (\alpha\sigma_X) + (\alpha\sigma_Y) + \sigma_Z \\ A_2 &\equiv (\alpha\sigma_X)(\alpha\sigma_Y) + (\alpha\sigma_Y) \cdot \sigma_Z + \sigma_Z(\alpha\sigma_X) \\ A_3 &\equiv (\alpha\sigma_X)(\alpha\sigma_Y)\sigma_Z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

以下の説明においては, 式の展開の理解を助けるため, 文献 9) からの式の引用を行う. 空間滑動面の法線方向余弦  $a_i$  (文献 9) の式 (22) 参照) は, 式 (3), (4) より次のように修正される.

$$\bar{a}_i = \sqrt{\frac{\bar{J}_3}{\bar{\sigma}_i \bar{J}_2}} = \sqrt{\frac{A_3}{(\alpha\sigma_i) A_2}} \dots\dots\dots (6)$$

( $i = X, Y, Z$ ; ただし  $i = Z$  のときは  $\alpha\sigma_i = \sigma_Z$  とする) 同様に, 空間滑動面上のせん断応力  $\tau_{\text{SMP}}$  の方向余弦  $b_i$  (文献 9) の式 (35) 参照) は次のように修正される.

$$\bar{b}_i = \frac{\bar{\sigma}_i \bar{J}_2 - 3 \bar{J}_3}{\sqrt{\bar{\sigma}_i \bar{J}_2 (\bar{J}_1 \bar{J}_2 - 9 \bar{J}_3)}} = \frac{(\alpha\sigma_i) A_2 - 3 A_3}{\sqrt{(\alpha\sigma_i) A_2 (A_1 A_2 - 9 A_3)}} \dots\dots\dots (7)$$

( $i = X, Y, Z$ ; ただし  $i = Z$  のときは  $\alpha\sigma_i = \sigma_Z$  とする) また空間滑動面上のせん断・垂直応力比  $\tau_{\text{SMP}}/\sigma_{\text{SMP}} \equiv X$  (文献 9) の式 (26) 参照) は次式のように修正される.

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\bar{J}_1 \bar{J}_2}{9 \bar{J}_3} - 1} = \sqrt{\frac{A_1 A_2}{9 A_3} - 1} \dots\dots\dots (8)$$

さらに, 文献 9) の式 (28), (29) で表される空間滑動面に基づく新たなひずみ増分量  $d\bar{\epsilon}_{\text{SMP}}^*$ ,  $d\bar{r}_{\text{SMP}}^*$  も以下のよう修正される.

$$d\bar{\epsilon}_{\text{SMP}}^* = d\epsilon_X \cdot \bar{a}_X + d\epsilon_Y \cdot \bar{a}_Y + d\epsilon_Z \cdot \bar{a}_Z \dots\dots\dots (9)$$

$$\dots\dots\dots (15)$$

また式 (11) より次式を得る.

$$d\bar{\tau}_{\text{SMP}}^* = \frac{\mu^* - \bar{X}}{\lambda^*} \cdot d\bar{\tau}_{\text{SMP}}^* \dots\dots\dots (16)$$

空間滑動面上のひずみ増分量  $d\bar{\epsilon}_{\text{SMP}}^*$ ,  $d\bar{r}_{\text{SMP}}^*$  の主ひずみ増分  $d\epsilon_i$  への変換は次式で表される (文献 9) の式 (36) 参照).

$$d\epsilon_i = \bar{a}_i \cdot d\bar{\epsilon}_{\text{SMP}}^* + \bar{b}_i \cdot d\bar{r}_{\text{SMP}}^* \quad (i = X, Y, Z) \dots\dots\dots (17)$$

式 (17) に式 (6), (7), (15), (16) を代入すれば, 主ひずみ増分が応力比および応力比増分の関数として次式で与えられる.

$$d\epsilon_i = \frac{\bar{\tau}_o^*}{\mu'^* - \mu^*} \cdot \left( \frac{\mu^* - \bar{X}}{\lambda^*} \sqrt{\frac{A_3}{(\alpha\sigma_i) A_2}} + \frac{(\alpha\sigma_i) A_2 - 3 A_3}{\sqrt{(\alpha\sigma_i) A_2 (A_1 A_2 - 9 A_3)}} \right)$$

$$\cdot \exp\left(\frac{\bar{X} - \mu^*}{\mu'^* - \mu^*}\right) \cdot d\bar{X} \dots\dots\dots (18)$$

( $i=X, Y, Z$ ; ただし  $i=Z$  のときは  $\alpha\sigma_i = \sigma_Z$  とする) ここに、 $\bar{X}$  は式 (8) で、 $A_1, A_2, A_3$  は式 (5) で与えられる。式 (18) を積分すれば主応力・主ひずみ関係式が得られる。

以上が初期構造の異方性を考慮した空間滑動面に基づく応力・ひずみ関係式である。土質パラメーター ( $\lambda^*, \mu^*, \mu'^*$ ) は試料の種類と状態が決まればほぼ一定値と考えられるが、 $\bar{r}_o^*$  は拘束応力  $\sigma_m$  が一定であっても応力径路によって少々異なるようである。 $\theta$  を正八面体面上の放射状応力径路が  $\sigma_Z$  軸となす角度<sup>(1)</sup> とし、Fig. 1 に示すような粒子のかみ合わせを考慮すれば、 $\bar{r}_o^*$  は  $\theta = 0^\circ$  で最も小さく、 $\theta = 180^\circ$  で最も大きくなると考えられるので、 $\theta = \theta$  のときの  $\bar{r}_o^*$  を次式のように仮定する (Fig. 6 参照)。

$$\begin{aligned} \bar{r}_o^*(\theta=\theta) &= \bar{r}_o^*(\theta=0^\circ) \\ &+ \frac{\theta}{180^\circ} (\bar{r}_o^*(\theta=180^\circ) - \bar{r}_o^*(\theta=0^\circ)) \end{aligned} \dots\dots\dots (19)$$

さて、豊浦標準砂の異方性試料について行われた通常の三軸圧縮 ( $\theta=0^\circ$ ) および三軸伸張 ( $\theta=180^\circ$ ) 試験の実測データから土質パラメーターを決定する。まず、異

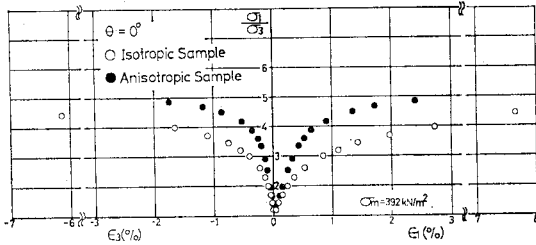


Fig. 2 Principal stress ratio vs. principal strains relationships of isotropic and anisotropic Toyoura sand under triaxial compression stress condition ( $\theta=0^\circ$ ).

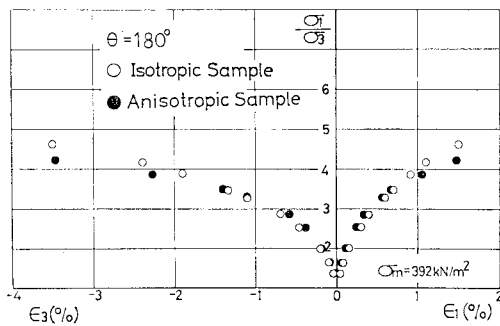


Fig. 3 Principal stress ratio vs. principal strains relationships of isotropic and anisotropic Toyoura sand under triaxial extension stress condition ( $\theta=180^\circ$ ).

方性試料はモールドの側壁を棒で連打する方法 (Tapping Method) によって作成し、初期間隙比は約 0.68 (やや密詰めの状態) になるように調整した。そして平均主応力  $\sigma_m = 392 \text{ kN/m}^2 (= 4.0 \text{ kgf/cm}^2)$  まで等方圧縮した後、平均主応力一定の三軸圧縮 ( $\theta=0^\circ$ ) および三軸

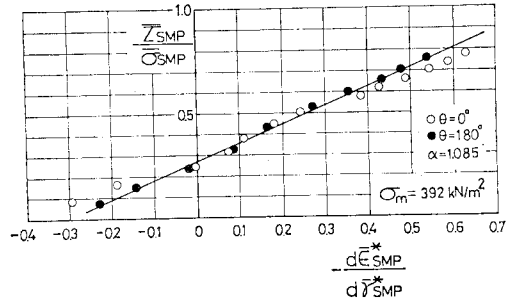


Fig. 4 Relationship between  $\bar{r}_{SMP}/\bar{\sigma}_{SMP}$  and  $-d\bar{\epsilon}_{SMP}^*/d\bar{r}_{SMP}^*$  obtained by triaxial compression ( $\theta=0^\circ$ ) and extension ( $\theta=180^\circ$ ) tests on anisotropic Toyoura sand.

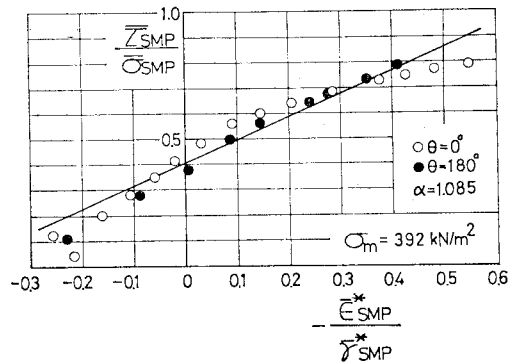


Fig. 5 Relationship between  $\bar{r}_{SMP}/\bar{\sigma}_{SMP}$  and  $-\bar{\epsilon}_{SMP}^*/\bar{r}_{SMP}^*$  obtained by triaxial compression ( $\theta=0^\circ$ ) and extension ( $\theta=180^\circ$ ) tests on anisotropic Toyoura sand.

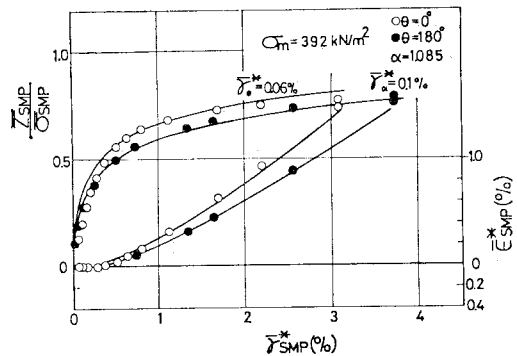
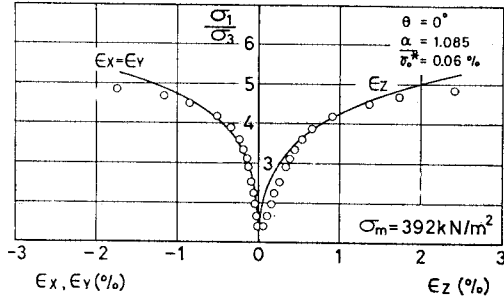


Fig. 6 Relationship among  $\bar{r}_{SMP}/\bar{\sigma}_{SMP}$ ,  $\bar{r}_{SMP}^*$  and  $\bar{\epsilon}_{SMP}^*$  obtained by triaxial compression ( $\theta=0^\circ$ ) and extension ( $\theta=180^\circ$ ) tests on anisotropic Toyoura sand.

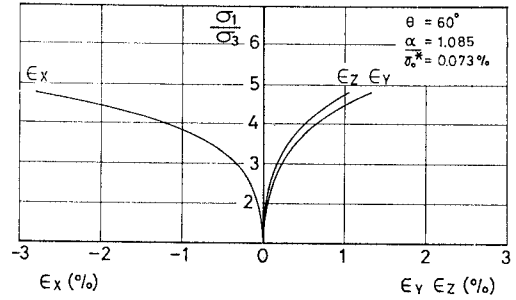
**Table 1** Values of all parameters in the proposed stress-strain relationship for anisotropic Toyoura sand.

$\lambda^* = 0.9$	$\bar{\tau}_0^*(\theta=0^\circ) = 0.06\%$
$\mu^* = 0.27$	$\bar{\tau}_0^*(\theta=180^\circ) = 0.10\%$
$\mu'^* = 0.41$	$\alpha = 1.085$

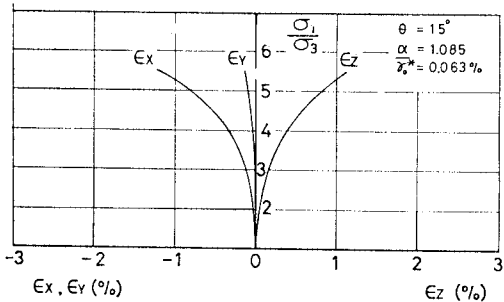
伸張 ( $\theta=180^\circ$ ) 試験を行った. Fig. 2, 3 は, 突き棒で突き固める方法 (Plunging Method) によって作成した等方性試料と上記の異方性試料の三軸圧縮 ( $\theta=0^\circ$ )・伸張 ( $\theta=180^\circ$ ) 条件下の主応力比・主ひずみ関係の実測値を示している. これらの図より, 異方性試料は等方性試料に比べて,  $\theta=0^\circ$  ではひずみが小さく,  $\theta=180^\circ$  では



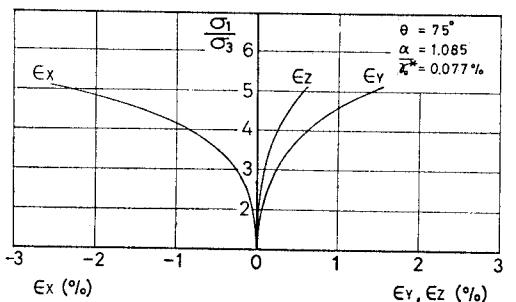
(a)



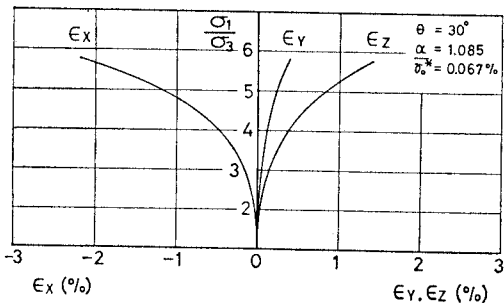
(e)



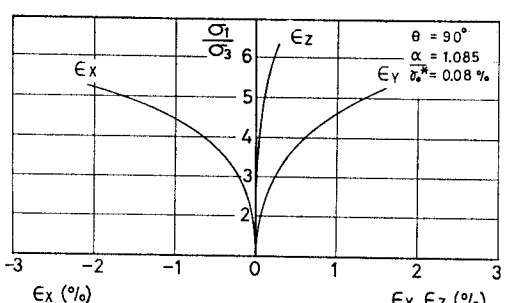
(b)



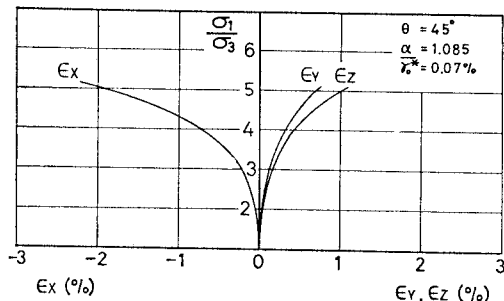
(f)



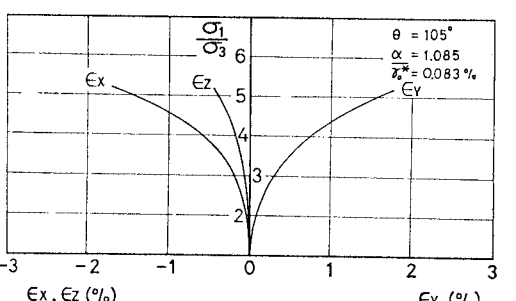
(c)



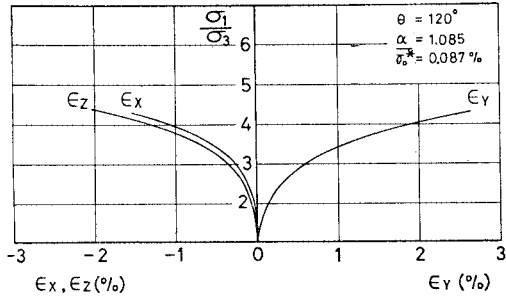
(g)



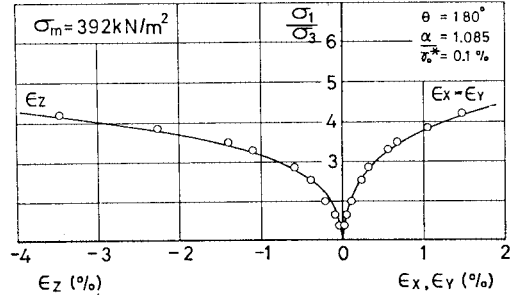
(d)



(h)

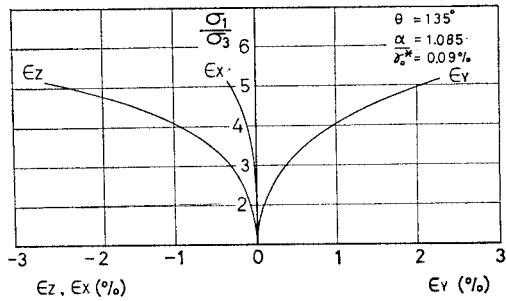


(i)

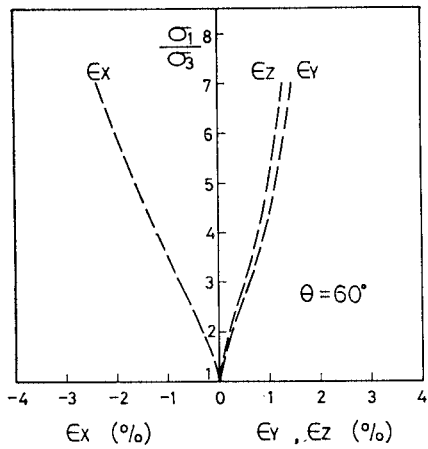


(m)

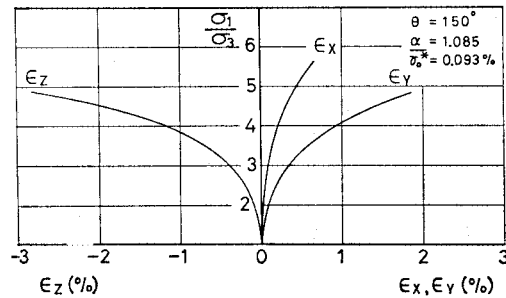
Fig. 7 Principal stress ratio vs. principal strains relationships along radial stress paths ( $\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$ ) for anisotropic Toyoura sand.



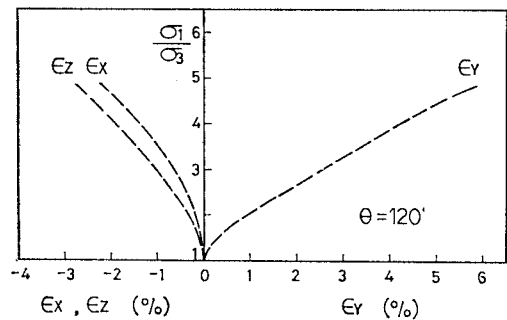
(j)



(a)

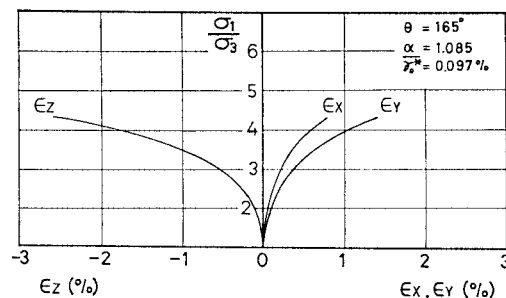


(k)



(b)

Fig. 8 Principal stress ratio vs. principal strains relationships observed from true triaxial tests along two radial stress paths ( $\theta = 60^\circ, 120^\circ$ ) on anisotropic Fuji river sand (Yamada and Ishihara, 1979).



(l)

ひずみが大きくなる傾向がみられる。異方性パラメーター $\alpha$ は、この異方性試料の三軸圧縮 ( $\theta = 0^\circ$ ) および三軸伸張 ( $\theta = 180^\circ$ ) 試験の強度比より式 (2) に従って  $\alpha = 1.085$  と決定した。この $\alpha$ の値を用いて異方性試料の実測データを式 (11)~(14) に従って整理した結果を Fig. 4~6 に示す。これらの図より土質パラメーターを

Table 1 のように定めた。なお、 $\bar{\tau}_o^*$  はその定義より Fig. 6 の  $\bar{\tau}_{SMP}^*$  の最大圧縮点における  $\bar{\tau}_{SMP}^*$  として求められる。

次に、これらの土質パラメーターの値を用い上記の提案式に基づいて計算した主応力比・主ひずみ関係を Fig.

7 (a)~(m) に示す. これらの図は主応力比・主ひずみ関係の計算値を  $\theta=15^\circ$  ごとに示したものであるが, (a) 図 ( $\theta=0^\circ$ ), (m) 図 ( $\theta=180^\circ$ ) には異方性試料の実測値もプロットしている. (e) 図は  $\theta=60^\circ$  ( $\sigma_z=\sigma_y>\sigma_x$ ) の主応力比・主ひずみ関係であるが,  $\sigma_z=\sigma_y$  であるにもかかわらず  $\epsilon_z<\epsilon_y$  となっている. 同様に (i) 図では  $\theta=120^\circ$  ( $\sigma_y>\sigma_z=\sigma_x$ ) なる応力条件で  $\epsilon_z<\epsilon_x$  (圧縮側を正) となっている. このように  $\epsilon_z$  は圧縮しにくく膨張しやすい傾向, 逆に  $\epsilon_x, \epsilon_y$  は圧縮しやすく膨張しにくい傾向を表しているが, これは異方性試料特有の変形特性と考えられる. このような計算結果は, 山田・石原<sup>9)</sup>による実測データの傾向をよく説明している (Fig. 8 (a), (b) および文献 11) 参照).

3. 初期構造の異方性を考慮した破壊規準

ここでは, 従来等方性土に対して適用されてきた空間滑動面に基づく破壊規準を, 前節で提案した異方性パラメーター  $\alpha$  によって異方性土にも適用できるように修正するとともに, 佐武<sup>12)</sup>によって異方性テンソルを導入して修正された破壊規準と比較検討する. まず異方性パラメーター  $\alpha$  による空間滑動面に基づく破壊規準の修正について述べる. すでに, 空間滑動面上のせん断・垂直応力比  $\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$  がある一定値に達したとき土が破壊するものとして, 等方性土に対する破壊規準を提案している<sup>9), 11)</sup>. すなわち,

$$\frac{\tau_{SMP}}{\sigma_{SMP}} = \sqrt{\frac{J_1 J_2}{J_3} - 1} = \text{const.} \dots \dots \dots (20)$$

あるいは,

$$\frac{J_1 J_2}{J_3} = \text{const.} \dots \dots \dots (21)$$

ここに,  $J_1, J_2, J_3$  は応力の 1 次, 2 次, 3 次の不変量である. さて, 異方性土の場合は, 異方性パラメーター  $\alpha$  によって修正された空間滑動面上のせん断・垂直応力比  $\bar{\tau}_{SMP}/\bar{\sigma}_{SMP}$  がある一定値に達したとき破壊するものとする次式を得る.

$$\frac{\bar{J}_1 \bar{J}_2}{\bar{J}_3} = \frac{A_1 A_2}{A_3} = \text{const.} \dots \dots \dots (22)$$

ここに,  $\bar{J}_1, \bar{J}_2, \bar{J}_3$  は式 (4) で,  $A_1, A_2, A_3$  は式 (5) で与えられる. 式 (22) による破壊規準を正八面体面上で表示すると Fig. 9 のようになる.

次に, 佐武<sup>12)</sup>の異方性テンソルによる空間滑動面に基づく破壊規準の修正について述べる. 空間滑動面に基づく破壊規準は式 (21) に示すように応力テンソルの 3 個の不変量によって表されている. 異方性土の場合, 応力テンソル  $q$  と同一の主軸をもつ異方性テンソル  $H$  を用いて, 応力の不変量  $J_1, J_2$  が式 (23), (24) のように修正される. なお, 3 次の不変量  $J_3$  は異方性テンソル  $H$

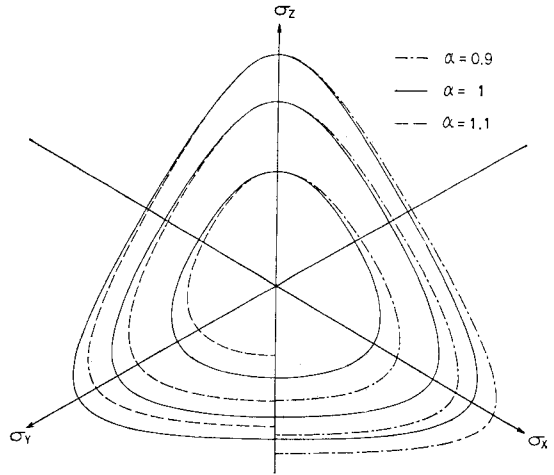


Fig. 9 Proposed failure criterion for anisotropic soil using a parameter  $\alpha$  to represent anisotropy.

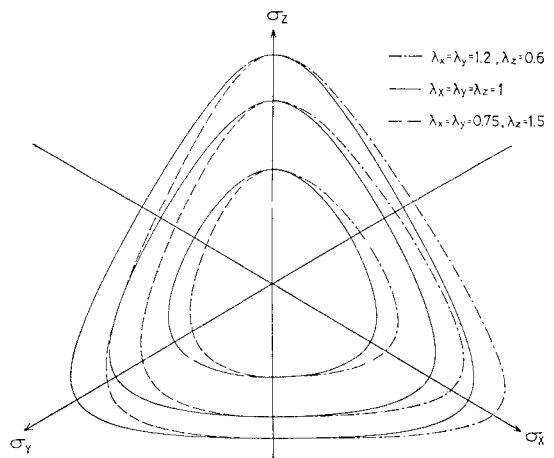


Fig. 10 Failure criterion for anisotropic soil using a tensor  $H$  to represent anisotropy (Satake, 1978).

によって修正されない量である.

$$J_1' = H \cdot q \dots \dots \dots (23)$$

$$J_2' = \frac{1}{2} H \cdot (q \times q) \dots \dots \dots (24)$$

ここに,

$$H = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \\ 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 3$$

式 (23), (24) の  $J_1', J_2'$  を用いて式 (21) の破壊規準は次のように修正される.

$$\frac{J_1' J_2'}{J_3} = \text{const.} \dots \dots \dots (25)$$

式 (25) による破壊規準を正八面体面上で表示すると Fig. 10 のようになる.

Fig. 9, 10 とも、左半分の破線は土粒子が水平方向に、右半分の一点鎖線は土粒子が鉛直方向に配列した場合の破壊曲線に相当し、実線は等方構造の場合の破壊曲線である。両図とも土粒子の配列方向によって等方構造の破壊曲線からはずれてくるが、両図の大きな相違は  $\theta=180^\circ$  において等方構造の破壊曲線に接するか否かの点にある。Fig. 2, 3 からもうかがわれるように、水平方向に配列した異方性試料の場合には  $\theta=0^\circ$  の三軸圧縮条件での破壊時の主応力比の方が  $\theta=180^\circ$  の三軸伸張条件での破壊時の主応力比よりも大きくなるといわれており、Fig. 9 に示されている式 (22) の破壊規準の方が実測値の傾向をよく説明すると考えられる。

#### 4. 結 論

本論文は、従来より等方的な構造をもった土に対して適用されてきた空間滑動面 (SMP) に基づく土の応力・変形理論を、異方的な構造をもった土にまで適用できるよう拡張したものである。すなわち、異方性土を仮想的に等方性土とみなすため、異方性土の主応力比と仮想上の等方性土の主応力比の間の比率  $\alpha$  なるパラメーターを新たに導入し、これより等方性土の場合と同様にして異方性土の応力・ひずみ関係式を求めた。この提案した応力・ひずみ関係式に基づいて計算された主応力比・主ひずみ関係は、等しい主応力方向のひずみが異なるなどの異方性土特有の変形特性をよく説明するものである。また同様の考え方に従って空間滑動面に基づいた異方性土に対する破壊規準を求めたが、これは配向構造をもつ土の強度特性をよく表現した。なお、本提案式中の土質パラメーター ( $\lambda^*$ ,  $\mu^*$ ,  $\mu'^*$ ,  $\bar{r}_0^*(\theta=0^\circ)$ ,  $\bar{r}_0^*(\theta=180^\circ)$ ,  $\alpha$ ) は、軸方向に堆積した異方性試料の三軸圧縮試験 ( $\theta=0^\circ$ ) と三軸伸張試験 ( $\theta=180^\circ$ ) より決定することができる。

なお、ここで前報の「複合滑動面に基づいた異方性土の応力・ひずみ関係」<sup>11)</sup>の考え方と本報の考え方の相違点について述べる。前報の各滑動面上のパラメーター  $r_{oij}$  ( $i, j=1, 2, 3; i < j$ ) は、土の剛性を表すパラメーター (たとえば弾性体では  $E, G$  に相当) と考えられ、せん断応力の方向によって土の剛性が異なることを  $r_{oij}$  で表現している。一方、本報の異方性パラメーター  $\alpha$  は、外力として加えた主応力比と土自身が負荷として受ける主応力比の割合を同じひずみレベルで表したものである。したがって、両者の本質的な違いは、同じ応力比レベルでのひずみの違いを表現しようとするもの、同じひずみレベルでの応力比の違いを表現しようとするものとの差である。両者はもの見方の違いであるか

ら、 $r_{oij}$  と  $\alpha$  の関係、どちらのパラメーターがよりよく土の異方性を表現できるかについては一概にいえない。

最後に、異方性土の破壊規準について懇切なご指導をいただいた東北大学工学部土木工学科 佐武正雄教授、日頃ご援助いただいている名古屋工業大学工学部土木工学科 山内利彦教授、貴重な実験データを引用させていただいた東京大学工学部土木工学科 山田恭央講師に感謝の意を表する次第である。また、卒業研究の一部として豊浦標準砂の異方性試料の三軸試験に協力していただいた元・名古屋工業大学工学部土木工学科学部生 中島卓、山内 健両君にも感謝いたします。

#### 参 考 文 献

- 1) Arther, J.R.F. and B.K. Menzies : Inherent anisotropy in a sand, *Geotechnique*, Vol. 22, No. 1, pp. 115~128, 1972.
- 2) Oda, M., I. Koishikawa, and T. Higuchi : Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plane strain test, *Soils and Foundations*, Vol. 18, No. 1, pp. 25~38, 1978.
- 3) Green, G.E. and D.W. Reades : Boundary conditions, anisotropy and sample shape effects on the stress-strain behaviour of sand in triaxial compression and plane strain, *Geotechnique*, Vol. 25, No. 2, pp. 335~356, 1975.
- 4) Yamada, Y. and K. Ishihara : Anisotropic deformation characteristics of sand under three dimensional stress conditions, *Soils and Foundations*, Vol. 19, No. 2, pp. 79~94, 1979.
- 5) Tatsuoka, F. : Stress-dilatancy relations of anisotropic sand in three dimensional stress condition, *Soils and Foundations*, Vol. 16, No. 2, pp. 1~18, 1976.
- 6) Matsuoka, H. and T. Nakai : Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, *Proc. of JSCE*, No. 232, pp. 59~70, 1974.
- 7) Matsuoka, H. and T. Nakai : Stress-strain relationship of soil based on the "SMP", *Proc. Specialty Session 9, 9th Int. Conf. SMFE*, pp. 153~162, 1977.
- 8) Matsuoka, H. and T. Nakai : A generalized frictional law for soil shear deformation, *Proc. of the U.S.-Japan Seminar on Continuum-Mechanical and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials*, pp. 138~153, 1978.
- 9) 中井照夫・松岡 元 : 3主応力下の土のせん断挙動に関する統一的解釈, *土木学会論文報告集*, 第 303 号, pp. 65~77, 1980.
- 10) Matsuoka, H. : Stress-strain relationships of sand based on the mobilized plane, *Soils and Foundations*, Vol. 14, No. 2, pp. 47~61, 1974.
- 11) 松岡 元・中井照夫・石崎 仁 : 複合滑動面に基づいた異方性土の応力・ひずみ関係, *土木学会論文報告集*, 第 300 号, pp. 57~67, 1980.
- 12) 佐武正雄 : 粒状体の異方性の表現に関する考察, *土木学会第 33 回年次学術講演会講演概要集*, 第 3 部, pp. 3~4, 1978.

(1979.4.26・受付)