

架設途中における吊橋ケーブルの温度応答に関する研究

STUDY ON THE THERMAL RESPONSE OF CABLES OF
SUSPENSION BRIDGES DURING CABLE ERECTION

新家 徹*・頭井 洋**・大谷 修***・湊 理宙****

By Tohru SHINKE, Hiroshi ZUI, Osamu OHTANI and Tadahiro MINATO

1. 緒 言

吊橋主ケーブルの架設精度を支配する大きな問題の1つとして、ケーブルの温度推定の問題があげられる。すなわち、ケーブル架設は、一般にサグを管理しながら行われるのであるが、長支間であるがゆえにわずかの温度差が、サグに大きな影響をもつことになるからである。

ケーブルは、ケーブル素線と空隙との複合体であり、熱伝導性がかなり低いと考えられる。一方、ケーブル架設過程において、簡単に計測できるのは外気温と表面温度のみであるため、ケーブル内部温度との間には明らかに位相差が生じている。したがって、これらの測定データから、いかにして断面内温度特に断面平均温度を正確に推定するかは、重要な課題である。

ことに近年のすう勢のように支間が長大化し、かつケーブル径が大きくなってくるほど、表面温度と内部温度は位相を生じ、夜間であっても必ずしも一様な温度にはならないので、ケーブルの温度応答挙動を十分に把握し、内部温度を考慮した平均温度推定法を確立することが重要になってくると思われる。

最近になり、ケーブルの温度応答に関する研究が、長谷川^{②,③}、俵矢^④らによって行われた。そこでは、ケーブルを熱移動に関する均質な物体であるとみなして、熱物性値が定義され、解析が展開されている。これらの研究により、ケーブルの熱物性値が実験的に求められ、この物性値を用いた数値計算や屋外実験により、ケーブルの温度応答特性がある程度明らかにされてきた。しかし、これらの研究では、円形断面で空隙率20%前後の完成系のケーブルを対象としており、そのためケーブル

架設完了後の形状確認や吊橋設計のための温度応力算定には有効であるが、ケーブル架設途中の温度応答解析には、以下の理由によりそのまま適用することが困難であると思われる。

① ケーブル内部の熱伝導特性は、ケーブルの空隙率の相違により大きく影響されると考えられる。特に架設時の空隙率は30%から40%と架設完了スクイジング後の20%前後に比してかなり大きい。

② 架設途中において、ケーブルは種々の断面形状を呈し、その温度応答特性も円形断面とは異なったものになると予想される。

そこで著者らは、架設途中の吊橋メインケーブルの温度応答特性を基本的な立場から検討するため、以下の実験および解析的研究を行ってきた。まずケーブルの空隙率や外部の風速の相違が、ケーブルの熱物性値に及ぼす影響をステップ温度応答実験により明らかにし、これと平行して屋外実物大模型実験により架設段階ごとのケーブルの外気温・日射応答特性を把握した。さらに任意形状のケーブルの温度応答を追跡する手法として、差分法を用いた計算プログラムを作成し、先に求めた熱物性値を用いた計算値が、屋外実物大模型実験結果とかなりよく一致することを確認した。

本文では、これら一連の実験的研究と数値計算例について報告し、ケーブルの温度応答特性について論じるとともに、平均温度推定について2,3の考察を行った。

2. ケーブルの熱物性値

ケーブルは、ケーブルを構成する素線と空隙とからなるが、巨視的には熱移動に関する均質な物体とみなすことができる。このようにみなしたとき、ケーブル内部の熱移動を支配する熱物性値として有効熱伝導率が定義される。有効熱伝導率は当然のことながら空隙率により大きく左右されると考えられ、架設途中のケーブルのよ

* 正会員 工博 (株)神戸製鋼所構造研究所 主任研究員

** 正会員 (株)神戸製鋼所構造研究所 研究員

*** 正会員 (株)神戸製鋼所構造研究所 研究員

**** 正会員 (株)神戸製鋼所鉄構エンジニアリング本部
長大橋部

うに完成系のケーブルに比し大きな空隙率を有するケーブルを取り扱う場合には、空隙率の相違が有効熱伝導率に及ぼす影響を十分に把握しておくことが重要となる。したがって、ここではケーブルの空隙率を20~50%に変化させて、ステップ温度応答実験を行い、空隙率をパラメーターとして λ を求めた。

もう1つの重要な熱物性値として、ケーブル表面とケーブルを包囲する外気温との間の熱移動を支配する熱伝達率 α がある。熱伝達率 α は、実際にはケーブル表面各所において異なる値を有するが、ここでは巨視的にとらえケーブル表面全体を平均した平均熱伝達率として求めるものとした。

(1) 実験方法

本実験に用いた供試体は、直径5mmのピアノ線を束ねて平行線ケーブルとしたものであり、その諸元を表-1に示した。供試体は、円形断面2体、矩形断面4体の計6体であり、空隙率を20~50%に作成している。温度測定方法としては、熱電対-電位差計の組合せによるものとし、熱電対には銅コンスタンタンを電位差計にはサーモダック60T(江藤電機(株))を用いた。

表-1 ステップ温度応答供試体一覧表

Specimen's Name	Size (mm)	Void Ratio	Profiles of Specimens and Points of Measurement
C 20	Ø 300 × 500	20 %	Section A-A Points of Measurement
C 40	Ø 300 × 500	40 %	
R 20	150 × 100 × 200	18.3%	Section A-A Heat Insulator Points of Measurement
R 30	150 × 100 × 200	32.2%	
R 40	150 × 100 × 200	40.8%	
R 50	150 × 100 × 200	51.3%	150 200 A Points of Measurement

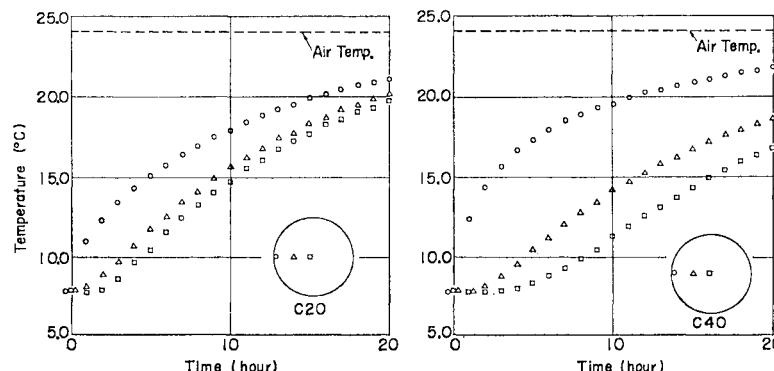


図-1 ステップ温度応答実験結果

表-2 実験より求めた物性値

Relationship between Void Ratios and Heat Conductivities

Specimen's Name	Void Ratio (%)	Heat Conductivity λ (kcal/m·h·deg)	Heat Transfer Coefficient α_m (kcal/m ² ·h·deg)
C 20	20	0.671	5.00
C 40	40	0.183	4.91
R 20	18	0.585	—
R 30	32	0.266	—
R 40	41	0.195	—
R 50	51	0.125	—

Relationship between Wind Velocities and Heat Transfer Coefficients

Specimen's Name	Wind Velocity (m/s)	Heat Conductivity λ (kcal/m·h·deg)	Heat Transfer Coefficient α_m (kcal/m ² ·h·deg)
C 20	0	0.671	5.0
	1.2	0.665	14.9
	1.8	0.665	15.4
	2.5	0.665	17.9
	4.4	0.665	22.0
	6.4	0.665	27.8

供試体形状および熱電対の取りつけ位置は表-1中に示されている。実験手順は、供試体を室外で断面内の温度分布が±0.5°C以内で一様となったことを確認した後、あらかじめ準備した恒温室に搬入して経時応答変化を連続的に測定した。温度ステップは、15~20°C程度を与え、各供試体とも2~3回の実験を行った。

実験系列としては、下記の2通りである。

- ① 热伝導率と空隙率の関係を明らかにするため、空隙率を種々変化させた供試体を用いて、無風の状態で実験を行った。
- ② 热伝達率と風速の関係を調べるために、C 20の円形供試体を用い、数台の扇風機により、風速を種々変化させて実験を行った。

(2) 热伝導率に関する考察

測定結果の一部を図-1に示す。また、実験結果から付録-3で述べた物性値の決定方法によって求めた各熱伝導率を表-2、図-2に示す。図-2から明らかなように熱伝導率は、空隙の増大に伴い減少する傾向にあり、特に空隙率の20%から30%の間で大きく減少し、30%以上では減少度が小さくなっている。この原因は、素線相互の接触する確率が空隙率20~30%を境に激減し、空気層の断熱効果が増すためと考えられる(ち

なみに、鋼の熱伝導率は 46 (kcal/mhdeg)、空気のそれは 0.02 (kcal/mhdeg) である。

このことを図-3 に示す伝熱モデル³⁾を想定して考察する。まず伝熱過程としては、

- イ) 素線および空隙内の流体を通しての伝導伝熱
- ロ) 空隙を通しての素線面間の放射伝熱
- ハ) 空隙内流体の対流伝熱

などが考えられるが、ここで

は、伝導伝熱が支配的であり、他の伝熱過程はそれに比して小さいと考えられるので、以下、イ) の伝導伝熱のみを考慮する。

この場合の伝熱過程は、図-3 (a) に示すように、

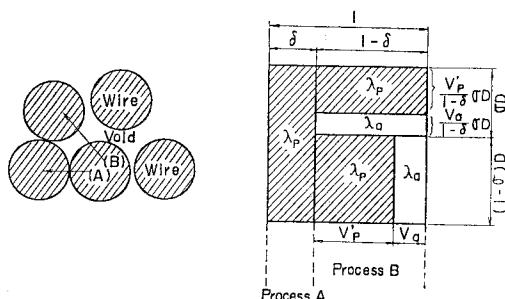
- (A) 素線の接触による伝熱機構
- (B) 素線→空隙→素線の伝熱機構

の 2 機構に分けられる。(A), (B) の伝熱は、2 次元的にさまざまな方向に向いているが、これを単純化して図-3 (b) に示すような機構 A, B の 1 次元伝熱モデルに置換して考察する。図中の係数 δ , σ は、次のように定義する。 δ は全伝熱面積に占める機構 A の有効面積の割合、 σ は、機構 B において素線および空隙が、それぞれ直列に配列する部分と並列に配列する部分とに分けられるとし、その直列部分の占める割合を示す。また、全伝熱距離を D とする。 V_p , V_a , λ_p , λ_a は、それぞれ素線、空隙の面積率、および熱伝導率を示す。 V_p' は、機構 B における素線の占める面積割合である。

そこで、この伝熱モデルの有効熱伝導率 λ_e は次式で求められる。

$$\lambda_e = \delta \lambda_A + (1-\delta) \lambda_B \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここに、 λ_A , λ_B は機構 A, B の有効熱伝導率 $\lambda_A = \lambda_p$ となり、 λ_B は図-3 において、機構 B の伝熱過程を考慮し、次式で求められる。



(a) Process of Heat Transfer (b) Model of Heat Transfer
図-3 ケーブル伝熱モデル

$$\lambda_B = \frac{(1-\delta)(\lambda_p V_p' + \lambda_a V_a)}{\sigma \left(\frac{V_p'}{\lambda_p} + \frac{V_a}{\lambda_a} \right) (\lambda_p V_p' + \lambda_a V_a) + (1-\delta)^2 (1-\sigma)} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

そこで、まず素線の接触による伝導（機構 A）はないものと考えて、機構 B によるケーブルの有効熱伝導率 λ_B を式 (2) から求め 図-4 に実線で示した。ただし、素線および空気の熱伝導率を 46, 0.0221 (kcal/mhdeg) とし、並列と直列の割合 σ を 0.5 とした。次に前述のステップ温度応答実験から求めたケーブル熱伝導率をプロットし図中破線で示した。したがって、図中の斜線部分が機構 A による熱伝導率 λ_A と考えられる。図から明らかのように素線の接触による伝導（機構 A）は、空隙率の増加に従い極端に減少する。式 (1) の逆算により全伝熱面積に占める機構 A の伝熱面積率 δ は、空隙率 20% で $\delta_{20} = 0.0098$ と 1% に満たない程度であるが、全体の熱伝導率に与える影響は大である。 $\delta_{20} = 1\%$ という値は、素線配列を理想化して考えてみると、ちょうど図-5 (b) のように 4 点で接した状態

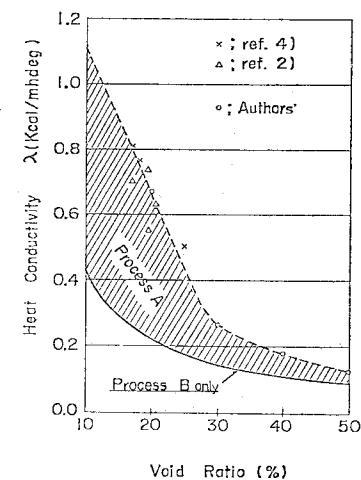


図-4 ケーブル伝熱導率に占める機構 A, B の関係

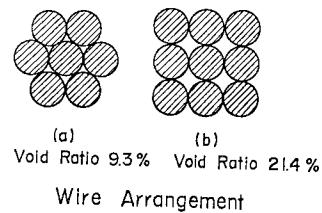


図-5 素線の配列モデル

次に、本文では実験を行っていない空隙率のより小さい領域の熱伝導率を式 (1) により推定する。素線が最も密に配列された状態は、図-5 (a) に示す空隙率が約 10% の状態であるが、この場合の δ_{10} は次のように推定される。すなわち、この状態では図-5 (a) より各素線は 6 点で接しており、上述の 4 点接觸との比較により、 $\delta_{10} = 1.5 \delta_{20}$ と推定する。この関係を式 (1) に代入して空隙率 10% の熱伝導率を求めると 1.14 (kcal/mhdeg) となる。このようにして、空隙率 10% から 20% の熱伝導率を推定した。参考のために、長谷川²⁾、俵矢⁴⁾らの求めた熱伝導率を図-4 にプロットしたが、ほぼ近い値を示している。したがって、ケーブルの温度応答解析

に用いる熱伝導率は、図-4 の破線で示した値を用いることで、ほぼ妥当な解が得られると考えられる。

実際の吊橋平行線ケーブルに対応して考えると、スクイジングをしラッピングを施した完成系のケーブルでは空隙率が 18% 前後であり、 $\lambda=0.7\sim0.8$ (kcal/mhdeg) 程度を用い、架設中のケーブルでは、ストランドフォーマーの影響も考えると空隙率が 30~40% にあると考えられるので、 $\lambda=0.18\sim0.3$ (kcal/mhdeg) を用いるのが妥当と考えられる。

(3) 热伝導率に関する考察

実験により求められた熱伝達率と風速の関係を表-2および図-6に示した。図中に破線で示した値は、円柱の軸に直角に層流が横切るときのNusselt数とReynolds数の関係を調べたHilpertらの実験結果を整理して求められた次式により計算したものである。

۱۰۸

λ_f : 流体の熱伝導率 (空気 0.0221 kcal/mhdeg)

D ：円柱の直径

$C, n : R_e$ (Reynolds 数) によって決まる定数

実験値と破線との相違の原因としては、本実験では、扇風機で風速を与えたために層流より乱流に近いこと、また風速の小さいところでは、強制対流以外に自然対流の影響が現れることなどが考えられる。しかし、自然環境下では、風は乱流に近く、また自然対流も存在すると考えられるので、本文では実験結果に基づき式(3)を補正し、自然対流の影響を取り入れた次式のような実験公式を導いた。

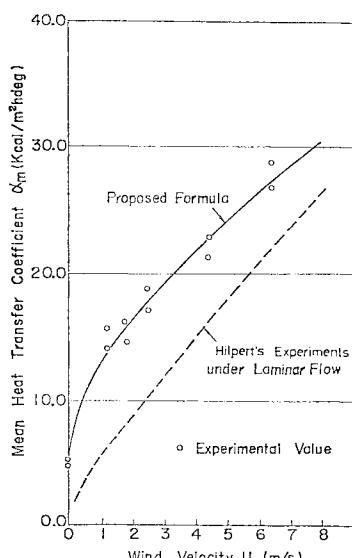


図-6 風速と熱伝達率の関係

二三

$$C=0.8043, n=0.5226, a=1.464 \times 10^{-4}$$

α_0 : 自然対流による熱伝達率

u : 風速 (m/h)

すなわち、上式第1項は、強制対流の影響を考慮する Reynolds 数の関数項であり、第2項は風速の小さいときに現れる自然対流の影響を考慮した項である。自然対流熱伝達率 α_0 は、ケーブル径 300 mm の供試体を用いた本実験では、5 (kcal/m²hdeg) 程度の値となつたが、この値の妥当性は、次のような水平円柱の自然対流熱伝達の次式⁶⁾ からも裏づけられる。すなわち、水平円柱では、

二三七

$$G_r : \text{Grashof 数} = g\beta D^3(t_w - t_\infty) / \nu f^2$$

P_r : Prandtl 数, ν_f : 流体動粘性係数

g : 重力加速度, β : 体膨脹率

t_w : 物体表面温度, t_∞ : 流体温度

より、上式から直徑 300 mm の a_0 を

(kcal/mhdeg) となる。本実験結果は、この計算値より少し大きめであるが、ケーブルと円柱の相違、あるいは式(5)には、実際には存在する放射伝熱が含まれていないことなどから判断して、実験公式中の $\alpha_0 = 5.0$ はほぼ妥当な値であると思われる。ただし、式(5)の計算値では、 α_0 は直径が大きくなると小さくなっていくことに注目する必要があり、実際著者らは、直径 600 mm 程度のケーブルを用いて別途確認実験を行い、 $\alpha_0 = 4.0$ (kcal/m²hdeg) なる値を得た。これらのことから、式(4)を適用するにあたり α_0 として、D=300 mm で 5.0, D=600 mm で 4.0, D=1000 mm で 3.5 程度の値をとるのが妥当であると考えられる。また、熱伝達率に関する本実験では、円形断面についてのみ行ったが、Hilpert らは、層流を受ける各種断面形状を有する物体の平均熱伝達率を求める実験を行い、断面および風速による影響を調べている^{6),7)}。それによると α_m は、主として風速と断面の大きさに支配され、等価直径を用いて整理すれば、断面形状による差はそれほど大きくないと考えられる。したがって、形状の異なったケーブルに対しても、等価直径を用いることにより、本実験公式を近似的に適用できるであろうと推定される。

(4) 外気温応答実験

次にステップ温度応答実験により求めた物性値の妥当性を検証するために円形供試体 C 20 を用いて、外気温を任意に変動させて実験を行った。その結果の一例として、風速 1.8 m/s のもとでの温度応答結果を 図-7 に

示す。図中の計算値は、付録-4 の式 (A-14) により求めたものである。すべての領域にわたり、実験値と計算値は、よく一致しており、ここで決定した物性値を用いて、ケーブル内の温度応答を精度よく追跡できることがわかる。

3. 架設段階ごとのケーブルの屋外実験

本章では、外気温や日射量等の実際の気象条件のもとで各架設段階のケーブル、すなわち種々の形状のケーブルが示す温度応答特性を明らかにするために行った実物大の屋外実験について報告する。

(1) 実験方法

実験に用いた供試体諸元を表-3 に示す。供試体 A および B は、PWS 工法および AS 工法を想定したときの 1 ストランドの模型であり、C～G は直径 600 mm 程度のケーブルの各架設段階を想定したものである。各断面形状および測点位置を図-8 に示した。各供試体長さは、1.5 m とし、両端を断熱材

で覆うことにより、ケーブル軸方向の熱移動を遮断した。

計測期間および計測項目を表-4 に示した。外気温とケーブル温度は、CC 热電対とサーモダック 60 T の組合せにより行い、1 時間ごとに昼夜連続自動計測した。日射量は、イシカワ全天日射計を用いて、水平面直達日射量を 30 分ごとに自動計測した。また、風向・風速は、ヨーシンバーン風向風速計(光進電気工業)を用いて計測した。計測期間は、四季それぞれ 2～4 週間連続して行い、その期間中は、天候状況もあわせて記録した。

各供試体により、下記の特性を把握することを目標とした。

a) 供試体 A, B は、1 ストランドの応答

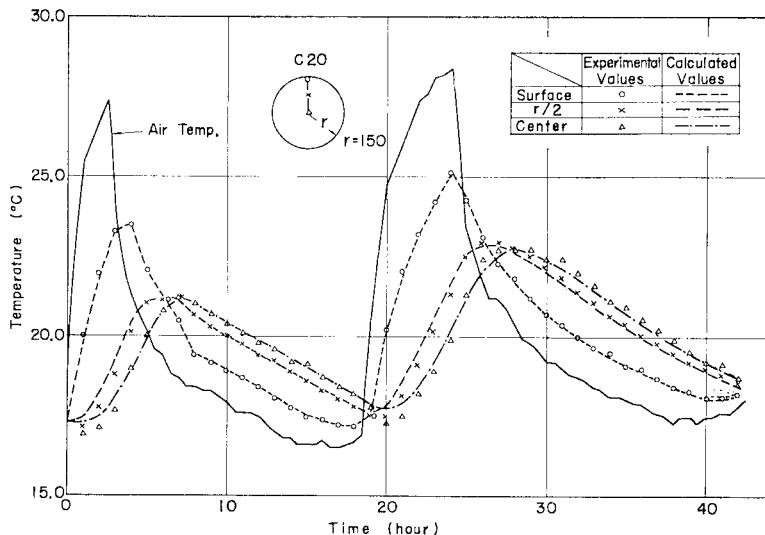


図-7 外気温の変動に伴うケーブル温度応答結果(風速 1.8 m/s)

表-3 屋外実験供試体一覧表

Specimen's Name	Number of Strands	Number of Wires	Void Ratio (%)	Points Number of Measurement	Remarks
A	PWS 127 1 strand	127	18	9	PWS 127 1 strand
B	AS 540 1 strand	540	20	13	AS 540 1 strand
C	PWS 127 24 strands	3048	35	15	PWS 127 1/4 Cable
D	PWS 127 46 strands	5842	35	15	PWS 127 2/4 Cable
E	PWS 127 91 strands	11557	36	18	PWS 127 4/4 Cable for Air Temperature Response
F	PWS 127 91 strands	11557	35	18	4/4 Cable Point Top
G	PWS 127 91 strands	11557	23	18	4/4 Cable Flat Top

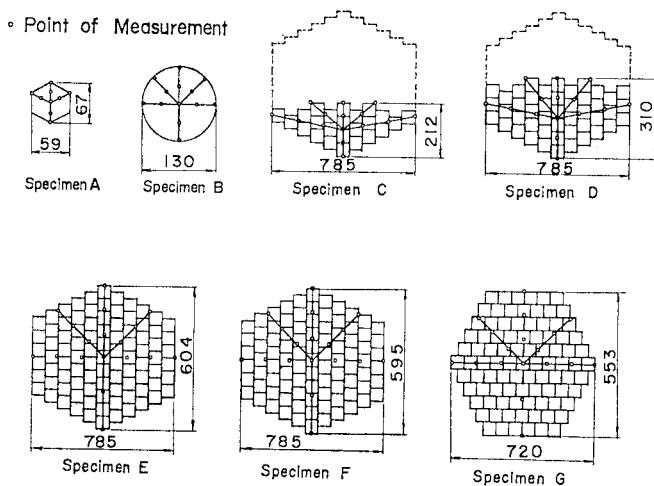


図-8 屋外実験供試体断面および測点位置

特性

- b) 供試体 A, C, D, F により、架設段階時の温度応答特性の把握
 c) 供試体 E は、日射を遮断して外気温のみの応答

- 特性の把握、F との比較により日射の影響を把握
 d) 供試体 F, G により、ストランド配列（ポイントトップ、フラットトップ）の相違による応答特性の相違

表-4 各季節の計測期間

Season	Specimen's Names	Term of Experiment	Measurement Items
Winter	E FG	February 5th ~February 18th, 1977	1) Air Temperature 2) Cable Temperature 3) Wind Velocity and Direction
	ABCD	February 18th ~February 28th, 1977	
Spring	ABCD	April 11th ~April 18th, 1977	1) Air Temperature 2) Cable Temperature
	E FG	April 19th ~April 26th, 1977	
Summer	E FG	July 20th ~August 3rd, 1977	1) Air Temperature 2) Cable Temperature 3) Wind Velocity and Direction
	ABCD	August 4th ~August 18th, 1977	4) Solar Radiation
Autumn	ABCD	October 4th ~October 17th, 1977	
	E FG	October 17th ~October 31th, 1977	The same as above

ただし、供試体 C.D.E.F は、実際の架設で用いられるストランドフォーマーを想定して、それと対応させるために端部に 9 mm 前後のスペーサーを挿入して空隙率を確保した。このため、これらの供試体の空隙率は、35% 前後となった。

(2) 屋外実験結果および考察

屋外実験計測結果の一部を 図-9～11 に示した。図-9 (a), (b) には表面温度、図-10 (a), (b) には断面内温度、図-11 (a), (b) にはケーブル平均温度の 24 時間変化を、季節ごとの平均で示した。図-9 に示すようにケーブルの表面温度の変化パターンは、日の出とともに東側表面の温度

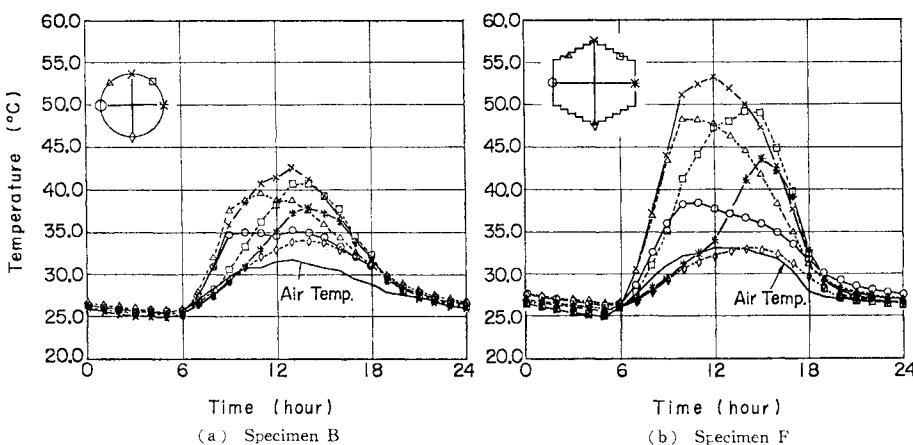


図-9 夏季供試体 B・F の表面温度の 24 時間変化（全計測日の時刻平均）

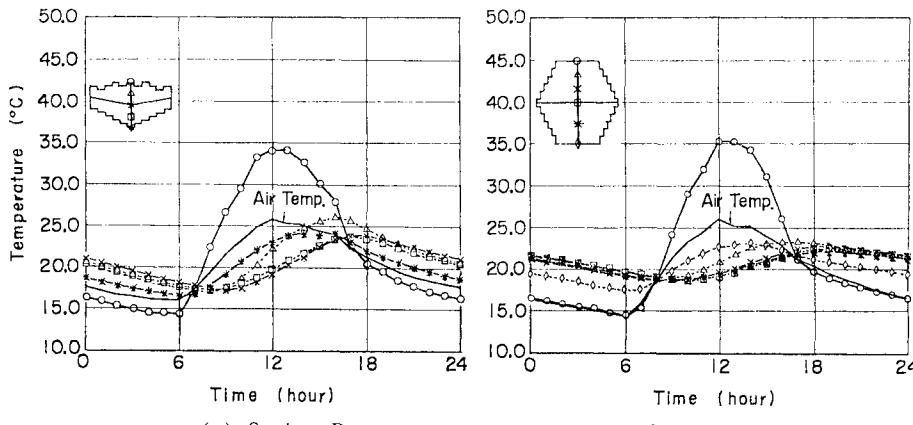


図-10 秋季供試体 D・G の断面内温度の 24 時間変化（全計測日の時刻平均）

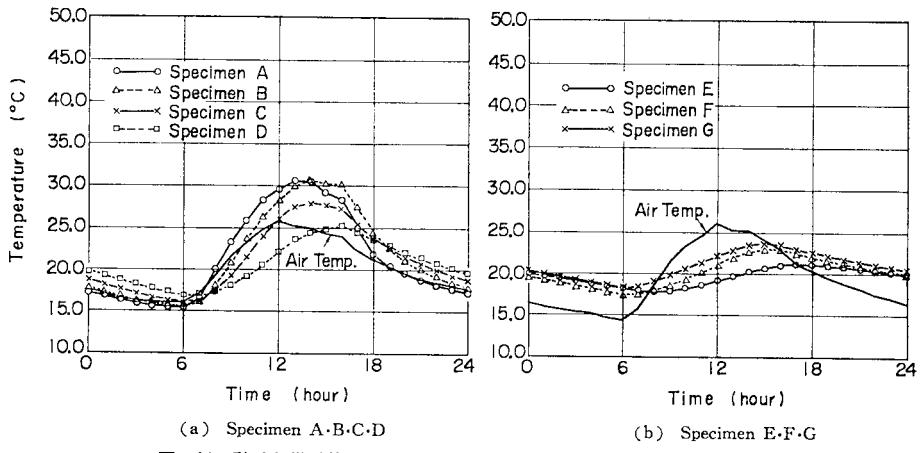


図-11 秋季各供試体の平均温度の 24 時間変化(全計測日の時刻平均)

が上昇し、太陽の運行に伴い上側および西側表面の温度が上昇する。そのとき表面温度と外気温との差は、日中で 10°C から 20°C の値を示し、日射の影響が相当大きくなる。また夜間では、特にケーブルの上側において明らかに表面温度が外気温より低くなる点が見受けられる。これは、ケーブル上側表面で顕著であり、ケーブルから天空への輻射や蒸発潜熱等の影響によるものと考えられる。したがって、解析を行う場合、夜間の輻射も無視できない因子となると思われる。次に 図-10 において断面内の温度分布をみると表面と内部との位相の遅れは、1ストランドの小さな供試体ではほとんど現れないが架設の進行に伴い断面が大きくなると顕著に現れる。表面と断面中心との位相の遅れは、A·B では 0 時間、C (1/4 架設時) では約 3 時間、D (2/4 架設時) では約 5 時間、F·G (4/4 架設時) で約 7 時間程度である。ただし、雨天の場合には、雨水がケーブル内部に浸透し、ケーブル内温度は均一に近くなる。

ケーブル平均温度の 24 時間変化の温度振幅は、晴天日と雨天日を比較した場合では顕著な差を示すが、各季節ごとに全計測日の時刻平均をとり平均的な 24 時間変化を比較すると各季節による相違はそれほど顕著ではなく、いくぶん秋が大きい程度である。それらを各供試体ごとにみると 図-11 に示すように A·B で約 15°C 、C で約 12°C 、D で約 10°C 、F·G で 6°C 程度である。これらのデータは、計算における初期温度の設定の資料となると考えられる。また、E と F を比較するとこの程度の径では、日射の影響により約 3°C の振幅の増大を与える。図-12 には、各季節ごとの最大振幅(計測期間内の最大平均温度と最小平均温度との差)を示しているが、各季節による相違は、それほどみられない。ただし、秋季がいくぶん低めに出ている原因としては、計測期間中ほぼ温暖な晴天の日が多く極端な悪天候がなかったことによると考えられる。したがって、逆に各季節ご

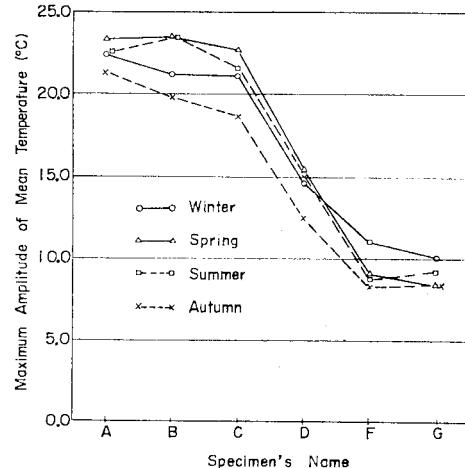


図-12 各季節の各供試体平均温度最大振幅

と平均化した 24 時間変化の温度振幅では、秋が一番大きい。これらはケーブル平均温度の変動幅を知るうえで参考となる。

(3) 従来のケーブル温度推定法に関する検討

従来のサグ測量の際、ケーブル平均温度を推定するのに比較的断面内温度が一様な夜間を待って表面温度を数点計測し、これらの平均値をもって平均温度としてきた。ここでは、この推定法の妥当性を検討するため、屋外実験結果を整理し照査した。図-13 に夜間 0 時から 6 時の実測結果から得られたケーブル平均温度と従来の推定法(ケーブル表面温度の平均)の差(以後温度推定差と称する)の最大値を示した。図-13 から次のようないことが明らかとなった。

① 1ストランドの供試体 A·B については、温度推定差が約 0.5°C 以内に収まっている。従来の推定法で十分であり、日中においてもほぼ妥当な平均温度が得られるようである。

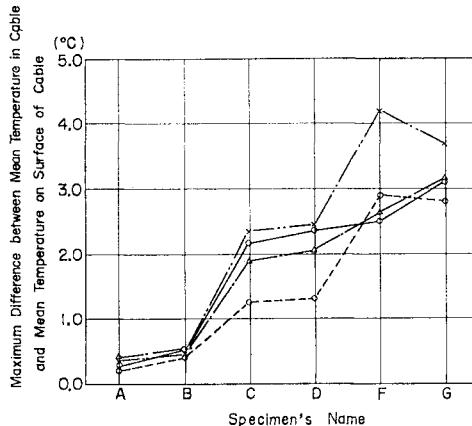


図-13 最大温度推定差の供試体および季節による相違

② 架設段階の供試体 C・D においては、最大温度推定差が 2.5°C 程度である。

③ 架設完了段階の供試体 F・G においては、最大温度推定差が 4°C 程度である。

これらの温度推定差は、1 000 m クラスの吊橋を例にとると、C・D では 70 mm, F・G では 110 mm 程度のサグ誤差を生じることになり、架設精度からみて無視し得ない大きさとなる。

④ 秋季は、他の季節に比べて温度差が大きい。これは昼間と夜間の気温差が大きいためと考えられる。

⑤ 大きな温度推定差がでる条件としては、昼夜間の外気温差が大、晴天日が連続した場合などである。

以上、若干の考察を加えたが、従来の平均温度推定法では、ケーブル径が大きくなるにつれ、実際の平均温度との差が大きくなるものと考えられ、より正確な推定法を確立することが必要と思われる。

4. 数値計算

熱伝導解析の基本式については、各種文献に与えられており、本文では、必要な諸式を付録-1～4 に示した。たとえば、2 次元円形断面については、付録-2 の式 (A・5), (A・14) に示したように解析解が与えられており、本章でもこの式を用いて計算している。任意形状の温度応答解析には、付録-4 の式 (A・15)～(A・17) に基づく差分法による計算プログラムを作成し数値計算を行った。

本章では、まず差分法における計算精度と要素幅について、若干の数値計算による検討を加え、続いて実橋に適用する際問題となる初期温度の設定誤差について

て検討を加えた。次に、ステップ温度応答実験で求めた物性値をパラメーターとして数値計算を行い、物性値の相違がケーブルの温度応答特性に及ぼす影響について検討した。最後に、3. の屋外模型実験の各供試体について、ステップ温度応答実験で求めた物性値を用いて差分法による計算を行い、実験値との比較・考察を行った。

(1) 差分法における計算精度と要素幅

任意形状の温度応答解析には、古くから差分法が用いられているが、この手法は付録-4 に示した代表的な 3 方法のほかにも計算精度向上のため多くの式^{8)～10)}が提案されている。しかし、いずれの手法についても一長一短があるため、対象とする問題によって、計算精度と計算時間との兼ね合いから、隨時選択すべきであると思われる。一般的な差分法の計算精度と要素幅および時間間隔の関係については、片山・斎藤らの研究^{9), 10)}があり、詳細はそれらの文献に譲るとして、ここでは後述の計算に用いるための要素幅の目安を調べるために、図-14 に示すモデルで計算を行った。断面は、1 m 四方の正方形とし、ケーブル温度応答の特性を考慮して表面温度は 24 時間周期の単位周波数で変化するものとした。断面分割を 4, 8, 16, 32 と増加させていく、その精度を照査した。時間間隔は、式 (A・18) の安定条件式から逆算して求め、Explicit 法で計算を行った。図-14 から明らかなように 8 分割程度で十分な解が得られることがわかった。Implicit 法、Crank-Nicolson 法を用いた計算も数例行ったが、精度はそれほど変わらないうえ、計算時間が長くなり、このような問題では Explicit 法で十分であると考えられる。本文では、後述の日射・外気温応答解析でも、Explicit 法を用いることにした。

(2) 初期温度の設定誤差について

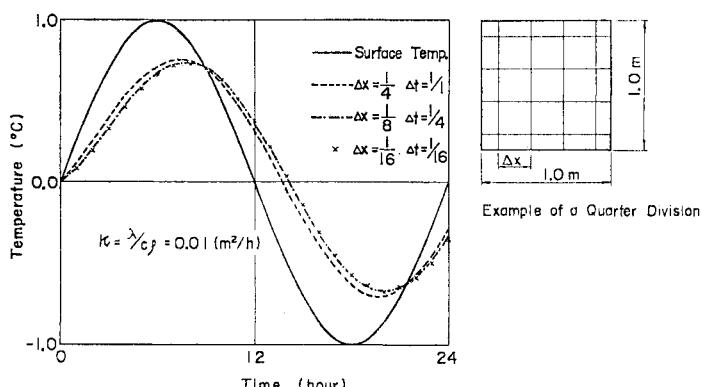


図-14 要素分割数と精度の関係（表面温度=単位 sin 波）

ケーブルの温度応答計算を実行するにあたっては、まず初期温度を与えるなければならない。しかし、実際のケーブル温度応答の場合は、この初期温度は未知であるため、適当な仮定値を与えることになる。その場合、真の初期温度との誤差が与える影響は、応答計算を行っていく過程で漸次減少していくことになるが、それが無視できる程度になるための必要な計算時間を調べておくことが大切である。

いま、真の初期温度を T_0 とし、仮定誤差を T_{0e} とする。また、真の応答値を T_A 、誤差を含んだ応答値を T_B とする。ここに、円形断面の外気温応答を考えた場合、付録の式 (A・14) から、

$$T_A = T_0 + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \frac{\mu_i^2}{a^2} \kappa \cdot \exp\left(-\frac{\mu_i^2}{a^2} \kappa t\right) \int \{f(\tau) - T_0\} \cdot \exp\left(\frac{\mu_i^2}{a^2} \kappa \tau\right) d\tau \quad (6)$$

$$T_B = T_0 + T_{0e} + \sum_{i=1}^{\infty} C_i \frac{\mu_i^2}{a^2} \kappa \cdot \exp\left(-\frac{\mu_i^2}{a^2} \kappa t\right) \int \{f(\tau) - (T_0 + T_{0e})\} \exp\left(\frac{\mu_i^2}{a^2} \kappa \tau\right) d\tau \quad (7)$$

ここに、

$$C_i = \frac{2ah}{(\mu_i^2 + a^2 h^2)} \frac{J_0(\mu_i r/a)}{J_0(\mu_i)}$$

と与えられる。そこで式 (7) に式 (6) を代入して、次式を得る。

$$T_B = T_A + T_{0e} \sum_i C_i \exp\left(-\frac{\mu_i^2}{a^2} \kappa t\right) + T_{0e} - T_{0e} \sum_i C_i \quad (8)$$

また、付録-2 に示したステップ温度応答式 (A・5) で、初期温度を 0 とした場合の応答温度 T_c は、次式となる。

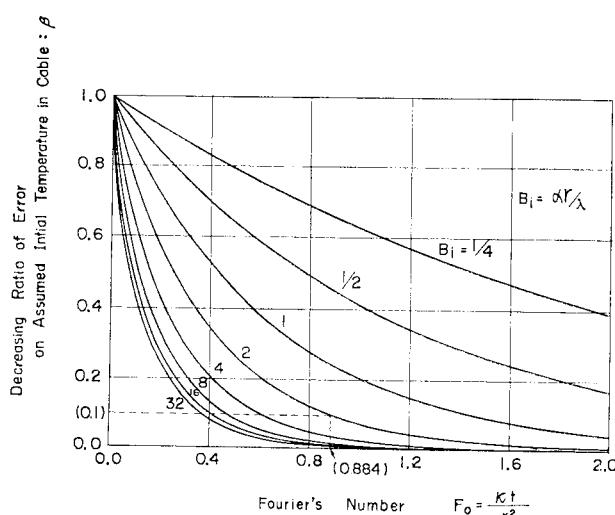


図-15 フーリオ数、ビオ数と減少率の関係

$$T_c = T_{ext} - T_{ext} \sum_i C_i \exp(-\mu_i^2 \kappa t / a^2) \dots (9)$$

上式で、 $t=0$ のとき $T_c=0$ であるから、式 (8) の第 3 項以下も 0 となり、式 (8) は次式のように書き換えられる。

$$T_B = T_A + \beta T_{0e} \dots (10)$$

ここに、

β : 初期温度仮定誤差の減少率

$$= 1 - T_{step} = \sum_i C_i \exp\left(-\frac{\mu_i^2}{a^2} \kappa t\right)$$

T_{step} : 式 (9) において単位ステップ温度 1°C を与えたときの応答値

$$= 1 - \sum_i C_i \exp(-\mu_i^2 \kappa t / a^2)$$

このことは、単位ステップ温度応答計算を行うことにより、初期温度の設定誤差の減少率および必要計算時間を求め得ることを意味する。また、このことは、任意の形状の場合でも成立する。

次に、温度応答解析用の無次元量 B_i (Biota 数) = $\alpha r / \lambda$ と F_o (Fourier 数) = $\kappa t / r^2$ を用いて、初期温度の仮定誤差の減少率 β と必要計算時間 t の関係を調べた。その結果を 図-15 に示す。ただし、本図では、平均温度応答値に関する β を示したものである。この図は、次のように使用される。たとえば、 $h = \alpha / \lambda = 10.0$ (1/m), $\kappa = \lambda / c\rho = 0.001$ (m²/h) とし、半径 $r = 0.2$ (m), 初期仮定温度誤差 5°C とした場合、この誤差を 0.5°C まで低減するためには、 $\beta = 0.1$ であるから、図中破線で示したように $B_i = 2$ との交点 F_o を求め、 $t = F_o r^2 / \kappa$ から、必要計算時間が 35 時間となる。また、この図を使用して任意形状の t を求める場合には、次式により換算半径 r を求め、それを用いて、必要計算時間を求めれば十分なようである。

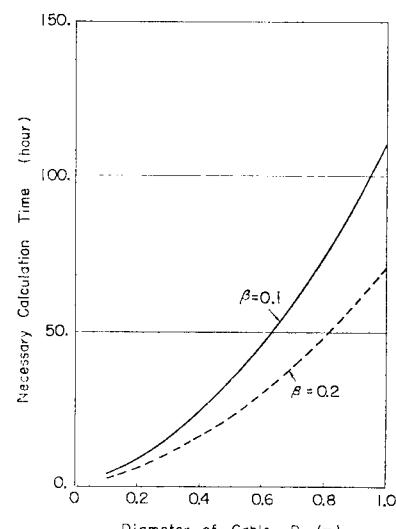


図-16 ケーブル径と必要計算時間の関係

ここに, S : 周長, A : 断面積

(3) 物性値とケーブル温度応答特性との関係

まず、本手法による計算法を室内実験と比較すると、図-7に示したとおり、断面内各部分において合致した。そこで、ケーブル平均温度の外気温応答特性および物性値の影響を調べるために、外気温を $10 \sin \omega t$ の 24 時間の周期関数にモデル化して種々の計算を行った。

図-17 には、空隙率 20% の場合の径の相違による平均温度応答の相違を示した。径が増大すると平均温度の外気温に対する追従性は鈍化し、平均温度の振幅は小さくなる。このことは、従来の推定法のように表面温度で平均温度を推定すると誤差が増大することを意味している。その反面径が大きくなると平均温度の振幅が小さいことから、各季節のケーブル平均温度の 24 時間変化をあらかじめ求めておき、それらから平均温度を推定してもそれほど大きな誤差を生じないと考えられる。図-18 には、径 300 mm、風速 1 m/s の場合の空隙率の相違による平均温度の応答変化を示した。この場合は、20% から 30% の間でいくぶん大きな応答差を生じるが、30% 以上になるとそれほど相違しない。これはケーブル熱伝導率の相違と相関関係にあり当然の結果と思われる。図-19 には、径 300 mm、空隙 20% のときの風速の相違による平均温度の応答変化を示した。平均温度の応答に対する影響が顕著なのは、0~2 m/s の間であり、これは熱伝達率がこの間

で極端に変化しているためである。また、2 m/s 以上になるとそれほど大きな応答差を生じない原因是、次のように説明できる。

熱伝達によって単位時間内にケーブル内に流入する熱

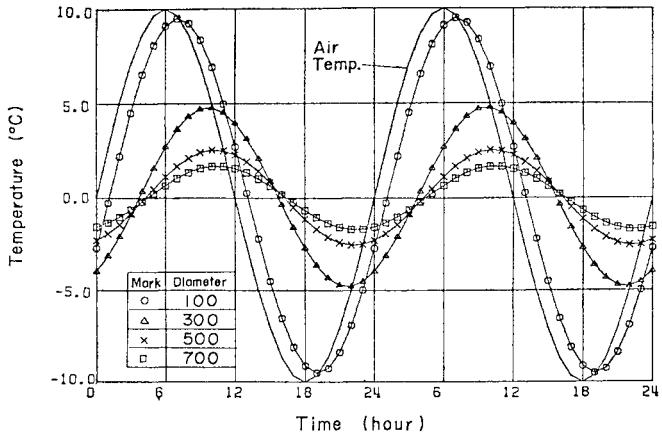


図-17 径の相違による平均温度応答の相違（外気温 = $10 \sin \omega t$ ）

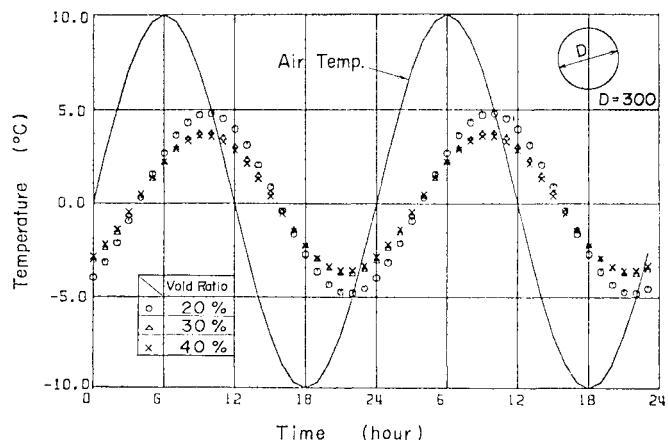


図-18 空隙率の相違による平均温度応答の相違 (外気温 = $10 \sin \omega t$)

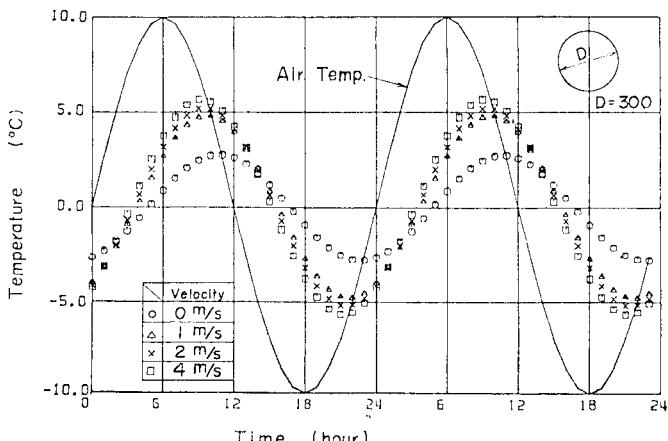


図-19 風速の相違による平均温度応答の相違（外気温 = $10 \sin \omega t$ ）

量 Q は、次式で求められる。

ここに、 S : 周長、 T_∞ : 外気温

T_{surf} : 表面溫度, α : 熱伝達率

この熱量 Q による平均温度の増加量 ΔT は、

$$\Delta T = Q / c \rho A \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

$c\rho$: 热容量, A : 断面積

となる。したがって、径および空隙率が同じであれば、平均温度の応答に影響する因子は、 α と T_{surf} である。ここに、式(12)で示すように α が増大するほど内部に流入する熱量は増大しようとするが、それによって表面温度 T_{surf} も大きくなり、そのため $T_{\infty} - T_{\text{surf}}$ が減少する。このことは、 α が大きくなつても内部に流入する熱量 Q は、 α の相違ほど変化せず、平均温度応答に差を生じさせない理由となつてゐると思われる。

次に、上記のケーブル平均温度の応答に影響を与えるケーブル径、空隙率、風速等を平均温度の半振幅で比較したものを 図-20 に示す。この図で特徴的なことは、空隙率の変化による平均温度応答の相違であり、空隙率の影響は径が 200~300 mm の間で特に顕著となる。径の小さい場合では、熱伝導率が相違しても伝熱距離が短いため、ケーブル表面における熱量が内部に短時間のうちに伝導し、空隙率の相違による影響は現れにくい。また、径が大きくなると平均温度の振幅そのものが小さいため、結果的にその影響が現れにくくなったものと考えられる。したがって、径が 200~300 mm のあたりが両者のの中間となり、空隙率の相違による影響が最も顕著になつたものと考えられる。

以上述べたように、径の影響は周知のとおりであるが、熱伝導率、熱伝達率がケーブル平均温度に及ぼす影響を無視することはできず、ケーブル温度応答解析を行う場合には、これらの影響および応答特性を十分考慮する。

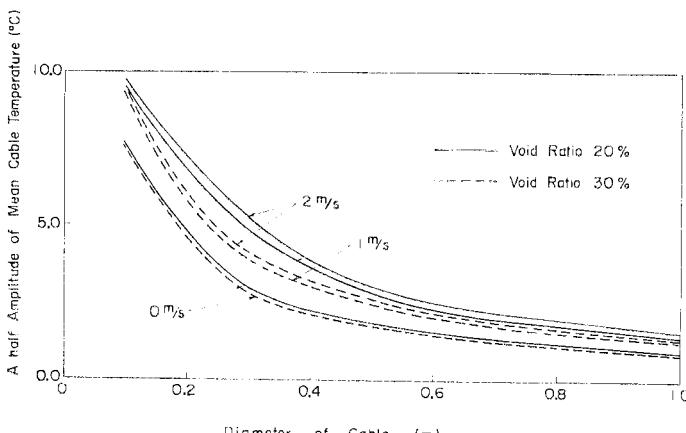


図-20 ケーブルの温度応答に影響する因子と平均温度の半振幅との関係（外気温 = $10 \sin \omega t$ ）

ることが大切であると考えられる。

(4) 屋外実験結果との比較

ここでは、付録-4 に示した Explicit 法の差分式を用い種々の断面形状を有する屋外実験の供試体について数値計算を行い、実験値との比較を行った。境界条件としては、屋外実験において測定した表面温度を用いて境界温度を与える条件式 (A・2) を用いた。この方法は、式 (A・3), (A・4) が輻射熱伝達や対流熱伝達等の複雑な伝熱機構を考慮する必要があるのに対して、単に熱伝導機構のみで解析できるという利点を有している。計算に用いた各表面要素の温度は、実測した 6 点から線形補間して求めた。また 3. でも述べたように供試体 C・D・E・F は、縦方向にスペーサーを挿入したため、縦横方向の熱伝導に異方性が生じていると考えられる。特に本実験では、ストランドを単に積重ねて供試体を作成しているので、図-21 に示すような形となっている。このため熱伝導率は、縦方向では空隙とストランドの並列の配列が卓越しているものとして、ストランドの空隙率に対応する λ_{20} を用い、横方向はそのまま λ_{35} を用いた。供試体 A・B・G は等方断面とみなした。計算に用いた熱伝導率は図-4 から求めた。図-22~24 に計算結果を示す。図-22 から明らかなように、各供試とも平均温度の実測値と計算値との相違は、たかだか 1.5°C 程度であり、良好な一致を示している。また、ケーブル断面が大きくなると平均温度の振幅は小さくなり、特に供試体 F 以上の断面になると外気温や日射の変動に対しても鋭敏ではなく、各目ともほぼ同様な応答パターンを示している。

次に、各供試体断面における晴天日の夜間および日中の温度分布を調べてみた。図-23と図-24にその一例を示す。図中に実測値をプロットしたが計算値とよく一致している。図-23の夜間1時の温度分布にみられる

よう に 供 試 体 D・F では、上側 表面と 中央 で は 6~7°C 程度 の 温 度 勾 配 を 示 し て お り、従 来 の 推 定 法 の よう に 夜 間 で 一 様 と 考 え る の は、明 らか に 問 題 が あ る。この 勾 配 は 明 方 に な る ほ ど 減 少 す る 傾 向 に あ る が、

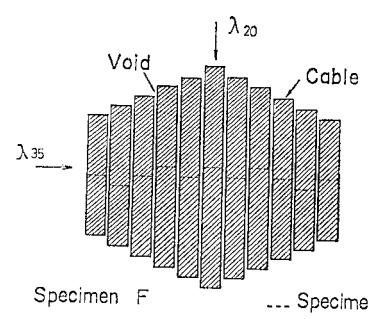
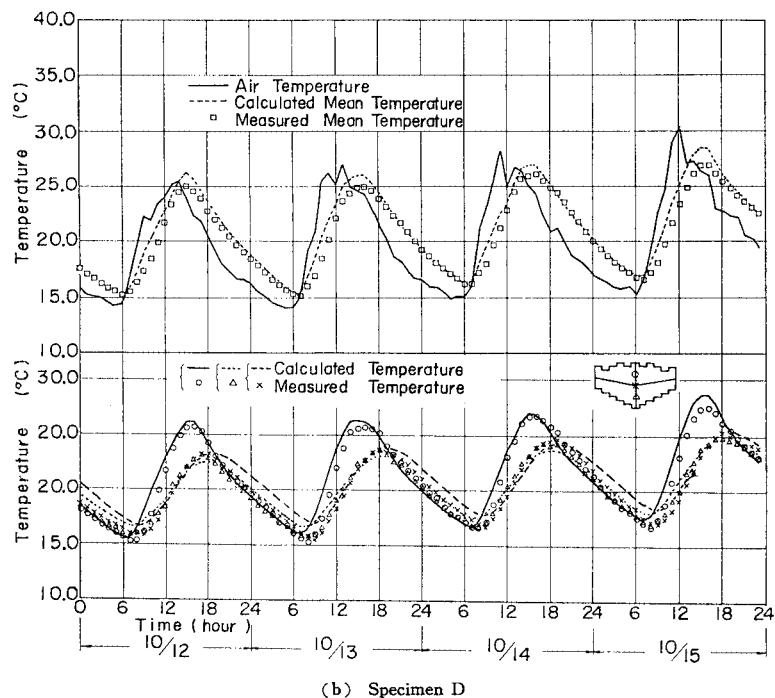
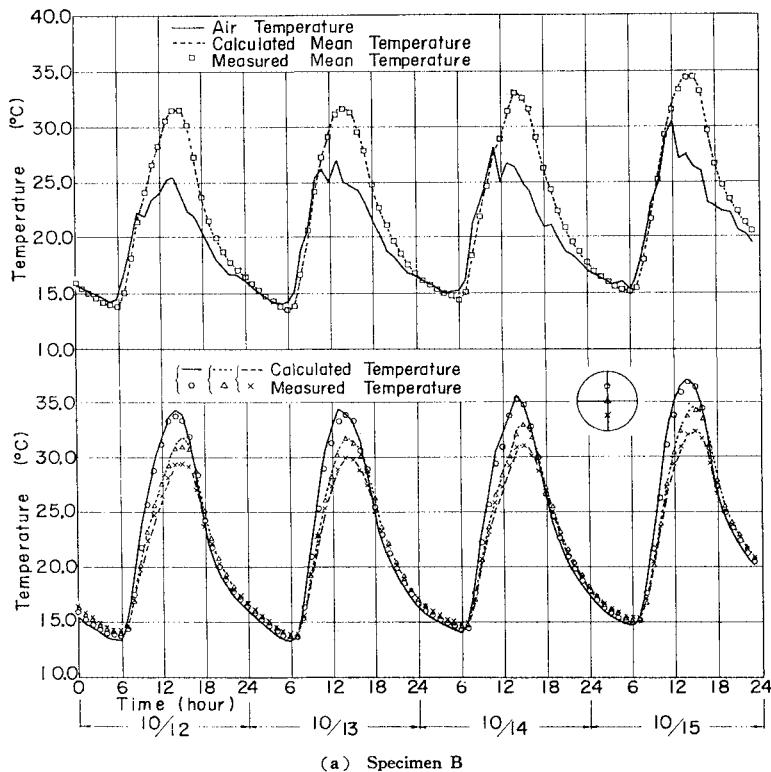


図-21 供試体 D・F の形状

最も温度勾配の少ない A.M. 6~7 時前後でも 4°C 程度は存在する。日中 14 時では、図-24 にみられるように上側表面から中央にかけて 20°C 程度の極端な温度勾配を呈する。中央から下側表面との勾配と比較して、日

射の影響が顕著に現れている。

以上、数値計算結果と実測値との比較を行ってきたが、このように表面温度を与える差分法の手法により架設途中のケーブル温度を良好に追跡することができる。



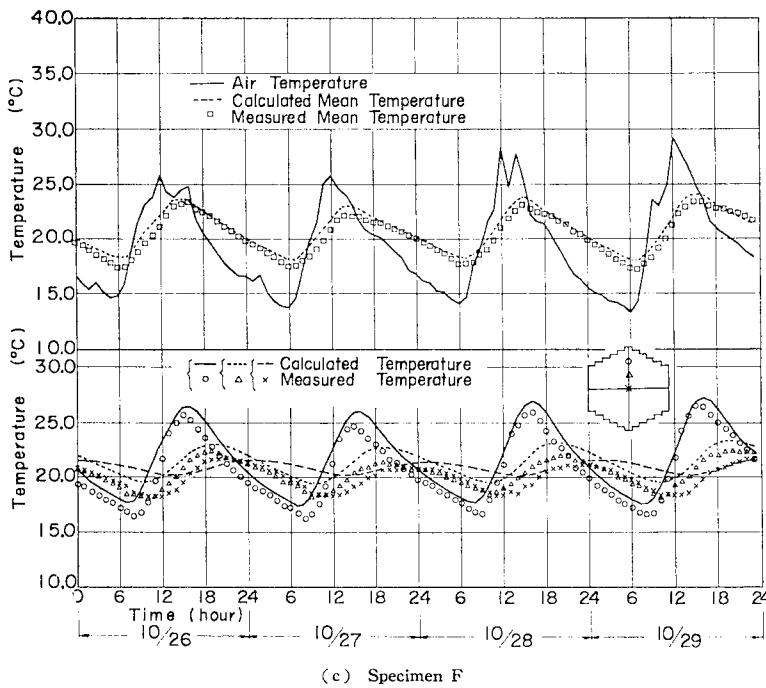


図-22 供試体 B・D・F の平均温度および断面内温度の計算例

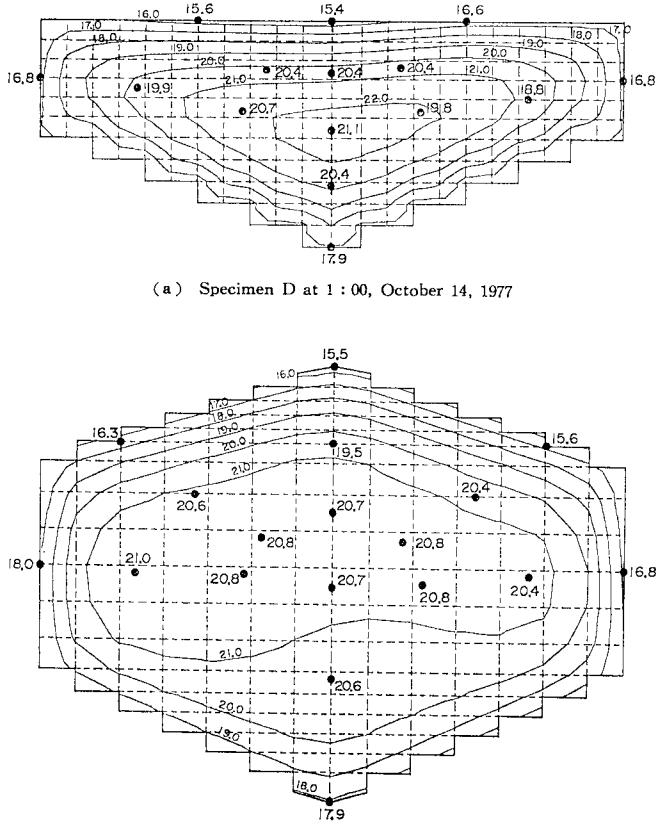


図-23 供試体 D・F の夜間の温度分布図

5. 結 言

本文では、従来明らかにされていなかったケーブル温度物性値の特性および架設段階のケーブル温度応答特性を解明するために行った実験について述べ、若干の考察を行った。また、架設途中のケーブル平均温度を求める数値計算法を示し、その場合の数値計算上の問題点について、2、3の考察を行った。

それから、次のような結果を得た。

(1) ケーブル熱伝導率は、空隙率が増大するほど減少し、その減少の程度は空隙率が30%までの間で特に著しい。これは、素線相互の接触の度合に比例するものである。

(2) ケーブルの熱伝達率と風速の関係をほぼ明らかにし、実験公式を導いた。本公式は、実験上の制約から直径 300 mm の供試体のみから導いたもので、他の太径への適用には、若干の修正が必要と考えられる。

(3) ケーブル平均温度の外気温応答特性

(i) ケーブル径が増大するほど、外気温との位相差が増大する。

(ii) 平均温度に及ぼす熱伝導率(空隙率)の相違の影響は、特に直径 200~300 mm の間での顕著に現れる。これは、伝熱距離と平均

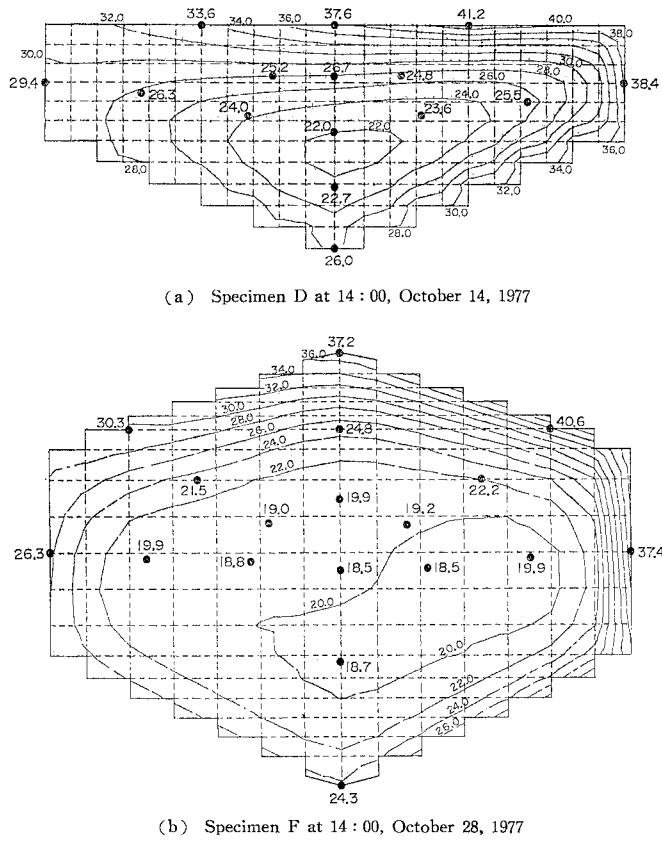


図-24 供試体 D・F の日中の温度分布図

均温度振幅に関係している。

(iii) 热伝達率そのものは、風速によってかなり相違する。その相違が平均温度に及ぼす影響は、微風（風速2 m/s以下）の場合では顕著であるが、それ以上の風速ではその影響は小さくなるようである。

（4）架設段階における日射外気温応答特性

(i) 架設段階に対応する各種形状のケーブルを用いて屋外実験を行い、四季における種々の温度特性を把握した。

(ii) ケーブル表面温度平均と断面内平均温度の相違に着目すると1ストランドケーブルでは両者は相違せず、夜間では外気温とほとんど一致する。

(iii) 架設の進行に伴って表面温度と平均温度の差は増大していき、直径600mmぐらいのケーブルになると全ストランドが架設された段階では、夜間においても最大4°C程度の差が生じる。

(iv) したがって、従来の温度推定法では、ケーブル径が増大するほど精度が悪くなる。

(5) ケーブル温度の解析法として、本文は差分法による解析を用い、本手法が架設途中における任意形状のケーブル温度挙動を実用上十分な精度で追跡できること

を示した。また、この場合に必要な初期温度の設定誤差を消去するために必要な計算時間を、ケーブル径との関係で明らかにした。

本文では、基本的な立場から架設途中のケーブル温度応答特性を検討するために行った実験および計算等により得られた結果について報告した。今後、さらに研究を進め、実用的なケーブル温度応答計算法を確立し、長大吊橋のケーブル架設精度および能率向上のために寄与したいと考えている。

付録1 热伝導の基礎方程式

温度分布が、 $x-y$ 座標系において2次元的であるとするならば、物体の温度は次式により支配される。

物体内部の熱伝導方程式

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + Q = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{in } S \quad (\text{A.1})$$

境界温度を与える境界条件

$$T_{ci} = T_{\text{surf}} \quad \text{on } C_1 \quad (\text{A.2})$$

熱流束を与える境界条件

$$\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} l + \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} m = q \quad \text{on } C_2 \quad (\text{A.3})$$

線形熱伝達を与える境界条件

$$-\left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} l + \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} m\right) = \alpha(T_{ci} - T_{\infty}) \quad \text{on } C_3 \quad (\text{A.4})$$

ここで、 S は物体内を意味し、 C_i は境界を意味する。 m, l は、 x 軸および y 軸に関する方向余弦である。

次に、式(A.1)～(A.4)を円筒座標系(r, θ)に変換すると、

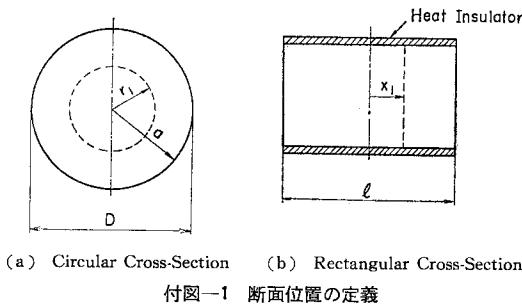
$$\lambda_r \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) + Q = c\rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{in } S \quad (\text{A.1})'$$

$$T_{ci} = T_{\text{surf}} \quad \text{on } C_1 \quad (\text{A.2})'$$

$$\lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} = q \quad \text{on } C_2 \quad (\text{A.3})'$$

$$-\lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha(T_{ci} - T_{\infty}) \quad \text{on } C_3 \quad (\text{A.4})'$$

の各式が与えられる。上式において、 T は着目点の温度を示し、 T_{ci} は境界面温度、 T_{surf} は表面温度、 T_{∞} は外気温である。 Q, q は、それぞれ内部発熱量、境界熱流束を示す。 $t, \lambda, \alpha, c\rho$ は、時間、熱伝導率、熱伝達率、熱容量を示す。



付図-1 断面位置の定義

付録-2 ステップ温度応答の理論式

付図-1 は、この解析における記号を示す。物体の初期温度を T_0 、ステップ温度を T_{ext} とした場合の物体各断面位置 (r_i, x_i) での経時応答温度 T_c を求める。

その場合、下記の仮定を設けた。

- ① 円形断面では、 θ 方向の温度勾配はない。
- ② 矩形断面では、 x 方向の 1 軸熱伝導のみとする。
- ③ 両断面とも内部発熱はない。
- ④ 表面での伝熱機構は、熱伝達によるもののみとし、熱伝達率は、表面各所において一定とみなした平均熱伝達率を用いる。

したがって、式 (A・1)' と (A・4)' および式 (A・1) と (A・4) から、

円形断面

$$T_c = T_{\text{ext}} - (T_{\text{ext}} - T_0) \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2ah}{\mu_j^2 + a^2h^2} \frac{J_0(\mu_j r_i/a)}{J_0(\mu_j)} \cdot \exp(-\mu_j^2 \kappa t/a^2) \quad (\text{A}.5)$$

ただし、

μ_j は $x J_1(x) + ah J_0(x) = 0$ の j 番目の根

J_0 : 0 階第 1 種 Bessel 関数

J_1 : 1 階第 1 種 Bessel 関数

h : 热放散率 = α/λ , κ : 热拡散率 = $\lambda/c\rho$

矩形断面

$$T_c = T_{\text{ext}} - (T_{\text{ext}} - T_0) \sum_{j=1}^{\infty} \frac{4 \sin(\eta_j l)}{\eta_j l + \sin(\eta_j l)} \cdot \cos(\eta_j x_i) \exp(-\eta_j^2 \kappa t) \quad (\text{A}.6)$$

ただし、 η_j は $\tan(xl/2) - h/x = 0$ の j 番目の根が求められる。

付録-3 物性値の決定

式 (A・5), (A・6) は、物性値 κ, h の関数として T_{ci} (κ, h) で表される。実験により計測された各断面の温度を T_i とし、 κ, h の仮定による計算値と実測値との差を ϵ_i とすれば、次のような優決定系の方程式が得られる。

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha}) = \boldsymbol{\epsilon} \quad (\text{A}.7)$$

ここに、

$$\boldsymbol{\alpha} = (\kappa, h)^T$$

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha}) = (f_1, f_2, \dots, f_i, \dots, f_{n-1}, f_n)^T$$

$$f_i = T_i - T_{ci}(\kappa, h)$$

$$\boldsymbol{\epsilon} = (\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_i, \dots, \epsilon_{n-1}, \epsilon_n)^T$$

添字 T は転置マトリックスを示す。

式 (A・7) に対して、 $|\boldsymbol{\epsilon}|^2$ を最小にするようなベクトル $\boldsymbol{\alpha}$ を決定すると、このときの $\boldsymbol{\alpha}$ が最適なケーブル物性値であると考えられる。ただし平均した $\bar{\epsilon} \leq 0.5$ を満足するものとする。いま、 $\boldsymbol{\alpha}^{(i)}$ を $|\boldsymbol{\epsilon}|^2$ を最小にする $\boldsymbol{\alpha}$ の近似解とし、式 (A・7) を $\boldsymbol{\alpha}^{(i)}$ のまわりに Taylor 展開して補正の 2 次以下の項を無視すると、

$$\mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha}^{(i)}) + \mathbf{A}^{(i)} \Delta \boldsymbol{\alpha}^{(i)} = \boldsymbol{\epsilon}^{(i)} \quad (\text{A}.8)$$

ここに、

$$\mathbf{A}^{(i)} = \begin{bmatrix} \partial f_1 / \partial \kappa & \partial f_1 / \partial h \\ \partial f_2 / \partial \kappa & \partial f_2 / \partial h \\ \vdots & \vdots \\ \partial f_n / \partial \kappa & \partial f_n / \partial h \end{bmatrix}$$

$$\Delta \boldsymbol{\alpha}^{(i)} = (\Delta \kappa^{(i)}, \Delta h^{(i)})^T$$

のように書ける。

$\partial f_i / \partial \kappa, \partial f_i / \partial h$ は、円形・矩形断面につき、それぞれ次式で与えられる。

円形断面

$$\frac{\partial f_i}{\partial \kappa} = (T_0 - T_{\text{ext}}) \sum_{j=1}^{\infty} C_j \frac{t \mu_j^2}{a^2} \frac{J_0(\mu_j r_i/a)}{J_0(\mu_j)} \cdot \exp\left(-\frac{\mu_j^2}{a^2} \kappa t\right) \quad (\text{A}.9)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial h} = (T_{\text{ext}} - T_0) \sum_{j=1}^{\infty} C_j D_j \exp\left(-\frac{\mu_j^2}{a^2} \kappa t\right) \quad (\text{A}.10)$$

ここに、

$$C_j = 2ah/(\mu_j^2 + a^2h^2)$$

$$D_j = \frac{\mu_j^2 \{(a - 2\kappa h)(\mu_j^2 + a^2h^2) - 2a^2h^2\}}{ah(\mu_j^2 + a^2h^2)} \cdot \frac{J_0(\mu_j r_i/a)}{J_0(\mu_j)} - \frac{\mu_j r}{\mu_j^2 + a^2h^2} \cdot \frac{J_1(\mu_j r_i/a)}{J_0(\mu_j)}$$

矩形断面

$$\frac{\partial f_i}{\partial \kappa} = (T_0 - T_{\text{ext}}) \sum_{j=1}^{\infty} \eta_j^2 t \frac{4 \sin(\eta_j l/2)}{\eta_j l + \sin(\eta_j l)} \cdot \cos(\eta_j x) \exp(-\eta_j^2 \kappa t) \quad (\text{A}.11)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial h} = (T_{\text{ext}} - T_0) \sum_{j=1}^{\infty} E_j \exp(-\eta_j^2 \kappa t) \quad (\text{A}.12)$$

ここに、

$$E_j = \frac{2 \cos^3(\eta_j l/2)}{\eta_j l + \sin(\eta_j l)} \left[\left(\frac{2l\{\eta_j l - \sin(\eta_j l)\}}{\eta_j l + \sin(\eta_j l)} - 8h\kappa t \right) \cdot \cos(\eta_j x) - 4 \frac{hx}{\eta_j} \sin(\eta_j x) \right]$$

】 次に、式 (A・8) から $|\boldsymbol{\epsilon}|^2$ を求め、 $\Delta \boldsymbol{\alpha}^{(i)}$ で微分し

て 0 とすれば、 $|\epsilon^{(i)}|$ を最小にする $\Delta\alpha^{(i)}$ が求められる。ここに改良した Gauss の反復法^{11), 12)}を用いて、

$$(\mathbf{M} + \lambda \mathbf{I}) \Delta \boldsymbol{\alpha} = -\mathbf{A}^T \mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha}) \quad \dots \dots \dots \text{(A.13)}$$

ここに、 $\mathbf{M} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 、 \mathbf{I} ：単位行列、 λ ：正数から $\Delta \boldsymbol{\alpha}$ を求め、 $\boldsymbol{\alpha}^{(i+1)} = \boldsymbol{\alpha}^{(i)} + \Delta \boldsymbol{\alpha}^{(i)}$ の繰り返しにより最適な $\boldsymbol{\alpha}$ が求められる。本文では、上記諸式により実験値を整理して熱物性値を決定する。

付録-4 外気温等の変動に伴うケーブルの温度応答の理論式

円形断面の外気温の変動に伴う温度応答の理論式は、式 (A.5) において、 $T_{\text{ext}} - T_0 = 1$ とし単位跳躍関数に対する応答式を求め、これに Duhamel 積分を行えば、次式のように与えられる。

$$T_i = T_0 + \sum_{j=1}^{\infty} C_j \frac{J_0(\mu_j r/a)}{J_0'(\mu_j)} F_i(t) \quad \dots \dots \text{(A.14)}$$

ここに、

$$F_i(t) = \frac{\mu_j^2}{a^2} \kappa \cdot \exp\left(-\frac{\mu_j^2}{a^2} \kappa t\right) \int_0^t \{f(\tau) - T_0\} \cdot \exp\left(\frac{\mu_j^2}{a^2} \kappa \tau\right) d\tau$$

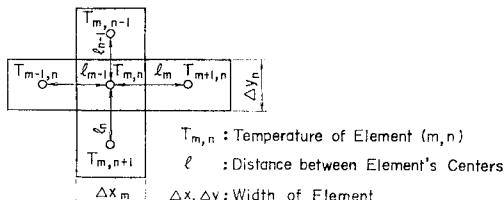
$f(\tau)$ ：外気温、 C_j ：式 (A.10) と同様

しかし、任意の断面においては、上式のような解析解を得ることは困難であり、一般的には、FEM や差分法によらざるを得ない。ここでは、差分法のうちでも代表的な手法として、① Explicit 法、② Implicit 法、③ Crank-Nicolson 法を示す。

付図-2 に示したように記号を定義すると、

Explicit 法

$$\begin{aligned} T_{m,n}^{p+1} &= a_1 T_{m,n-1}^p + a_2 T_{m,n+1}^p \\ &\quad - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - 1) T_{m,n}^p \\ &\quad + a_3 T_{m-1,n}^p + a_4 T_{m+1,n}^p \end{aligned} \quad \dots \dots \text{(A.15)}$$



付図-2 任意要素 m, n における記号

Implicit 法

$$\begin{aligned} -T_{m,n}^p &= a_1 T_{m,n-1}^{p+1} + a_2 T_{m,n+1}^{p+1} \\ &\quad - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 1) T_{m,n}^{p+1} \\ &\quad + a_3 T_{m-1,n}^{p+1} + a_4 T_{m+1,n}^{p+1} \end{aligned} \quad \dots \dots \text{(A.16)}$$

Crank-Nicolson 法

$$\begin{aligned} a_1 T_{m,n-1}^{p+1} + a_2 T_{m,n+1}^{p+1} &- (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 2) T_{m,n}^{p+1} \\ &\quad + a_3 T_{m-1,n}^{p+1} + a_4 T_{m+1,n}^{p+1} \\ &= -a_1 T_{m,n-1}^p - a_2 T_{m,n+1}^p + (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - 2) \\ &\quad \cdot T_{m,n}^p - a_3 T_{m-1,n}^p - a_4 T_{m+1,n}^p \end{aligned} \quad \dots \dots \text{(A.17)}$$

ここに、

$$\begin{aligned} a_1 &= \theta_y \Delta x_m / l_{n-1}, \quad a_2 = \theta_y \Delta x_m / l_n, \quad a_3 = \theta_x \Delta y_n / l_{m-1} \\ a_4 &= \theta_x \Delta y_n / l_m, \quad \theta_{x,y} = \lambda_{x,y} \Delta t / (\Delta x_m \Delta y_n c_p) \end{aligned}$$

添字 p は $t = p \Delta t$ の時間を示す。

で与えられる。ただし、式 (A.15) では、安定条件として次式を満足しなければならない。

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - 1 \leq 0 \quad \dots \dots \text{(A.18)}$$

境界条件式は、式 (A.2)～(A.4) においてそれぞれ与えられるが、本文では、式 (A.2) の境界温度を与える条件式のみを使用する。

参考文献

- 1) 大谷 修・頭井 洋・新家 徹：吊橋主ケーブルの架設途中における温度応答特性について（第1報），土木学会第33回年次学術講演会講演概要集，昭和53年9月。
- 2) 長谷川脩一・原田康夫ほか：吊橋ケーブルの温度測定実験，橋梁と基礎，1975年10月。
- 3) 原田康夫・長谷川脩一：吊橋ケーブルの温度応答に関する研究，土木学会論文報告集，第251号，1976年7月。
- 4) 俵矢文・杉田卓男ほか：長大吊橋ケーブルの温度応答特性に関する研究，製鉄研究，第296号，1979年。
- 5) 井村定久・竹越栄俊ほか：砥石のような焼結多孔質物体の有効熱伝導率に関する実験的研究，日本機械学会論文集，44卷，377号，1978。
- 6) 内田秀雄：伝熱工学，裳華房，昭和52年。
- 7) Eckert, E.R.G. and Robert M. Drake, Jr.: Heat and Mass Transfer, McGraw-Hill Book Company, 1959.
- 8) Barakat, H.Z. and J.A. Clark: On the Solution of the Diffusion Equations by Numerical Method, Trans. ASME, Ser. C, 88-4, 421, 1966.11.
- 9) 片山功蔵・斎藤彬夫：非定常熱伝導の数值解法，日本機械学会論文集，39-317，1973。
- 10) 斎藤武雄：非定常熱伝導式に対する7点陰伏差分式の呈示，日本機械学会論文集，40-337，1974。
- 11) J. コワリック・M.R. オスボーン：非線形最適化問題，培風館。
- 12) 波田凱夫・中西 宏：最適値問題の手法による吊構造の形状決定解析，建築学会論文集，No. 238, 1975.

(1979.7.26・受付)