

補剛桁を有する2ヒンジアーチの面内耐荷力

IN-PLANE LOAD CARRYING CAPACITY OF 2-HINGED
ARCHES WITH A STIFFENING GIRDER

新家 徹*・頭井 洋**・中川知和***

By Tohru SHINKE, Hiroshi ZUI and Tomokazu NAKAGAWA

1. 緒 言

本文は、補剛桁に軸方向力を生じない形式の、2ヒンジ補剛アーチに関して、その面内耐荷力特性を述べるとともに、耐荷力を基準にした安定照査の一手法を提示するものである。

近年に至り、変形の影響やアーチ軸方向および断面内方向への材料の非弾性域の広がりを考慮して、アーチの耐荷力の解析が行い得るようになってきた^{1)~3)}。さらに、アーチ断面の残留応力やアーチ軸線の初期たわみを考慮した解析も行われ、それらが耐荷力に及ぼす影響についても研究されてきた^{4), 5)}。また、これらの解析結果から、実際設計に適用するための、耐荷力に基づいた設計式も提案されてきている^{6)~8)}。

このように、アーチの耐荷力に関して、かなりの資料が整えられてきたが、そのほとんどは、無補剛単独アーチについてのものであり、補剛アーチの耐荷力となると現在のところ、わずかの研究例にとどまっている^{9)~11)}。いわゆる補剛アーチは、下路ローゼ橋や下路ランガー橋で代表される補剛桁に引張力が生ずる形式と、一般的上路形式の補剛アーチのように、補剛桁に引張力が生じない形式に区分される。

前者では、補剛桁に生ずる引張力がアーチリブの座屈を抑制する効果をもつために、弹性座屈荷重がきわめて大きいことが知られている^{12)~14)}。また、荷重と変位の関係は、少なくとも弹性限界荷重までは、ほとんど線形とみなせるのが一般的である。したがって、設計においては、応力問題としての照査を行えば、系全体の安定は十分保障される。

一方、補剛桁に引張力を生じない形式のアーチでは、

弹性座屈荷重はかなり小さく^{12), 15), 16)}、また荷重増分に対する任意点の応力増分を調べると、荷重の小さいときから非線形性が強く、したがって設計荷重に対して求めた応力度が降伏点に対して十分余裕があっても、耐荷力に対してはそれほど余裕のない場合が生じてくる。したがって、この形式の補剛アーチについては、無補剛アーチの場合と同様、耐荷力を明確にし、これに基づいて安定照査をすることが重要と考えられる。

補剛アーチの面内耐荷力を論ずる場合、倉西らの指摘するように¹⁰⁾、支柱間におけるアーチリブの湾曲の影響を考慮に入れることが重要である。すなわち、補剛アーチでは、一般に無補剛アーチに比べて、アーチリブ自体はスレンダーとなるので、特に、支柱間のアーチリブが湾曲している場合、格点間を結ぶ直線からの隔たりが大きいと、構造全体の崩壊に先がけて、支柱間のアーチリブの部材としての崩壊が生ずる可能性があるからである。しかしながら、このような部材崩壊も、本来部材単独で論じられるものではなく、構造全体の耐荷力問題として、把握されねばならないことは、当然のことである。

著者らは、アーチの耐荷力解析に関して、これまでに種々の方法を報告してきたが^{9), 5)}、本文では、上記の問題に対処するために、新たに曲線要素を用いて、マトリックス変形法による耐荷力解析プログラムを作成した。曲線要素を用いる場合、その変位関数が精度に大きく影響を及ぼすことが知られているが、本文では、Bognerら¹⁷⁾によって最初に提案された、3次-3次モデルを用いて定式化を行った。また、これまで著者らの報告⁵⁾を含め、残留応力の影響を考慮した耐荷力解析では、断面細分割法が使用されることが多かったが、本文では計算の効率化を図るために、断面を数個のブロックに分けて、ひずみと断面力とを関係づける、関数表示式を導いた。

本文では、上記解析手法を用いて多くの数値計算を行い、この形式の補剛アーチの耐荷力特性、特に格点間を

* 正会員 工博 (株)神戸製鋼所構造研究所 主任研究員

** 正会員 (株)神戸製鋼所構造研究所

*** 正会員 工修 (株)神戸製鋼所構造研究所

直線とした場合の構造全体の耐荷力と、格点間の湾曲を考慮した場合の耐荷力との関連について述べた。そして、これらの結果から、前者の耐荷力と後者の部材までの耐荷力の簡易算定法を、それぞれ示した。これらの簡易算定式を用いることにより、この形式の補剛アーチに関しては、耐荷力に基づいた、より合理的な安定照査を行うことができる。

2. 理論解析

(1) 概要

本解析は、変形の影響および非弾性域の広がりを考慮した弾塑性有限変形理論に基づくもので、非線形挙動の追跡は、荷重増分法と Newton-Raphson 法を併用して行っている。解析には、部材曲線の接線方向および法線方向変位とともに 3 次関数で表し、内部に 2 節点を設けた 8 自由度の円弧棒要素を用いて、精度の向上を図った。また、断面応力が非弾性域に入った後における、断面力とひずみの関係を、残留応力やひずみ硬化の影響を考慮して関数表示した。この関数表示法を用いることにより、一般に用いられる断面細分割法に比べて、大幅な計算効率の向上を期待できる。

(2) 仮定および記号

本解析に用いたおもな仮定は次のとおりである。

- a) 材料の応力とひずみの関係は、ひずみ硬化を考慮して、図-1 に示すような折線で表す。ただし、履歴効果は考えない。
- b) 断面の応力状態が非弾性域に入った後も、平面保持の法則が成立する。
- c) 作用荷重は、変形後もその方向を変えない。

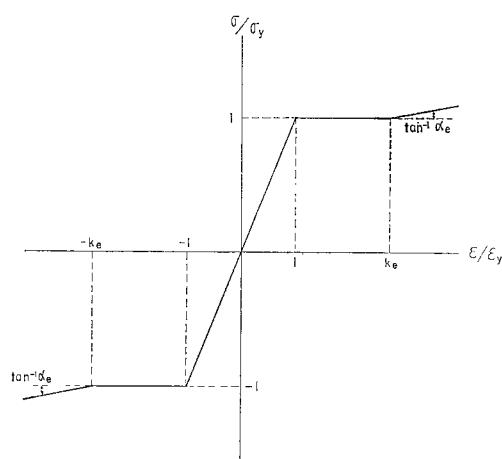


図-1 応力-ひずみ関係

d) せん断変形の影響は無視する。

e) 残留ひずみと荷重により生ずるひずみは、重ね合わせが成立する。

ここで使用したおもな記号を次に示す。

x, y ：基準直交座標系

s ：円弧棒要素の軸線に沿った曲線座標

R, ψ, a ：円弧棒要素の曲率半径、半開角および軸線長の半分

A, W ：部材の断面積および断面係数

h ：部材の断面中立軸からの縁端距離

E ：弾性係数

α_e ：ひずみ硬化曲線の接線係数（図-1）

k_e ：ひずみ硬化開始時のひずみ比（図-1）

$\Delta u, \Delta v$ ：円弧棒要素軸線の接線方向の変位増分および法線方向の変位増分

$\Delta u_i, \Delta v_i, \Delta \theta_i$ ：節点 i における $\Delta u, \Delta v$ および回転角増分

ϵ ：部材断面任意点のひずみ

ϵ_r ：残留ひずみ

ϵ_y ：降伏ひずみ

ϕ_y ：降伏曲率

$\epsilon_N, \Delta \epsilon_N$ ：軸ひずみおよび軸ひずみ増分

$\phi, \Delta \phi$ ：曲率変化および曲率変化増分

$N, \Delta N$ ：軸方向力および軸方向力増分

$M, \Delta M$ ：曲げモーメントおよび曲げモーメント増分

N_y ：軸方向力のみによる全断面降伏力

M_y ：降伏曲げモーメント

σ_y ：降伏応力度

P_i, Q_i, M_i ：節点 i における節点力

$\Delta P_i, \Delta Q_i, \Delta M_i$ ：節点 i における節点力増分

(3) ひずみ-変位関係

いま、図-2 のように先行状態でつり合っている円弧棒要素が、微小荷重増分により変形した場合を考える。このときの、軸ひずみ増分 $\Delta \epsilon_N$ および曲率変化増分 $\Delta \phi$ と、変位増分の関係は、高次項を省略すると、次式で与えられる¹⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} \Delta \epsilon_N &= \Delta q_1 + \frac{1}{2} (\Delta q_2)^2 \\ \Delta \phi &= \Delta q_4 - \Delta q_1 \cdot \Delta q_4 - \Delta q_2 \cdot \Delta q_3 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \Delta q_1 &= \Delta u' + \Delta v/R \\ \Delta q_2 &= -\Delta v' + \Delta u/R \\ \Delta q_3 &= \Delta u'' + \Delta v'/R \\ \Delta q_4 &= -\Delta v'' + \Delta u'/R \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中、プライム (') は曲線座標 s に関する微分を示す。

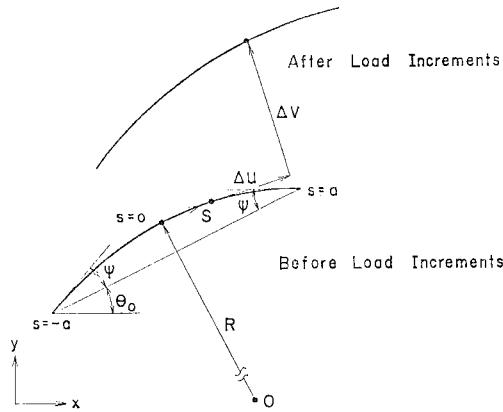


図-2 円弧棒要素の変形

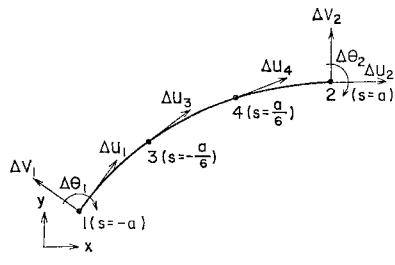


図-3 円弧棒要素の節点変位増分

ここで円弧棒要素の変位関数を、次式のように3次-3次形式で定義する。

$$\begin{aligned} \Delta u &= \alpha_1 + \alpha_2 \xi + \alpha_3 \xi^2 + \alpha_4 \xi^3 \\ \Delta v &= \alpha_5 + \alpha_6 \xi + \alpha_7 \xi^2 + \alpha_8 \xi^3 \end{aligned} \quad \dots \quad (3)$$

ただし、 $\xi = s/a$ 、また $\alpha_1 \sim \alpha_8$ は一般化変位である。

次に、図-3 に示すように、通常の要素両端の節点変位増分のほかに、要素内部に2個の接線方向節点変位増分を考えれば、一般化変位と節点変位増分の関係は、次式で与えられる。

$$\Delta u = L\alpha \quad \dots \quad (4)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \Delta u &= \{\Delta u_1; \Delta v_1; \Delta \theta_1; \Delta u_2; \Delta v_2; \Delta \theta_2; \Delta u_3; \Delta u_4\} \\ \alpha &= \{\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3; \alpha_4; \alpha_5; \alpha_6; \alpha_7; \alpha_8\} \end{aligned}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ \psi/a & -\psi/a & \psi/a & -\psi/a & 0 & -1/a & 2/a & -3/a \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \psi/a & \psi/a & \psi/a & \psi/a & 0 & -1/a & -2/a & -3/a \\ 1 & -1/6 & 1/36 & -1/216 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1/6 & 1/36 & 1/216 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここで、ひずみ増分ベクトル Δq を、

$$\Delta q = \{\Delta q_1, \Delta q_2, \Delta q_3, \Delta q_4\} \quad \dots \quad (5)$$

と定義すれば、式(2)、(3)および式(4)より、ひずみ増分と節点変位増分の関係は次のようになる。

$$\Delta q = N\alpha = NL^{-1}\Delta u = B\Delta u \quad \dots \quad (6)$$

ここに、

$$B = NL^{-1}$$

$$N = \frac{1}{a}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2\xi & 3\xi^2 & \psi & \psi\xi & \psi\xi^2 & \psi\xi^3 \\ \psi & \psi\xi & \psi\xi^2 & \psi\xi^3 & 0 & -1 & -2\xi & -3\xi^2 \\ 0 & 0 & 2/a & 6\xi/a & 0 & \psi/a & 2\psi\xi/a & 3\psi\xi^2/a \\ 0 & \psi/a & 2\psi\xi/a & 3\psi\xi^2/a & 0 & 0 & -2/a & -6\xi/a \end{bmatrix}$$

(4) 剛性方程式

先行荷重を受けてつり合っている円弧棒要素が、荷重増分により、内力増分を生じてつり合った場合に、仮想仕事の原理を適用すれば、最終的に次式のような増分形の剛性方程式を得る。

$$\Delta F + (F - R) = K\Delta u \quad \dots \quad (7)$$

ここに、

$$F = \{P_1; Q_1; M_1; P_2; Q_2; M_2; P_3; P_4\}$$

$$\Delta F = \{\Delta P_1; \Delta Q_1; \Delta M_1; \Delta P_2; \Delta Q_2; \Delta M_2; \Delta P_3; \Delta P_4\}$$

$$R = \int_{-a}^a B^T H ds$$

$$K = \int_{-a}^a B^T (D + G) B ds$$

$$H = \{N; 0; 0; M\}$$

$$D = \begin{bmatrix} EA^* & 0 & 0 & ES^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ ES^* & 0 & 0 & EI^* \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -M \\ 0 & N & -M & 0 \\ 0 & -M & 0 & 0 \\ -M & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

上式において、 K は本円弧棒要素に対する接線剛性マトリックスであり、 A^* , S^* および I^* は断面応力が非弾性域に入った場合の断面諸量で、次節式(10)で表される。また R は、内力に対応する等価外力で、 $(F - R)$ が不平衡力を表している。なお、図-4 に節点力 F の各成分を示す。 ΔF についても同様である。

ところで、 K は 8×8 の大きさのマトリックスであるが、これを全体系の剛性マトリックスに組込む際、本

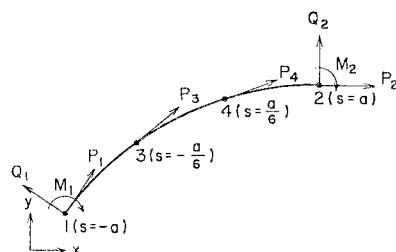


図-4 円弧棒要素の節点力

解析では、内部節点変位増分 $\Delta u_3, \Delta u_4$ に関して Static Condensation を行って、 6×6 の大きさのマトリックスに縮約し、計算機容量の節減を図っている。

(5) 残留応力およびひずみ硬化を考慮した $M-N-\phi-\epsilon_N$ 関係

これまで述べてきた弾塑性解析を行うには、曲げモーメントと軸方向力に対する、曲率変化と軸ひずみの関係（いわゆる $M-N-\phi-\epsilon_N$ 関係）を導く必要がある。任意の断面および残留応力分布を有する部材の $M-N-\phi-\epsilon_N$ 関係は、断面細分割法^{4),5)}により数値的に求めるのが、現在のところ一般的である。ところで、断面細分割法は、汎用性の面では優れているが、計算効率の面からいえば、 $M-N-\phi-\epsilon_N$ 関係は、関数表示されていることが望ましい。そこで、本解析では、できる限り汎用性を損なわない範囲で、 $M-N-\phi-\epsilon_N$ 関係を関数表示することを試みた。

まず、残留応力およびひずみ硬化の影響を考慮し、応力-ひずみ関係を図-1 のように仮定して、無次元表示すると、任意の断面に対して、次式のような $M-N-\phi-\epsilon_N$ 関係が成立する。

$$\begin{aligned} \bar{M} &= \frac{1}{W} \left\{ S^* \bar{\epsilon}_N + \frac{1}{h} I^* \bar{\phi} + \tilde{S}_p \right. \\ &\quad \left. + (1 - \alpha_e k_e) \tilde{S}_h + M_{re} + \alpha_e M_{rh} \right\} \dots (8) \\ \bar{N} &= \frac{1}{A} \left\{ A^* \bar{\epsilon}_N + \frac{1}{h} S^* \bar{\phi} + \tilde{A}_p \right. \\ &\quad \left. + (1 - \alpha_e k_e) \tilde{A}_h + N_{re} + \alpha_e N_{rh} \right\} \end{aligned}$$

ここに、 $\bar{M}, \bar{N}, \bar{\phi}$ および $\bar{\epsilon}_N$ は、無次元化した M, N, ϕ および ϵ_N であり、次式で示される。

$$\begin{aligned} \bar{M} &= M/M_y, \quad \bar{N} = N/N_y \\ \bar{\phi} &= \phi/\phi_y, \quad \bar{\epsilon}_N = \epsilon_N/\epsilon_y \end{aligned} \quad \dots (9)$$

また、

$$\begin{aligned} A^* &= A_e + \alpha_e A_h, \quad S^* = S_e + \alpha_e S_h \\ I^* &= I_e + \alpha_e I_h \end{aligned} \quad \dots (10)$$

$$\begin{aligned} A_e &= \int_e dA, \quad A_h = \int_h dA \\ S_e &= \int_e \zeta dA, \quad S_h = \int_h \zeta dA \\ I_e &= \int_e \zeta^2 dA, \quad I_h = \int_h \zeta^2 dA \\ \tilde{A}_p &= \int_p \operatorname{sgn}(\bar{\epsilon}) dA, \quad \tilde{A}_h = \int_h \operatorname{sgn}(\bar{\epsilon}) dA \\ \tilde{S}_p &= \int_p \zeta \operatorname{sgn}(\bar{\epsilon}) dA, \quad \tilde{S}_h = \int_h \zeta \operatorname{sgn}(\bar{\epsilon}) dA \\ N_{re} &= \int_e \bar{\epsilon}_r dA, \quad N_{rh} = \int_h \bar{\epsilon}_r dA \\ M_{re} &= \int_e \zeta \bar{\epsilon}_r dA, \quad M_{rh} = \int_h \zeta \bar{\epsilon}_r dA \end{aligned} \quad \dots (11)$$

ただし、式中 $\bar{\epsilon}$ および $\bar{\epsilon}_r$ は、無次元化した全ひずみ

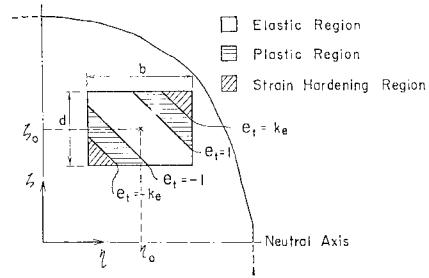


図-5 長方形断面要素

および残留ひずみであり、次式で示される。

$$\bar{\epsilon} = \epsilon/\epsilon_y, \quad \bar{\epsilon}_r = \epsilon_r/\epsilon_y \quad \dots (12)$$

$\int_e dA, \int_p dA$ および $\int_h dA$ は、断面の弾性域、塑性域およびひずみ硬化域に関する積分を示し、 $\operatorname{sgn}(\bar{\epsilon})$ は、 $\bar{\epsilon}$ の符号を表している。また、 c は中立軸からの距離を示す。

ここで、式(11)で表される断面諸量は、すべて $\bar{\phi}$ および $\bar{\epsilon}_N$ の関数であり、これらの値が定まれば、式(8)により、断面力を算定することができる。

いま、残留ひずみ分布が次式で表されるような、長方形の断面要素を考える(図-5)。

$$\bar{\epsilon}_r = a_1 \zeta + a_2 \eta + a_3 \quad \dots (13)$$

ここに、 a_1, a_2 および a_3 は、残留応力分布から決まる定数である。すると、この断面要素における全ひずみ分布は、次式で与えられる。

$$\bar{\epsilon} = (a_1 + \bar{\phi}/h) \zeta + a_2 \eta + a_3 + \bar{\epsilon}_N \quad \dots (14)$$

上式からわかるように、断面要素に生じる弾性域、塑性域およびひずみ硬化域は、図-5 のような直線の境界を有する。このような場合には、式(11)の積分は、容易に陽形で表現することができる。したがって、部材断面を上記のような長方形断面要素に分割し、各断面要素について式(11)の断面諸量を計算し、これらを集成すれば、式(8)により断面力を求めることができる。また、同時に式(10)の断面諸量も定まる。

図-6 に残留応力を有する箱型断面の分割例を示す。このような断面に対しても、7分割で、本解析に用いた仮定のもとでは、厳密な $M-N-\phi-\epsilon_N$ 関係を求めることができ、断面細分割法に比べて、計算効率の大幅な向上を期待できることがわかる。

(6) 計算過程

本解析では、部材の非線

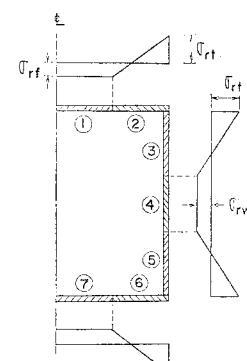


図-6 残留応力を有する箱型断面の断面分割例

形挙動の追跡を、荷重増分法と Newton-Raphson 法を併用して行った。極限荷重を求めるための具体的な計算過程は、以下に示すとおりである。なお、図-7 に計算プログラムの概略のフローチャートを示す。

- 1) 先行状態に対する接線剛性マトリックスを作成し、変位増分を算出する。
- 2) 算出された変位から、全ひずみ ϕ やび ϵ_N を求め、2.(5) で述べた方法により断面諸量および断面力を求める。
- 3) 2) で求めた断面力を用いて不平衡力を算出する。
- 4) 変形後の節点座標および要素の半開角 ψ を新しく設定する。
- 5) 変位が所定の収束精度を満足しているかどうか調べる。もし満足していないならば、荷重として不平衡力を与え 1) にもどる。満足していれば、次の段階の荷重増分を与える 1) にもどる。ただし、本計算例では、変位増分と全変位のノルム比が 1/1000 以下になった場合を収束状態とした。
- 6) 5)において変位増分が繰り返しごとに増大していくような場合は、崩壊状態と判定し、このときの荷重増分が所定の精度を満足しているかどうか調べる。もし満足していないならば、荷重増分を低減して 1) にもどる。満足していれば、このときの荷重をもって極限荷重とし、計算を終了する。ここで、極限荷重の精度は、本計算例の場合、荷重増分と全荷重の比が 1/500 以下とした。

(7) 解の精度の照査

本解析法による解の精度を照査するため、残留応力および初期たわみを有する柱が、軸方向圧縮力を受ける場合の数値計算を行った。図-8 に柱が崩壊状態に至るまでの、荷重と柱中央の横たわみとの関係を示す。本計算例では、要素分割数が解に及ぼす影響を調べるために、柱を 4 要素に分割した場合および 2 要素に分割した場合につき解を求めた。また、比較解として、断面細分割法を用い、マトリックス変形法により解かれた、小松・崎元の解⁴⁾を実線で図に示す。図より、円弧棒要素を用いれば、2 要素で柱を理想化しても、このような問題に対しては、十分精度のよい解が得られることがわかる。

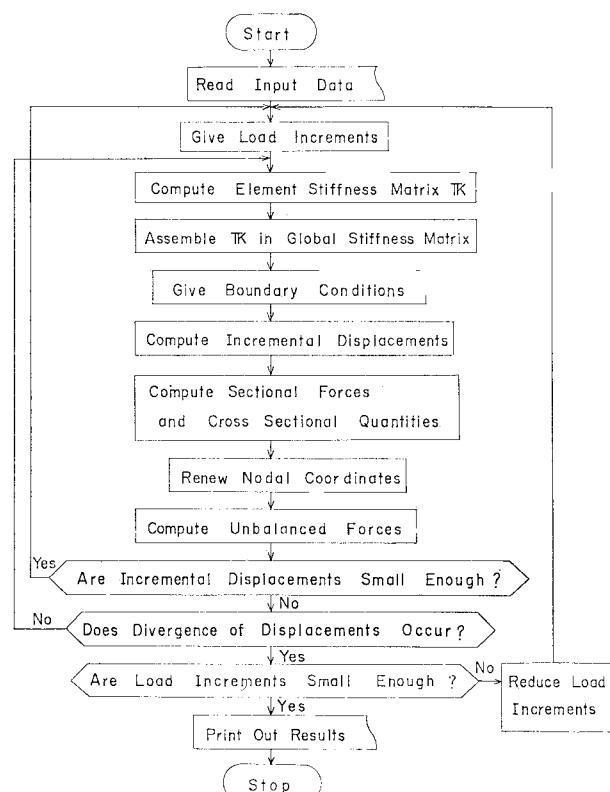


図-7 計算プログラムのフローチャート

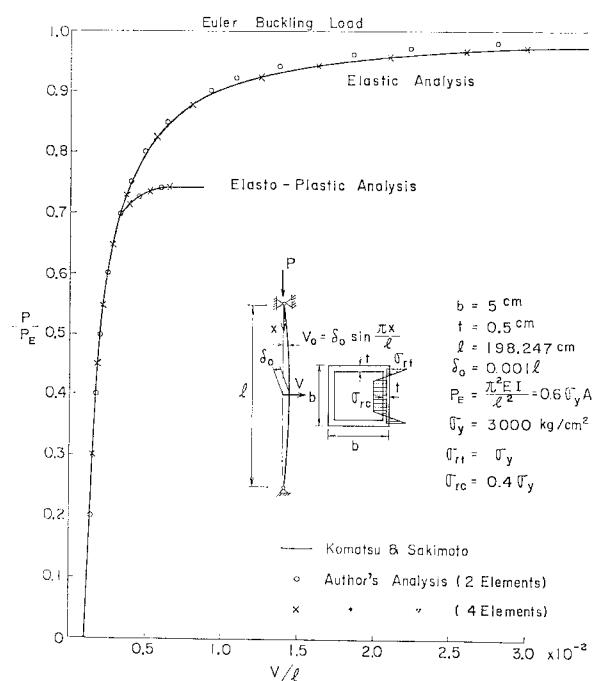


図-8 解の精度の照査（初期たわみを有する柱）

3. 耐荷力の解析結果と簡易算定式

(1) 解析対象と数値計算パラメーター

本数値計算の対象は、図-9に示す軸方向力が生じない形式の補剛アーチである。アーチリブおよび補剛桁は、図-10に示す断面形状を有するものとし、図中に示す残留応力を考慮する。また、アーチリブ格点には、図-11に示す初期たわみを考慮する。アーチリブと補剛桁をつなぐ支柱は、アーチリブの断面積と同じ断面積として計算しているが、この断面積の相違は、それが先に崩壊しない限り、本文の諸論に影響しない。作用する荷重は、図-9のような等分布満載荷重 w と半載荷重 p であり、補剛桁の格点に $\left(\frac{1}{2}w+p\right)$ 、アーチリブ格点に $\frac{1}{2}w$ に相当する、等価集中荷重が作用するものとした。なお、ひずみ硬化の影響は無視し、 $\alpha_e=0$ とした。

このようなアーチの耐荷力を支配するパラメーターとして、次のパラメーターは重要であり、これらを次に示す範囲で変化させて計算を行った。

ライズ・スパン比 $f/L: 0.1, 0.15, 0.2$

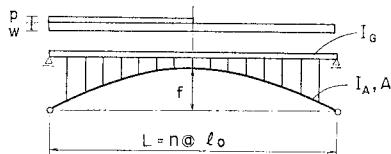


図-9 解析の対象とする補剛アーチ

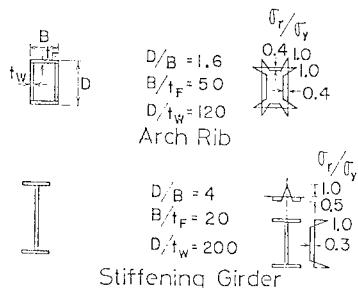


図-10 断面形状および残留応力分布



図-11 アーチリブの初期たわみ

鋼種	$E/\sigma_y : 456(\text{SM } 58) \sim 875(\text{SS } 41)$
荷重比	$p/w : 0 \sim 0.5$
パネル数	$n : 8, 12, 16$
補剛比	$\mu = I_G/I_A : 0, 0.1, 0.5, 2.0$
系の細長比	

$$L/r_c = \frac{L}{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\mu}} : 100 \sim 300$$

ただし、 L/r はアーチリブの細長比である。

ここで、補剛比 μ は、実橋においてローゼ桁では $\mu=0.1 \sim 1.0$ 、ランガー桁では $\mu > 1$ であることを参考にして定めた。また、系の細長比パラメーターは、次のように弾性線形座屈解析結果に基づいて定めたものである。すなわち、この形式の補剛アーチの弾性座屈に関して、Dischinger¹²⁾、前田ほか¹⁵⁾の研究があり、計算方法や計算の条件によって、座屈荷重の値自体には相違がみられるが、補剛桁は、次式で示すように、補剛桁の曲げ剛性 (EI_G) がアーチリブの曲げ剛性 (EI_A) に重ね合わさる形で、系の座屈荷重を高める効果を有するものであることが報告されている。

$$H_{cr} = \alpha \frac{EI_A + EI_G}{L^2} = \alpha \frac{EI_A}{L^2} (1 + \mu) \quad \dots \dots \dots (15)$$

ただし、

H_{cr} ：座屈に対する限界水平反力

α ：座屈係数

表-1は、図-9において $n=16$ とし、アーチリブの格点間を直線として、著者が新たにマトリックス変形法により、固有値解析を行って得た座屈係数である。ただし、荷重として、補剛桁格点に $\frac{1}{2}w$ 、アーチリブ格点に $\frac{1}{2}w$ に相当する等価集中荷重を作用させている。同表において、補剛アーチ全体系の細長比 L/r_c は、次式によって定義した。

$$\frac{L}{r_c} = L / \sqrt{\frac{I_G + I_A}{A}} = \frac{L}{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\mu}} \quad \dots \dots \dots (16)$$

ただし A はアーチリブの断面積である。表-1より、式(15)で表した座屈係数の値は、補剛比 μ や細長比による相違は小さく、ライズ比によって大きく相違することがわかる。また、この座屈係数 α は、道路橋示方

表-1 補剛アーチの座屈係数 $\alpha = H_{cr} L^2 / EI_A (1 + \mu)$

$\mu = I_G/I_A$	$\frac{L}{r_c} = \frac{L}{r} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\mu}}$	f/L		
		0.1	0.15	0.2
2.0	100	—	31.7	—
	200	35.7	31.6	27.2
	300	—	31.6	—
0.5	100	—	31.2	—
	200	35.5	31.1	26.4
	300	—	31.1	—
JSHB for 2-Hinged Arch		36.0	32.0	28.0

書¹⁹⁾に記載されている無補剛 2 ヒンジアーチに対する座屈係数におおむね一致するので、以下に述べる耐荷力の簡易算定式においては、 α の値として道路橋示方書の値を用いることとする。

(2) アーチリブ格間を直線とした場合の全体系の耐荷力

a) 概 説

アーチリブが十分に密な間隔で、支柱により補剛桁と結合されているならば、アーチリブが格間で部材座屈せず、系全体の変形によって耐荷力が定まる。また、このような場合には、アーチリブが湾曲している場合でも、格間で直線とみなして解析して大きな相違を生じない。ここでは、系全体の耐荷力特性を知るために、図-9において $n=16$ とし、格間直線のアーチを対象にして数値計算を行う。

一方、耐荷力解析は、きわめて複雑な計算過程と演算費用を要してなされるものであるから、得られた結果をなんらかの方法で、実用に役立つように整理しておくことが重要である。著者らは、先に無補剛アーチについて耐荷力解析を行い、その結果を初等構造力学と対応させて、簡単な耐荷力算定式を得た²⁰⁾。結果を再録すると次のとおりである。

(満載荷重状態)

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_{u,0}}{A\sigma_y} &= 1 - 0.136 \bar{\lambda} - 0.3 \bar{\lambda}^2 \quad (\bar{\lambda} \leq 1.0) \\ \frac{N_{u,0}}{A\sigma_y} &= \frac{1}{0.773 + \bar{\lambda}^2} \quad (\bar{\lambda} > 1.0) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

ここに、

$$N_{u,0} = w_u r \frac{L^2}{8f} \quad (18)$$

$$r = \sqrt{1 + 4 \left(\frac{f}{L} \right)^2} \quad (19)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{L_e}{r} = \frac{1}{\sqrt{r\alpha}} \frac{L}{r} \quad (20)$$

$\bar{\lambda}$: 相関細長比、 L_e : 有効座屈長、 α : 座屈係数

すなわち、対象としたアーチに関し、耐荷力解析を行い、極限強度 (Ultimate strength) を与える荷重 w_u を求める。そして、この極限荷重 w_u を、簡単な弾性 1 次理論式 (式 (18)) によって、アーチ 1/4 点の軸方向力に変換して表示するとそれは式 (20) の相関細長比を道路橋示方書に記載された柱の耐荷力算定式 (式 (17)) に適用して、精度よく表せるというものである。

(半載荷重の付加する場合)

$$\phi = \phi N_{u,0} \quad (21)$$

$$\psi = 1 - C \sqrt{p/w} \quad (22)$$

$$C = C_1 + C_2 \dots \quad (23)$$

$$C_1 = 2.2 \frac{f}{L} + 0.018 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} - 0.190 \dots \quad (24)$$

$$C_2 = -4K \left(\frac{L}{r} - 6K \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \right)^2 \times 10^{-6} \dots \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} K &= 1.0 \dots 2 \text{ ヒンジアーチ} \\ K &= 1.7 \dots \text{ 固定アーチ} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

ここに、

$$N_u = w_u \left(1 + 0.5 \frac{p}{w} \right) r \frac{L^2}{8f} \dots \quad (27)$$

すなわち、満載荷重 w に加えて半載荷重 p が作用すると ψ はアーチの変形を大きくさせることになり、満載荷重の場合に比べて耐荷力は減少する。この減少度 $\phi = N_u/N_{u,0}$ は、アーチの形式、細長比、ライズ比、鋼種等種々の要因によって相違するが、およそ式 (22)～(26) で表すことができ、したがって、この ϕ と満載荷重時の耐荷力算定式 (17) を用いれば、式 (21) によってアーチ 1/4 点の軸方向力で表示した耐荷力 (式 (27)) を算定することができる。

本文では、補剛桁を有するアーチについても、若干の補正をすることによって上記諸式を適用できることを、数値解析結果と比較することによって調べることにする。

b) 等分布満載荷重が作用する場合

図-12 および図-13 は、数値解析により得られた極限強度を与える荷重 w_u から、式 (18) によって $N_{u,0}$ を求め、これを無次元化して縦軸にとり、横軸に補剛アーチの相関細長比として、式 (20) の代りに式 (28) で定義した値をとって表示した耐荷力曲線である。

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{r\alpha}} \frac{L}{r_c} \dots \quad (28)$$

図-12 には、鋼種および補剛比の相違した場合の耐荷力が示されているが、補剛比 μ が同じであれば、鋼種が異なっても 1 つの耐荷力曲線で表し得ることがわかる。図-13 は、ライズ比の相違する場合の耐荷力であるが、これらも 1 つの曲線上に載ることが示されている。また、図-12 および図-13 において太い実線は、式 (28) の相関細長比を式 (17) に適用して得た耐荷力曲線である。種々の補剛比やライズ比および種々の鋼種を有する補剛アーチの耐荷力が、式 (17) によって安全側で表し得ることがわかる。しかし、図からは、補剛比 μ が大きくかつ $\bar{\lambda}$ の小さいストッキーなアーチでは、式 (17) の算定式はやや安全側に過ぎる評価を与える感がある。しかし、このような領域では系全体はストッキーで大きな荷重まで耐えるが、アーチリブ自体はスレンダーであり ($L/r = \sqrt{1+\mu} \cdot L/r_c$)、系全体の安定とは別に支柱間におけるアーチリブの部材としての安定が重視さ

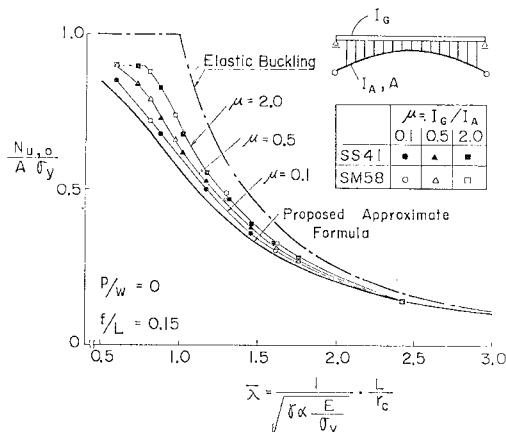


図-12 耐荷力曲線（鋼種および補剛比の相違）

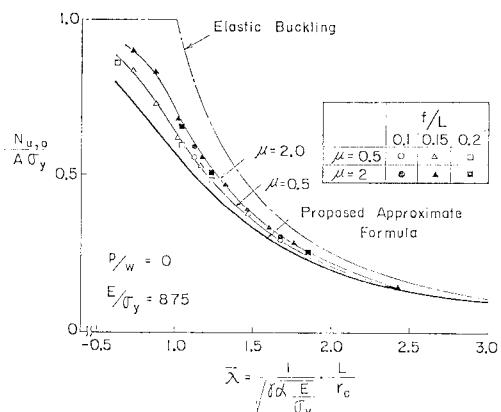


図-13 耐荷力曲線（ライズ・スパン比および補剛比の相違）

れねばならないので、この程度の安全度の余裕は、不當でないと考えられる。アーチリブの部材強度については後述する。

c) 半載荷重の付加する場合

満載荷重に加えて半載荷重の付加する場合についても耐荷力解析を行い、半載荷重による耐荷力の減少度 $\phi = N_u/N_{u,0}$ を求めた。この ϕ を、 L/r_c を基準にして無補剛アーチ ($\mu=0$) のそれと比較したところ、両者はよく一致した。したがって、半載荷重の付加する補剛アーチの場合の耐荷力も、無補剛アーチについて作成した式(21)によって算定することができる。図-14は、解析結果と簡易算定式による値の比較図である。図より、半載荷重の付加する場合も、満載荷重の場合と同様、簡易算定式は L/r_c の小さいところではやや安全側の評価を与えるが、全体的にはよい近似で耐荷力を表しているといえよう。

d) パネル数と構造全体の耐荷力との関係

本解析の対象とする補剛アーチでは、活荷重および補

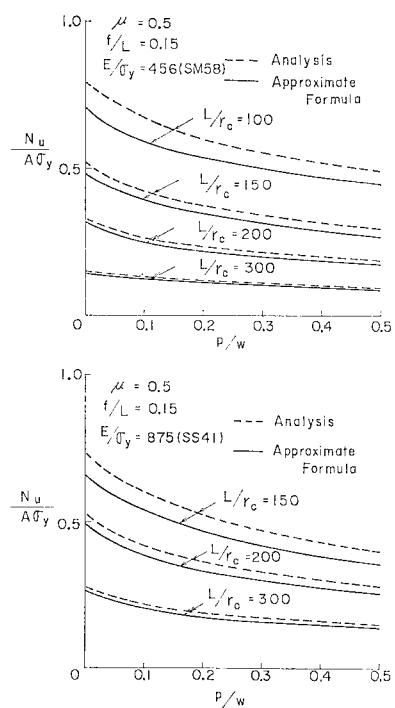


図-14 荷重比と耐荷力の関係

剛桁の死荷重は、支柱を

通じてアーチリブ格点に集中荷重として作用するため、パネル数が相違すると、アーチリブの載荷状態も相違し、これが、構造全体の耐荷力に影響を及ぼすことが考えられる。そこで、パネル数と耐荷力の関係を調べるために、若干の数値計算を行った。その結果を図-15に示す。図より明ら

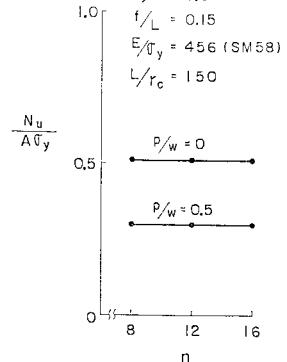


図-15 パネル数と耐荷力の関係

かのように、この程度のパネル数の範囲 ($n=8 \sim 16$) では、耐荷力はほとんど変わらない。したがって、アーチリブ格間を直線とした場合の構造全体の耐荷力は、パネル数とはほぼ独立に定まると考えてよい。

e) 補剛桁の鋼種と構造全体の耐荷力との関係

これまで行った数値計算においては補剛桁の鋼種はアーチリブと同様として計算した。一方、耐荷力の算定式においては、アーチリブに関しては曲げ剛性、断面積、鋼種等が考慮されているが、補剛桁に関しては曲げ剛性のみである。そこで、補剛桁の鋼種と構造全体の耐荷力との関係について若干補足しておきたい。図-16は、SM58のアーチリブに対して、補剛桁の鋼種を変えた

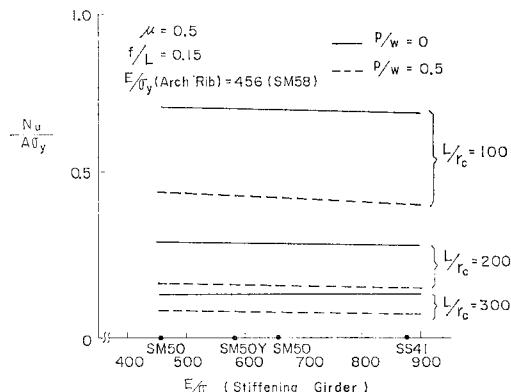


図-16 補剛桁の鋼種の相違の影響

場合の耐荷力の変化を、満載荷重および $p/w=0.5$ の場合について調べた図である。図より、全体の細長比が相当小さい場合には、大きな荷重に耐えるので、補剛桁の鋼種によっては塑性域の進展も生じ、若干耐荷力に影響を及ぼしているが、一般には補剛桁の鋼種は、アーチ全体の耐荷力にはほとんど影響していないことがわかる。したがって、耐荷力の簡易算定式において、補剛桁の鋼種や断面積をパラメーターとして省くことが、実用的には許されると考えられる。

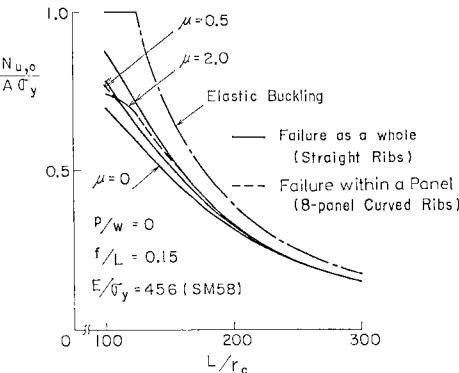
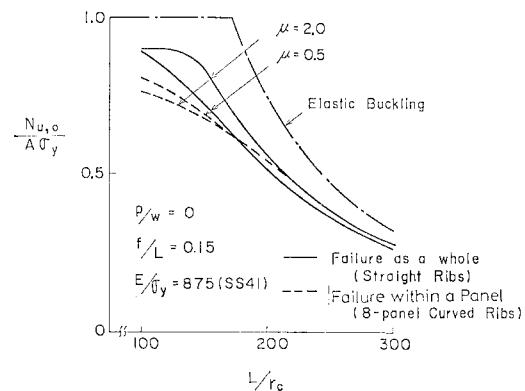
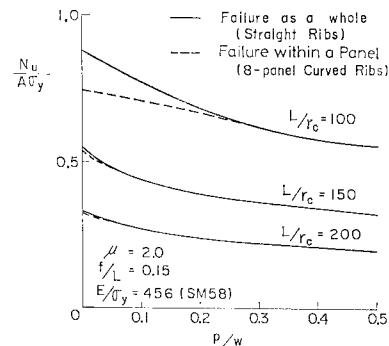
(3) アーチリブ格間の湾曲を考慮した場合の耐荷力

a) 耐荷力特性

アーチリブと補剛桁をつなぐ支柱の間隔が粗で、かつアーチリブが湾曲していると、アーチリブは、格点を結ぶ直線からの隔たりが大きくなり、偏心軸方向力による大きな曲げモーメントを受けて崩壊する。

図-9において $n=8$ とし、格点間でのアーチリブがアーチ全体系の曲線に沿う湾曲を考慮した場合の耐荷力を求め、格間を直線とした場合と比較して、図-17～19に示す。図-17 および 図-18 は、それぞれ鋼種が SM 58 および SS 41 の場合の満載荷重 ($p/w=0$) に対する耐荷力である。図より、補剛比 μ が大きくて、しかも系の細長比 L/r_c が小さいほど、湾曲の影響を受けて耐荷力が減少することがわかる。これは、補剛比 μ が大きければ、系の細長比 L/r_c が小さくてもアーチリブ自体は、スレンダーであり、湾曲の影響を受けて格間でアーチリブが崩壊するからである。図-19 は、半載荷重のある場合の耐荷力曲線である。半載荷重比が小さく、満載荷重状態に近いほどアーチリブ湾曲の影響で耐荷力が減少するが、荷重比 p/w が大きくなると、系全体の変形によって耐荷力が支配され、部材湾曲の影響は無視できるようになることがある。

上図、図-17～19において、湾曲を考慮した場合、格間を直線とした全体座屈に比べて耐荷力の小さいもの

図-17 アーチリブ格間湾曲の影響
(満載荷重時、鋼種 SM 58)図-18 アーチリブ格間湾曲の影響
(満載荷重時、鋼種 SS 41)図-19 アーチリブ格間湾曲の影響
(半載荷重のある場合)

はすべて端パネルのアーチリブが先に崩壊している。もちろんその理由は、端パネルは軸方向力が最も大きいうえに支柱間隔は支間を等分割しているため部材長が最も長く、しかも放物線アーチでは端部ほど曲率半径が小さく、アーチリブは格点を結ぶ直線からの隔たりが最も大きくなっていることによる。

図-20 は、部材崩壊が先行した場合のアーチリブのたわみ曲線および曲げモーメント分布の一例を示す。満

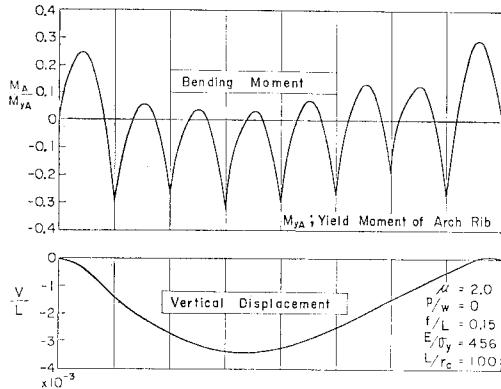


図-20 アーチリブの曲げモーメント分布およびたわみ曲線

載荷重の場合の図であるが、図-11 の初期たわみを考慮しているので、アーチリブの湾曲の大きい右端パネルで崩壊している。図において、曲げモーメント図は、端パネルでは一端ヒンジ他端固定の棒の曲げモーメント図に、そして中間パネルでは、両端固定の棒の曲げモーメント図に、よく類似していることが注目される。これは、アーチリブは支柱位置で回転拘束を受けてはいないけれども、湾曲したアーチリブに軸方向力が作用すると、相連なるパネルのすべてにおいて、初期湾曲が強くなる方向に変形するため、結果的には支柱位置では回転変形が非常に小さいことを意味している。この結果は、部材の耐荷力を近似的に算定するうえで有益な資料となる。

b) アーチリブに湾曲のある場合の部材耐荷力の算定式

格間で湾曲のあるアーチリブの部材耐荷力の簡単な評価法を考えてみる。前項、図-20 の結果から、アーチリブの各パネルは、図-21 のような初期湾曲 e をもつ棒に、圧縮力 N_i が作用するはり-柱の問題に置き換えるものと考えられる。ただし、端パネルの境界条件は、ヒンジ-固定、中間パネルは、両端固定である。そこで、いまアーチリブの極限強度を表すのに、式(29)のように、アーチリブの格間内の最大応力が、降伏応力度の β 倍 ($\beta\sigma_y$) に達したときに、アーチリブが崩壊するものと仮定する。仮定により、崩壊時の第 i パネルの軸方向

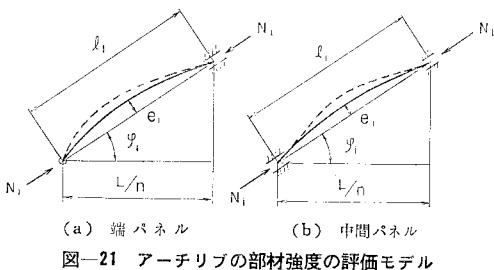


図-21 アーチリブの部材強度の評価モデル

力を N_{iu} とすると、

$$\frac{N_{iu}}{A} + \alpha \frac{M_i}{W} = \beta \sigma_y \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

ただし、 M_i はアーチリブの格間内最大曲げモーメントで微小変形の仮定のもとでは、次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} M_i &= m N_{iu} e_i \\ m &= \frac{9}{16} \cdots \text{端パネル} \\ m &= \frac{1}{3} \cdots \text{中間パネル} \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots \quad (30)$$

このモデルにおいては、微小変形の仮定のもとで求められる曲げモーメント M_i に加え、軸方向力が存在するために付加たわみによって曲げモーメントが増加するが、その増加率 α として、近似的に式 (31) のような $P-4$ 効果を考えてよいであろう。

ここに、 N_e はオイラーの座屈荷重で、

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{(l_{ie})^2} \quad l_{ie} = 0.7 l_i \dots \text{端パネルの有効座屈長} \\ l_{ie} = 0.5 l_i \dots \text{中間パネルの有効座屈長} \quad \dots \dots \dots \quad (32)$$

また、 A , W はそれぞれアーチリブの断面積、断面係数である。式 (29) を少し変形すると、次式が得られる。

$$\frac{N_{iu}}{A\sigma_y} = \frac{\beta}{1 + \alpha em} \cdot \frac{r}{k} \cdot \frac{l_i}{r} \cdot \frac{e_i}{l_i} \quad \dots \dots \dots \quad (33)$$

二三七

k : アーチリブの核半径 = W/A

$\beta := 0.95$ としてよいことを後述する。

α は N_{iu} の関数であり、式 (33) は N_{iu} の 2 次式として解くことができるが、実用的には式 (31)において $N_{iu} = N_p = A\sigma_y$ として次式のよう簡便にして用いても、結果はほとんど変わらない。

$$\alpha \equiv \frac{1}{1 - \frac{N_p}{N}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{l_{ie}}{r} \right)^2 / \left(\pi^2 \frac{E}{\sigma} \right)} \dots \dots \dots (34)$$

さて、式(33)において、部材 i の水平軸とのなす角を φ_i とすると、 $l_i = L/(n \cos \varphi_i)$ 、 $e_i = f \cos \varphi_i / n^2$ であるから、

$$\frac{e_i}{l_i} = \frac{f}{L} \cdot \frac{1}{n} \cdot \cos^2 \varphi_i \quad \dots \dots \dots \quad (35)$$

$$\frac{l_i}{r} = \frac{L}{r} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_i} = \frac{L}{r_c} \cdot \sqrt{1+\mu} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_i} \quad \dots \quad (36)$$

九

$$\cos \varphi_i = 1 / \sqrt{1 + 16 \left(\frac{f}{l_s} \right)^2 \left(1 - \frac{2(i-1)}{n} \right)^2} \quad \dots (37)$$

表-2 e_i/l_i 値 ($\times 1/1000$)

n	f/L		
	0.1	0.15	0.2
8	11.136	14.699	16.779
10	8.853	11.614	13.172
12	7.346	9.597	10.838
16	5.479	7.122	8.000

また、 r/k は断面の形状によって定まり、本アーチリブモデルでは $r/k=1.250$ である。端パネルにおける e_i/l_i の値を表-2 に示す。同表より、アーチリブの格間での湾曲量は直柱の耐荷力を論ずる場合に通常仮定される初期湾曲量 ($e_i/l_i=1/1000$) に比べて、相当大きな値 ($e_i/l_i=1/200 \sim 1/60$) であることがわかる。

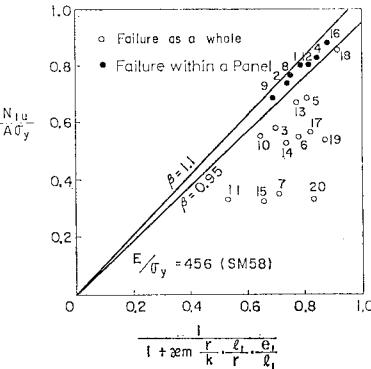
もちろん、アーチの極限強度は、部材崩壊が先行する場合も含めて、系全体の変形状態の中で決定されるべきものであるから、一部材を取り出した式(33)は近似式にすぎない。特に実際のアーチリブの極限状態は、格点に若干の回転変形があること、残留応力の影響を受けていること、 σ_y 以上の余剰耐荷力があることなど、複雑な条件下にあるが、系全体の極限強度解析を行った結果から、逆に式(33)を満足する β の値を求めるとき、 L/r_c , μ , f/L , E/σ_y , n などあらゆるパラメーターの異なる場合にも、 $\beta=0.95$ としてかなりよい精度で、アーチリブが格間で先に崩壊する場合の極限強度が算定できることがわかった。以下、その結果を示す。

(i) 端パネルにおける部材の耐荷力

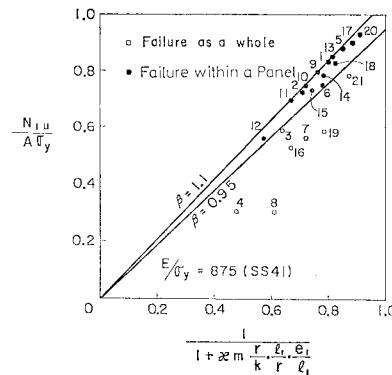
表-3 に示すように、鋼種、パネル数、ライズ比、補剛比、細長比の相違する種々の条件下で、アーチリブが格間で湾曲している場合の極限強度解析を行った。荷重

表-3 図-22 で用いたパラメーター

SM 58					SS 41				
No.	n	f/L	μ	L/r_c	No.	n	f/L	μ	L/r_c
1				100	1				100
2			2.0	125	2				150
3				150	3			2.0	200
4		0.15			4				300
5				100	5				100
6			0.5	125	6				150
7				150	7			0.5	200
8	8			200	8				200
9				100	9				300
10			2.0	125	10				100
11				150	11			2.0	125
12				200	12				150
13				100	13				200
14			0.5	125	14				100
15				150	15				125
16				200	16				150
17			2.0	100	17				200
18	12	0.2		150	18				100
19				100	19			2.0	150
20			0.5	150	20				200
				200	21			0.5	100
				150					150



(a) Material SM 58



(b) Material SS 41

図-22 理論値と部材耐荷力の簡易算定式との比較

はすべて満載荷重である。

極限強度解析を行った結果得られた極限荷重 w_u を、次式で示すように、弾性 1 次理論によって端パネルの無次元軸方向力を変換する。

$$\frac{N_{1u}}{A\sigma_y} = \frac{w_u L^2}{8 f} \cdot \frac{1}{\cos \varphi_1} \quad \dots \dots \dots \quad (38)$$

そして、式(33)において $\beta=1$ とした値を横軸にとって表示すると、図-22(a), (b) が得られる。図中黒印は、格間で湾曲によりアーチリブが先に崩壊した場合、白印は、湾曲のない場合と同じく、系全体の変形で崩壊した場合を示す。図より、部材が先に崩壊したものはすべて式(33)において $\beta=0.95 \sim 1.05$ の範囲で表示し得ることがわかる。したがって、アーチリブに湾曲のある場合の部材耐荷力の簡単な算定式として、 $\beta=0.95$ とした式(33)が、実用上十分な精度で適用し得るものと述われる。

図-23(a), (b) には、それぞれ鋼種 SM 58 および SS 41 のアーチについて、本簡易算定式による値を、極限強度解析結果と比較して示した。ただし、図における縦軸は支間 1/4 点での軸方向力の表現をとっているので、簡易算定式による値は式(39)のように方向余弦の比を乗じて変換されている。上図より、本算定式は部材

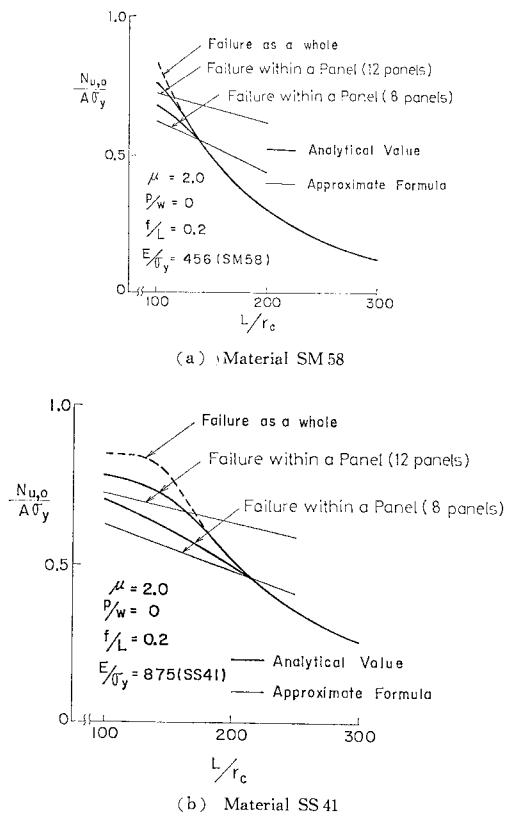


図-23 理論値と部材耐荷力の簡易算定式の比較
(端パネルで崩壊する場合)

が先に崩壊する場合の耐荷力を、よい近似で表示していることがわかる。

$$\frac{N_u}{A\sigma_y} = \frac{N_{iu}}{A\sigma_y} \cos \varphi_i \sqrt{1 + 4 \left(\frac{f}{L} \right)^2} \quad \dots \dots \dots (39)$$

(ii) 中間パネルにおける部材耐荷力

本文で取り扱っているような等断面アーチが、等間隔支柱で支えられている場合、湾曲による部材崩壊は、端パネルに生ずるので、他パネルに注目する必要はない。しかし、一般にはアーチリブが変断面として設計されるので、端パネルで先に崩壊せず、他パネルでの崩壊が先行する場合も考えられる。変断面アーチリブの強度を一般的に取り扱うことはきわめて繁雑なので、ここでは、端パネルで先に崩壊しないようにして、第2パネルでの崩壊が先行するようなモデルを考える。このために、端パネルは直線部材とし、他パネルはすべて湾曲を有するアーチリブとする。ただし断面は前項同様の残留応力のある箱型断面である。前項同様、このモデルにおいて極限強度解析を行い、図-24に示すような耐荷力曲線を求める。端パネルのみ直線とした本モデルの場合も、細長比 L/r_c の大きい場合は、系全体の変形から定まる極限強度と相違なくなるが、 L/r_c の小さいときは、

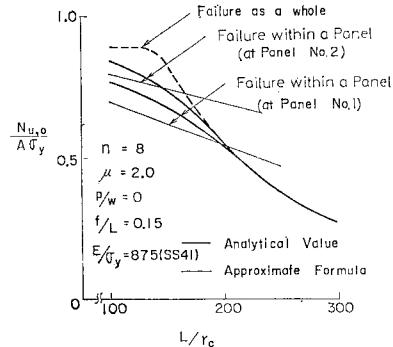


図-24 理論値と部材耐荷力の簡易算定式との比較
(中間パネルで崩壊する場合)

第2パネルで部材が先に崩壊して、極限強度が決定される。上図には、端パネルも湾曲している場合の極限強度もあわせて示されているが、明らかに第2パネルで先に崩壊させる荷重は、端パネルで先に崩壊させる荷重よりも大きい。

一方、前項同様、式(29)～(37)に示した簡易算定式によって部材耐荷力を求め、式(39)のように1/4点の軸方向力に変換して示した値が、上図におけるApproximate Formulaの値である。上図より、この場合も耐荷力をよい精度で表していることがわかる。

なお、前述したように、本モデルは変断面アーチそのものを扱っていないが、各パネルでの面内安定照査を、できるだけ簡単に行うとする考えに立つならば、1つの有力な手段になり得ると思われる。この場合、無補剛アーチを対象にして、変断面アーチリブについても述べた文献7)の結果からみて、変断面の取り扱い方として、系全体の耐荷力の簡易算定式においては、アーチの断面諸元として、アーチ全長にわたる平均値を用い、各パネル内での部材耐荷力の簡易算定式においては、各パネル内での長さにわたる平均値を用いてよいであろうことが推定される。

(4) 耐荷力に基づく面内安定照査

以上の所論の結果、本文で対象にした軸方向力の生じない補剛桁を有する2ヒンジアーチについて、次のような耐荷力に基づいたより合理的な安定照査法を提案できる。すなわち、

(i) 系全体の安定照査

$$N \leq \frac{1}{\nu} N_u$$

N : 設計荷重を載荷した場合の1次理論によるアーチ1/4点の軸方向力

$$N = \frac{w}{8f} L^2 \sqrt{1 + 4 \left(\frac{f}{L} \right)^2} (1 + 0.5 p/w)$$

N_u : 式 (21) による.

ν : 安全率

(ii) 部材の安定照査

$$N_i \leq \frac{1}{\nu} N_{iu}$$

N_i : 設計荷重を載荷した場合の 1 次理論による各部材の軸方向力

$$N_i = \frac{w}{8f} L^2 \frac{1}{\cos \varphi_i} (1 + p/w)$$

N_{iu} : 式 (33) による.

4. 結 言

本文では、軸方向力の生じない補剛桁で補剛された、2 ヒンジアーチの面内耐荷力特性について述べた。補剛アーチは無補剛アーチに比べ、一般にアーチリブはスレンダーになるので、支柱間が曲線の場合、アーチリブは、支柱間で崩壊する可能性がある。本文では種々のパラメーターについて、このような場合の耐荷力も調べ、その結果から耐荷力の簡易算定式を作成した。この簡易式により耐荷力に基づいた安定照査を手計算だけで容易に行えるほか、基本設計における断面仮定にも簡便に用い得るものと考える。

本研究を行うにあたり、大阪大学 小松定夫教授には、種々のご指導を得たことを記し、深甚の謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Harries, H. : Traglasten Stahlerner Zweigelenkbögen mit Ausgebreiteten Fliessenzonen, Der Stahlbau, H. 6 und H. 8, 1970.
- 2) Kuranishi, S. and Le-Wu Lu : Load Carrying Capacity of Two-Hinged Steel Arches, Proc. of JSCE, No. 204, 1972.
- 3) 新家 徹・頭井 洋・波田凱夫：アーチの面内非弾性座屈および終局耐荷力の解析、土木学会論文報告集, No. 244, 1975.
- 4) Komatsu, S. and T. Sakimoto : Nonlinear Analysis of Spatial Frames Consisting of Members with Closed Cross-Sections, Proc. of JSCE, No. 252, 1976.
- 5) 新家 徹・頭井 洋・波田凱夫：アーチの面内耐荷力解析と模型実験、土木学会論文報告集, No. 263, 1977.
- 6) Kuranishi, S. : Allowable Stress for Two-Hinged Arch, Proc. of JSCE, No. 213, 1973.
- 7) 小松定夫・新家 徹：アーチの面内耐荷力の実用算定式について、土木学会論文報告集, No. 267, 1977.
- 8) 新家 徹：アーチの面内安定照査を行なう場合の横方向線荷重の取扱いについて、土木学会論文報告集, No. 281, 1979.
- 9) 頭井 洋・新家 徹・波田凱夫：補剛桁を有するアーチの耐荷力解析、土木学会年次学術講演会講演概要集, 1977.
- 10) 佐藤恒明・倉西 茂：補剛アーチの耐荷力特性について、土木学会年次学術講演会講演概要集, 1978.
- 11) 一ノ宮静雄・崎元達郎・山尾敏孝：軸力が生じる補剛桁を有するアーチ系橋梁の面内耐荷力、土木学会年次学術講演会講演概要集, 1979.
- 12) Dischinger, F. : Untersuchungen über die Knick Sicherheit, die elastische Verformung und des Kriechen des Betons bei Bogenbrücken, Bauing., Bd. 18, H 33/34, 1937.
- 13) Pfüger, A. : Ausknicken des Parabelbogens mit Versteifungsträger, Stahlbau, H. 10, 1951.
- 14) 平井 敦：鋼橋 III, 技報堂, 1967.
- 15) 前田幸雄・林 正・伊奈隆二・神谷信彦：アーチ橋の大変形挙動に関する一考察、第 20 回橋梁・構造工学研究発表会, 1973.
- 16) Handbook of Structural Stability : edited by Column Research Committee of Japan, Corona Publishing Co. Tokyo, 1971.
- 17) Bogner, F.K., R.L. Fox and L.A. Schmit : A Cylindrical Shell Discrete Element, AIAA J. 5, 1967.
- 18) 篠崎 武：平面骨組の大変形解析、土木学会論文報告集, No. 224, 1974.
- 19) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説、昭和 48 年 2 月。
(1979.10.22 受付)