土木学会論文報告集
第301号・1980年9月
【論　　文】

曲げを受ける鋼箱桁の非弾性連成座屈

INELASTIC COUPLED BUCKLING OF STEEL BOX GIRDERS UNDER BENDING

三上市藏*・堂垣正博**・宮花邦宏***・米沢　博****
By Ichizou MIKAMI, Masahiro DOGAKI, Kunihiro MIYAHANA and Hiroshi YONEZAWA

1. まえがき

諸外国において 1969～1971 年の間に起こった鋼箱桁橋の架設事故[1]に刺激され，英国を中心として箱桁の耐荷力に関する研究に多くの努力が払われ，その成果も着々とあげられつつある．中でも，圧縮補剛フランジの耐荷力および設計法に関する研究には目覚ましいものがある[2),3)]．しかし，補剛フランジと補剛腹板よりなる箱桁全体の耐荷力に関する研究はきわめて少ない．

鋼箱桁は薄板と補剛材を要素とする補剛板で構成されているため，各要素の局部座屈はもとより，圧縮補剛フランジの座屈，補剛腹板の座屈および箱桁全断面の不安定が重要な問題になる．板パネルの局部座屈，圧縮補剛フランジの座屈，プレート・ガーダーの補剛腹板の座屈に関する研究は多数なされている[4),5)]が，箱桁の全体座屈についてはほとんど注意が払われていない．Schultz[6),7)]は腹板による回転拘束の影響を考慮した圧縮フランジの座屈を解析するため，側辺で弾性回転拘束された直交異方性板の圧縮弾性座屈を解析した．米沢・三上[8),9)]は曲げを受ける箱桁の全体座屈を圧縮補剛フランジと補剛腹板との連成座屈ととらえ，直交異方性板理論に基づいて解析している．この研究は弾性座屈を扱ってはいるが，1971 年，現在全体座屈を扱ったその他の研究は見当らず[10)]，その後もなされていないようである．

箱桁全体の耐荷力を算定できる理論は少ない．Merrison Rules[11)]では，圧縮フランジおよび腹板の個々の強度をもとに全体強度を算定する．Herzog[12)]は圧縮補剛板の強度公式と，プレート・ガーダー腹板に対するせん断強度公式とに基づき，箱桁の耐荷力を求めている．上述の米沢・三上の研究[8),9)]によれば，腹板の座屈が支配的な場合にはフランジの拘束の影響が大であり，したがって連成座屈としての解析が必要となる．

近年，フランジおよび腹板に多数の縦・横補剛材が配置された大型の鋼箱桁橋が建設されるようになってきた．そこで，本研究では，多数の補剛材を有する箱桁が純曲げを受け，圧縮フランジおよび腹板がダイヤフラム間あるいは横補剛材間で非弾性連成座屈する場合を解析する．腹板には，水平補剛材が不等間隔に，垂直補剛材が等間隔に配置され，圧縮フランジには縦および横補剛材が等間隔に配置されているものとし，これらをそれぞれ直交異方性板に置換する．補剛材が等間隔に配置された場合の直交異方性板としての換算剛度については多くの研究[13)~16)]がなされているが，補剛材が不等間隔に配置された場合の直交異方性板への換算については明らかでないので，ここでは近似的な換算手法[17)]を用いる．また，応力-ひずみ関係式には Richard-Blacklock の式[18)]を用い，非弾性域における曲げ剛度などは Bleich の理論[19)]に基づいて低減する．解析には差分法を用い，数値計算を行って種々のパラメーターが連成座屈荷重に及ぼす影響について考察する．

一方，鋼箱桁の耐荷力に関する実験的研究も少ない．Dowling ら[20),21)]は多数の補剛材を有する鋼箱桁の曲げおよび曲げせん断耐荷力を明らかにするために，大型模型 10 体に対して破壊実験を行っている．また，Dibley ら[22)]は大型模型 1 体に対して同様な実験を行っている．このうち，箱桁の曲げ耐荷力を調べるための破壊実験は Dowling ら[20),21)]の 4 体と Dibley ら[22)]の 1 体のみのようである．そこで，本理論の妥当性を検討するために，多数の補剛材を有する鋼箱桁大型模型 2 体に対して曲げ破壊実験を行った．この実験結果について述べるとともに，実験値と理論値の比較・検討を行う．また，上述の Dowling ら[20),21)]の実験結果を補足データとし，理論値との比較を行う．

* 正会員　工博　関西大学教授　工学部土木工学科
** 正会員　工修　関西大学助手　工学部土木工学科
*** 正会員　工修　(株)綜合技術コンサルタント 大阪支社設計部
**** 正会員　工博　関西大学教授　工学部土木工学科

2. 純曲げを受ける箱桁の非弾性座屈の微分方程式

Fig. 1 に示すようなダイヤフラムあるいはラーメン構造の間隔 l，圧縮および引張フランジの幅 b_F，腹板高 b_w の箱桁が純曲げを受ける場合の圧縮フランジと腹板との連成座屈を考える．この箱桁は，縦横に補剛された板で構成され，補剛材で囲まれた板パネルおよび補剛材の局部座屈は連成座屈が起こるまで生じないものとする．

箱桁の任意断面は変形後も平面が保持されるものとし，簡単のため圧縮および引張フランジのひずみは，腹板の圧縮縁および引張縁のひずみにそれぞれ等しいものとする．腹板内の任意位置におけるひずみは次のように表される．

$$\varepsilon_{xw}=(\alpha\eta_w-1)\varepsilon_0 \quad \cdots\cdots(1)$$

ただし，α は中立軸の位置を示す定数，$-\varepsilon_0$ は圧縮フランジのひずみ（$=\varepsilon_{xF}$），$\eta_w=y_w/b_w$ である．腹板は引張フランジによって拘束を受けるが，非弾性域になることを考慮して腹板下縁は単純支持されているものとする．また，圧縮フランジおよび腹板とも載荷辺は単純支持されているものとする．

圧縮補剛フランジおよび補剛腹板をそれぞれ直交異方性板に置換して解析する．一般に，直交異方性変剛板 i が弾性域あるいは非弾性域で座屈する場合のたわみ曲面の微分方程式は，弾性域での剛度 D_{xi}, D_{yi}, D_{1i}, D_{xyi} と **3.(2)** で述べる低減係数 τ_{xi}, τ_{yi}, τ_{1i}, τ_{xyi} を用いて次のように表される[9]．

$$\begin{aligned}
&D_{xi}\tau_{xi}\frac{\partial^4 w_i}{\partial x_i^4}+2(D_{1i}\tau_{1i}+2D_{xyi}\tau_{xyi})\frac{\partial^4 w_i}{\partial x_i^2\partial y_i^2}\\
&+D_{yi}\tau_{yi}\frac{\partial^4 w_i}{\partial y_i^4}+2\left\{D_{xi}\frac{\partial\tau_{xi}}{\partial x_i}\frac{\partial^3 w_i}{\partial x_i^3}+\left(D_{1i}\frac{\partial\tau_{1i}}{\partial y_i}\right.\right.\\
&\left.+2D_{xyi}\frac{\partial\tau_{xyi}}{\partial y_i}\right)\frac{\partial^3 w_i}{\partial x_i^2\partial y_i}+\left(D_{1i}\frac{\partial\tau_{1i}}{\partial x_i}+2D_{xyi}\right.\\
&\left.\left.\cdot\frac{\partial\tau_{xyi}}{\partial x_i}\right)\frac{\partial^3 w_i}{\partial x_i\partial y_i^2}+D_{yi}\frac{\partial\tau_{yi}}{\partial y_i}\frac{\partial^3 w_i}{\partial y_i^3}\right\}\\
&+\left(D_{xi}\frac{\partial^2\tau_{xi}}{\partial x_i^2}+D_{1i}\frac{\partial^2\tau_{1i}}{\partial y_i^2}\right)\frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2}+4D_{xyi}\\
&\cdot\frac{\partial^2\tau_{xyi}}{\partial x_i\partial y_i}\frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i\partial y_i}+\left(D_{yi}\frac{\partial^2\tau_{yi}}{\partial y_i^2}+D_{1i}\frac{\partial^2\tau_{1i}}{\partial x_i^2}\right)\\
&\cdot\frac{\partial^2 w_i}{\partial y_i^2}=\sigma_{xi}\bar{t}_i\frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i^2} \quad \cdots\cdots(2)
\end{aligned}$$

ただし，w_i は直交異方性板 i のたわみ，D_{xi} は x_i 方向の曲げ剛度，D_{yi} は y_i 方向の曲げ剛度，$D_{1i}+2D_{xyi}$ は有効ねじり剛度，$\bar{t}_i$ は補剛板 i を直交異方性板 i に置換した場合の換算板厚，σ_{xi} は x_i 方向の作用応力でひずみ ε_{xi} から **3.(2)** で述べる方法により求められる．なお，添字 i は圧縮フランジと腹板とを区別するための

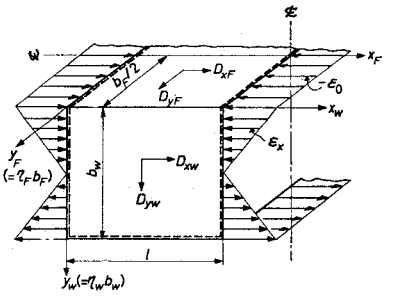

Fig. 1 Multi-stiffened box girder under bending

 もので，圧縮フランジでは $i=F$，腹板では $i=w$ となる．

圧縮フランジでは応力は x_F および y_F 方向に一様で，低減係数は x_F および y_F 方向に無関係であると仮定すると，圧縮フランジが弾性あるいは非弾性座屈する場合のたわみ曲面の微分方程式は式 (2) から次のようになる．

$$\begin{aligned}
&D_{xF}\tau_{xF}\frac{\partial^4 w_F}{\partial x_F^4}+2(D_{1F}\tau_{1F}+2D_{xyF}\tau_{xyF})\frac{\partial^4 w_F}{\partial x_F^2\partial y_F^2}\\
&+D_{yF}\tau_{yF}\frac{\partial^4 w_F}{\partial y_F^4}=\sigma_{0F}t_F\frac{\partial^2 w_F}{\partial x_F^2} \quad \cdots\cdots(3)
\end{aligned}$$

ただし，σ_{0F} は圧縮フランジの作用応力で，ひずみ（$-\varepsilon_0$）から求められる．

一方，腹板では応力は x_w 方向に一様で，低減係数は y_w のみの関数であると仮定すると，腹板が弾性あるいは非弾性座屈する場合のたわみ曲面の微分方程式は式 (2) から次のようになる．

$$\begin{aligned}
&D_{xw}\tau_{xw}\frac{\partial^4 w_w}{\partial x_w^4}+2(D_{1w}\tau_{1w}+2D_{xyw}\tau_{xyw})\frac{\partial^4 w_w}{\partial x_w^2\partial y_w^2}\\
&+D_{yw}\tau_{yw}\frac{\partial^4 w_w}{\partial y_w^4}+2\left(D_{1w}\frac{d\tau_{1w}}{dy_w}+2D_{xyw}\frac{d\tau_{xyw}}{dy_w}\right)\\
&\cdot\frac{\partial^3 w_w}{\partial x_w^2\partial y_w}+2D_{yw}\frac{d\tau_{yw}}{dy_w}\frac{\partial^3 w_w}{\partial y_w^3}\\
&+D_{1w}\frac{d^2\tau_{1w}}{dy_w^2}\frac{\partial^2 w_w}{\partial x_w^2}+D_{yw}\frac{d^2\tau_{yw}}{dy_w^2}\frac{\partial^2 w_w}{\partial y_w^2}\\
&=\sigma_{xw}\bar{t}_w\frac{\partial^2 w_w}{\partial x_w^2} \quad \cdots\cdots(4)
\end{aligned}$$

式 (3)，(4) の解として両載荷辺（$x_F=x_w=0, l$）の境界条件（単純支持）を満足する次の関数を仮定する．

$$w_F=\sum_{m=1}^{\infty} f_F(\eta_F)\sin(m\pi x_F/l) \quad \cdots\cdots(5)$$

$$w_w=\sum_{m=1}^{\infty} f_w(\eta_w)\sin(m\pi x_w/l) \quad \cdots\cdots(6)$$

ただし，$\eta_F=y_F/b_F$ である．

上式を式 (3)，(4) に代入すれば次の常微分方程式が得られる．圧縮フランジに対して，

$$\begin{aligned}
&\tau_{yF}\frac{d^4 f_F}{d\eta_F^4}-2(M_{1F}\tau_{1F}+M_{xyF}\tau_{xyF})\frac{d^2 f_F}{d\eta_F^2}\\
&+(K_{mF}\tau_{xF}+\mu_{mF})f_F=0 \quad \cdots\cdots(7)
\end{aligned}$$

となる．ただし，

$$M_{1F}=\phi_{mF}D_{1F}/D_{yF},\quad M_{xyF}=2\,\phi_{mF}D_{xyF}/D_{yF}$$
$$K_{mF}=\phi_{mF}{}^2D_{xF}/D_{yF},\quad \mu_{mF}=\phi_{mF}\sigma_{0F}\bar{t}_Fb_F{}^2/D_{yF}$$
$$\phi_{mF}=(m\pi b_F/l)^2$$

である．腹板に対して，

$$\tau_{yw}\frac{d^4f_w}{d\eta_w{}^4}+2\frac{d\tau_{yw}}{d\eta_w}\frac{d^3f_w}{d\eta_w{}^3}+\left(\frac{d^2\tau_{yw}}{d\eta_w{}^2}-2M_{1w}\tau_{1w}-2M_{xyw}\tau_{xyw}\right)\frac{d^2f_w}{d\eta_w{}^2}-\left(M_{1w}\frac{d\tau_{1w}}{d\eta_w}+M_{xyw}\cdot\frac{d\tau_{xyw}}{d\eta_w}\right)\frac{df_w}{d\eta_w}+\left(K_{mw}\tau_{xw}-M_{1w}\frac{d^2\tau_{1w}}{d\eta_w{}^2}+\bar{\sigma}_{xw}\mu_{mw}\right)f_w=0\quad\cdots\cdots(8)$$

となる．ただし，

$$M_{1w}=\phi_{mw}D_{1w}/D_{yw},\quad M_{xyw}=2\,\phi_{mw}D_{xyw}/D_{yw}$$
$$K_{mw}=\phi_{mw}{}^2D_{xw}/D_{yw},\quad \mu_{mw}=\phi_{mw}\sigma_{0w}\bar{t}_wb_w{}^2/D_{yw}$$
$$\phi_{mw}=(m\pi b_w/l)^2,\quad \bar{\sigma}_{xw}=\sigma_{xw}/\sigma_{0w}$$

σ_{0w} は腹板の圧縮縁における応力の絶対値である．

次に，載荷辺の境界条件はすでに式 (5)，(6) で考慮されているので，非載荷辺における境界条件式および連続条件式を考える．腹板が引張フランジとの接合部（$\eta_w=1$）で単純支持されている条件から次式が得られる．

$$f_w=d^2f_w/d\eta_w{}^2=0\quad\cdots\cdots(9)$$

圧縮フランジと腹板との接合部（$\eta_F=1/2,\ \eta_w=0$）でたわみが零である条件と，たわみ角および曲げモーメントの連続条件から，

$$\left.\begin{aligned}&f_F=f_w=0\\&\frac{df_F}{d\eta_F}=\frac{b_F}{b_w}\frac{df_w}{d\eta_w}\\&\frac{d^2f_F}{d\eta_F{}^2}=\left(\frac{b_F}{b_w}\right)^2\frac{D_{yw}}{D_{yF}}\frac{\tau_{yw}}{\tau_{yF}}\frac{d^2f_w}{d\eta_w{}^2}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(10)$$

が得られる．

微分方程式 (7)，(8) を境界条件式および連続条件式 (9)，(10) のもとで解けば座屈荷重が得られる．

3. 数値計算法

(1) 換算剛度と換算板厚

箱桁の圧縮フランジは等間隔に配置された縦および横補剛材によって，腹板は不等間隔に配置された水平補剛材と等間隔に配置された垂直補剛材によってそれぞれ補剛されていることが多い．これらの補剛板を直交異方性板に置換する場合，直交異方性板としての剛度および板厚の決定が重要な問題となる．ここでは，換算剛度は直交異方性板としてのひずみエネルギーと補剛板としてのひずみエネルギーが等しくなるように定め，換算板厚は直交異方性板の作用力と補剛板の作用力が等しいものと考えて決定する．

a) 圧縮補剛フランジの換算剛度と換算板厚

圧縮フランジ（主板厚さ t_F）には曲げ剛度 EI_{sF}，ねじり剛度 GJ_{sF} の縦補剛材が n_{sF} 本，曲げ剛度 EI_{rF} の横補剛材（ねじり剛度を無視する）が n_{rF} 本それぞれ等間隔に配置されているものとする．この場合，換算剛度は次のようになる[15]．

$$\left.\begin{aligned}&D_{xF}=D_{0F}+(n_{sF}+1)EI_{sF}/b_F\\&D_{yF}=D_{0F}+(n_{rF}+1)EI_{rF}/l\\&D_{1F}=\nu D_{0F}\\&2\,D_{xyF}=(1-\nu)D_{0F}+(n_{sF}+1)GJ_{sF}/2\,b_F\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(11)$$

ただし，D_{0F} は圧縮フランジの主板の曲げ剛度，E は弾性係数，ν はポアソン比である．なお，横補剛材間での座屈を考える場合には $D_{yF}=D_{0F}$ となる．

圧縮補剛フランジの直交異方性板としての換算板厚 $\bar{t}_F$ を次のように考える．

$$\bar{t}_F=t_F+A_{sF}/b_F\quad\cdots\cdots(12)$$

ただし，A_{sF} は縦補剛材の総断面積である．

b) 補剛腹板の換算剛度と換算板厚

腹板（主板厚さ t_w）には曲げ剛度 EI_{sw}，ねじり剛度 GJ_{sw} の水平補剛材が n_{sw} 本不等間隔に配置され，曲げ剛度 EI_{rw} の垂直補剛材（ねじり剛度を無視する）が n_{rw} 本等間隔に配置されているものとする．

座屈した腹板のたわみ曲面として次式を仮定する[17]．

$$w_w=C\sin(\pi x_w/l)\cdot(\sin\pi\eta_w+0.52\sin 2\pi\eta_w)\quad\cdots\cdots(13)$$

ただし，C は積分定数である．式 (13) は周辺単純支持された $l/b_w=2/3$ の等方性板の近似曲げ座屈モードである．

直交異方性板としてのひずみエネルギーと補剛板としてのひずみエネルギーとを等置すると，次式が得られる[17]．

$$\left.\begin{aligned}&D_{xw}=D_{0w}+\frac{EI_{sw}}{b_w}\frac{\sum_{j=1}^{n_{sw}}(\sin\pi\eta_{sj}+0.52\sin 2\pi\eta_{sj})^2}{0.635}\\&D_{yw}=D_{0w}+(n_{rw}+1)EI_{rw}/l\\&D_{1w}=\nu D_{0w}\\&2\,D_{xyw}=(1-\nu)D_{0w}+\frac{GJ_{sw}}{b_w}\frac{\sum_{j=1}^{n_{sw}}(\cos\pi\eta_{sj}+1.04\cos 2\pi\eta_{sj})^2}{2.082}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(14)$$

ただし，D_{0w} は補剛腹板の主板の曲げ剛度，$b_w\eta_{sj}$ は圧縮縁側から j 番目の水平補剛材の位置である．なお，垂直補剛材間の座屈を考える場合には $D_{yw}=D_{0w}$ となる．

補剛腹板の換算板厚の決定にあたって，水平補剛材が負担する直応力を考慮に入れようとすると，取り付け位置 $b_w\eta_{sj}$ によって作用応力が異なるため，補剛材の配置

を具体的に定める必要が生じ，直交異方性板理論の利点である汎用性が崩れる．ここでは，水平補剛材が負担する直応力を無視し，$\bar{t}_w=t_w$ とする．

（2） 応力-ひずみ関係式および低減係数

式 (1) のひずみを応力に変換するため，次の Richard-Blacklock[18] の応力-ひずみ関係式を用いる．

$$\frac{\sigma_{xi}}{\sigma_Y}=\frac{E\varepsilon_{xi}/\sigma_Y}{(1+|E\varepsilon_{xi}/\sigma_Y|^n)^{1/n}} \quad \cdots\cdots(15)$$

ただし，σ_Y は降伏応力，n は非線形パラメーターである．式 (15) の場合，接線弾性係数 E_t は次のようになる．

$$\frac{E_{ti}}{E}=\frac{1}{(1+|E\varepsilon_{xi}/\sigma_Y|^n)^{(n+1)/n}} \quad \cdots\cdots(16)$$

次に，低減係数 τ について考える．これまで等方性板の非弾性座屈に関して多くの研究がなされ，これらのおもな理論の比較もなされている[9]．しかし，直交異方性板の非弾性域における低減係数についてはあまり扱われていないようである．ここでは，等方性板に対する Bleich の理論[19]を準用する．すなわち，非弾性域において，応力の作用している方向では接線弾性係数 E_t が有効で，応力の作用していない方向では弾性係数 E がそのまま有効であると考えると，低減係数は次のようになる．

$$\tau_{xi}=\tau_i,\ \tau_{yi}=1,\ \tau_{1i}=\tau_{xyi}=\sqrt{\tau_i} \quad \cdots\cdots(17)$$

ただし，$\tau_i=E_{ti}/E$ である．

（3） 座屈荷重の計算

微分方程式 (7)，(8) を境界条件式 (9) および連続条件式 (10) のもとで連立させて解けばよいが，式 (8) 中の τ_{xw}, τ_{1w}, τ_{xyw} は η_w の関数であり，また，$d\tau_{1w}/d\eta_w$, $d\tau_{xyw}/d\eta_w$, $d^2\tau_{1w}/d\eta_w{}^2$ などが含まれており，厳密解を求めることは困難なので，差分法を用いて解を求める．

箱桁断面としては垂直軸に関して対称な断面を扱うので，**Fig. 2** に示す対称座屈と逆対称座屈に分けて，片側の 1/2 断面に対して解析する．圧縮フランジ幅 b_F を $2m_F$ 等分し，腹板高 b_w を m_w 等分する．微分方程式中の微係数はすべて 5 分点を用いて差分表示し，境界条件式および連続条件式の差分表示にあたっては 5 分点の境界改良法を用いた[23]．また，境界外に仮想分点を設けず，実分点のみを用いた[23]．なお，差分表示の組立てには，Lagrange の補間公式から差分係数を決定する多項式近似法による FORTRAN プログラム[24]を使用した．

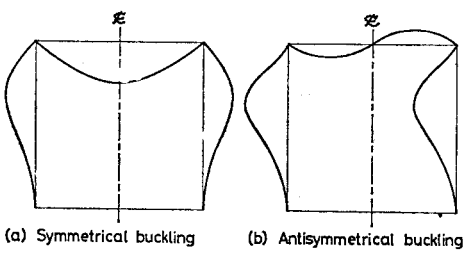

Fig. 2 Buckling modes of box girders

式 (7)～(10) を差分表示すると，次の座屈荷重方程式が得られる．

$$|A|=0 \quad \cdots\cdots(18)$$

ただし，A は固有値 $E\varepsilon_0/\sigma_Y$ を含む係数行列である．

固有値の計算には，係数行列の各要素が固有値の関数となっていることを考慮して擬点法を用い，式 (18) を満足する正の最小値 $E\varepsilon_0/\sigma_Y$ を求める．

式 (18) を満足する固有値が求まれば，その場合の応力分布に対する座屈モーメント M_{cr} は次式から計算できる．

$$M_{cr}=b_w{}^2t_w\left\{\frac{b_Ft_F+A_{sF}}{b_wt_w}|\sigma_{0F}| +2\int_0^1\sigma_{xw}\left(\eta_w-\frac{1}{2}\right)d\eta_w\right\} \quad \cdots\cdots(19)$$

ただし，式中の積分項は数値積分によって求められる．また，フランジの主板および縦補剛材の全断面が降伏する場合の曲げモーメントをフランジ降伏モーメント M_{YF} とよぶことにすれば，M_{YF} は近似的に次式で表される．

$$M_{YF}=\frac{b_w{}^2t_w}{3}\sigma_Y\left(1+3\frac{b_Ft_F+A_{sF}}{b_wt_w}\right) \quad \cdots\cdots(20)$$

ただし，フランジの主板および縦補剛材に作用する面内力は腹板縁の位置に作用するものとした．

式 (19)，(20) から座屈荷重 M_{cr}/M_{YF} が次のように求まる．

$$\frac{M_{cr}}{M_{YF}}=\frac{3}{1+3(b_Ft_F+A_{sF})/b_wt_w} \cdot\left\{\frac{b_Ft_F+A_{sF}}{b_wt_w}\left|\frac{\sigma_{0F}}{\sigma_Y}\right|+2\int_0^1\frac{\sigma_{xw}}{\sigma_Y} \cdot\left(\eta_w-\frac{1}{2}\right)d\eta_w\right\} \quad \cdots\cdots(21)$$

なお，M_{cr} の計算にあたって，腹板水平補剛材の断面積が無視されているが，水平補剛材が負担する直応力を考慮した座屈モーメント $M_{cr}{}^*$ は次式で求められる．

$$M_{cr}{}^*=M_{YF}{}^*M_{cr}/M_{YF} \quad \cdots\cdots(22)$$

ただし，$M_{YF}{}^*$ は腹板の水平補剛材を含めた箱桁全断面に対する断面係数を用いて計算した圧縮フランジの降伏モーメントである．

以上は，弾性域において中立軸の位置が腹板中央 ($\alpha=2$) にあり，非弾性域においてもその位置が変わらない場合の計算手順である．そのような場合は，圧縮フランジと引張フランジの断面積が等しく，かつ降伏応力が等しい場合に生ずる．両フランジの断面積が等しくても降伏応力が異なる場合には，弾性域においては中立軸は

腹板中央にあるが，非弾性域に入ると中立軸は降伏応力の大きいフランジの方へと移動する．また両フランジの断面積が異なる場合には，弾性域においても中立軸が腹板中央にはなく，非弾性域においては中立軸は断面積の大きいフランジの方へと移動する．これらの場合に本解析法を適用するためには，中立軸の位置を定めるための繰り返し計算を追加するとともに，式 (19)～(21) を中立軸が任意の位置にある場合に対する式に変更する必要がある．その場合，弾性域における中立軸の位置 α_e が初期条件として与えられなければならない．

本理論は中立軸が移動する場合にも適用可能であるが，以後の計算では中立軸が移動しない場合 ($\alpha=2$) を対象にする．

4. 数値計算結果とその考察

箱桁の圧縮補剛フランジと補剛腹板が一体となって座屈する場合について数値計算を行い，箱桁の曲げ連成座屈挙動を明らかにする．箱桁の断面性状を示すパラメーターとして，箱断面縦横比 (b_F/b_w)，腹板の縦横比 (l/b_w)，腹板主板の幅厚比 (b_w/t_w)，圧縮フランジ主板の幅厚比 (b_F/t_F)，圧縮フランジにおける縦補剛材の総断面積と主板の断面積との比 (A_{sF}/b_Ft_F)，圧縮補剛フランジの剛度と圧縮フランジ主板の曲げ剛度との比 (D_{xF}/D_{0F}, D_{yF}/D_{0F}, D_{1F}/D_{0F}, D_{xyF}/D_{0F})，補剛腹板の剛度と腹板主板の曲げ剛度との比 (D_{xw}/D_{0w}, D_{yw}/D_{0w}, D_{1w}/D_{0w}, D_{xyw}/D_{0w}) を用いる．鋼材に関するパラメーターは，降伏応力 σ_Y，弾性係数 E，ポアソン比 ν，応力-ひずみ関係式 (15) の非線形パラメーター n である．

数値計算に先立って，差分解の精度と分割数との関係を調べる．弾性連成座屈に関しては厳密解[8),9)]が得られているので，それと差分解とを比較する．パラメーターの値を

$$b_F/b_w=l/b_w=1,\ b_F/t_F=b_w/t_w=500$$
$$A_{sF}/b_Ft_F=0,\ D_{xF}/D_{0F}=40,\ D_{yF}/D_{0F}=120$$
$$D_{xw}/D_{0w}=3,\ D_{yw}/D_{0w}=6$$
$$D_{1F}=D_{xyF}=D_{1w}=D_{xyw}=0$$
$$\sigma_Y=10\,000\ \mathrm{kg/cm^2},\ E=2.1\times10^6\ \mathrm{kg/cm^2}$$
$$\nu=0.3,\ n=10$$

とする．また，文献 8)，9) では腹板下縁が固定支持された場合が解析されているので，式 (9) を固定支持の条件式に変えて差分解を求めた．

腹板の分割数 m_w と圧縮フランジの分割数 $2m_F$ との比が 1 の場合に対して，座屈係数の差分解 k と厳密解 k_{exact}[8),9)] との比と全分割数 (m_F+m_w) との関係を調べると **Fig. 3** のようになる．図より，全分割数 60 の場合，対称座屈および逆対称座屈とも誤差は 0.2% で，解は十分収束していることがわかる．$m_w/2m_F\neq1$ の場合も検討したが，同一の全分割数に対しては $m_w/2m_F=1$ の場合に最も高精度の解が得られた．したがって，以後の計算では $m_F=20$, $m_w=40$ の分割を用いる．

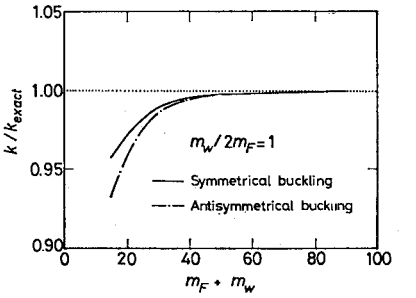

Fig. 3 Accuracy for number of subdivisions

数値計算は，圧縮フランジと腹板の連成座屈がダイヤフラム間で生ずる場合と横補剛材間で生ずる場合とについて行い，種々のパラメーターが座屈荷重に及ぼす影響を検討する．なお，以下に示すパラメーターについては一定の値を用いた．すなわち，

$$\alpha=2,\ b_w/t_w=600,\ A_{sF}/b_Ft_F=0.3$$
$$\sigma_Y=3\,200\ \mathrm{kg/cm^2},\ E=2.1\times10^6\ \mathrm{kg/cm^2}$$
$$\nu=0.3,\ n=4$$

である．また，計算は常に対称座屈の生じる場合と逆対称座屈の生じる場合の両方に対して行った．圧縮フランジがほとんど変形せず，腹板の座屈変形のみが著しい場合にだけ逆対称座屈荷重は対称座屈荷重に近づいたが，計算したパラメーターの範囲では逆対称座屈荷重は対称座屈荷重より常に大きかった．

連成座屈は，腹板が圧縮フランジの拘束を受けながら座屈する場合（腹板座屈が卓越する場合）と，逆に圧縮フランジが腹板の拘束を受けながら座屈する場合（フランジ座屈が卓越する場合）とに分けて考えることができる．以下では，それぞれを単に腹板座屈およびフランジ座屈とよぶ．

(1) ダイヤフラム間の座屈

a) 箱断面縦横比

$D_{0F}/D_{0w}=8$, $D_{xF}/D_{0F}=50$, $D_{yF}/D_{0F}=100$, $(D_{1F}+2D_{xyF})/D_{0F}=(D_{1w}+2D_{xyw})/D_{0w}=1$ で，$D_{xw}/D_{0w}=D_{yw}/D_{0w}=20$, 50, 200 の場合に対して，箱断面縦横比 b_F/b_w の値を変えて座屈荷重曲線を描くと **Fig. 4** のようになる．図から明らかなように，一般に b_F/b_w が大きくなる（腹板高 b_w を一定とした場合，フランジ幅 b_F が広くなる）と，座屈荷重は低下しそれとともに有効座屈長は長くなる．また，腹板剛度 (D_{xw}/D_{0w}, D_{yw}/D_{0w}) を高めると，座屈荷重は増大し，その増加の割合は箱断

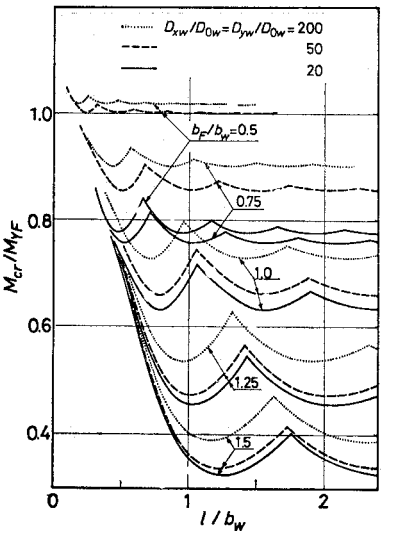

Fig. 4 Buckling load curves for b_F/b_w (buckling between diaphragms)

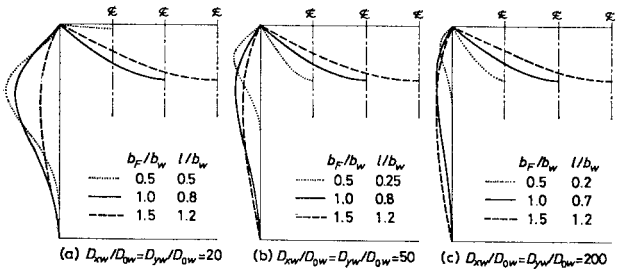

Fig. 5 Buckling modes for b_F/b_w (buckling between diaphragms)

面が縦長（$b_F/b_w \leqq 1$）になるほど大きい．

Fig. 4 の座屈荷重曲線において最小座屈荷重を与える腹板縦横比 l/b_w に対して理論座屈モードを示すと，**Fig. 5** のようになる．**Fig. 5** (a) に示す腹板剛度の小さい場合には，$b_F/b_w=0.5$（縦長断面）のとき，腹板の変形は大きいが，圧縮フランジはほとんど変形しない．$b_F/b_w=1$（正方形断面）のとき，腹板および圧縮フランジとも変形が大きい．$b_F/b_w=1.5$（横長断面）のとき，腹板の変形は小さいが，圧縮フランジの変形は大きい．すなわち，箱断面が縦長から横長に変化すると，腹板座屈の状態からフランジ座屈の状態に移行する．また，腹板剛度の大きい場合（**Fig. 5** (b), (c)），b_F/b_w の値に関係なく圧縮フランジの変形が大で，フランジ座屈が生ずる．なお，この場合，腹板においては $b_F/b_w=0.5$ の場合，圧縮フランジとの接合部近傍にのみ変形を生じ，$b_F/b_w \geqq 1$ の場合，全体的に変形を生じる．

b) 圧縮フランジの主板剛度と腹板の主板剛度

箱断面が正方形（$b_F/b_w=1$）で，$D_{xF}/D_{0F}=50$, $D_{yF}/D_{0F}=100$, $(D_{1F}+2D_{xyF})/D_{0F}=(D_{1w}+2D_{xyw})/D_{0w}=1$, $D_{xw}/D_{0w}=D_{yw}/D_{0w}=20$, 50, 200 に対して，圧縮フランジと腹板との主板剛度比を $D_{0F}/D_{0w}=4\sim32$ の範囲で変化させた場合の主板剛度比と座屈荷重との関係を **Fig. 6** に示す．また，$D_{0F}/D_{0w}=4$, 16, 32 の場合の座屈荷重曲線において最小座屈荷重を与える腹板縦横比 l/b_w に対する理論座屈モードを示すと，**Fig. 7** のようになる．

Fig. 6 からわかるように，一般に D_{0F}/D_{0w} が増加すると座屈荷重は増大する．一方，理論座屈モード（**Fig. 7**）を検討すると，$D_{xw}/D_{0w}=D_{yw}/D_{0w}=20$ で $D_{0F}/D_{0w}=16$, 32 の場合（**Fig. 7** (a)）は圧縮フランジの変形はほとんどなく，腹板座屈が生じており，その場合，明らかに腹板は圧縮フランジの拘束を受けている．その他の場合には，圧縮フランジの座屈変形が大きくフランジ座屈が生じている．この座屈変形の違いと D_{0F}/D_{0w} の値の座屈荷重に対する影響との関係を調べると，まず，フランジ座屈の場合には，

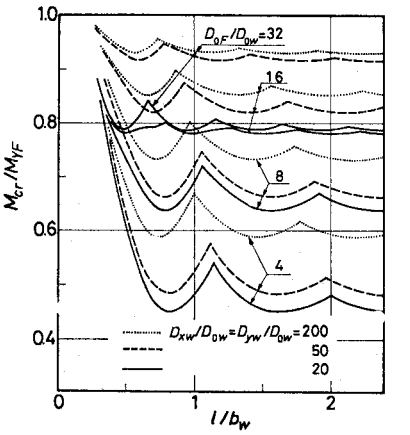

Fig. 6 Buckling load curves for D_{0F}/D_{0w} (buckling between diaphragms)

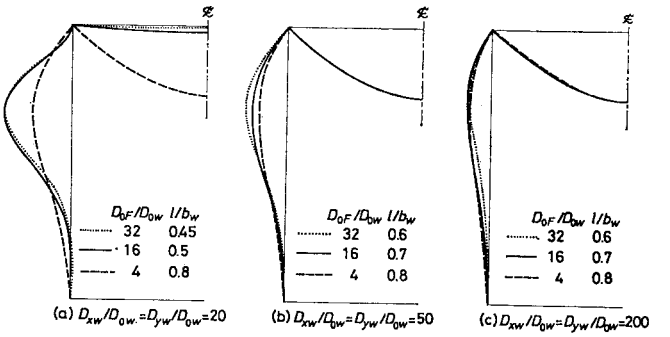

Fig. 7 Buckling modes for D_{0F}/D_{0w} (buckling between diaphragms)

D_{0F}/D_{0w} が大きくなると座屈荷重は増大する．これに対して，腹板座屈の場合には，D_{0F}/D_{0w} の値が増加しても座屈荷重はほとんど変化しない．

ところで，**Fig. 6** において，$D_{xw}/D_{0w}=D_{yw}/D_{0w}=20$（実線）で $D_{0F}/D_{0w}=16$ の場合，縦横比 $l/b_w=0.5$～0.7 の範囲で座屈荷重曲線に乱れが生じている．**Fig. 7** (a) で明らかなように，$l/b_w=0.5$ では腹板座屈が生じており，l/b_w の増加とともにフランジ座屈が生ずるような座屈形式へと移行する．このことから，$l/b_w=0.5$～0.7 の範囲ではフランジおよび腹板には同程度の座屈変形が生じ，両形式の座屈が同時に現れたため座屈荷重曲線に乱れが生じたものと考えられる．

c) 腹板の水平補剛材の曲げ剛度とねじり剛度

箱断面が正方形で，$D_{0F}/D_{0w}=8$，$D_{xF}/D_{0F}=100$，$D_{yF}/D_{0F}=200$，$(D_{1F}+2D_{xyF})/D_{0F}=(D_{1w}+2D_{xyw})/D_{0w}=1$，$D_{yw}/D_{0w}=50$ の場合，腹板の曲げ剛度 D_{xw}/D_{0w} が座屈荷重に及ぼす影響を調べるため，$D_{xw}/D_{0w}=5$～200 と変化させた．この場合の座屈荷重曲線を **Fig. 8** に示す．図において，$D_{xw}/D_{0w}\leqq 50$ の範囲では D_{xw}/D_{0w} の値が増すと，座屈荷重は増大し腹板座屈が生ずる座屈形式で座屈する．また，$D_{xw}/D_{0w}>50$ では D_{xw}/D_{0w} の値を増しても座屈荷重の増大はあまり望めない．この場合にはフランジ座屈となる．すなわち，腹板座屈の場合には D_{xw} の増加は座屈荷重を増大させるが，フランジ座屈の場合には座屈荷重は D_{xw} にほとんど無関係となる．

ところで，**Fig. 8** に示された 1 半波の座屈モードに対する座屈荷重曲線について考えてみる．これらの曲線には 2 つの谷が現れており，この谷に対する理論座屈モードを調べると，第 1 の谷においては圧縮フランジがほとんど変形せず，フランジの拘束のもとで腹板が座屈する典型的な腹板座屈が生じている．これに対して，第 2 の谷においては圧縮フランジの変形が大きく，フランジ座屈の徴候を示している．

次に，水平補剛材のねじり剛度が座屈荷重に及ぼす影響について調べるため，腹板座屈が生ずる場合について，$D_{xw}/D_{0w}=5$，$D_{1w}/D_{0w}=0.3$ とし，ねじり剛度を無視した場合（$2D_{xyw}/D_{0w}=0.7$）と考慮した場合（$2D_{xyw}/D_{0w}=2$）の座屈荷重を比較した．両座屈荷重の差は約 3% で，理論座屈モードにも差異は認められなかった．

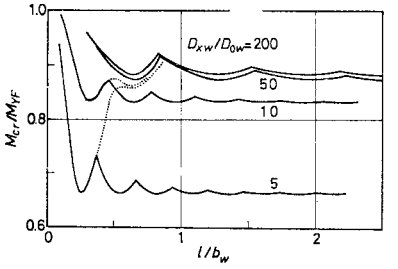

Fig. 8 Buckling load curves for D_{xw}/D_{0w} (buckling between diaphragms)

d) 腹板の垂直補剛材の曲げ剛度

$b_F/b_w=1$，$D_{0F}/D_{0w}=8$，$D_{xw}/D_{0w}=50$，$(D_{1w}+2D_{xyw})/D_{0w}=(D_{1F}+2D_{xyF})/D_{0F}=1$，$D_{xF}/D_{0F}=100$，$D_{yF}/D_{0F}=200$ の場合を例に，腹板の垂直補剛材の曲げ剛度 D_{yw}/D_{0w} が連成座屈に及ぼす影響について調べると，**Fig. 9** の座屈荷重曲線が得られる．**Fig. 9** からわかるように，$D_{yw}/D_{0w}\leqq 50$ の範囲では，D_{yw}/D_{0w} の値の増加に伴って座屈荷重は大きくなるが，$D_{yw}/D_{0w}>50$ の範囲では，D_{yw}/D_{0w} が増しても座屈荷重はあまり大きくならない．理論座屈モードを調べてみると，$D_{yw}/D_{0w}=5$，10 の場合には典型的な腹板座屈が生じているが，$D_{yw}/D_{0w}=50$，200 の場合にはフランジ座屈になることがわかる．すなわち，垂直補剛材の曲げ剛度 D_{yw} の増加は腹板座屈からフランジ座屈へと座屈形式を変化させ，剛度 D_{yw} の大小は腹板座屈が生ずる場合には座屈荷重に大きな影響を及ぼすが，フランジ座屈が生ずる場合にはほとんど影響を及ぼさない．

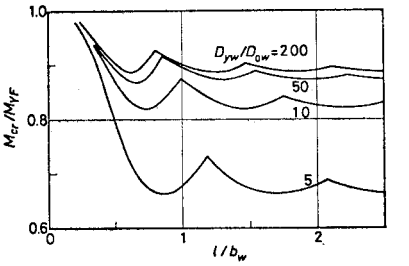

Fig. 9 Buckling load curves for D_{yw}/D_{0w} (buckling between diaphragms)

e) 圧縮フランジの縦補剛材の曲げ剛度とねじり剛度

$b_F/b_w=1$，$D_{0F}/D_{0w}=8$，$D_{xw}/D_{0w}=D_{yw}/D_{0w}=50$，$(D_{1w}+2D_{xyw})/D_{0w}=1$，$D_{yF}/D_{0F}=100$ の場合を例に，圧縮フランジの縦補剛材曲げ剛度 D_{xF}/D_{0F} が座屈荷重に及ぼす影響を調べると，**Fig. 10** の座屈荷重曲線が得られる．ただし，$D_{1F}/D_{0F}=0.3$ とし，縦補剛材のねじり剛度を無視して $2D_{xyF}/D_{0F}=0.7$ とした．図から

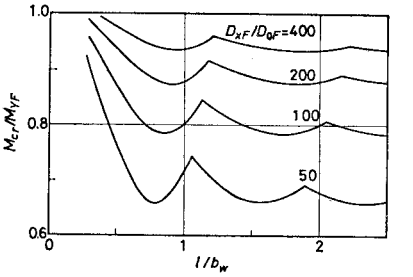

Fig. 10 Buckling load curves for D_{xF}/D_{0F} (buckling between diaphragms)

明らかなように，D_{xF}/D_{0F} の値が増加すると，座屈荷重は増大する．なお，理論座屈モードを検討すると，**Fig. 10** の結果はすべてフランジ座屈を生じる場合で，D_{xF}/D_{0F} の値が増加すると，腹板の変形がわずかに増す．

次に，フランジ座屈の場合を対象に，縦補剛材曲げ剛度を一定（$D_{xF}/D_{0F}=50$）にし，縦補剛材のねじり剛度（$2D_{xyF}$）が座屈荷重に及ぼす影響を調べる．$D_{1F}/D_{0F}=0.3$ とし，$2D_{xyF}/D_{0F}=0.7, 2, 30$ の場合について座屈荷重曲線を求めると **Fig. 11** のようになる．$2D_{xyF}/D_{0F}$ の値が増すと，座屈荷重は増加するが，開断面補剛材に相当するねじり剛度 $2D_{xyF}/D_{0F}=2$ の場合，座屈荷重の増加はほとんど期待できないようである．

f) 圧縮フランジの横補剛材の曲げ剛度

$b_F/b_w=1$，$D_{0F}/D_{0w}=8$，$D_{xw}/D_{0w}=D_{yw}/D_{0w}=50$，$D_{xF}/D_{0F}=50$，$(D_{1w}+2D_{xyw})/D_{0w}=(D_{1F}+2D_{xyF})/D_{0F}=1$ の場合を例に，横補剛材曲げ剛度 D_{yF} が座屈荷重に及ぼす影響を $D_{yF}/D_{0F}=50\sim400$ の範囲について調べると，**Fig. 12** の座屈荷重曲線が得られる．図から，D_{yF}/D_{0F} の値が増加すると座屈荷重は増大し，それに伴って有効座屈長は短くなる．**Fig. 12** の結果はフランジ座屈が生ずる場合に対するもので，横補剛材曲げ剛度 D_{yF} が増加すると腹板の座屈変形は小さくなる．

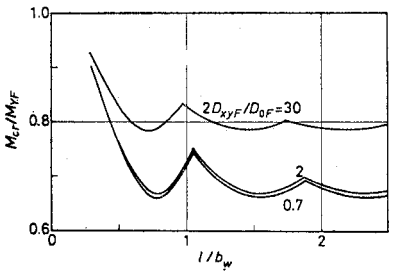

Fig. 11 Buckling load curves for $2D_{xyF}/D_{0F}$ (buckling between diaphragms)

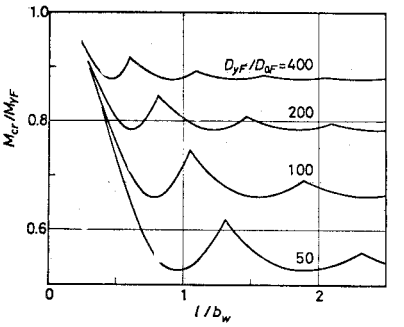

Fig. 12 Buckling load curves for D_{yF}/D_{0F} (buckling between diaphragms)

(2) 横補剛材間の座屈

横補剛材の曲げ剛度が大きくなると，ダイヤフラム間での横補剛材を含む直交補剛板としての座屈が生じないで，横補剛材間で縦補剛板として座屈するようになる．この場合に対して以下に若干の考察を行う．

a) 箱断面縦横比

箱断面縦横比 b_F/b_w が座屈荷重に及ぼす影響について調べてみる．$D_{0F}/D_{0w}=8$，$D_{xF}/D_{0F}=50$，$D_{yF}/D_{0F}=D_{yw}/D_{0w}=1$，$(D_{1F}+2D_{xyF})/D_{0F}=(D_{1w}+2D_{xyw})/D_{0w}=1$，$D_{xw}/D_{0w}=50$，100 の場合に対して，$b_F/b_w=0.5$，1.0，1.5 の場合の座屈荷重曲線を求めると **Fig. 13** のようになる．**Fig. 13** (a) は腹板座屈が生じる場合であるが，腹板縦横比 $l/b_w>0.8$ の範囲で $b_F/b_w<1$ のとき，b_F/b_w が小さくなると座屈荷重は増加する．一方，**Fig. 13** (b) はフランジ座屈が生じる場合であるが，$b_F/b_w<1$ のとき，b_F/b_w の値が小さくなると座屈荷重が増加する．すなわち，横補剛材間の座屈が生ずるときには，縦長断面（$b_F/b_w<1$）の場合にのみ座屈荷重は b_F/b_w の値の影響を受ける．

b) 圧縮フランジの主板剛度と腹板の主板剛度

圧縮フランジの主板剛度と腹板の主板剛度との比が座屈荷重に及ぼす影響を調べる．$b_F/b_w=1$，$D_{xw}/D_{0w}=$

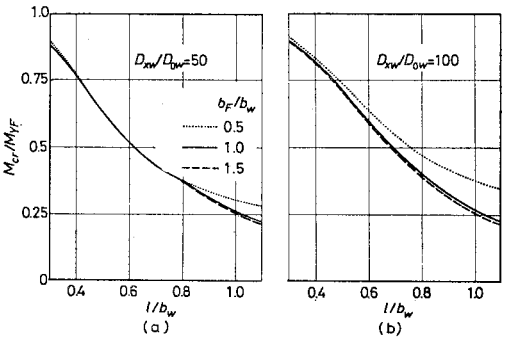

Fig. 13 Buckling load curves for b_F/b_w (buckling between transverse stiffeners)

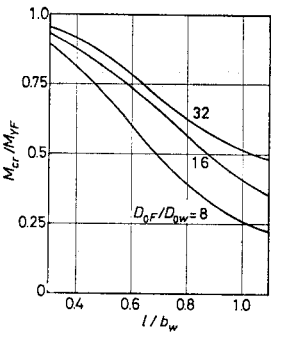

Fig. 14 Buckling load curves for D_{0F}/D_{0w} (buckling between transverse stiffeners)

100, $D_{xF}/D_{0F}=50$ の場合を例に，$D_{0F}/D_{0w}=8\sim32$ に対して座屈荷重曲線を求めると **Fig. 14** のようになる．図から明らかなように，D_{0F}/D_{0w} が増加すると座屈荷重は増加する．理論座屈モードを調べると，D_{0F}/D_{0w} が増すとフランジ座屈の場合から腹板座屈の場合へと移行する．この傾向はダイヤフラム間の座屈の場合とほぼ同様である．

（3） 連成座屈と部分座屈

圧縮フランジと腹板が一体となって連成座屈する場合と，それらがそれぞれ単独に部分座屈する場合（単独座屈）との関係を調べてみる．$D_{0F}/D_{0w}=8$, $D_{xF}/D_{0F}=50$, $D_{yF}/D_{0F}=100$, $(D_{1F}+2D_{xyF})/D_{0F}=(D_{1w}+2D_{xyw})/D_{0w}=1$, $D_{xw}/D_{0w}=D_{yw}/D_{0w}=20$, $b_F/b_w=0.5$, 1.5 のパラメーターに対して，**Fig. 15** および **16** に示す座屈荷重曲線[注1)]が得られる．

Fig. 15 に示す縦長断面の場合，腹板の単独座屈荷重が圧縮フランジの単独座屈荷重よりかなり小さい．また，連成座屈荷重（実線）は腹板の単独座屈荷重 Web (SS) と Web(FX) の間に求まり，腹板座屈に支配されていることがわかる．

一方，横長断面の場合（**Fig. 16**），圧縮フランジの単独座屈荷重は腹板の単独座屈荷重よりやや小さく，連成座屈荷重は圧縮フランジの単独座屈荷重 Flange (SS) の値とほとんど一致している．

以上の結果より，腹板座屈が生じる場合は圧縮フランジの拘束を考慮に入れた腹板の単独座屈で，フランジ座屈が生じる場合は周辺単純支持された圧縮フランジの単独座屈で，それぞれ連成座屈を近似的にとらえることができる．この結論は弾性連成座屈の場合[8),9)]と同様である．

5. 箱桁の曲げ破壊実験

箱桁の曲げ連成座屈に関する理論の妥当性を検討する目的で実施した大型の鋼箱桁模型2体による破壊実験について述べる．

（1） 箱桁模型

Fig. 17 に示されるように，実験桁は桁長 8.6 m，スパン 8 m，桁高 1.5 m，腹板間隔 1 m で，スパン中央部に長さ 2 m の試験パネルを有する全溶接鋼箱桁で，

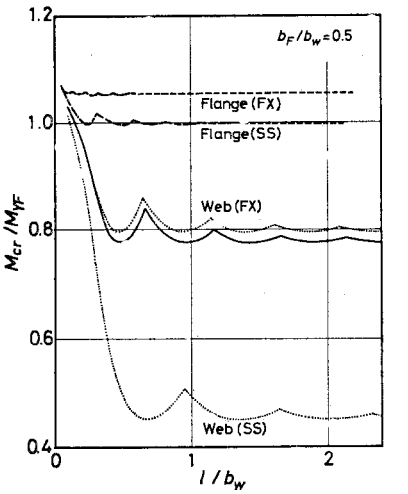

Fig. 15 Comparison of coupled buckling curve with partial buckling curves

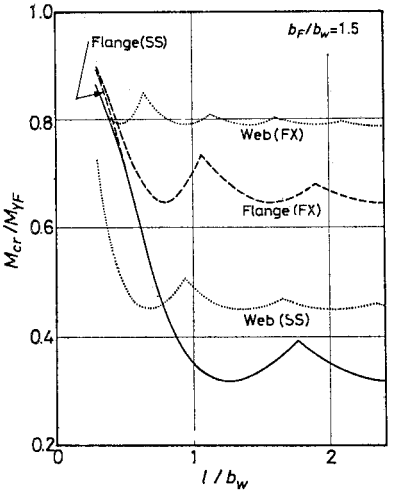

Fig. 16 Comparison of coupled buckling curve with partial buckling curves

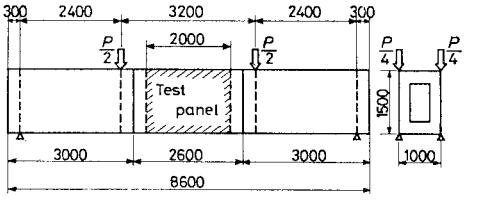

Fig. 17 Aspect of test girder

両側の補助パネルと試験パネルとがボルト接合で組立てられる．試験パネル 2 体 (Model 6-1 と Model 6-3) が製作されたが，両パネルの寸法は腹板水平補剛材の寸法を除いて同一である．その設計寸法を **Fig. 18** に，補剛材の形状および寸法を **Fig. 19**[注2)] に示す．Model

注 1) 図中，Flange は圧縮フランジの単独座屈を示し，非載荷辺が単純支持されている場合を SS，固定支持されている場合を FX とした．Web は腹板の単独座屈を示し，引張縁は単純支持で，圧縮縁が単純支持の場合を SS，固定支持の場合を FX とした．なお，圧縮フランジ，腹板とも載荷辺は単純支持とした．

注 2) 設計寸法と異なる実測寸法のみ，かっこ内に示した．

6-1 の水平補剛材は道路橋示方書[25]に規定された曲げ剛度を有し，Model 6-3 にはその5倍の剛度の水平補剛材が設けられている．また，Model 6-1, Model 6-3 とも腹板垂直補剛材は同示方書の規定剛度を有し，圧縮フランジの縦補剛材は規定値の4倍の剛度を有しているが，圧縮フランジの横補剛材の剛度は規定値の 0.55 倍である．

実験桁の製作には鋼材 SM 58 が使用されたが，その材料試験の結果を **Table 1** に示す．

（2） 載荷装置と測定装置

Fig. 17 に示すように，桁を両端で単純支持し，両支点からそれぞれ 2.4 m の点で2点載荷し，試験パネルに純曲げを与えた．載荷には工事用油圧ジャッキ（容量 300 t/基）を4基使用した．荷重検出には別のジャッキ（容量 200 t/基）1基を用い，これを荷重検出用フレームに取り付けて 200 t ロードセルから荷重を読み取った．桁の据え付けにあたっては，支承部を調整しながら，桁がねじれることなく試験パネルに対称でかつ均等な曲げが加わるようにした．

圧縮フランジおよび腹板の初期たわみを載荷試験直前に，残留たわみを載荷試験終了後に摺動型変位計を用いて測定した．その際，フランジの横断面あるいは腹板の垂直断面におけるたわみが一度に測定できるような測定治具を製作し，その治具に 20～30 個の摺動型変位計を取り付け，移動しながら各断面について測定した．また，縦・横補剛材の初期たわみおよび残留たわみをキャリパーを用いて測定した．

載荷試験中のたわみの測定には摺動型変位計を用い，上下フランジでは絶対たわみを，腹板では相対たわみを測定した．Model 6-1 に対しては 54 点の，Model 6-3 に対しては 59 点のたわみを計測した．

ひずみの測定には，電気抵抗線ひずみ計（一軸ゲージ）を用いた．原則として，これらのひずみ計を膜ひずみと曲げひずみとを算出できるように板の両面に貼付した．Model 6-1 には 159 枚の，Model 6-3 には 114 枚のひずみ計を貼付した．

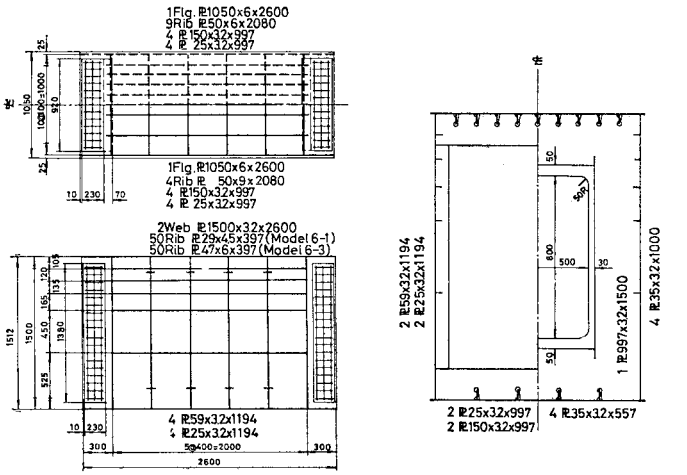

Fig. 18 Dimensions of test panels

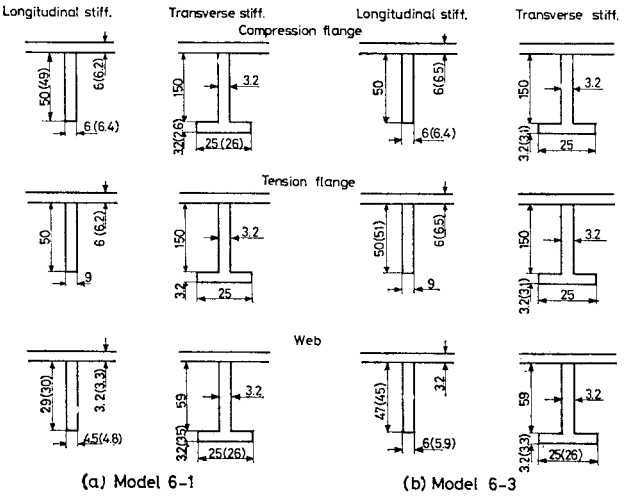

Fig. 19 Details of longitudinal and transverse stiffeners

Table 1 Results of tension test

Component	Thickness (mm)	Yield stress (kg/cm²)		Young's modulus (×10⁶ kg/cm²)		Poisson's ratio	
	Nominal	Measured	Mean	Measured	Mean	Measured	Mean
W-PP	3.2	5 200	5 130	1.96	2.05	—	0.25
W-TS		4 940		2.00		0.258	
		5 240		1.96		0.260	
CF-TS	3.2	5 450	5 510	2.18		0.261	
TF-TS		5 490		2.13		0.228	
		5 590		2.23		0.221	
CF-PP CF-LS W-LS TF-PP	6.0	4 960 4 890 5 170	5 000	1.99 2.02 2.02		0.209 0.278 0.244	
TF-LS	9.0	4 800 4 820 4 750	4 790	2.09 2.05 2.01		0.189 0.297 0.322	

CF=Compression Flange, W=Web, TF=Tension Flange, PP=Plate Panel
LS=Longitudinal Stiffener, TS=Transverse Stiffener

なお，たわみおよびひずみはすべて自動計測され，測定結果はミニコンを用いた自動処理システムで処理され，かつ対話式図化システムで作図された[26]．

（3） 測定結果

多数の点の測定がなされ，荷重-たわみ曲線図，荷重-ひずみ曲線図，初期たわみ分布図，残留たわみ分布図など Model 6-1 に対して約 260 図，Model 6-3 に対して約 210 図が得られた．ここでは，それらのうち代表的な点の測定結果をあげることにする．すなわち，Model 6-1 と Model 6-3 の桁全体のたわみと荷重の関係を **Fig. 20** に，圧縮フランジの縦補剛材取り付け位置における板上面の縦方向測定ひずみと縦補剛材突出部先端両面の縦方向測定ひずみの平均値とを Model 6-1 に対して **Fig. 21** に，Model 6-3 に対して **Fig. 22** に示す．圧縮フランジ縦方向中央断面における初期たわみおよび残留たわみの分布を **Fig. 23** に，腹板における水平方向ひずみとして，水平補剛材取り付け位置の板側の測定ひずみと，補剛材突出部両面の平均測定ひずみおよび板パネル部両面の測定ひずみを Model 6-1 および Model 6-3 に対してそれぞれ **Fig. 24** および **25** に示す．

なお，Model 6-1 は $P=680$ t で，Model 6-3 は P

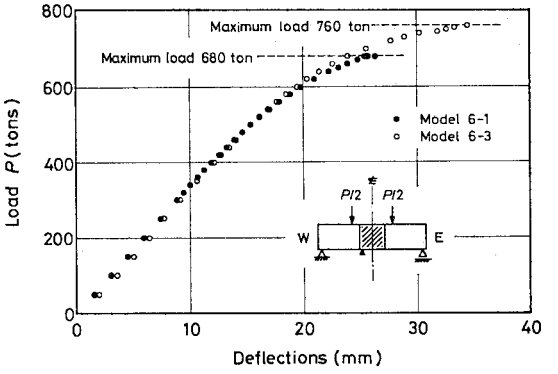

Fig. 20 Deflections of test girders

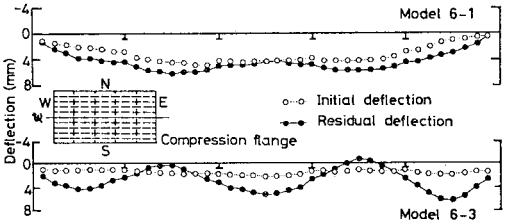

Fig. 23 Longitudinal distributions of initial and residual deflections of compression flanges

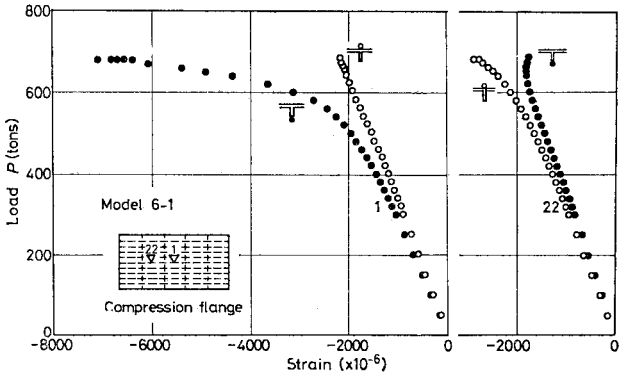

Fig. 21 Strains at compression flange of Model 6-1

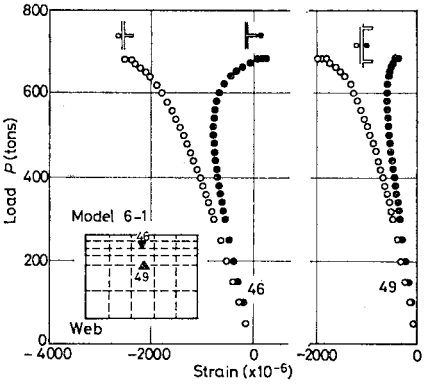

Fig. 24 Strains at web of Model 6-1

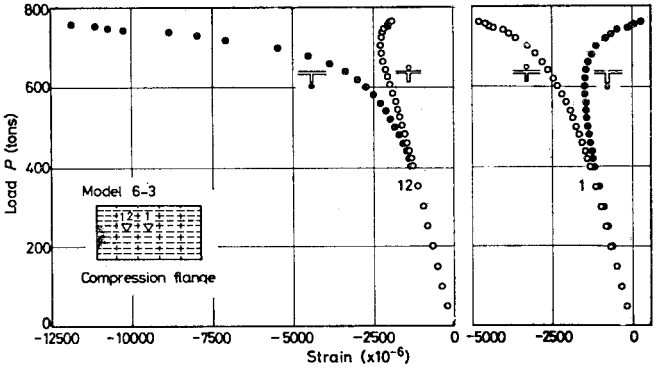

Fig. 22 Strains at compression flange of Model 6-3

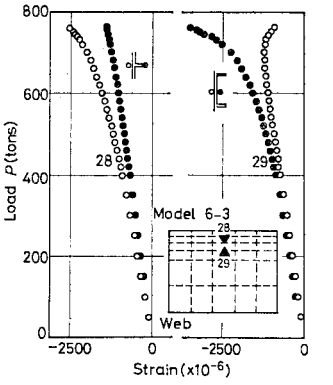

Fig. 25 Strains at web of Model 6-3

＝760 t でそれぞれ崩壊した．

6. 理論値と実験値との比較・検討

5. の実験結果を考察し，この実験および他大学の実験の結果（崩壊荷重）と理論値（座屈荷重）の比較・検討を行う．

（1） 実験結果の考察

Fig. 20 からわかるように，Model 6-1 および Model 6-3 とも P＝400 t まで，桁のたわみは荷重に比例して増加しているが，P＝400 t を超えたあたりからその増加の割合が徐々に増え，桁の崩壊に至っている．

まず，Model 6-1 の実験結果に対する考察を行う．**Fig. 21** によると，圧縮フランジの横補剛材間中央パネル（測点 1）では，P＝400 t までは板上面のひずみと縦補剛材先端のひずみとはほぼ一致しており，荷重に比例して増加している．P＞400 t では，縦補剛材先端のひずみが板上面のひずみより増加の割合が大きくなり，横補剛材間の局部曲げによる圧縮ひずみが縦補剛材先端に加算されている．なお，縦補剛材先端両面のひずみは桁の崩壊時までほぼ等しく，補剛材の局部座屈は生じていない．これに対して，隣接パネル（測点 22）では，縦補剛材先端に引張応力が作用するような横補剛材間の局部曲げが生じている．この 2 測点の結果より，圧縮フランジは横補剛材間で交互に上下に変形していることがわかるが，このことは **Fig. 23** の残留たわみ分布からも明らかである．この残留変形は，ダイヤフラム間において縦方向 1 半波の初期たわみが荷重の増加とともに発達し，さらに横補剛材間における 1 半波の局所的な変形が加わったものである．

Fig. 24 の腹板の測定ひずみによれば，P＝400 t までは水平補剛材位置のひずみおよび板パネル部のひずみはともにほぼ線形的に増加している．箱桁外側のひずみは内側のひずみより大きく，その差は P＞400 t で徐々に拡大しており，局部曲げが発達する様子がわかる．腹板の垂直補剛材間中央パネルでは，局部曲げは腹板が箱内側にはらむように生じており，圧縮フランジの横補剛材間中央パネルの箱外側にはらむような変形に対応している．

次に，Model 6-3 の実験結果について Model 6-1 の結果と比較する形で考察する．**Fig. 21**, **22** および **23** から明らかなように，Model 6-3 の圧縮フランジの変形は Model 6-1 のそれと同様の傾向にあるが，Model 6-3 では横補剛材間中央パネルは箱内側に，その隣接パネルは箱外側にはらむように変形している．また，Model 6-3 では Model 6-1 よりも横補剛材間の局所変形が著しく，横補剛材が明確に節を形成している．

Fig. 24 および **25** からわかるように，Model 6-3 では Model 6-1 に比較して腹板の曲げ変形は小さく，水平補剛材の剛度を高めたために腹板の水平たわみが拘束されたことがわかる．

実験による崩壊モーメント M_{cr}* に対して計算すると，Model 6-1 では M_{cr}*＝0.976 M_{YF}* となり，フランジ降伏モーメント M_{YF}* に達するまでに崩壊し，Model 6-3 では M_{cr}*＝1.034 M_{YF}* で，降伏モーメントを超えている．**Fig. 21～25** の測定値を比較すると，Model 6-1 では腹板が若干先に座屈し，引き続いて圧縮フランジが座屈して崩壊に至ったようで，このため M_{YF}* を超えられなかったものと思われる．Model 6-3 の場合は，腹板の水平補剛材剛度が大であるため，まず圧縮フランジが座屈して変形が進み，その後腹板が座屈して崩壊に至ったようで，M_{YF}* 以上の耐荷力が発揮されたものと考えられる．すなわち，水平補剛材の剛度を道路橋示方書規定値からその 5 倍に増すことによって耐荷力が 1.034/0.976＝1.059 倍に，すなわち，約 6% 上昇したことになる．

（2） 連成座屈荷重と崩壊荷重との比較

試験パネルの実測寸法に対して，腹板と圧縮フランジとの連成座屈荷重の理論値を計算した．計算はダイヤフラム間（2 m）で横補剛材を含めた直交補剛板の全体座屈が生ずる場合と，横補剛材間で座屈する場合とに対して行った．理論計算に用いたパラメーターの値を **Table 2** に示す．なお，試験パネルの中立軸は腹板中央にあり（α＝2），引張フランジと圧縮フランジの断面積および降伏応力は等しいものとみなした．したがっ

Table 2 Parameters of test girders

Parameters	Model 6-1	Model 6-3
D_{xF}/D_{0F}	120	110
D_{yF}/D_{0F}*	609	552
D_{1F}/D_{0F}	0.25	0.25
$2D_{xyF}/D_{0F}$	1.56	1.47
D_{xw}/D_{0w}	61.9	282
D_{yw}/D_{0w}*	435	452
D_{1w}/D_{0w}	0.25	0.25
$2D_{xyw}/D_{0w}$	1.09	1.80
b_F/b_w	0.667	0.667
b_w/t_w	445	469
b_F/t_F	161	154
A_{sF}/b_Ft_F	0.455	0.443
α	2	2
σ_{Yw} (kg/cm²)	5 130	5 130
σ_{YF} (kg/cm²)	5 000	5 000
E (kg/cm²)	2.1×10^6	2.1×10^6
ν	0.25	0.25

* For the buckling between transverse stiffeners, $D_{yF}/D_{0F}=D_{yw}/D_{0w}=0$

Table 3 Comparison between theoretical and experimental values

Model No.	Experimental (M_{cr}^*/M_{YF}^*)	Theoretical (M_{cr}/M_{YF}) Buckling between diaphragms	Buckling between transverse stiffeners	$\frac{M_{cr}^*/M_{YF}^*}{M_{cr}/M_{YF}}$	Ref.
6-1	0.98	1.04	0.96	1.02	Present paper
6-3	1.03	1.04	0.98	1.06	
2	0.69	0.97	0.84(0.70*)	0.81(0.98*)	20)
4	1.04	1.15	1.08	0.97	20)
8	0.57**	1.02	0.62	0.92	20), 21)
10	0.76	0.93	0.71	1.07	21)

* Taken account of local buckling effect of plate panel by introducing Massonnet's efficiency

** Local buckling of longitudinal stiffener on compression flange

て，非弾性域でも中立軸の移動はない．また，応力-ひずみ関係式の非線形パラメーター $n=4$ とした．

理論計算の結果，Model 6-1 および Model 6-3 ではともにダイヤフラム間の座屈に対する連成座屈荷重より横補剛材間の座屈に対する連成座屈荷重が低く，理論的には横補剛材が節となってその間で連成座屈することになる．この結果は実験結果とほぼ一致している．また，理論座屈モードから，Model 6-1 では腹板座屈が，Model 6-3 ではフランジ座屈が生じていることが判明した．この結果もほぼ実験結果と一致している．

式 (21) による連成座屈荷重 (M_{cr}/M_{YF}) と実験による崩壊荷重 (M_{cr}^*/M_{YF}^*) とを比較すると，**Table 3** のようになる．理論値の連成座屈荷重では，腹板と圧縮フランジがほとんど同時に座屈する場合は別にして，腹板座屈が生ずる場合も，フランジ座屈が生ずる場合も拘束を与える側の要素がもつ余剰強度（箱桁としての後座屈強度）が無視されている．したがって，理論値は実験値（崩壊荷重）より小さくなるのが普通で，この意味で **Table 3** において，理論値（横補剛材間の座屈荷重）と実験値とはよく一致しており，箱桁としての後座屈強度の大きい Model 6-3 の方が理論値と実験値の差が大きいことがわかる．

（3） 他大学の実験結果との比較

多数の補剛材を有する箱桁の曲げ耐荷力を調べるための破壊実験は Dowling ら[20),21)]の行った 4 体および Dibley ら[22)]の行った 1 体のみのようである．このうち，模型寸法の明確な文献 20)，21) の実験に対して理論値を求めると **Table 3** のようになる．この表から，本理論により箱桁の耐荷力が精度よく推定できることがわかる．なお，Model 2 では縦・横補剛材間の板パネルの局部座屈が生じているが，本理論ではそのような局部座屈は考慮されていない．そこで，Massonnet-Maquoi[27)] が板パネル局部座屈の影響を加味するために使用した有効率 (local efficiency) をそのまま採用し，理論値を修正したものを表中のかっこ内に示す．すなわち，この方法で板パネル局部座屈が先行する場合に対する理論値の補正がかなり精度よく行えることがわかる．また，Model 8 では圧縮フランジの縦補剛材の局部座屈が生じているが，この局部座屈も本理論では考慮されていない．

7. あとがき

多数の補剛材を有する鋼箱桁が純曲げを受ける場合を対象に，圧縮補剛フランジおよび補剛腹板が一体となって非弾性連成座屈する場合を直交異方性板理論に基づいて解析した．さらに，多数の補剛材を有する鋼箱桁大型模型の曲げ破壊実験を行い，理論の妥当性を検討した．結論として，それらの結果をまとめると，理論的には次のようである．

（1） 多数の補剛材を有する箱桁が純曲げを受け，圧縮フランジと腹板とが一体となって非弾性連成座屈する場合について，圧縮補剛フランジと補剛腹板をそれぞれ直交異方性板に置換し，差分法を用いて連成座屈荷重を求めた．その際，腹板の水平補剛材が不等間隔に配置された場合を想定し，不等間隔補剛腹板を一定剛度の直交異方性板に置換する近似式を提示した．また，応力-ひずみ関係式として Richard-Blacklock の式を用い，非弾性域での剛度の低減は等方性板に対する Bleich の理論によって行った．

（2） 広範な数値計算により種々のパラメーターと箱桁の座屈荷重および座屈モードとの関係を明らかにした．その結果，パラメーターの相違によってフランジ座屈が卓越する場合（フランジの座屈変形が大の場合）と腹板座屈が卓越する場合（腹板の座屈変形が大の場合）とが生ずることが明らかにされた．また，圧縮フランジ単独の部分座屈および腹板単独の部分座屈と連成座屈との関係を明らかにした．

（3） 箱断面の幅と高さの比が座屈荷重に及ぼす影響は，フランジ座屈が卓越する場合に大となり，座屈荷重は幅が広くなるほど低下する．しかし，腹板座屈が卓越する場合には，幅と高さの比は座屈荷重にほとんど影響しない．

（4） 圧縮フランジの主板剛度および縦・横補剛材の剛度，腹板の主板剛度および水平・垂直補剛材の剛度は座屈荷重に多大の影響を及ぼし，一般にこれらを増加させると座屈荷重は増大する．しかし，フランジ座屈が卓越する場合には腹板の剛度をある値以上に増しても，また腹板座屈が卓越する場合にはフランジの剛度をある値以上に増しても座屈荷重の増大はほとんどなく，剛度を

増した効果はあまり望めない．

実験的には次のようである．

（1） 腹板水平補剛材の剛度の異なる鋼箱桁大型模型2体について曲げ破壊実験を行った．1体目の水平補剛材は道路橋示方書に規定された剛度を有し，他の1体の水平補剛材は規定値の5倍の剛度を有するものである．

（2） 水平補剛材の剛度を規定値の5倍にすることによって腹板の変形は減少し，箱桁の耐荷力は約 6% 上昇した．

（3） 本実験（2体）と Dowling らの実験（4体）の崩壊荷重を理論解析から得られた非弾性連成座屈荷重と比較した．理論値は腹板座屈が卓越する場合，圧縮フランジの座屈が卓越する場合のいずれの場合も拘束を与える側の要素がもつ余剰強度を無視しているが，実験値とよく一致した．本理論における直交異方性板の換算剛度，非弾性域における剛度の低減および応力-ひずみ関係式における非線形パラメーターの取り方が問題であるが，実験値との比較からほぼ妥当と思われる．

なお，数値計算には関西大学電子計算機室の FACOM 230-48 を，これとオンライン接続された関西大学工学部土木工学科構造工学研究室の TSS ターミナルを通して使用した．実験の計画に関して大阪市土木局橋梁課から，桁の製作および実験の準備に関して松尾橋梁（株）から，実験の遂行に関して大阪大学小松定夫教授から，それぞれ多大の援助を受けた．また，実験場として大阪大学工学部土木工学科の構造実験場を使用させていただいた．ここに，関係各位に感謝の意を表す次第である．

参 考 文 献

1) Smith, D.W. : Bridge failures, Proc. ICE, Part 1, No. 60, pp. 367～382, Aug., 1976.
2) Introductory Report of Second International Colloquium on Stability, Liege, ECCS, 1976.
3) Massonnet, Ch. and R. Maquoi : Recent progress in the field of structural stability of steel structures, IABSE Surveys, S-5/78, pp. 1～40, May, 1978.
4) Johnston, B.G. (ed.) : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd ed., John Wiley & Sons, New York, 1976.
5) Column Research Committee of Japan : Handbook of Structural Stability, Corona Publishing Company, Tokyo, 1971.
6) Schultz, H.G. : Zum Stabilitätsproblem elastisch eingespannter orthotroper Platten, Schiff und Hafen, Jg. 14, H. 6, S. 479～486, und H. 7, S. 569～576, 1962.
7) Schultz, H.G. : Zum Stabilitätsproblem elastisch eingespannter orthotroper Platten, Stahlbau, Jg. 32, H. 1, S. 22～25, 1963.
8) 米沢 博・三上市蔵：箱桁の弾性座屈について，土木学会論文集，No. 120, pp. 8～13, 1965.8.
9) 三上市蔵：曲げを受ける薄肉断面げたの座屈に関する研究，名古屋大学提出学位論文，1972.12.
10) Subcommittee on Box Girders of the ASCE-AASHO Task Committee on Flexural Members : Progress report on steel box girder bridges, Proc. ASCE, Vol. 97, No. ST 4, pp. 1175～1186, April, 1971.
11) Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges, Appendix I : Interim Design and Workmanship Rules, Part I～IV, Her Majesty's Stationary Office, London, 1973.
12) Herzog, M. : Die Traglast versteifter Kastenträger aus Baustahl, Bauingenieur, Bd. 52, Nr. 2, S. 57～61, 1977.
13) Huffington, N.J., Jr. : Theoretical determination of rigidity properties of orthogonally stiffened plates, Journal of Applied Mechanics, Vol. 23, No. 1, pp. 15～20, Mar., 1956.
14) Hoppman, W.H., N.J. Huffington, Jr. and L.S. Magness : A study of orthogonally stiffened plates, Journal of Applied Mechanics, Vol. 23, No. 3, pp. 343～350, Sept., 1956.
15) Giencke, E. : Über die Berechnung regelmässiger Konstruktionen als Kontinuum, Stahlbau, Jg. 33, H. 1, S. 1～6, und H. 2, S. 39～48, 1964.
16) Henning, G. : Zur genauen Berechnung konstruktiv orthotroper Platten, Stahlbau, Jg. 41, H. 3, S. 78～86, März, 1972.
17) 三上市蔵・堂垣正博・武田八郎：鋼箱桁の終局強度の近似算定法，土木学会論文報告集，No. 298, pp. 147～150, 1980.6.
18) Richard, R.M. and J.R. Blacklock, : Finite element analysis of inelastic structures, AIAA Journal, Vol. 7, No. 3, pp. 432～438, Mar., 1969.
19) Bleich, F. : Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, New York, 1952.
20) Dowling, P.J., S. Chatterjee, P.A. Frieze and F.M. Moolani : Experimental and predicted collapse behaviour of rectangular steel box girders, Steel Box Girder Bridges, ICE, London, pp. 77～94, 1973.
21) Dowling, P.J., F.M. Moolani and P.A. Frieze, : The effect of shear lag on the ultimate strength of box girders, Steel Plated Structures, ed. by P.J. Dowling, J.E. Harding and P.A. Frieze, Crosby Lockwood Staples, pp. 108～141, 1977.
22) Dibley, J.E. and A. Manoharan : Experimental behaviour of a two-span continuous box girder, Steel Box Girder Bridges, ICE, London, pp. 119～130, 1973.
23) 三上市蔵："差分法を用いた板の非線形解析" への討議，土木学会論文報告集，No. 265, pp. 147～150, 1977.9.
24) 三上市蔵：差分法のための FORTRAN プログラム，土木学会第3回電算機利用に関するシンポジウム講演概要，pp. 77～80, 1978.11.
25) 道路橋示方書・同解説：日本道路協会，1973.
26) 堂垣正博・三上市蔵・米沢 博：ミニコンを用いた測定データ自動処理システムと対話式図化システム，土木学会第3回電算機利用に関するシンポジウム講演概要，pp. 37～40, 1978.11.
27) Massonnet, Ch. and R. Maquoi : New theory and tests on the ultimate strength of stiffened box girders, Steel Box Girder Bridges, ICE, London, pp. 131～143, 1973.

（1979.6.15・受付）