

下水汚泥の摩擦損失係数に関する基礎的研究

FUNDAMENTAL STUDY ON THE FRICTION
FACTOR OF SEWAGE SLUDGE IN PIPE

遠藤 郁夫*・金成英夫**

By Ikuo ENDO and Hideo KANARI

1. 緒論

下水汚泥の管路輸送を行う場合、摩擦損失水頭を知ることは管路設計に際して大切である。従来、下水汚泥の摩擦損失水頭は水の場合の2~4倍としている¹⁾。また、下水汚泥の物性を考慮し、摩擦損失水頭を算定しようとする研究はほとんど行われていないのが現状である。

本研究は、下水汚泥の流動特性および物性を実験的に明らかにし、摩擦損失係数を算定する方法について検討を加えたものである。

2. 下水汚泥の流動特性

下水汚泥は固形物を含むため、水のようなニュートン流体と異なる流動特性を示す。したがって下水汚泥の摩擦損失係数等は、水の場合の式を用いて直接算定することはできない。これらの問題を取り扱うために、基礎的には下水汚泥の流動特性を明らかにする必要がある。

本章は以上のような観点から、回転粘度計を用いて、下水汚泥の流動特性を明らかにしたものである。

(1) 流体の流動特性²⁾

流体の流動特性はそのレオロジー的挙動に従って、ニュートン流体と非ニュートン流体とに分類できる。

(a) ニュートン流体の速度勾配とせん断応力との関係は原点を通る直線で、また、両対数グラフではこれらの関係は傾き1の直線となる。一方、見掛け粘度 μ_a ,

$$\mu_a = \frac{\tau}{du/dy} \quad \dots \dots \dots (1)$$

τ : せん断応力, du/dy : 速度勾配

は一定値となる。

(b) 非ニュートン流体はその流動特性によって次のように分類できる。

① 塑性流体 (Bingham 流体): 塑性流体の速度勾配とせん断応力との関係は、せん断応力軸と降伏応力 (τ_y) の点で交わる直線で表せる。これらの関係および見掛け粘度とせん断応力との関係を両対数グラフに示すと、いずれの場合とも、下に凸の曲線となる。塑性流体の流動は次の式で表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \tau - \tau_y &= \mu_p \frac{du}{dy} & \tau > \tau_y \\ du/dy &= 0 & \tau \leq \tau_y \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

μ_p : 塑性粘度

② 擬塑性流体: この流体の速度勾配とせん断応力との関係は、原点を通って上に凸の曲線となり、両対数グラフに示すと、ほぼ直線となる。一方、せん断応力と見掛け粘度との関係は負の傾きの直線で近似できる。この流体の流動は Ostwald の示した指数式でよく近似できる。

$$\tau = k \left(\frac{du}{dy} \right)^n \dots \dots \dots (3)$$

n : 構造粘度指数, k : 流体粘稠度指数

(2) 実験装置および実験方法

下水汚泥の流動特性は、図-1に示すような同心円筒回転粘度計を用いて測定した。この粘度計は内筒と外筒との間に試料を入れ、外筒を一定の回転数で回転させたときに内筒の受けるトルクをトーションワイヤーのねじれ角から求めるものである。実験装置の諸元は表-1に示す。

実験に使用した汚泥は、O

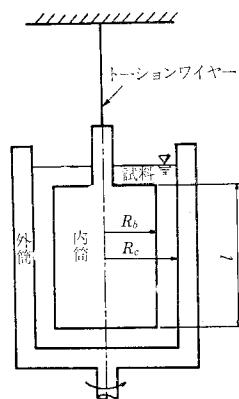


図-1 回転粘度計

* 正会員 工博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科

** 正会員 工修 国土館大学助教授 工学部土木工学科

表-1 回転粘度計の諸元とレイノルズ数

組合せ	R_c	R_b	l	$R_c - R_b$	R_e (at 500 rpm)	回転数 (rpm)	備考
	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	水 (20°C)		
A	1.500	1.350	7.00	0.150	1 060	424	
B	1.500	1.250	7.00	0.250	1 636	654	
C	1.500	1.100	7.00	0.400	2 303	922	
D	1.418	1.085	7.00	0.333	1 891	757	
E	1.439	1.061	7.00	0.378	2 100	840	

注) : JS-2.5(20°C) $\mu = 1.975 \text{ cp}$, $\rho = 0.7904 \text{ g/cm}^3$

下水処理場の返送汚泥である。○下水処理場は合流式下水道の下水を活性汚泥法で処理している。汚泥の有機物含有率(VS/TS)は78~83%である。

(3) 実験結果と考察

a) 回転粘度計の組合せの決定

回転粘度計の内筒半径、外筒半径およびクリアランス等の条件を決定するため、粘度標準液と下水汚泥とを用いて検討を加えた。粘度標準液は、粘度校正用標準液のJS-2.5, JS-5, JS-10およびJS-20であり、これらの粘度はそれぞれ約2, 4, 9および17センチポアズである。実験に使用した内外筒の組合せは表-1に示すように5種類とした。組合せA~Cは標準装置である。一方、組合せDおよびEは、それぞれ半径1.50cmおよび1.00cmの外筒および内筒の表面に金網(組合せD: よび名840μ, 目の開き0.84mm, 組合せE: よび名2000μ, 目の開き2.0mm)のスリーブをつけたものである。これは、汚泥などの懸濁液の粘度を測定する場合、内筒および外筒面で固液が分離し、すべりが発生するとされているため³⁾、内外筒面を粗くし、このすべりを防ぐことを目的としたものである。

回転粘度計で粘度を測定する場合、粘度計内の流れは層流でなければならない。次式で示すレイノルズ数、

$$R_e = \frac{2\pi R_b(R_c - R_b)\rho}{T \cdot \mu} \quad \dots \dots \dots (4)$$

R_c : 外筒半径, R_b : 内筒半径, ρ : 密度, μ : 粘性係数, T : 外筒が1回転するに要する時間

が1900以下のとき、回転粘度計内の流れは層流であるとされている⁴⁾。表-1は、回転数500rpmにおける回転粘度計内のレイノルズ数を、水と粘度標準液JS-2.5の場合についてそれぞれ示したものである。この表にみられるように、粘度標準液JS-2.5では、どの組合せの場合とも式(4)のレイノルズ数は1000以下であるが、水では、組合せCおよびEでレイノルズ数が1900を超えている。汚泥の場合は、図-3にみられるように、4000ppm程度の濃度でも、速度勾配200sec⁻¹でせん断応力4dyn/cm²であり、約2センチポアズの粘度に相

当するため、下水汚泥を回転粘度計で測定する場合の流れは層流であると考えられる。したがって、回転粘度計を用いて下水汚泥の粘度を測定する場合、いずれの組合せとも粘度計内の流れは層流と考えられる。

回転粘度計で粘度を測定する場合、内筒および外筒間のクリアランスが測定結果に影響を及ぼすと考えられるため¹⁹⁾、粘度標準液を用いて、粘度測定値と標準値との比較検討を行った。図-2は粘度標準液について行った測定結果を各組合せごとに示したものである。ここで粘度測定値 μ_E は次の式で算定した。

$$\mu_E = \frac{M}{4\pi l \varOmega} \left(\frac{1}{R_b^2} - \frac{1}{R_c^2} \right) \dots \dots \dots (5)$$

M : トルク, l : 内筒の長さ, \varOmega : 角速度

また、 μ_T は粘度標準液の粘度である。図-2にみられるように、組合せA, BおよびEの場合、粘度測定値(μ_E)と粘度標準液の粘度(μ_T)とがほぼ一致していることが認められる。本研究の場合、試料として汚泥を用いることを考え、汚泥の粘度測定にはクリアランスの大きい組合せBおよびEを用いることとした。

下水汚泥の流動特性は、一般的に非ニュートン流体であるとされているため、回転粘度計のデータ解析にはニュートン流体の関係式を用いることはできない。したがって、非ニュートン流体の回転粘度計内の流れについて、Kriegerらによって誘導された関係式^{6)~8), 15)}を用いて、回転粘度計内の速度勾配とせん断応力を算定した。すなわち、

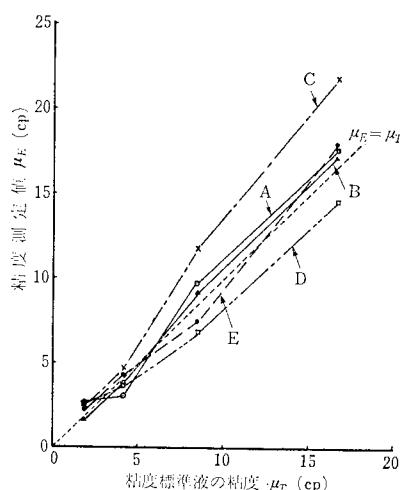


図-2 各組合せにおける粘度標準液の粘度の測定
(回転粘度計)

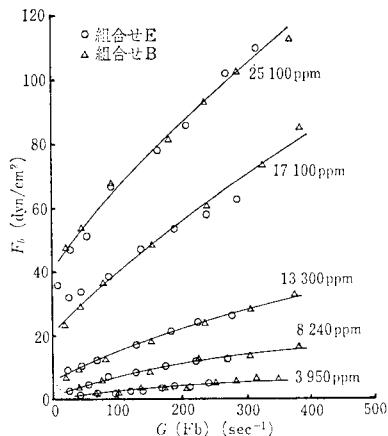


図-3 下水汚泥の速度勾配とせん断応力
(温度 20°C, 真溶液状態)

$$G(F_b) = \frac{4\pi N}{1 - 1/S^2} \left[1 + k_1 \left(\frac{1}{n''} - 1 \right) + k_2 \left(\frac{1}{n''} - 1 \right)^2 \right] \quad (6)$$

$$F_b = \frac{M}{2\pi R_b^2 l} \quad (7)$$

$G(F_b)$: 速度勾配, N : 回転数, F_b : せん断応力

$$S = R_c/R_b$$

$$k_1 = \frac{S^2 - 1}{2S^2} \left(1 + \frac{2}{3} \ln S \right), \quad k_2 = \frac{S^2 - 1}{6S^2} \ln S$$

$$n'' = \frac{d(\log M)}{d(\log N)}$$

図-3 は、組合せ B より E を用いて、温度 20°C の場合の下水汚泥の速度勾配とせん断応力との関係を示したものである。この図にみられるように、内外筒面を粗くし、水膜の発生を防止した組合せ E と滑らかな組合せ B との間で下水汚泥の流動曲線に差異は認められない。

以上のことから、本研究における下水汚泥の流動特性の測定は組合せ B を用いて行うこととする。

b) 下水汚泥の流動特性

下水汚泥は攪拌やせん断を加えることによって、粘度が低下する性質をもっているとされているため^{3), 5)}、本研究では回転粘度計で下水汚泥をトルクが減少しない流動状態になるまで、十分にせん断を加えた。すなわち、回転粘度計の回転数を 0, 50, 100, ..., 500 rpm と 50 rpm ずつ増加させた後、ただちに、500, 450, 400, ..., 0 rpm と 50 rpm ずつ減少させた。この操作を連続して数回繰り返し、各回転数ごとにトルクを測定した。このことから、下水汚泥の動的平衡状態における流動特性を明らかにすることができるものと考えられる。図-4 は測定回数とともにトルクが減少し、ある平衡状態に収束することを示している。図-5 は測定回数とトルクとの関係を示したものである。これらの図から、ある測定回数を超

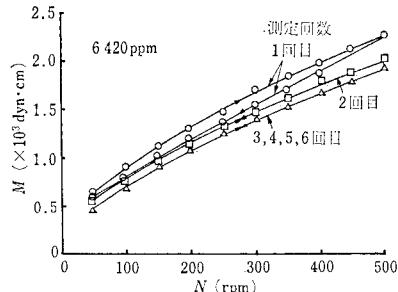


図-4 下水汚泥の回転数とトルクとの関係³⁾

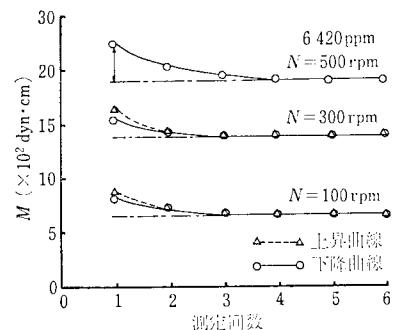


図-5 測定回数とトルクとの関係³⁾

えると、トルクは測定回数に関係なく一定値となる。トルクが一定値となることは、汚泥粒子と分子とが一体となって運動しているためであると考えられる。すなわち、汚泥粒子が大きな親水性をも

っていることの現れとも考えられる。し

たがって、トルクが一定になる状態は真溶液と同じ挙動をするものと考え、真溶液状態と定義した。図-6 は、濃度範囲 4 000~20 000 ppm の汚泥について、各測定回数と真溶液状態との間におけるトルク差を示したものである。すなわち、汚泥濃度が高くなるにつれて真溶液状態に達する回数は次第に増加することが認められる。この図から、汚泥濃度 10 000 ppm 以下では 4 回、10 000~20 000 ppm の範囲では 5 回の測定回数で十分に真溶液状態に達することがわかる。したがって、汚泥濃度 20 000 ppm 以下では測定回数 5 回で真溶液状態に達するものと考えられ、測定回数はすべての場合 5 回とした。

また、測定の初期におけるトルクは下水汚泥の管路輸

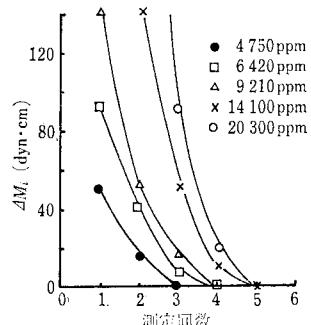


図-6 測定回数とトルクとの関係³⁾
(ただし、 $N=500$ rpm とした)

送に際して、ポンプの駆動時に作用する初期トルクと考えることができる。したがって、下水汚泥の管路輸送では初期トルクと真溶液状態におけるトルクの2通りについて検討を加えることが必要であると考えられる。しかし、連続運転している場合の摩擦損失水頭には真溶液状態における挙動が重要な意義をもつものと考えられる。また、この状態における挙動は再現性も十分に期待できる¹⁰⁾。

真溶液状態に達した汚泥の回転数とトルクとの関係から、式(6)および(7)を用いて速度勾配とせん断応力を算定し、下水汚泥の流動状態の判定をした。すなわち、図-7は汚泥の速度勾配とせん断応力との関係を普通グラフに示したものである。いずれの汚泥濃度の場合とも、上に凸の曲線となり、原点を通るとも考えられる。図-8はこれらの関係を両対数グラフに示したものである。いずれの汚泥濃度の場合とも、これらの関係は直線で表すことができる。また、図-9はせん断応力と式(1)の見掛け粘度との関係を示したもので、これら

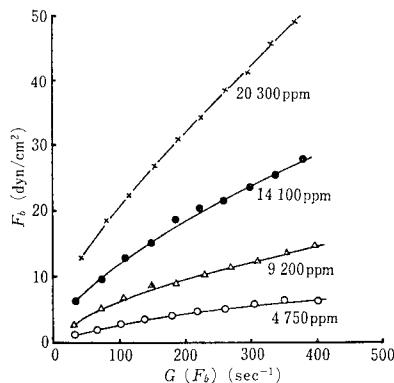


図-7 下水汚泥の速度勾配とせん断応力との関係

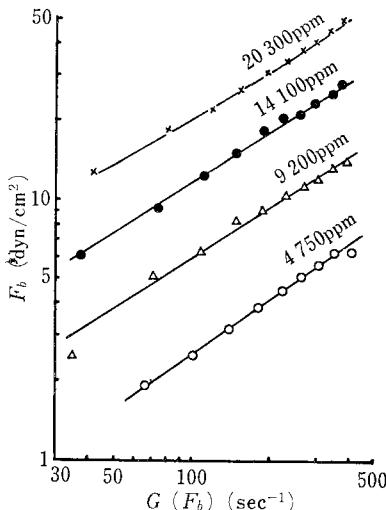


図-8 下水汚泥の速度勾配とせん断応力との関係

の関係は直線で表すことができる。

これら流動曲線の形状から、表-2に示したように、下水汚泥の流動特性を分類した^{2), 11), 12)}。この表から、汚泥濃度 9,000 ppm 以上では塑性流体に近い挙動を示すが、擬塑性流体として取り扱い得ることが認められる。したがって、下水汚泥は濃度 4,000 ppm 以下でニュートン流体、4,000 ppm 以上で擬塑性流体の挙動を示すことが認められる。

(4) 結論

下水汚泥の管路輸送における流動特性を回転粘度計を用いて測定し、次のような結論が得られた。

- ① 回転粘度計で下水汚泥を測定した場合、測定回数とともにトルクは減少し、ある一定値のトルクに、すなわち、真溶液状態に達する。
- ② 汚泥濃度 20,000 ppm 以下では、5 回の測定回数で真溶液状態に達する。

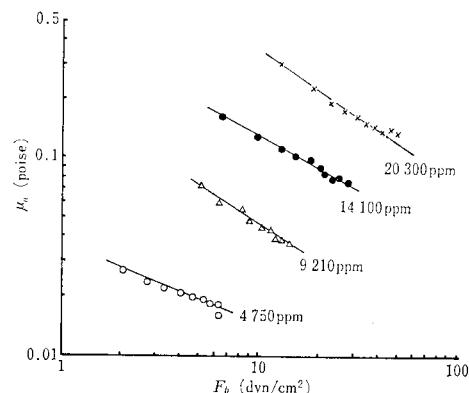


図-9 下水汚泥のせん断応力と見掛け粘度との関係

表-2 下水汚泥の流動特性

流動曲線 汚泥濃度 C (ppm)	$G(F_b)-F_b$ (図-7)	$\log G(F_b)-\log F_b$ (図-8)	$\log F_b-\log \mu_a$ (図-9)	流動特性
2,750	N	N	N	N
4,490	N	N	N	N
4,560	P	P	P	P
4,890	P	P	P	P
6,220	P	P	P	P
6,760	P	P	P	P
8,650	B or P	P	P	P
9,200	B or P	P	P	P
9,240	B or P	P	P	P
11,600	B or P	P	P	P
12,700	B or P	P	P	P
13,200	B or P	P	P	P
14,100	B or P	P	P	P
14,500	B or P	P	B or P	P
16,500	B or P	P	B or P	P
18,400	B or P	P	B or P	P
20,300	B or P	P	B or P	P

N: ニュートン流体、P: 擬塑性流体、
B: 塑性流体 (Bingham 流体)。

- ③ 真溶液状態に達した下水汚泥は、実際上の見地からすると、濃度 4 000 ppm 以下でニュートン流体、4 000 ppm 以上で擬塑性流体とすることができます。

3. 下水汚泥の摩擦損失係数

下水汚泥は前述のごとく、ほとんどの場合、擬塑性流体として取り扱わなければならないから、下水汚泥の摩擦損失水頭の算定には水の場合に用いられている諸公式を直接適用することはできない。下水汚泥の管路輸送における摩擦損失水頭を求める場合、摩擦損失係数を知らなければならない。このため、本章は広義のレイノルズ数を求める場合の基礎的な諸元である下水汚泥の構造粘度指数、流体粘稠度指数、および密度について、さらに広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係について実験的に検討を加えたものである。

(1) 流体の管内流動

非ニュートン流体の管内流動について、Rabinowitsh と Mooney は次の式を誘導している¹³⁾。すなわち、

$$\left(-\frac{du}{dr} \right)_w = \frac{3}{4} \left(\frac{8V}{D} \right) + \frac{1}{4} \frac{d \left(\frac{8V}{D} \right)}{d \left(\frac{D \cdot \Delta P}{4L} \right)} \cdot \frac{D \cdot \Delta P}{4L} \quad (8)$$

$(-du/dr)_w$: 管壁における速度勾配、 V : 流速、
 D : 管径、 ΔP : 圧力損失、 L : 管長

Metzner と Reed は式 (8) を次のように変形している¹⁴⁾。すなわち、

$$\frac{d(8V/D)}{8V/D} = d \left(\ln \frac{8V}{D} \right) \quad (9)$$

また、

$$\frac{d(D \cdot \Delta P / 4L)}{D \cdot \Delta P / 4L} = d \left(\ln \frac{D \cdot \Delta P}{4L} \right) \quad (10)$$

とおき、式 (9)、(10) を式 (8) へ代入すると、

$$\left(-\frac{du}{dr} \right)_w = \frac{3}{4} \left(\frac{8V}{D} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{8V}{D} \right) \frac{d \left(\ln \frac{8V}{D} \right)}{d \left(\ln \frac{D \cdot \Delta P}{4L} \right)} \quad (11)$$

となる。ここで、

$$n' = \frac{d \left(\ln \frac{D \cdot \Delta P}{4L} \right)}{d \left(\ln \frac{8V}{D} \right)} \quad (12)$$

とおき、式 (11) へ代入すると、

$$\left(-\frac{du}{dr} \right)_w = \left(\frac{3n'+1}{4n'} \right) \left(\frac{8V}{D} \right) \quad (13)$$

となる。擬塑性流体の場合、 n' は速度勾配やせん断応力に関係なく一定値であるため、式 (12) は積分すること

ができる。すなわち、

$$\frac{D \cdot \Delta P}{4L} = k' \left(\frac{8V}{D} \right)^{n'} \quad (14)$$

となり、式 (13) を代入すると、

$$\tau_w = \frac{D \cdot \Delta P}{4L} = k' \left(\frac{4n'}{3n'+1} \right)^{n'} \left(-\frac{du}{dr} \right)_w^{n'} \quad (15)$$

τ_w : 壁面せん断強度、 n' : 構造粘度指数、 k' : 定数

となる。また、摩擦損失係数 λ は、

$$\lambda = 4 \times \frac{\frac{D \cdot \Delta P}{4L}}{\rho V^2} \quad (16)$$

ρ : 密度

とすることができます、式 (14) へ代入すると、

$$\lambda = \frac{64 \cdot k' \cdot 8^{n'-1}}{D^{n'} \cdot V^{2-n'} \cdot \rho} \quad (17)$$

となる。ここで、ニュートン流体の場合と同様に、

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (18)$$

とおくと、式 (17) から、レイノルズ数 Re は、

$$Re = \frac{D^n \cdot V^{2-n'} \cdot \rho}{8^{n'-1} \cdot k'} \quad (19)$$

と表すことができる。この式 (19) に $n'=1$ 、 $k'=\mu$ とおくと、

$$Re = \frac{D \cdot V \cdot \rho}{\mu} \quad (20)$$

となり、ニュートン流体の場合のレイノルズ数となる。したがって、式 (19) はレイノルズ数の一般式と考えることができるため、本論文では広義のレイノルズ数と定義した。

(2) 実験装置および実験方法

実験は滑らかな管、すなわち、管径 2.46 cm および 7.66 cm の塩化ビニール管と粗い管として管径 15.0 cm のガス管用鋼管を用いて行った。滑管 $D=2.46$ cm、7.66 cm の装置の概要を図-10 に、粗管 $D=15.0$ cm については図-11 に示した。これら実験装置の諸元は表-3 に示した。いずれの場合とも、圧力水槽はオーバーフロー装置を設け、一定の圧力水頭を保つようにした。また、損失水頭は汚泥がマノメーターに入り込まないように、図-12 に示すような圧力安定槽を設け測定した。マノメーターは図に示すように 6 本設置した。

実験方法は流速を一定に保ち、流速およびマノメーターの水頭を同時に測定した。使用した汚泥は表-3 に示したとおりである。

(3) 水による検討

下水汚泥の管路輸送の実験に先立って、水を用いて実

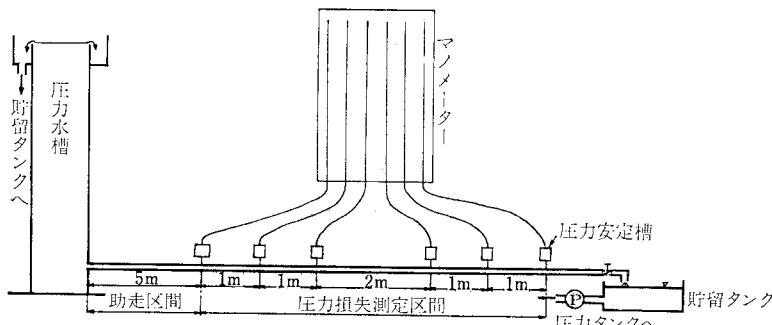
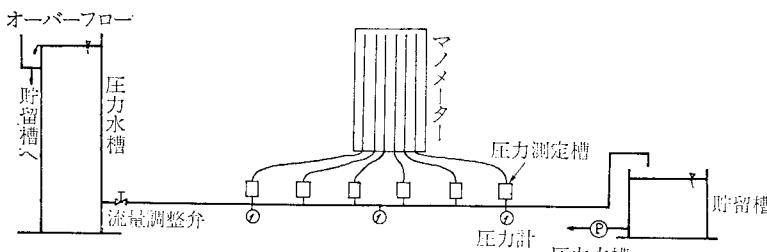
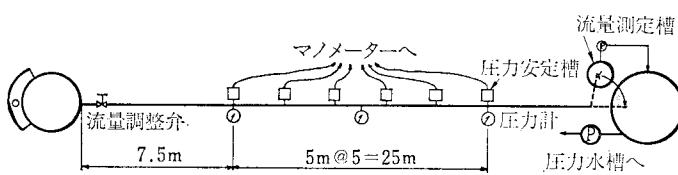
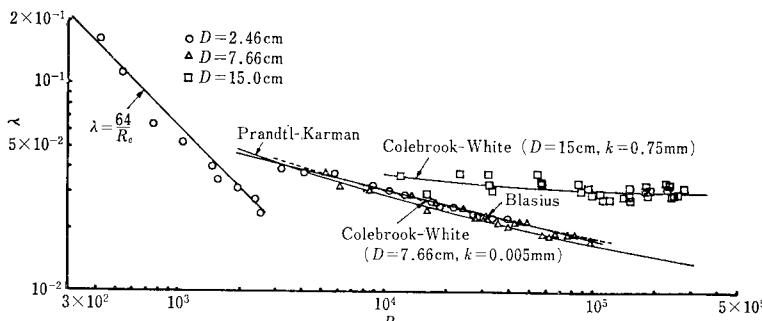
図-10 滑管実験装置（塩化ビニール管 $D=2.46\text{ cm}, 7.66\text{ cm}$ ）図-11 粗管実験装置（ガス管用鋼管 $D=15.0\text{ cm}$ ）

図-13 レイノルズ数と摩擦損失係数との関係（ただし、水の場合）

表-3 実験装置の諸元と供試汚泥

管の種類	管の粗骨 (cm)	管径 (cm)	助走 区間 (m)	圧力水槽 の高さ (m)	圧力损失測定区間 (m)	汚泥の種類	汚泥濃度 (ppm)	有機物含有率 (VS/TS) (%)	備考
塩化ビニール	滑らか	2.46	5	2.45	1m×2, 2m×1, 1m×2	返送汚泥	2 000～ 35 000	66.9～83.4 平均 77.1	A下水処理場 (標準活性汚泥法)
塩化ビニール	滑らか	7.66	5	1.90	1m×2, 2m×1, 1m×2	返送汚泥	5 000～ 20 000	73.5～82.1 平均 78.2	A下水処理場 (標準活性汚泥法)
ガス管用钢管	粗	15.0	7.5	3.05	25 m 5m×5	返送汚泥 最初沈殿池 汚泥+余剰 汚泥	6 500～ 20 000 12 000～ 30 000	76.6～86.4 平均 82.8 57.6～69.7 平均 65.0	B下水処理場 (活性汚泥法, 酸素曝気) C下水処理場 (標準活性汚泥法)

験装置の検討を加えた。図-13

は、滑管 $D=2.46\text{ cm}, 7.66\text{ cm}$ および粗管 $D=15.0\text{ cm}$ の場合について式(20)で求めたレイノルズ数と摩擦損失係数との関係を示した。

層流領域においては、図-13に示すように摩擦損失係数の理論式(18)となり、管路実験装置として、あるいは、諸元の測定方法が理論的にはほぼ妥当であることが認められる。

乱流領域において管壁が滑らかな場合、レイノルズ数と摩擦損失係数との関係は Prandtl-Kármán の式

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.03 \log \left(R_e \sqrt{\lambda} \right) - 0.80 \quad \dots \dots \dots (21)$$

あるいは、Blasius の式

$$\lambda = 0.3164 R_e^{-0.25} \quad \dots \dots \dots (22)$$

で表すことができる。

一方、粗い管の場合、レイノルズ数が大きくなると、摩擦損失係数はレイノルズ数に無関係な一定値となる。この一定値になった関係は、

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.03 \log \left(\frac{D}{2k} \right) + 1.74 \quad \dots \dots \dots (23)$$

k : 粗度

で表すことができる。しかし、実際に使用される管では、摩擦損失係数が一定値を示すまでの中间領域におけるこれらの関係は Colebrook-White の式がしばしば使用される。すなわち、

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.74 - 2 \log \left(\frac{2k}{D} + \frac{18.7}{R_e \sqrt{\lambda}} \right) \dots \dots \dots (24)$$

この場合、これらの式の適用範囲は、

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{R_e}{200} \cdot \frac{k}{D} \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

で与えられる。図-13において、粗管 $D=15.0\text{ cm}$ の場合、レイノルズ数が 2.5×10^5 以上が式(23)の適用範囲であり、それ以下は式(24)の適用範囲となる。

ここで、粗度 k を求めると、粗管 $D=15.0\text{ cm}$ の場合、 $R_e=2.5\times 10^4$ で $\lambda=0.031$ であるから、式(23)は適用範囲外であるので、式(24)の Colebrook-White の式で求めると $k=0.75\text{ mm}$ となる。また $k=0.75\text{ mm}$ とし式(24)で求めた関係は 図-13 に示したように測定値とよく合うことが認められるため、粗管 $D=15.0\text{ cm}$ の粗度は $k=0.75\text{ mm}$ と考えることができる。滑管 $D=7.66\text{ cm}$ の場合について、式(24)の Colebrook-White の式で $k=0.005\text{ mm}$ とした関係は測定値とよく合うことが認められるため、滑管の粗度はたかだか $k=0.005\text{ mm}$ であることが考えられる。したがって、粗管 $D=15.0\text{ cm}$ および滑管の k はそれぞれ 0.75 mm および 0.005 mm とする。

次に、実験管路の管壁の粗滑について検討を加える。一般的に、粗度の高さが境界層厚さよりも小さいものを水理学的滑面および大きいものを水理学的粗面とよんでいる。これらは次のようにして判定できる。すなわち、

$ku_*/\nu < 3 \sim 4$: 水理学的滑面

$k u_* / \nu > 50 \sim 100$ ：水理学的粗面

u_* ：摩擦速度 ($= \sqrt{\tau_w / \rho_w}$)， ν ：動粘性係数

表-4 は滑管 $D=2.46\text{cm}$, 7.66 cm および粗管 $D=15.0\text{ cm}$ の場合について、各流速における ku_*/v を示したものである。この表から、塩化ビニールの滑らかな管 $D=2.46\text{ cm}$ および 7.66 cm はいずれの流速の場合とも ku_*/v は 1 以下で、水理学的滑面である。一方、ガス管用鋼

表-4 実験管路の粗滑の検討

(20°C)

管の種類	管の粗滑	D_k	$k \cdot u_* / v$			
			$V = 0.5$ m/sec	$V = 1.0$ m/sec	$V = 1.5$ m/sec	$V = 2.0$ m/sec
塩化ビニール	滑らか	$D = 2.46 \text{ cm}$ $k = 0.005 \text{ mm}$	0.15	0.27	0.36	0.50
塩化ヒニール	滑らか	$D = 7.66 \text{ cm}$ $k = 0.005 \text{ mm}$	0.13	0.24	0.34	—
ガス管用鋼管	粗	$D = 15.0 \text{ cm}$ $k = 0.75 \text{ mm}$	23.3	45.7	68.7	91.5

管 $D=15.0\text{ cm}$ の場合、 $k\alpha*/\nu$ は 20 以上であり、水理学的粗面である。

(4) 下水汚泥の広義のレイノルズ数

下水汚泥の広義のレイノルズ数は後述のように摩擦損失水頭を求めるのに重要な因子である。本節では、下水汚泥の広義のレイノルズ数を算定する場合の基礎的諸元である下水汚泥の n' および k' 、さらに密度について検討を加えた。

a) 下水汚泥の n' および k'

下水汚泥の流動特性は、擬塑性流体として表すことができるため、図-14 にみられるように、滑管 $D=2.46$ cm, 7.66 cm および粗管 $D=15.0$ cm のいずれの場合とも $\log(8V/D)$ と $\log(D \cdot \Delta P/4L)$ との関係は直線で表すことができる。したがって、下水汚泥の n' は速度勾配に関係なく一定値であり、式(14), (15) の関係が下水汚泥においても成立することが認められる。さらに、式(14)を対数で示すと、

$$\log \left(\frac{D \cdot A P}{4 L} \right) = \log k' + n' \log \left(\frac{8 V}{D} \right) \quad \dots \dots \quad (26)$$

となる。結局、下水汚泥の $\log(D \cdot 4P/4L)$ と $\log(8V/D)$ との関係は勾配 n' および切片 $\log k'$ の直線となるから、下水汚泥の n' および k' はそれぞれ勾配と切片から求めることができる。

① 下水汚泥の n' と温度

図-15 は下水汚泥の n' と温度との関係を示したものである。この図から、下水汚泥の n' は Metzner の研究と同様に¹⁵⁾、事実上、温度依存性はほとんどないと考

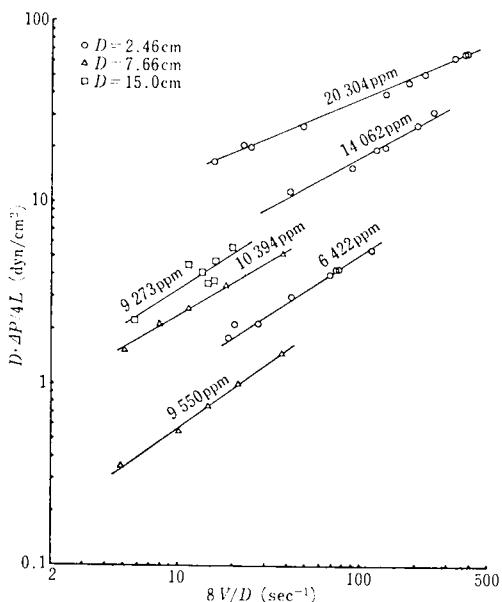


図-14 下水汚泥の $8V/D$ と $D \cdot 4P/4L$ との関係

えることができる。

② 下水汚泥の n' と汚泥濃度との関係

図-16 は滑管 $D=2.46\text{ cm}$, 7.66 cm および粗管 $D=15.0\text{ cm}$ の場合の汚泥濃度と n' との関係を示したものである。この図から、下水汚泥の n' は汚泥濃度が高く

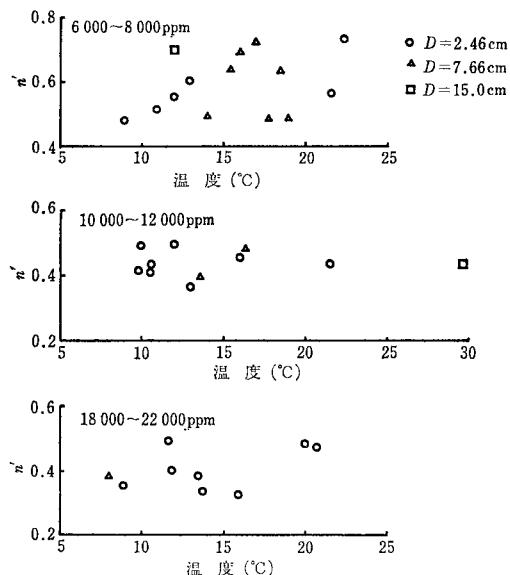


図-15 下水汚泥の n' と温度との関係

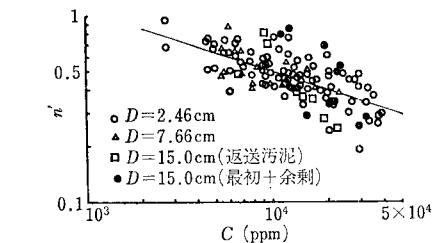


図-16 汚泥濃度と n' との関係

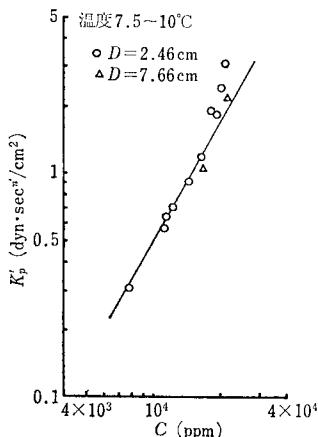


図-17 汚泥濃度と $K_{n'}$ との関係

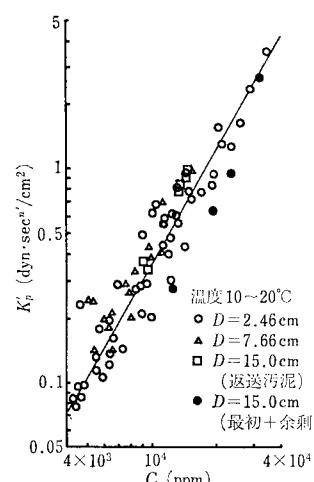


図-18 汚泥濃度と $K_{n'}$ との関係

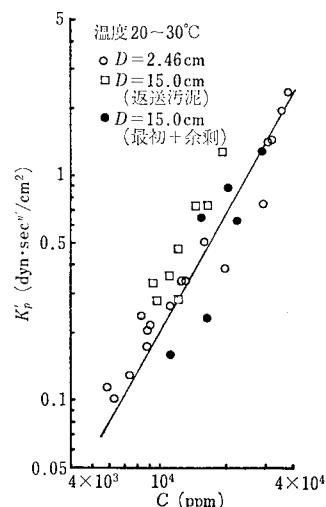


図-19 汚泥濃度と $K_{n'}$ との関係

なるに従って小さくなることが認められる。以上のことから、下水汚泥の n' は次の式で与えることができる。
すなわち、

$$n' = 10.35 C^{-0.329} \dots \quad (27)$$

適用範囲： $C = 4\,000 \sim 30\,000 \text{ ppm}$

C：污泥濃度 (ppm)

③ 下水汚泥の k' および K_p'

下水汚泥の k' は式 (26) における切片で示されるから、 $8 V/D = 1(1/\text{sec})$ における $D \cdot 4P/4 L$ の値である。しかし、広義のレイノルズ数は式 (19) から、

$$R_e = \frac{D^{n'} \cdot V^{2-n'} \cdot \rho}{8^{n'-1} \cdot k'} = \frac{D^{n'} \cdot V^{2-n'} \cdot \rho}{K_p} \dots\dots\dots(28)$$

ただし

$$K_p' = 8^{n'-1} \cdot k' \dots \dots \dots \quad (29)$$

とができる¹⁴⁾。図-17, 18 および 19 はそれぞれ温度 7.5~10°C, 10~20°C および 20~30°C における汚泥濃度と K_p' との関係について示したものである。これらの図から、 K_p' は汚泥濃度が高くなるに従って指數関数的に大きくなることが認められる。汚泥濃度と K_p' との関係は各温度範囲ごとに次の式で表すことができる。すなわち、

温度 7.5~10°C (平均温度 9.0°C)

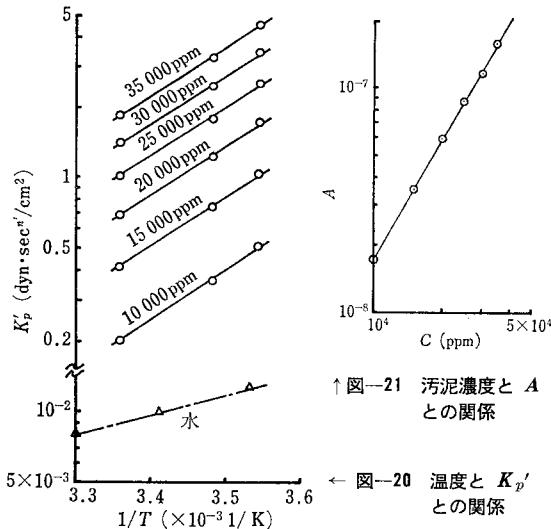
$$K_b' = 4.63 \times 10^{-8} C^{1.76} \quad \dots \dots \dots \quad (30)$$

温度 10~20°C (平均温度 14.2°C)

$$K_p' = 3.31 \times 10^{-8} C^{1.76} \quad \dots \dots \dots (31)$$

温度 20~30°C (平均温度 24.5°C)

一般に流体の粘度は温度の上昇とともに小さくなり、温度と粘度との関係は Andrade の式でよく表すことができるとしている¹⁰⁾。すなわち



↑図-21 汚泥濃度とAとの関係

↑図-20 温度とK_p'との関係

$$\mu = A \exp\left(\frac{B}{T}\right) \quad (33)$$

T : 絶対温度 (K), A, B : 定数

一方、指数法則流体における k および k' の温度変化は実験的に Andrade の式に従うとされているため²⁰⁾、式 (33) の μ を K_p' に置き換え、さらに両辺に対数を適用すると、

$$K_p' = A \exp\left(\frac{B}{T}\right) \quad (34)$$

$$\log K_p' = \log A + 0.434 B \cdot \frac{1}{T} \quad (35)$$

となる。したがって、式 (35) から K_p' と $1/T$ の関係は片対数グラフで直線関係を示すことになる。図-20 は式 (30), (31) および (32) で算定した下水汚泥の K_p' と温度との関係を示したものである。図-20 から式 (35) の定数 B は、

$$B = 4850(\text{K}) \quad (36)$$

となる。一方、定数 A は汚泥濃度によって変化し、図-21 に示す関係がある。この図から A は、

$$A = 1.76 \times 10^{-15} C^{1.75} \quad (37)$$

と表すことができる。したがって、下水汚泥の K_p' は温度および汚泥濃度から次のように与えることができる。すなわち、式 (34), (36) および (37) から、

$$K_p' = 1.76 \times 10^{-15} C^{1.75} \exp\left(\frac{4850}{T}\right) \quad (38)$$

適用範囲 : $C = 4000 \sim 30000 \text{ ppm}$

K_p' : $\text{dyn} \cdot \text{sec}^n/\text{cm}^2$

となる。

b) 下水汚泥の密度

広義のレイノルズ数の算定に際して、下水汚泥の密度は水として取り扱っても事実上大差はない。しかしながら、汚泥濃度が高くなれば、必ずしも水として取り扱う

ことはできない。

ここでは、下水汚泥の強熱減量および灰分の密度を実験的に求め、湿潤汚泥の密度を算定する方法について検討を加えたものである。

① 実験装置および実験方法

下水汚泥の密度は、ピクノメーターを用いて測定した。乾燥汚泥および灰分の密度は、その適量をピクノメーターにとり、蒸留水を加え十分に脱気した後密度を測定した。

汚泥は O および K 下水処理場の返送汚泥、および S 下水処理場の消化汚泥を使用した。

② 実験結果と考察

下水汚泥の密度は Fair ら、および Vesilind によって検討が加えられた^{17), 18)}。すなわち、乾燥汚泥の密度は次の式で算定できる。

$$\frac{100}{\rho_s} = \frac{P_v}{\rho_v} + \frac{100 - P_v}{\rho_f} \quad (39)$$

ρ_s : 乾燥汚泥の密度、 ρ_v : 強熱減量の密度、 ρ_f : 灰分の密度、 P_v : 強熱減量含有率 (%)

したがって、乾燥汚泥の密度は、

$$\rho_s = \frac{100 \rho_v \cdot \rho_f}{100 \rho_v + P_v (\rho_f - \rho_v)} \quad (40)$$

となる。水分を含んだ汚泥（湿潤汚泥）の密度は、

$$\frac{1}{\rho} = \frac{C'}{\rho_s} + \frac{100 - C'}{\rho_w} \quad (41)$$

ρ : 湿潤汚泥の密度、 C' : 汚泥濃度 (%), ρ_w : 水の密度

となる。したがって、

$$\rho = \frac{100 \rho_s \rho_w}{C' \rho_w + (100 - C') \rho_s} \quad (42)$$

と表すことができる。

Fair らは強熱減量（有機物）および灰分（無機物）の密度をそれぞれ約 1.0 g/cm^3 、および 2.5 g/cm^3 としている¹⁷⁾。しかし、返送汚泥および消化汚泥の乾燥密度および灰分の密度を実験的に求めると表-5 に示す値が得られた。表中の灰分の密度 (ρ_f) は Fair らの値に比べれば若干大きいが、強熱後、ただちに測定したためとも考えられる。この表の強熱減量の密度 (ρ_v) は直接求めることができないので、式 (40) を変形した次式で算定した。

$$\rho_v = \frac{\rho_s \rho_f P_v}{100(\rho_f - \rho_s) + P_v \rho_s} \quad (43)$$

表-5 下水汚泥の密度

汚泥の種類	ρ_s (g/cm^3)	ρ_f (g/cm^3)	P_v (%)	ρ_v (g/cm^3)
返送汚泥	1.51	2.92	75.3	1.30
消化汚泥	1.92	3.04	45.1	1.32
平均	—	2.98	—	1.31

注) ρ_v は直接求められないので式 (43) より算定した。

表-5 に示すように、強熱減量および灰分の密度は返送汚泥と消化汚泥ではほとんど差異は認められない。したがって、これらを平均して、強熱減量および灰分の密度をそれぞれ 1.31 g/cm^3 および 2.98 g/cm^3 とする。これらの数値を式(40)へ代入すると、乾燥汚泥の密度は、

$$\rho_s = \frac{390.38}{131 + 1.67 P_v} \quad \dots\dots\dots(44)$$

となる。したがって、温潤汚泥の密度は式(42)から、

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{39038 \rho_w}{C' \rho_w (131 + 1.67 P_v) + 390.38 (100 - C')} \\ &= \frac{3.9038 \times 10^8 \rho_w}{C \rho_w (131 + 1.67 P_v) + 390.38 (10^8 - C)} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(45)$$

となる。

図-22 は温潤汚泥の密度の測定値と式(45)による計算値とを示したものである。密度測定に使用した汚泥は○下水処理場の返送汚泥であり、強熱減量の含有率は $P_v=80\%$ である。図中の計算値は温度 15°C 、 $P_v=80\%$ および 75% の場合について示したものである。Fair の値は $\rho_v=1.0 \text{ g/cm}^3$ 、 $\rho_f=2.5 \text{ g/cm}^3$ および $\rho_w=1.0 \text{ g/cm}^3$ として次式、

$$\rho = \frac{25000}{250(100 - C') + C'(100 + 1.5 P_v)} \quad \dots\dots\dots(46)$$

で算定した値を示したものである。また、遠藤らが余剰汚泥および消化汚泥について実験的に求めた値を示した^{11), 12)}。

式(45)で求めた下水汚泥の密度は、測定値にはほぼ一致しているのが認められる。余剰汚泥および消化汚泥について遠藤らが求めた関係は、若干大きな値を示しているが、初沈汚泥を含んでいるためとも考えられる。

c) 広義のレイノルズ数の算定

広義のレイノルズ数を求めるための基礎的諸元である

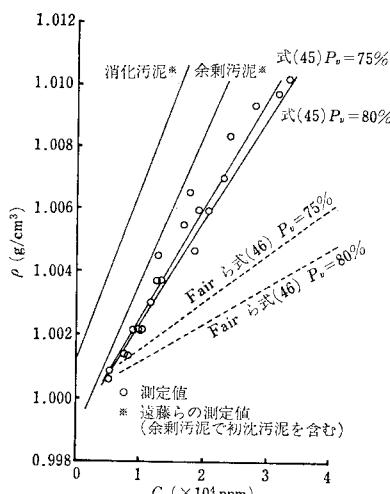


図-22 下水汚泥の濃度と密度との関係

下水汚泥の n' 、 K_p' および密度について検討を加えた結果をもとに、下水汚泥の広義のレイノルズ数の算定法について述べる。

広義のレイノルズ数の算定法を以下に示す。

- ① 汚泥濃度および温度が既知の場合、式(27)および式(38)でそれぞれ下水汚泥の n' および K_p' を算定する。
- ② 強熱減量含有率 (VS/TS) が既知の場合、式(45)で密度を求める。
- ③ 管径および流速が既知の場合、式(28)で広義のレイノルズ数を算定する。
- ④ この算定方法の場合、各諸元の単位は次のようにする。

$D: \text{cm}$, $V: \text{cm/sec}$, $\rho: \text{g/cm}^3$, $n': \text{無次元}$, $K_p': \text{dyn}\cdot\text{sec}^{n'}/\text{cm}^2$, $C: \text{ppm}$, $T: \text{K}$, $P_v: \%$, $\rho_w: \text{g/cm}^3$

(5) 広義のレイノルズ数と摩擦損失係数

下水汚泥の摩擦損失係数は、広義のレイノルズ数と関連づけて求めた。広義のレイノルズ数は、層流領域における流速と圧力損失との関係から式(26)により下水汚泥の n' および k' を求め、式(19)により算定した。

図-23 は、滑管 $D=7.66 \text{ cm}$ および粗管 $D=15.0 \text{ cm}$ について以上のようにして求めた広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係について示したものである。この図から、下水汚泥の場合においても臨界レイノルズ数は 2000、遷移領域は管壁の粗滑にによるが、2000~10000 の範囲とすることができた。また、乱流領域におけるこれらの関係は滑らかな管および粗い管でそれぞれ次のように表すことができる。

層流領域： $R_e \leq 2000$

$$\lambda = \frac{64}{R_e} \quad \dots\dots\dots(47)$$

遷移領域：

滑らかな管 $R_e=2000 \sim 5000$

粗い管 $R_e=2000 \sim 10000$

若干精度は悪くなるが、滑らかな管および粗い管でそれぞれ式(48)および式(49)を適用することができる。

乱流領域：

滑らかな管

$$R_e \geq 5000 \quad \lambda = 0.134 R_e^{-0.197} \quad \dots\dots\dots(48)$$

粗い管

$$R_e \geq 10000 \quad \lambda = 0.0383 R_e^{-0.0171} \quad \dots\dots\dots(49)$$

下水汚泥の有機物含有率 (VS/TS) は、一般に 55~70% の範囲とされている。この有機物含有率は下水道方式(合流式あるいは分流式)、処理方法、地域住民の

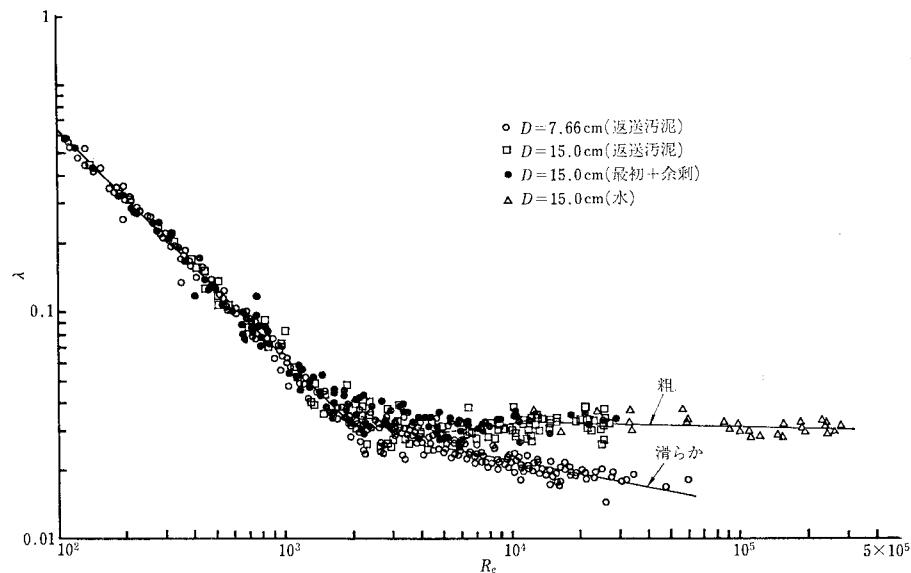


図-23 下水汚泥の広義のレイノルズ数と摩擦損失係数との関係

生活様式あるいはその程度など、種々の要因に支配される。しかも、有機物含有率の程度は直接、汚泥の流動性に大きな影響を与えるものと考えられる。したがって、本研究では、いろいろな汚泥に対応させるという意味で有機物含有率を1つの指標として取り扱った。すなわち、表-3に示すように、3か所の下水処理場の汚泥、有機物含有率58~86%の範囲のものを取り扱い、種々の関係を求めた。特に、この一連の諸式を下水汚泥の摩擦損失係数の算定式として、遠藤・金成の式(I)とした。すなわち、

1) 広義のレイノルズ数： R_e

$$R_e = \frac{D^{n'} \cdot V^{2-n'} \cdot \rho}{K_p'} \quad \dots \dots \dots \quad (28)$$

ただし、

下水汚泥の n'

$$n' = 10.35 C^{-0.329} \dots \quad (27)$$

下水汚泥の $k' \times 8^{n'-1}$: K_p'

$$K_p' = k' \cdot 8^{n'-1} \\ = 1.76 \times 10^{-15} C^{1.75} \exp\left(\frac{4850}{T}\right) \dots \dots (38)$$

下水汚泥の密度・ α

$$\rho = \frac{3.9038 \times 10^8 \rho_w}{C\rho_w(131 + 1.67 P_v) + 390.38(10^6 - C)} \quad \dots \dots \dots (45)$$

2) 摩擦損失係數： λ

$$\text{層流領域} \quad \lambda = \frac{64}{R_e} \quad \dots \dots \dots \quad (47)$$

遷移領域

滑らかな管 $R_e = 2\,000 \sim 5\,000$

粗い管 $R_e = 2000 \sim 10000$

若干精度は悪くなるが、滑らかな管および粗い管で、それぞれ式(48)および式(49)を適用することができる。

亂流領域

滑らかな管 $R_e \geq 5\,000$

$$\lambda = 0.134 R_e^{-0.197} \dots \quad (48)$$

粗い管 $R_e \geq 10\,000$

$$\lambda = 0.0383 R_e^{-0.0171} \dots \quad (49)$$

遠藤・金成の式 (I)

ただし、遠藤・金成の式（I）の適用範囲は、汚泥濃度 4 000~30 000 ppm である。

(6) 結 論

実験管路を用いて、下水汚泥の広義のレイノルズ数と摩擦損失係数について検討を加え、次の結論が得られた。

- (1) 下水汚泥の n' は温度依存性は認められないが、濃度が高くなるに従って小さくなる。これらの関係は式(27)で表せる。
 - (2) 下水汚泥の k' および K_p' は温度の上昇とともに小さくなり、濃度の増大とともに著しく大きくなる。これらの関係は式(38)で表せる。
 - (3) 下水汚泥の n' , k' および K_p' は管径に影響されない。
 - (4) 下水汚泥の強熱減量および灰分の密度はそれぞれ 1.31 g/cm^3 , および 2.98 g/cm^3 とすることができる。
 - (5) 下水汚泥の密度は汚泥濃度が高くなるに従って増大し、強熱減量含有率の増加につれて減少する。

これらの関係は式(45)で表せる。

- (6) 下水汚泥の広義のレイノルズ数の算定法を示した。

4. 総括および結論

下水汚泥の管路輸送に関して基礎的に検討を加え、次の結論が得られた。

- (1) 下水汚泥は擬塑性流体として取り扱うことができる。
 (2) 下水汚泥の摩擦損失係数を求める一連の算定式、すなわち、遠藤・金成の式(I)を示した。

下水汚泥の摩擦損失係数の算定式を示したことにより、Darcy-Weisbach の式で摩擦損失水頭を算定することができる。

参考文献

- 1) 日本下水道協会：下水道施設設計指針と解説、pp. 419～424、昭和 48 年。
- 2) Longwell, P.A. : Mechanics of Fluid Flows, McGraw-Hill, pp. 368～369, 1966.
- 3) Dick, R.I. and B.B. Ewing : The Rheology of Activated Sludge, Jour. WPCF, Vol. 39, No. 4, pp. 543～560, 1967.
- 4) 川田裕郎：粘度、コロナ、pp. 15～16、昭和 44 年。
- 5) 高田 厳・川島 普：下水汚泥のチキソトロピー挙動、下水道協会誌、Vol. 11, No. 123, pp. 21～29, 1974.
- 6) Krieger, I.M. and S.H. Maron : Direct Determination of the Flow Curves of Non-Newtonian Fluids, Jour. App. Phys., Vol. 23, No. 1, pp. 147～149, 1952.
- 7) Krieger, I.M. and H. Elrod : Direct Determination of the Flow Curves of Non-Newtonian Fluids II, Jour. App. Phys., Vol. 24, No. 2, pp. 134～136, 1953.
- 8) Krieger, I.M. and S.H. Maron : Direct Determination of the Flow Curves of Non-Newtonian Fluids III, Jour. App. Phys., Vol. 25, No. 1, pp. 72～75, 1954.
- 9) 遠藤郁夫・金成英夫・竹内秀二：下水汚泥の摩擦損失水頭に関する基礎的研究、土木学会第 29 回年次学術講演会講演概要集、Part 2, pp. 509～510、昭和 49 年。
- 10) 沢井・梅屋・西川・川本：泥漿の粘度測定について、材料試験、Vol. 4, No. 27, pp. 41～47、昭和 30 年。
- 11) 遠藤郁夫・鄭 俊湯：汚泥の管路流動に関する実験的研究、第 4 回衛生工学研究討論会講演論文集、pp. 122～128, 1967.
- 12) 遠藤郁夫・伊藤三郎：汚泥の流動性に関する研究、第 5 回衛生工学研究討論会講演論文集、pp. 176～181, 1968.
- 13) Behn, V.C. : Derivation of Flow Equations for Sewage Sludge, Proc. ASCE, SA-6, pp. 59～81, 1960.
- 14) Metzner, A.B. and J.C. Reed : Flow of Non-Newtonian Fluids—Correlation of the Laminar, Transition and Turbulent Flow Regions, AIChE. Jour., Vol. 1, No. 4, pp. 434～440, 1955.
- 15) Metzner, A.B. : Non-Newtonian Technology—Fluid Mechanics, Mixing and Heat Transfer, Advances in Chemical Engineering, Vol. 1, pp. 109～110, Academic Press, 1956.
- 16) 後藤廉平・平井西夫・花井哲也：レオロジーとその応用、共立、p. 49、昭和 37 年。
- 17) Fair, G.M. and J.C. Reed : Water Supply and Waste-Water Disposal, John Wiley & Sons, pp. 759～761, 1954.
- 18) Vesilind, P.A. : Treatment and Disposal of Waste-Water Sludges, Ann Arbor Science, pp. 11～12, 1974.
- 19) 菅 義夫：粘度測定、日刊工業新聞社、pp. 53～55、昭和 31 年。
- 20) 井本立也：概説レオロジー（上）、東京化学同人、pp. 27～30、1963.

(1979.7.19・受付)