

内部重力波の基本特性と斜面上における 碎波現象について*

CHARACTERISTICS OF INTERNAL GRAVITY WAVE AND
ITS BREAKING ON SLOPING BED

室 田 明**・平 田 健 正***・道 奥 康 治****

By Akira MUROTA, Tatemasa HIRATA and Kohji MICHIOKU

1. 緒 論

成層化した密度場での水質混合という視点から、最近の研究動向として密度界面に生長する内部波の碎波の微細構造が検討されつつあるものの、その大部分は混合層スケールの小規模な内部波を対象としている^{1),2)}。一般に、上層のレイノルズ数が十分大きい場合でも、界面付近の流況は、乱流あるいは非乱流のいずれでもない中間のモードを形成していると考えられ、加えて界面近傍には密度差による成層安定効果も働くことを勘案すれば、前述の2層の相対速度差により発生する内部波による界面の破壊は著しく困難と予想される³⁾。しかしながら、現実の河川感潮部には強混合状態も存在し、実験室規模での混合現象もその程度にまで促進させる必要があるといえよう。現在までの実験・解析例のほとんどは準定常下で行われたものであり、加速度項、あるいは強制外力項の欠如していることを考えあわせれば、なんらかの非定常性を考慮することにより、かなり現実に近い混合状態を再現し得るのではないかと期待される。

そこで、本研究では強制外力として正弦波動を選び、まず淡塩2層界面に内部重力波を生起させ、その基本特性として有限振幅性を調べることにする。

不連続密度分布(2層系)下での有限振幅内部波について、水深項を含まない深海波領域のものに関しては、表面波と同様のストークス展開による高次近似解が得られている⁴⁾。実験室規模の密度界面に生ずる内部波であれば波長は比較的短く⁵⁾、したがって相対水深の大きい内部深海波とみなしえるが、本研究で対象とするそれは浅海波領域に属するため、水深項を考慮する必要があ

る。このような浅海内部波について、Hunt⁶⁾は Levi-Civita が表面波に用いた等角写像法を2層界面波に適用し、すでに高次近似解を求めており、しかしながら、その解法は非常に煩雑であり、他方級数展開法による簡便な手法では現在までのところ近似解は得られていない。そこで、本研究では富永⁷⁾が表面波に対して行ったと同様の波形に関する級数展開法を援用し、浅海波領域での有限振幅内部波の近似解法を提案する。それにより、第2次近似解が求められ、Hunt の解および実験値と比較検討される。

次に、水質混合の促進という観点から、非定常性を導入した実験例として、せん断流場については container flume を傾けることにより加速度流を発生させた Thorpe の研究⁸⁾があるが、内部重力波の碎波現象を取り扱った研究は重複波と進行波に大別される。

Orlanski⁹⁾は、密度勾配を一定とした2次元タンク内に生起する内部重複波の非定常発達過程、およびそれに伴う内部重複波の不安定性を見い出している。特に、初期の不安定性発達率については正弦外力項を N-S 方程式に組み入れて求めた解析解と実験値との間に満足すべき一致を得、さらに非線形移流項を考慮したうえで流れ関数をシミュレートした結果、実験で認められた node 部での不安定密度勾配の形成を実証した。Thorpe¹⁰⁾も同様の実験装置を用いて node 部での不安定密度勾配の出現を確認し、Orlanski と同じく移流項に基づく不安定であるという一致した見解を表明している。また、水と油を用いた2層系の実験においても沢本・加藤¹¹⁾は同様の碎波形式を示唆している。

他方、Wunsch^{12),13)}は、連続成層場において浅水変形する内部波を理論および実験の両面から取り扱い、斜面上の流れ場および内部波の伝播特性を明らかにした。一連の研究で彼は底部付近の水平方向流速の卓越を指摘し、それが底部粘性底層からの渦度拡散に起因しているが、碎波およびそれに基づく混合現象についての

* 本研究の一部は文献 16) に発表されているが、本論文はその後の研究成果を加えて取りまとめたものである。

** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 大阪大学助手 工学部土木工学科

**** 正会員 工修 大阪大学助手 工学部土木工学科

詳しい記述はなされていない。長島¹⁴⁾は、水と油の2層界面に生起する内部重力波を浅水変形させ、波動特性および碎波の分類等について論じている。こうした混合しない流体間の界面波を扱った場合、波速・波高等の基本的特性を検討するに際し、実験が容易であり、不連続な密度分布下でのポテンシャル波動論の適用が合理的である等の利点が得られるものの、その碎波形態は流体同士が多数の球状塊となって散乱するという界面破壊形式であり、碎波・混合問題を論じる場合には留意すべきである。

以上のごとく、各研究者において実験装置にも種々の工夫が凝らされ、用いた波動特性により碎波形態もさまざまであるが、本研究ではより現実に即するという意味から、淡塩2層界面に生起する進行波を取り扱うことにする。

2成層密度場といえども界面付近には密度勾配の急変する躍層部を有するのが通例であり、密度分布形を考慮する方がより理想的と考えられる。そういう意味から連続密度成層場として取り扱った密度モデルにも言及し、2層モデル（ボテンシャル波動論）と内部波動への適用性を吟味する。本論文では、このように内部波動特性を明らかにしたうえで、より大規模な混合現象を期待して斜面を設置し、漸次加速性を増加させ、その結果生じる内部重力波の碎波、つまり界面の破壊機構を可視観測することにより考察するものである。

2. 内部重力波の基本特性

2層界面波の有限振幅性について、本研究では波形に関する級数展開法を援用し、その近似解法を試みる。さらに、界面近傍の密度分布形を加味した波動論として Holmboe モデルについても言及する。

(1) 2層界面波の有限振幅性（第2次近似解）

図-1 のような 2 層系を考え、座標軸は平均界面を x 軸に、 z 軸は鉛直上向きを正とする。上・下層とも波動以外の主流速成分はなく、非粘性・非回転と仮定する。上・下層の速度ポテンシャルを ϕ_1 , ϕ_2 とすれば、基礎方程式は、

となり、 $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$ である。

ただし、流速は $v_i = (u_i, w_i) = (\partial \phi_i / \partial x, \partial \phi_i / \partial z)$ で定義される。表面における境界条件は表面波動を無視すれば、固体壁の場合と同様で、

である。界面における動力学的条件は、

$$p_2 - p_1 = -\rho_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \rho_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho_2 v_2^2 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 - (\rho_2 - \rho_1) g \eta + A_2 - A_1 = 0 \quad (z = \eta)$$

であり、 η は界面変位、 p_1, p_2 はそれぞれ界面の上層側および下層側の圧力、 A_1, A_2 は 2 次のオーダーの定数、 ρ_1, ρ_2 はそれぞれ上・下層密度を表す。

同じく運動学的条件は、

$$\frac{D\eta}{Dt} = \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \quad (z=\eta) \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

となる。また、底面での境界条件は、

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0 \quad (z = -h_2) \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

である。定数項を消去し、式(4)を用いて η を ϕ で表すために式(3)の両辺に

$$D/Dt = \partial/\partial t + u \cdot \partial/\partial x + w \cdot \partial/\partial z$$

を施せば、

$$\begin{aligned}
 & -\rho_2 \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} - \rho_2 \mathbf{v}_2 \nabla \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial t} \right) + \rho_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + \rho_1 \mathbf{v}_1 \nabla \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right) \\
 & - \rho_2 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}_2^2 \right) - \rho_2 \mathbf{v}_2 \nabla \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}_2^2 \right) + \rho_1 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}_1^2 \right) \\
 & + \rho_1 \mathbf{v}_1 \nabla \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}_1^2 \right) - \rho_2 g \frac{\partial \phi_2}{\partial z} + \rho_1 g \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad (z=\eta)
 \end{aligned}
 \quad \dots \quad (6)$$

を得る。ここで、

$$\mathbf{v}_i \nabla \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial t} \right) = \mathbf{v}_i \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \phi_i) = \mathbf{v}_i \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{v}_i^2)$$

(i=1, 2) (7)

であることを考慮すれば、式(6)は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & -\rho_2 \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} - \rho_2 \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_2) + \rho_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + \rho_1 \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1) \\
 & - \rho_2 \mathbf{v}_2 \nabla \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_2 \right) + \rho_1 \mathbf{v}_1 \nabla \left(\frac{1}{2} \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1 \right) - \rho_2 g \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \\
 & + \rho_1 g \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad (z=\eta) \quad \dots \dots \dots \quad (8)
 \end{aligned}$$

いま、波形項を

と展開し、関数 $F(\eta)$ を波形について級数展開し、オーダーの順に並べれば、

となる。ここに、 $\eta^{(i)}$, $F^{(i)}$ は第 i 次近似解を示す。式 (10) の 2 次のオーダーまで考慮し、式 (8) に対して適用すれば、次式のように境界条件の第 2 次近似表示式が得られる。

$$\begin{aligned} & -\rho_2 \phi_{2tt}^{(1)} + \rho_1 \phi_{1tt}^{(1)} - \rho_2 g \phi_{2zz}^{(1)} + \rho_1 g \phi_{1zz}^{(1)} \\ & - \rho_2 \left\{ \phi_{2ttz}^{(1)} \eta^{(1)} + \phi_{2tz}^{(2)} + \frac{\partial}{\partial t} (\phi_{2x}^{(1)} + \phi_{2z}^{(1)})^2 \right\} \\ & + \rho_1 \left\{ \phi_{1ttz}^{(1)} \eta^{(1)} + \phi_{1tz}^{(2)} + \frac{\partial}{\partial t} (\phi_{1x}^{(1)} + \phi_{1z}^{(1)})^2 \right\} \\ & - \rho_2 g (\phi_{2zz}^{(1)} \eta^{(1)} + \phi_{2z}^{(2)}) \\ & + \rho_1 g (\phi_{1zz}^{(1)} \eta^{(1)} + \phi_{1z}^{(2)}) = 0 \quad (11) \end{aligned}$$

ただし、添記号は各変数の偏微分値で添番号は上・下層を表す。

また、式 (4) も次式のようになる。

$$\begin{aligned} & \phi_{1z}^{(1)} - \phi_{2z}^{(1)} + (\phi_{1zz}^{(1)} - \phi_{2zz}^{(1)}) \eta^{(1)} \\ & - \phi_{1z}^{(2)} - \phi_{2z}^{(2)} = 0 \quad (12) \end{aligned}$$

いま、オーダー 1 の波形および速度ポテンシャルとしては微小振幅波理論の値、

$$\left. \begin{aligned} \eta^{(1)} &= a \cos \theta \\ \phi_1^{(1)} &= -\frac{a\sigma}{k} \frac{\cosh k(z-h_1)}{\sinh kh_1} \sin \theta \\ \phi_2^{(1)} &= \frac{a\sigma}{k} \frac{\cosh k(z+h_2)}{\sinh kh_2} \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

を用いることとする。ここに、 a : 振幅, σ : 周波数, k : 波数で、 θ は $\theta = kx - \sigma t$ の位相関数を表す。

さらに、速度ポテンシャルの第 2 次オーダーの解 $\phi_i^{(2)}$ については $\phi_i^{(1)}$ と同様にラプラス式を満足し、表面および底面での運動学的条件を満たす次の特解の形を仮定する。

$$\phi_i^{(2)} = C_i \cosh 2k(z \pm h_i) \sin 2\theta \quad (14)$$

ただし、 \pm の符号は上層のとき負、下層のとき正で、 C_i は上、下層の境界条件より定まる定数である。ここで、淡塩 2 成層密度場を対象とした場合、 $\epsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_1$ で定義される相対密度差 ϵ は 10^{-2} のオーダー ($\epsilon \ll 1$) であり、近似的には十分に $\rho_2/\rho_1 = 1.0$ とみなすことができる。したがって、本研究では ϵ については重力項についてのみ考慮し、他の項については $\rho_2/\rho_1 = 1.0$ として ϵ の効果を無視する。このような近似を用い、式 (14) の係数 C_i を式 (11), (12) から求めると、速度ポテンシャルの第 2 次近似項は上・下層についてそれぞれ次式のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_1^{(2)} &= -\frac{a^2 \sigma \{3(\coth kh_2 - \coth kh_1) + \tanh kh_2\}}{8 \sinh^2 kh_1 \tanh kh_2} \\ & \cdot \cosh 2k(z - h_1) \sin 2\theta \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_2^{(2)} &= -\frac{a^2 \sigma \{3(\coth kh_1 - \coth kh_2) + \tanh kh_1\}}{8 \sinh^2 kh_2 \tanh kh_1} \\ & \cdot \cosh 2k(z + h_2) \sin 2\theta \quad (16) \end{aligned}$$

波速 C については第 2 次近似解までは第 1 次近似解

と同様次式となる。

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{\frac{g}{k} \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 \coth kh_1 + \rho_2 \coth kh_2}} \\ & \div \sqrt{\frac{\epsilon g}{k} \frac{1}{\coth kh_1 + \coth kh_2}} \quad (17) \end{aligned}$$

波形はこれらの結果を式 (11) に代入し、 $\eta^{(2)}$ について整理すれば第 2 次近似解として、

$$\begin{aligned} \eta &= \eta^{(1)} + \eta^{(2)} + O(3) \\ &= a \cos \theta \div \frac{a^2 k}{4} (\coth kh_2 - \coth kh_1) \\ & \cdot (3 \coth kh_1 \coth kh_2 + 1) \cos 2\theta + O(3) \end{aligned} \quad (18)$$

が得られる。

以上のように、波形に関する級数展開法を用いることにより比較的容易に有限振幅内部波の近似解が求められる。ただし、深海波領域を対象とした場合 (h_1 と h_2 を無限大とした場合)、式 (18) 右辺第 2 項が零となり波形に有限振幅性が現れない。したがって、本解法による近似解の適用範囲は浅海波領域に限られる。

次に、本解法の近似解の精度を調べるため、波形の有限振幅性を代表するパラメーターとして a_2/a (a_2 : 第 2 次近似項の振幅) を選び、波形勾配 ak と上・下層間の水深比 h_2/h_1 に対し

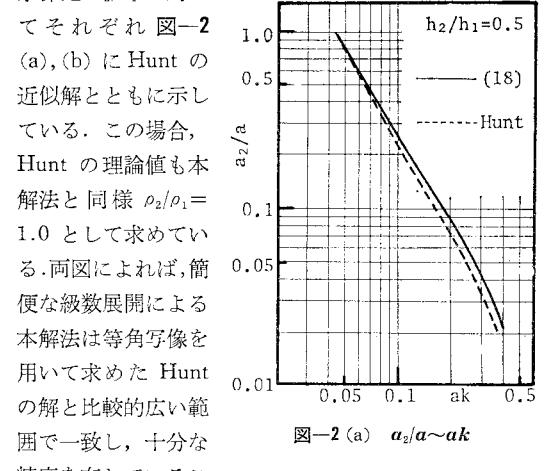


図-2 (a) $a_2/a \sim ak$

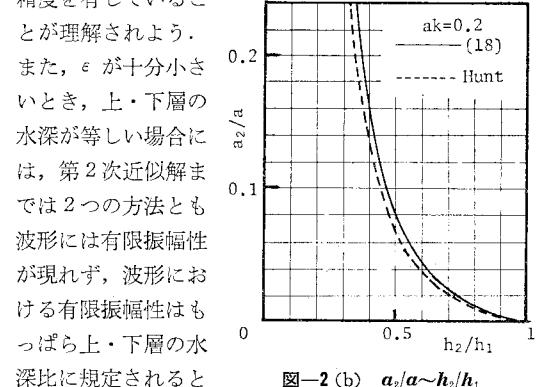


図-2 (b) $a_2/a \sim h_2/h_1$

いえる。

(2) Holmboe モデル

実際の2層系流れや海中の密度分布は密度が急に深さとともに増加し、界面近傍に有限厚さの躍層を有する場合が一般的である。Holmboe はこうした密度変化が表面、あるいは底面付近では非常に小さいことに着目し、より現実的な密度分布形を次式で表している。なお、座標系は図-1と同じである。

$$\rho = \rho_0 \exp \left\{ -\alpha \tanh \left(\frac{z}{h} \right) \right\} \quad (19)$$

ここに、 ρ_0 は上・下層密度 ρ_1, ρ_2 の相乗平均値、 α は上・下層間の密度差を示す無次元パラメーター、 h は特

$$\begin{aligned} \psi(x, z, t) = & \exp \left\{ \frac{\alpha}{2} \tanh \left(\frac{z}{h} \right) \right\} \left\{ \frac{e^{kz}}{\Gamma(1-m)} F \left(1+n, -n; 1-m; \frac{1-\zeta}{2} \right) - \frac{R e^{-kz}}{\Gamma(1+m)} F \left(1+n, -n; 1+m; \frac{1-\zeta}{2} \right) \right\} \\ & - a \frac{\sigma}{k} \frac{1}{\Gamma(1-m)} F \left(1+n, -n; 1-m; \frac{1}{2} \right) - \frac{R}{\Gamma(1+m)} F \left(1+n, -n; 1+m; \frac{1-\zeta}{2} \right) \\ & \cdot \exp \{i(kx - \sigma t)\} \end{aligned} \quad (21)$$

ここに、

$$\zeta = \tanh \left(\frac{z}{h} \right),$$

$\Gamma(a)$ は Gamma 関数、

$F(a, b; c; z)$ は超幾何関数、

$$m = kh,$$

$$n = (-1 + \sqrt{1 + 4gh\alpha})/(\sigma/k)^2)/2$$

で、

$$R = \frac{\Gamma(-m)e^{-kh_1}}{\Gamma(-m-n)\Gamma(1-m+n)} + \frac{\Gamma(m)e^{kh_1}}{\Gamma(1+n)\Gamma(-n)} \\ \frac{\Gamma(m)e^{kh_2}}{\Gamma(m-n)\Gamma(1+m+n)} + \frac{\Gamma(-m)e^{-kh_2}}{\Gamma(1+n)\Gamma(-n)}$$

である。

一方、分散方程式については表面および底面での境界条件で与えられ、近似的に次式で表される。

$$C^2 = \frac{2g\alpha}{k} \\ \cdot \frac{1}{(\coth kh_1 + \coth kh_2) \{1 + m(\coth kh_1 + \coth kh_2)/2\}} \quad (22)$$

ここに、 $C = \sigma/k$ で波速である。上式中、右辺 {} 内第2項が躍層を考慮したことによる補正項であり、 $m=0$ とすればポテンシャル理論より得られる2層系での界面波速と一致する。

図-3 は実験室規模で得られる値、すなわち $h_1=14$ (cm)、 $h_2=7$ (cm)、 $\alpha=0.013$ 、 $h=0.75$ (cm)、 $a=1.0$ (cm)、 $T=13$ (sec) を用いて式 (21) より試算した水平方向流速 $u = -\partial\psi/\partial z$ (実線) と鉛直方向流速 $w = \partial\psi/\partial x$ (点線) の分布形を示したものである。なお、同図の u および w に対する位相角 θ はそれぞれ $\theta=0, \pi/2$ で

性躍層厚さである。

さらに、流れ関数 ψ を

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{\rho_0}} X(z) \exp \{i(kx - \sigma t)\} \quad (20)$$

のごとく設定し、線形化された内部波の運動方程式に代入すれば、流れ関数の振幅 $X(z)$ に関する常微分方程式が得られる。富永¹⁵⁾はこの方程式の解を求めているが、その中に含まれる未知係数を決定する必要がある。そこで、本研究では界面における等密度変位 η を

$$\eta = a \exp \{i(kx - \sigma t)\}$$

と仮定し、線形化された界面での運動学的条件

$$\partial\psi/\partial x = \partial\eta/\partial t|_{z=0}$$

を用いて流れ関数を次式のように求めた。

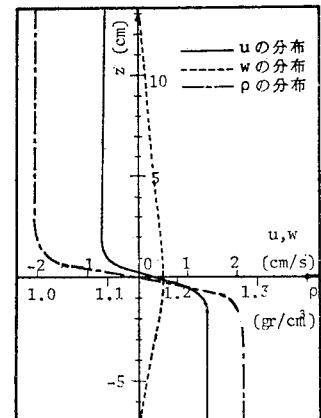


図-3 Holmboe の密度モデルでの ρ, u, w の鉛直方向分布

3. 実験装置・実験方法

本研究に用いた実験装置を図-4 に示す。実験水路は有効長 420 cm、幅 20 cm、高さ 30 cm の側壁透明の塩化ビニール製である。本実験は上・下層静止の淡・塩 2 成層で水路上流端に設置した造波機は起振部における上・下層間の混合の影響を極力避けるため、図-4 のような水圧式としている。この造波機の動力源は 3 相交流電動機であり、Disk を介して回転運動をピストンの往復運動に変換する。さらに、ピストンの鉛直シリンダー部はその断面が 20 cm × 20 cm の正方形で、70 cm の助

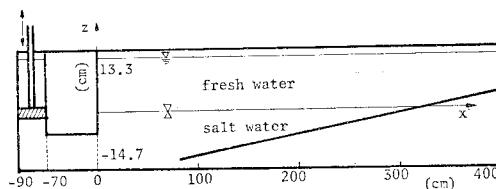


図-4 実験装置

走区間を経てピストンの往復運動が下層塩水部に伝達される。生起させる内部重力波の周期 T は $T=3.0 \sim 15.0$ (sec) の範囲で連続的に変化させることができ、振幅はピストンのストロークを変えることにより調節可能である。

実験は、2層モデルと Holmboe モデルの内部波動への適用性を検討すること、および碎波形態を調べる意味から上・下層の水深比を一定にした場合と、斜面勾配を設置した場合の2種類について行っている。

上・下層の水深比を一定にした実験では、水路長手方向の2点でサーボ式水位計を用いて内部波形を検出し、この2点間を進行するのに要する時間から波速を求める。実験に用いた上・下層の密度差 ϵ ($\epsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_1$; ρ_1, ρ_2 はそれぞれ上・下層の密度) は 0.0189, 0.0221, 0.0266 の3種類で、淡水深 h_1 および塩水深 h_2 はそれぞれ 11.0 cm と 16.5 cm である。なお、この実験では反射波の影響を極力少なくするために、消波工として磁気テープくずを装入したかごを水路下流端に設置している。

他方、斜面を設けた場合には斜面勾配 $S=1/10, 1/20$ の2種類についておのおの以下の項目の実験が行われる。

(1) 可視化実験

浅水変形から碎波に至る過程の内部波形を検出すること、および碎波帶内の水粒子挙動を可視化するために斜面上に張った白金線から水素気泡を連続的に発生させ、その水素気泡群をトレーサーとする方法を採用する。さらに、碎波から遡上に至る過渡的な領域では、特に界面の振舞いを調べるためにスリット光束を水路上方から照射して可視観測を行う。なお、この可視化実験には色素トレーサーとしてフルオレセインナトリウムをあらかじめ塩水中に溶解させて用いている。いずれの可視化像も 16 ミリシネフィルムに記録し、フィルムモーションアナライザを用いて丹念に解析する。

(2) 流速分布の計測

流速分布については浅水域と碎波帶内の水平方向水粒子速度の鉛直分布を $h_2=5.0 \sim 0.5$ (cm) の区間に 10 cm ないし 5 cm 間隔に設けた白金線から水素気泡列を 0.1 秒間隔で発生させ、16 ミリフィルムに記録して読み取る。

表-1 実験条件

Run	ϵ	T (sec)	H_0/L_0	S	Tem. (°C)
1		12.65	0.00483		
2		10.75	0.00750		
3		8.35	0.01745		
4		8.70	0.02654		
5	0.0138	11.65	0.00933	1/20	29.0
6		12.75	0.00641		
7		12.70	0.01244		
8		10.35	0.02445		
9		8.90	0.04154		
10		14.15	0.00253		
11		12.33	0.00514		
12		10.70	0.00880		
13		9.05	0.01341		
14		9.00	0.01050		
15	0.0253	11.25	0.00540	1/20	29.0
16		12.40	0.00351		
17		14.45	0.00166		
18		14.38	0.00094		
19		12.60	0.00180		
20		11.00	0.00314		
21		8.75	0.00594		
22		8.74	0.05030		
23		10.60	0.01820		
24		12.85	0.01020		
25		12.94	0.00698		
26	0.0143	10.28	0.01590	1/10	11.0
27		8.63	0.03567		
28		8.63	0.02115		
29		10.95	0.00724		
30		12.73	0.00410		
31		12.03	0.00568		
32		10.50	0.00841		
33		8.95	0.01306		
34		9.05	0.00856		
35	0.0253	10.85	0.00555	1/10	11.0
36		12.50	0.00344		
37		12.65	0.00182		
38		10.50	0.00324		
39		9.20	0.00453		
40		9.00	0.01608		

また、碎波の影響がないと考えられる冲側一樣水深部 ($x=100$ (cm) と 120 (cm) の2地点) でサーボ式水位計を用いて入力波形と周期を検出し、相当沖波諸量を推定する。実験条件は表-1に示す。密度分布は上記の実験すべてを通じて $x=100$ (cm) の地点で電導度計を用いて計測している。

4. 実験結果と考察

ここでは、波形に現れる有限振幅性について理論と実験の両面から考察する。また、波速あるいは浅水変形に伴う波高の変化等について2層モデルと Holmboe モデルの比較検討を行い、斜面上の碎波現象は次章に譲る。

(1) 波形

波形に関する有限振幅性は前述したように上・下層の

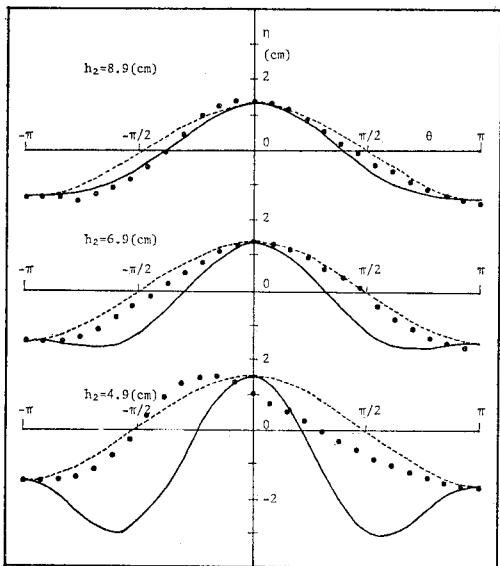


図-5 水深変化に伴う波形の変化

水深比に規定されるが、その一例として斜面上での塩水深の減少に伴う波形の変化を取り上げ、有限振幅性を検討する。図-5は各塩水深位置での理論波形と実測波形を比較したものであり、黒丸は実測波形、実線は式(18)の理論波形、点線は正弦波形を表す。なお、実験条件はRun-11に相当し、式(18)の理論波形および正弦波形は、いずれも各計測地点の実測値を用いて計算している。同図より、浅水効果による波形の非対称性は理論上permanent typeの波動を扱っており当然説明し得ないが、波形の尖度は有限振幅理論から予測されたほどでなく、むしろ正弦波形に近いようである。

(2) 波速

図-6は実験で得られる密度分布の一例であり、図中の曲線は回帰分析より求めた式(19)の密度分布を表している。これによると、本実験の密度分布形は式(19)を十分に満足していることがわかる。

このようにして得られた α と h を用いて、式(22)より波速 C_h (実線)を求め、一樣水深部での実験値と比較したのが図-7である。同図に2層モデルの波速 C_2 (点線)も記しているが、概してHolmboeモデルの波速は2層モデルのそれよりも小さく、特に、短周期側($T < 6$ sec)で躍層による界面波速の

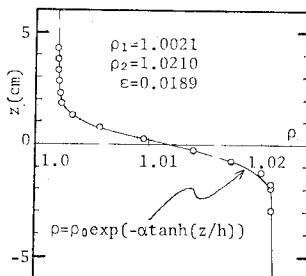


図-6 密度分布

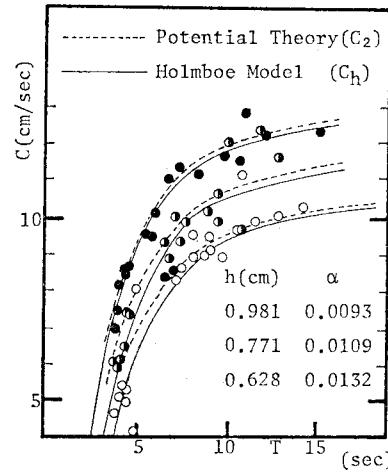


図-7 内部波波速

低減をよく説明している。しかしながら、長周期側($T > 10$ sec)では両者に大差なく、これは波長が躍層厚さに比べ十分大きく、密度場が2層系とみなしえるためと考えられる。また、本実験範囲内の内部重力波は浅海波領域に属することがわかる。

(3) 浅水変化に伴う波高・波速・最大流速の変化

塩水深変化に伴う波高・波速および最大流速の変化はすべて線形理論を用い、エネルギー法で推算する。図-8は波高の変化を示し、波高 H および塩水深 h_2 はおのおの相当冲波波高 H_0 と一樣水深部での塩水深 \bar{h}_2 で無次元化して表示している。ここに、図中の太線はHolmboeモデルを用いた計算値で、細線は2層モデルによる計算値である。実験値は単にばらついているのではなく、ある周期性をもって変動しているように思えるが、これは水路長が短いための反射波が重複したことによる起因すると考えられる。しかし、それらを平滑化して実験値をみれば、浅水による波高の増大に対してHolmboeモデルの方が若干改善されているようである。

次に、図-9は波速 C および最大水平方向流速 u_{max} の浅水変化について実験値とHolmboeモデルによる計

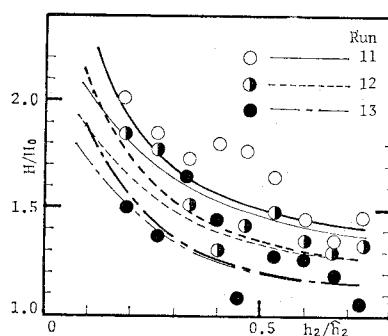


図-8 水深変化に伴う波高の変化

算値の比較をしたものである。図中、波速および最大流速はともに $\sqrt{\varepsilon g h_2}$ で除して無次元表示している。浅水初期の h_2/\hat{h}_2 の大きい領域では波形が flat であるため波速を求めるに際し読み取り誤差が大きくばらついているが、かなりの浅水域まで実験値は理論値を支持する

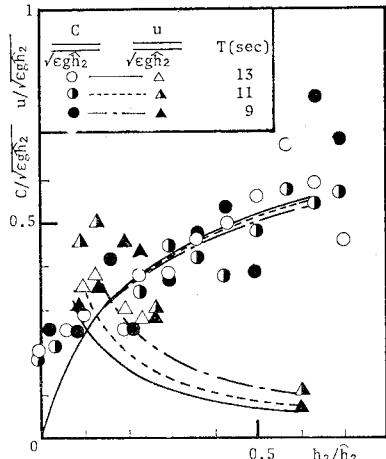


図-9 水深変化に伴う波速と最大流速の変化

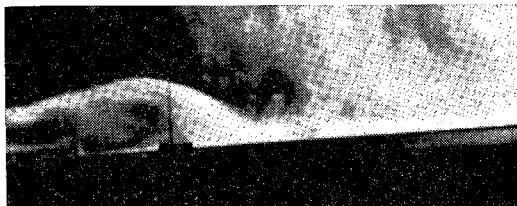
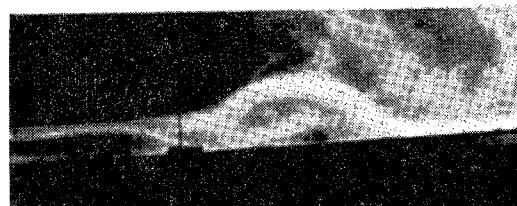
(a) $t=0.0 \text{ sec}$ (b) $t=0.5 \text{ sec}$ (c) $t=1.0 \text{ sec}$

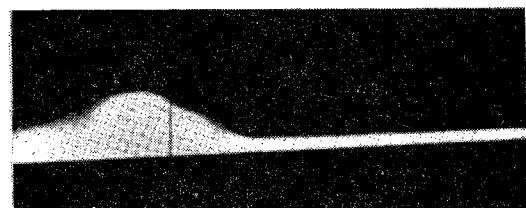
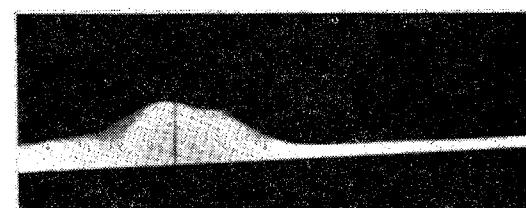
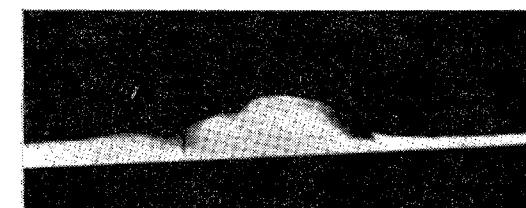
写真-1 内部重力波の碎波

ようである。他方、最大流速は $h_2/\hat{h}_2 < 0.3$ の領域で実験値が線形理論値をかなり上回る。第2次近似解までは波速に非線形効果が現れず、波速に及ぼす非線形性の効果は流速に対するそれよりも総じて小さいという一般的な波動論を考えれば、上記の結果は容認できることである。

5. 斜面上における内部重力波の碎波¹⁶⁾

(1) 碎波の概要

斜面上の内部重力波は塩水深の変化に伴い表面波と同様、波頂前面が立ち谷部は比較的平坦になる。浅水変形から碎波に至る過程で注目すべき特徴は、水平方向水粒子速度の最大値が界面近傍ではなく、底部近くに現れることがある。したがって、本実験の範囲内では斜面上の内部重力波は底部近くの水粒子挙動がトリガーとなり、波動を底から覆すような碎波形態を呈する。写真-1はこれらの様子を水素気泡群をトレーサーとして可視化し、0.5秒間隔でRun-8について示したものである。

(a) $t=0.0 \text{ sec}$ (b) $t=0.5 \text{ sec}$ (c) $t=1.0 \text{ sec}$

10 cm

写真-2 界面に発生するくぼみ

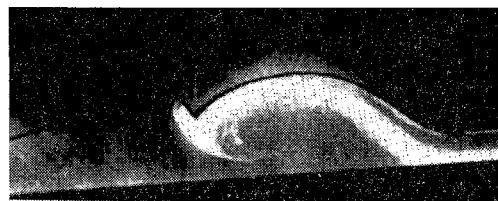
水素気泡の挙動からわかるように、写真-1(a)では底部付近に前進流がみられ、写真-1(b)では空間的には塩水深規模の渦動を形成し内部波特有の碎波形態がうかがえる。さらに、写真-1(c)に至れば、もはや渦動の存在は顕著には認められず水素気泡群は塩水塊内に一様に拡散する。以上のような碎波形態は現象の規模に大小の差こそあれ、すべての実験ケースについて同様で、一般に密度流現象が比較的緩慢であるのに対し、渦動の発生はきわめて瞬時である。また、表面波のplunging型碎波が空気連行を伴うhorizontal rollerを形成して消滅することと、内部重力波の碎波過程とには共通点はあるものの、rollerの回転方向が両者において逆であり、そういった意味でも本研究の対象とする内部重力波の碎波は逆plunging型とも称すべきものである。

次に、界面の挙動に注目すると、碎波から遡上に至る遷移的な領域で界面にくぼみが数回生ずるのが観測される。そのうち上記の渦動に伴う第1回目のくぼみが最も顕著であるが、写真-2(実験条件は写真-1と同じ)にみられるように波頂前面に発生したくぼみは波形の進行方向とは相対的に後方へと移動し、くぼみを境として後部は取り残される。同時に、水路上方より観測したところ水路横断方向にも複雑な動きを示し、このような現象の3次元性を考慮すれば写真-1(c)において渦動の存在が視覚的に明確でなくなるのも十分にうなづけることである。こうした大小のくぼみにより体積の減少した塩水塊は、その後再び2次元性を回復し、整正な半卵形となって斜面上を遡上する。

他方、写真-1に代表されるとおり、碎波時にも界面波形に大きな乱れはみられず、上・下層間の水質混合の促進という観点からすれば碎波による水質混合量も多くは望めないようである。事実、上・下層の中間密度を有する塩水溶液を着色し、躍層部に注入して観測したところ、注入塩水の下層側への侵入はほとんどなく、下層塩水と淡水の容積比を3:1程度に調合したトレーサー溶液を用いて初めてくぼみ前部のroller部への混入が認められた。写真-3(実験条件はRun-23に相当)はフルオレセインナトリウムを溶解させた上記と同密度の塩水をもどり流れ中に投入し、その流脈線を示したものであるが、同写真からもどり流れが塩水側に巻き込まれ、1回転して混合拡散する様子がうかがえる。これらの実験結果より、本研究の範囲内での水質混合形態は淡水の塩水側への直接混入よりはむしろ躍層近傍の希釈された塩水の混入が主体であると推察される。

(2) 流速分布

碎波帶内の流速分布の一例を写真-4に示し、これらの写真に沿って碎波帶内の水粒子挙動、特に渦の形成に



(a) $t=0.0 \text{ sec}$



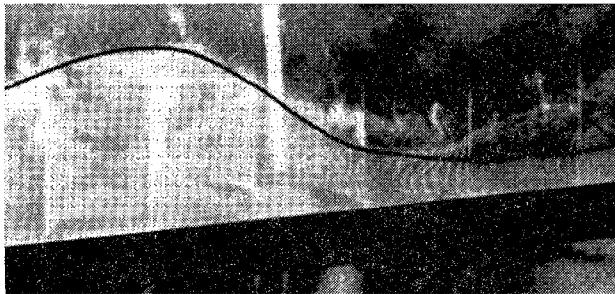
(b) $t=2.0 \text{ sec}$

10 cm

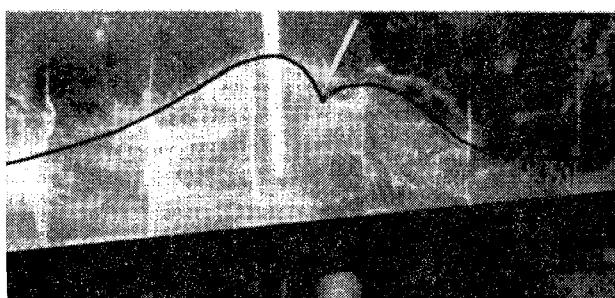
写真-3 内部波の碎波に伴う水質混合

ついて説明する。写真の実験条件はRun-23に相当し、水素気泡列のパルス間隔は0.1秒、白金線の間隔はいずれも5cmである。各写真中、白金線位置(1), (2), (3)は碎波点より沖側にあり、(4)はほぼ碎波点に、(5), (6)は碎波後に位置する。なお、界面波形が若干不明瞭であるため写真中に実線でトレースしている。

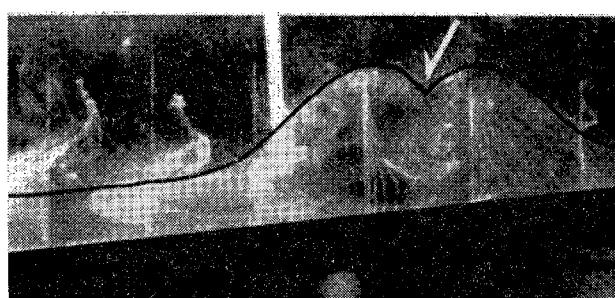
内部波が観測領域に達し、ほぼ波頂時に相当する碎波前の写真-4(a), (1)では底部付近に卓越流速はわずかに認められるが、流速分布はほぼ一様であるのに対し、碎波点に相当する写真-4(b), (4)に至ると底部流速は内部波の移動速度(この場合 $C=3.4 \text{ cm/sec}$)を上回る。このとき無流点が底面と界面の中間位置くらいにまで移動し、それより上方では沖方向に向かう逆流が生じており、写真-1(b)にみられるような渦動形成の典型的な流速分布形を示している。この逆流が界面付近に集中するのは実験に周期波を用いた関係上、先行した碎波により混合希釈されたもどり流れが碎波帶に存在するためと考えられる。さらに、写真-4(b), (4)にみられる流速分布の時間変化は碎波点より沖側の地点(1)や(2)の変化に比べてきわめて速やかであり、内部波の周期に比し大規模渦の寿命時間が1~2秒であることを考慮すれば、内部波の碎波が瞬時の現象であることが再認識されよう。この渦動の発生と時を同じくして、波頂前面にくぼみ(写真-4(b)の矢印)を形成し始め、前述したように波頂後部(写真-4(c))へと移動する。写真-4(c), (4)はくぼみ後部の状態を表したものであるが、流速分布はほぼ一様化し、むしろ碎波前の様子に近いようである。これらの現象をより明確にするために、同じ実験条件で16ミリシネフィルムより解析した地点(4)の



(1) (2) (3) (4) (5) (6)
(a) $t=0.0 \text{ sec}$



(1) (2) (3) (4) (5) (6)
(b) $t=2.0 \text{ sec}$



(1) (2) (3) (4) (5) (6)
(c) $t=4.0 \text{ sec}$

写真-4 碎波帯内における流速分布

流速分布の時間変化を 図-10 に示す。図中縦軸は底面から界面までの距離を、横軸は時間と流速を表す（時間は図中右から左に流れ、時間と流速のスケールは図中に記している）。同図より、渦動の存在を示す相対速度差は波頂の前面において最も大きく、この部分に渦が形成されるといえる。一方、くぼみ後部には相対速度差はほとんど認められず、くぼみを境とした pair vortex は存在しない。すなわち、斜面上の内部重力波は 1 個の大規模渦を形成して碎波すると結論できる。以上のように、底部付近の水平方向流速が波速を上回り、これに起因す

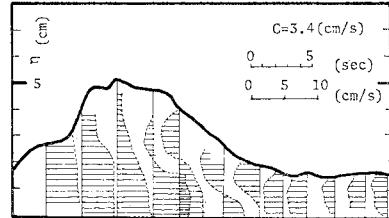


図-10 碎波点での流速分布の時間変化

る底部付近の質量欠損に伴う上方からの質量の補償、さらには碎波帶の界面近傍に存在する逆流が一体となり、渦動の形成を促進するものと考えられる。水平方向の最大流速が界面付近に現れないことは、密度分布を考慮した Holmboe モデルで説明されるが、底部卓越流の発生因としてこのような基本モードの波動特性に、1) 界面付近に存在する沖方向に向かう逆流、2) 前進流の希釈塩水下への侵入、3) 斜面勾配の影響、4) 底部境界層の渦度拡散、等の非線形性が相乗的に関与していると推察される。

(3) 碎波限界条件

これまで内部波の碎波現象について可視化実験結果から考察してきたが、本節では沖側内部波の水理諸量により碎波諸量がいかに変化するのか、碎波限界条件について検討する。

実験的には視覚的に明瞭な渦の形成（たとえば写真-1(b)) をもって碎波と定義する。したがって、表面波でいう波形の崩れではなく、水粒子運動が波動としての往復運動特性を失した状態を意味している。また、内部波形が碎波時にも比較的平坦であるため、碎波振幅 a_b および碎波塩水深 h_b は表面波と同様には求められず、本研究では 図-11 のように定める。

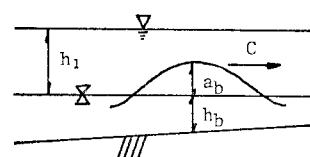
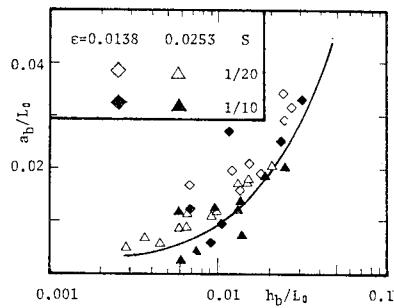
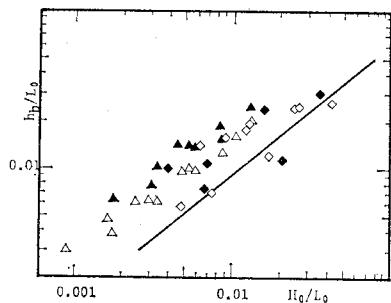


図-11 碎波諸量の定義

これらの定義に従い、斜面勾配 $S=1/10$ と $1/20$ の 2 種類について種々の実験条件下での碎波諸量を求め、図-12 に a_b/L_0 と h_b/L_0 、図-13 に h_b/L_0 と H_0/L_0 の関係を示す。ここに、 L_0 は相当冲波波長である。なお、両図の曲線は、非線形効果をまったく加味していない微小振幅波理論から得られる碎波諸量がどの程度実験値を支持し、あるいは合致するのかを調べるために、

図-12 $a_b/L_0 \sim h_b/L_0$ 図-13 $h_b/L_0 \sim H_b/L_0$

Holmboe モデルを用いた計算値を載せたものである。ここに、底部付近の水平方向流速の卓越が渦動形成のトリガーと考えられること、および、この内部渦の形成をもって碎波と定義されていることを考えあわせ、計算上の碎波条件は $u_{\max} = C$ を与えている。この場合 a_b と h_b はそれぞれ碎波時の振幅と塩水深である。両図より、実験値にはばらつきもあり密度差による差異は認められないが、碎波限界条件の傾向は理論値と実験値において一致するようである。しかしながら、ほとんどの場合 h_b の実験値は理論値より大きく、沖波波高が同一であれば線形理論で予測される位置よりも沖側で碎波することを意味している。さらに、斜面勾配が大きいほど、 h_b の実験値は大きくなる。すなわち、斜面勾配ひいてはもどり流れが渦動の形成を促進していることが理解できる。

6. 結 論

本論文は淡塩 2 層界面に内部重力波を生起させ、その基本的特性について理論および実験の両面から検討を加えたものである。中でも、斜面上での碎波機構については可視化実験結果を中心に考察している。本論文で得られた主要な結果は次のようにまとめられる。

(1) 波形に関する級数展開法を用いることにより、浅海波領域での有限振幅内部波の第 2 次近似解が比較的容易に求められ、従来の Hunt の理論とよい一致を示す。

(2) 界面近傍の密度分布形を考慮した Holmboe モ

デルは従来の 2 層モデル（ポテンシャル理論）よりも、短周期側において躍層による波速の低減をよく説明し、水深変化に伴う波高の増大についても改善されている。

(3) 斜面上の内部重力波は底部付近の卓越流ともどり流れが一体となり、空間的には塩水深規模の渦動を形成する内部波特有の碎波形態を示す。界面付近に最大流速が現れないことは Holmboe モデルで説明されるが、底部卓越流の発生にはこのような渦動特性に碎波帯での非線形性が相乗的に関与し、中でも斜面勾配、ひいてはもどり流れの効果が大きい。

(4) 碎波帯における大規模渦の形成・消滅過程は表面波の plunging 型碎波にみられる horizontal roller の生成・消滅過程と類似してはいるが、両者において渦動の回転方向が逆である。

(5) 碎波に伴う上・下層間の水質混合に上記の内部渦が重要な役割を果たしているが、上層淡水の下層側への輸送には至らず、界面付近の希釀された塩水の混入が主体である。

参 考 文 献

- 1) 吉田：密度界面における混合機構の研究、土木学会論文報告集、第 273 号、pp. 59~68、1978.
- 2) 室田・平田：成層密度流における内部波特性と混合機構について、第 22 回水理講演会論文集、pp. 107~112、1978.
- 3) 岩崎・日下：淡塩二層流界面における内部波の発達に関する研究、第 26 回土木学会年次学術講演会講演概要集 II、pp. 425~426、1971.
- 4) 浜田：密度流の諸問題(2)、第 14 回海岸工学講演会論文集、pp. 214~221、1967.
- 5) Keulegan, G.H. : Interfacial instability and mixing in stratified flows, J. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 43, pp. 487~500, 1949.
- 6) Hunt, J.N. : Interfacial waves of finite amplitude, La Houille Blanche, No. 4, pp. 515~525, 1961.
- 7) 富永：海洋波動、共立出版、pp. 528~569、1976.
- 8) Thorpe, S.A. : Experiments on the instability of stratified shear flows, immiscible fluids, J. Fluid Mech., Vol. 39, pp. 25~48, 1969.
- 9) Orlanski, I. : On the breaking of standing internal gravity waves, J. Fluid Mech., Vol. 54, pp. 577~598, 1972.
- 10) Thorpe, S.A. : On standing internal gravity waves of finite amplitude, J. Fluid Mech., Vol. 32, pp. 489~528, 1968.
- 11) 沢本・加藤：有限振幅内部重複波に関する研究、土木学会論文報告集、第 232 号、pp. 37~47、1974.
- 12) Wunsch, C. : Progressive internal waves on slopes, J. Fluid Mech., Vol. 35, pp. 131~144, 1969.
- 13) Wunsch, C. and D. Cacchione : Experimental study of internal waves over a slope, J. Fluid Mech., Vol. 66, pp. 223~239, 1974.
- 14) Nagashima, H. : Reflection and breaking of internal waves on a sloping beach, J. of Oceanographical Society of Japan, Vol. 27, No. 1, pp. 1~6, 1971.
- 15) 前出の文献 7), pp. 536~543.
- 16) 室田・平田・道奥：斜面上における内部重力波の碎波について、第 23 回水理講演会論文集、pp. 375~380、1979.

(1979.6.4・受付)