

水平鋼管矢板構造の継手による荷重分配作用の解析

ANALYSIS OF LOAD DISTRIBUTION BY JOINT IN PIPE BEAM ROOF

山川 純雄*・後藤 芳頼**

By Sumio YAMAKAWA and Yoshiaki GOTO

1. まえがき

近代都市の過密化に伴い、既設構造物下に新たに地下構造物を建設する機会が増加している。特に、鉄道線路下、道路下等の土被りの浅いところに地下道等を建設する場合には、図-1 のような水平钢管矢板工法が用いられる^{①~③}。これは剛性の大きい钢管矢板を継手でガイドしながら地中に水平に押し込み、両端を架台フレームで支持後、継手にモルタルをグラウトすることにより、钢管矢板を主ばかりとした面構造ルーフを形成し、上載死荷重および活荷重を受けもたせ、下部掘削を行うものである。

従来、この種の構造では、継手による連結効果を無視し、各矢板を独立したはりと考えて設計計算がなされてきた。しかしながら、実際には各矢板が継手により連結されているため、矢板相互間の荷重分配作用が存在し、

これを考慮すればより経済的な設計、および施工スパン長の増大の可能性がある。

このような観点から、本報告では、荷重分配作用を考慮したより実状に即した設計法を確立することを目的として、以下に示すような基礎的な検討を行った。まず構造のモデル化とその解析法を示し、解析モデルの妥当性を模型実験により検証した。次に鉄道線路下等に用いられる図-1(a)のような矢板を水平面内で連結した構造について、各支配パラメーターの考察をし、これをもとに簡易計算法を提示した。さらに走行列車に対する本構造の動的応答解析法を示し、数値計算により衝撃係数についても考察した。

2. 静的理論解析

(1) 解析モデル

以下の仮定を用い、図-2 に示すモデルを設定した。

④ 鋼管矢板には、St. Venant のねじりを考慮したはりの理論を適用する。

⑤ 継手は 3 方向の相対変位成分におのおの独立に比

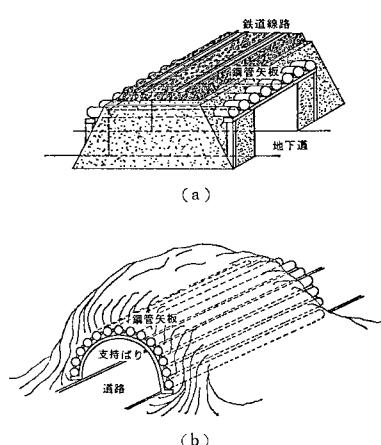


図-1 水平钢管矢板構造概略

* 正会員 工修 住友金属工業(株)中央技術研究所 主任研究員

** 正会員 工修 住友金属工業(株)中央技術研究所

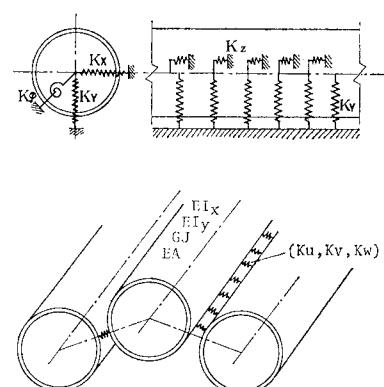


図-2 解析モデル

例した継手作用力成分を生ずる線形分布ばね (K_U, K_V, K_W) とし、これを介して各矢板は長さ方向に連結されたものとする。

⑤ 地盤は各鋼管矢板断面中心の 3 方向変位成分と、回転変位におのの独立に比例した反力を生ずる線形分布ばね (K_x, K_y, K_z, K_φ) とする。

⑥ 鋼管矢板継手位置は連結された隣接矢板断面中心を結んだ線分上にあるものとする。

(2) 基本式

図-3 に示す座標、および変位成分を用い、図-4 の外力、継手作用力が載荷する場合について、鋼管矢板の変位に関する微分方程式を、仮定 ②、③、④より導けば、次のようになる。

$$\begin{aligned} EIu_0'''' &= q_x^2 - q_x^1 + (q_z^{2\prime} + q_z^{1\prime})r_j \cos \theta \\ &\quad - K_x u_0 + p_x - m_y' \\ EI_x v_0'''' &= q_y^2 - q_y^1 + (q_z^{2\prime} - q_z^{1\prime})r_j \sin \theta \\ &\quad - K_y v_0 + p_y + m_x' \\ EAw_0'' &= -q_z^2 + q_z^1 + K_z w_0 \\ GJ\varphi_0'' &= -(q_y^2 + q_y^1)r_j \cos \theta \\ &\quad + (q_x^2 - q_x^1)r_j \sin \theta + K_\varphi \varphi - m_z \end{aligned} \quad \dots \quad (1)$$

ここに、' は d/dz を表す。

継手の相対変位と継手作用力との関係式を、仮定 ⑤

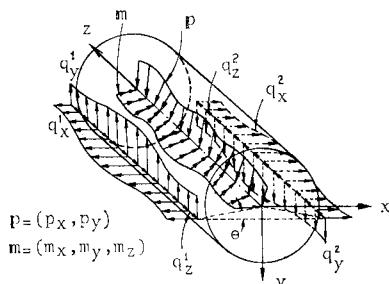


図-4 作用力成分

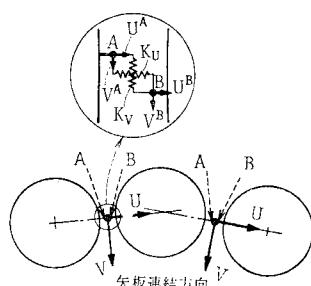


図-5 継手変位成分

より図-5 に示す変位成分とそれに対応する継手作用力成分 Q_U, Q_V, Q_W を用いて示すと、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} Q_U &= K_U(U^B - U^A) \\ Q_V &= K_V(V^B - V^A) \\ Q_W &= K_W(W^B - W^A) \end{aligned} \right\} \dots \quad (2)$$

ここに、 K_U, K_V, K_W は継手のばね定数であり、各変位成分の上添字 A, B は相対変位を生ずる継手部断面中央点の連結方向負側、および正側絶対変位を表す。

表-1 継手試験

ばね定数	載荷方法
K_{U1}	
K_{V1}	
K_W	

ばね定数の算定には次のような方法を用いる。まず表-1 に示す 3 種類の継手試験より、 K_U, K_V に対する継手部分のばね定数 K_{U1}, K_{V1} と K_W を求める。次に鋼管断面の補剛がなく断面変形が生ずる場合には、近似的に鋼管をリング^{注1)}と考え、図-6 に示す荷重に対して断面変形によるばね定数 K_{U2}, K_{V2} を算定し、各成分のばねがそれぞれ直列に連結されたものとして、最終的には図-6 中の式で K_U, K_V を求める。

式 (1), (2) を用いて解析するが、ここでは、

- ① 鋼管矢板両端が単純支持ねじり固定で、矢板連結形状が任意の構造
- ② 鋼管矢板が平面内で連結され、連結方向に一様であるが任意支持の構造

の 2 ケースについて解析法を示す。いずれも板理論との類似性^{4), 5)}を利用したもので、手法的にはいわゆる有限帶板法⁶⁾と等価なものである。

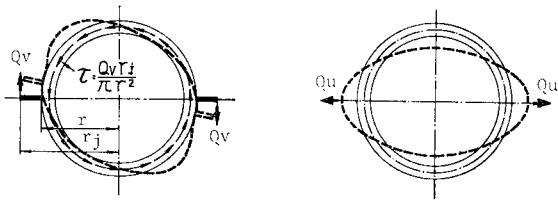


図-6 継手ばね定数の算定

(3) 鋼管矢板両端が単純支持ねじり固定の構造

両端単純支持ねじり固定の境界条件を満足する変位成分は三角級数で、式 (3), (4) のように表される。

注 1) リングの基本式は軸線不伸張の条件のもの⁸⁾を用いた。なお K_V の算出においてはリングの周方向変位成分 ζ に含まれる剛体回転分は次の条件で除去した。

$$\int_0^{2\pi} \zeta d\theta = 0 \quad \dots \quad (a)$$

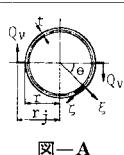


図-A

$$\left. \begin{array}{l} u_0 = \sum_{m=1}^{\infty} u_{0m} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ v_0 = \sum_{m=1}^{\infty} v_{0m} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ w_0 = \sum_{m=1}^{\infty} w_{0m} \cos \frac{m\pi z}{l} \\ \varphi = \sum_{m=1}^{\infty} \varphi_{0m} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ U^{\beta} = \sum_{m=1}^{\infty} U_m^{\beta} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ V^{\beta} = \sum_{m=1}^{\infty} V_m^{\beta} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ W^{\beta} = \sum_{m=1}^{\infty} W_m^{\beta} \cos \frac{m\pi z}{l} \\ \beta = A, B \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} U^{\beta} = \sum_{m=1}^{\infty} U_m^{\beta} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ V^{\beta} = \sum_{m=1}^{\infty} V_m^{\beta} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ W^{\beta} = \sum_{m=1}^{\infty} W_m^{\beta} \cos \frac{m\pi z}{l} \\ \beta = A, B \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここに、 l は矢板スパン長である。

継手作用力成分、外力成分も同様に級数で表す。

$$\left. \begin{array}{l} q_x^{\alpha} = \sum_{m=1}^{\infty} q_{xm}^{\alpha} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ q_y^{\alpha} = \sum_{m=1}^{\infty} q_{ym}^{\alpha} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ q_z^{\alpha} = \sum_{m=1}^{\infty} q_{zm}^{\alpha} \cos \frac{m\pi z}{l} \\ \alpha = 1, 2 \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_U = \sum_{m=1}^{\infty} Q_{Um} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ Q_V = \sum_{m=1}^{\infty} Q_{Vm} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ Q_W = \sum_{m=1}^{\infty} Q_{Wm} \cos \frac{m\pi z}{l} \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$\left. \begin{array}{l} p_x - m_y' = \sum_{m=1}^{\infty} f_{xm} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ p_y - m_x' = \sum_{m=1}^{\infty} f_{ym} \sin \frac{m\pi z}{l} \\ m_z = \sum_{m=1}^{\infty} m_{zm} \sin \frac{m\pi z}{l} \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

式(3), (5), (7)を式(1)に、式(4), (6)を式(2)に代入すれば各級数項ごとに分離された式が次のように得られる。

$$d_{0m} = [S_m] \begin{Bmatrix} -q_m^1 \\ q_m^2 \end{Bmatrix} + F_m \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

$$Q_m = [J_m] \begin{Bmatrix} D_m^A \\ D_m^B \end{Bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

ここに、

$$\left. \begin{array}{l} {}^t d_{0m} = \{u_{0m}, v_{0m}, w_{0m}, \varphi_{0m}\} \\ {}^t q_m^{\alpha} = \{q_{xm}^{\alpha}, q_{ym}^{\alpha}, q_{zm}^{\alpha}\} \\ {}^t Q_m = \{Q_{Um}, Q_{Vm}, Q_{Wm}\} \\ {}^t D_m^{\beta} = \{U_m^{\beta}, V_m^{\beta}, W_m^{\beta}\} \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

$[S_m]$, $[J_m]$, F_m については付録-1 に示す。

式(8)における矢板断面中心の変位ベクトル d_{0m} を仮定 ⑧ より、次式で示される変位場

$$\left. \begin{array}{l} u = u_0 - y\varphi, v = v_0 + x\varphi \\ w = w_0 - xu_0' - yv_0' \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

に代入し、継手 1, 2 の変位ベクトル d_m^1 , d_m^2 を d_{0m} で表せば、次のようにになる。

$$\begin{Bmatrix} d_m^1 \\ d_m^2 \end{Bmatrix} = [C_m] d_{0m}, {}^t d_m^{\alpha} = \{u_m^{\alpha}, v_m^{\alpha}, w_m^{\alpha}\} \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

$[C_m]$ については付録-1 に示す。

式(12)を式(8)に代入し、さらに構造全体の解析を行いうため、 q , d を Q , D へ変換すると、矢板に関する剛性方程式は、

$$\begin{Bmatrix} -Q_m^1 \\ Q_m^2 \end{Bmatrix} + [R][S_m]^{-1} F_m = [R][S_m]^{-1}[C_m]^{-1}[R]^{-1} \begin{Bmatrix} D_m^1 \\ D_m^2 \end{Bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

ここに、

$$\left. \begin{array}{l} [R] = \begin{bmatrix} [r_1] & & 0 \\ & 1 & \\ 0 & & [r_2] \end{bmatrix} \\ [r_1] = \begin{bmatrix} \cos \theta, & -\sin \theta \\ \sin \theta, & \cos \theta \end{bmatrix}, [r_2] = \begin{bmatrix} \cos \theta, & \sin \theta \\ -\sin \theta, & \cos \theta \end{bmatrix} \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

継手に関しても、式(9)を剛性方程式の形で表す。

$$\begin{Bmatrix} -Q_m^A \\ Q_m^B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -[J_m] & 0 \\ 0 & [J_m] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_m^A \\ D_m^B \end{Bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

式(13), (15)を用いて全体の解析を行う。

(4) 鋼管矢板が平面内で連結された構造

図-7 に示すように、 x , z 平面内で矢板が連結された構造に荷重が鉛直に作用する場合の钢管矢板の変位に関する微分方程式は、

$$\begin{aligned} EI_x v_0^{i+1} &= q_y^{i+1} - q_y^i - K_y v_0^i + p_y^i \\ G J \varphi^{i+1} &= -(q_y^{i+1} + q_y^i) r_j + K_\varphi \varphi^i - m_z^i \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

継手に関する式は、

$$q_y^i = K_V \{v_0^i - v_0^{i-1} - (\varphi_0^i + \varphi_0^{i-1}) r_j\} \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

ここに、変位、外力成分、および継手作用力成分における上添字 i は、それぞれ i 矢板および i 継手に関するもので、図-7 に示すとおりである。

式(16), (17)を解く場合、ここでは両端部矢板の端部継手が連結されておらず、ほぼ自由とみなせることを利用。すなわち、構成矢板数 n 本の構造の継手 1, および $n+1$ の作用力が零であることから、 q_y^i は有限三角級数を用いて次のように表すことができる。

$$q_y^i = \sum_{m=1}^{n-1} q_{ym} \sin \frac{(i-1)\pi m}{n} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

変位成分、外力成分も式(16)～(18)に留意すれば、次のように表せる。

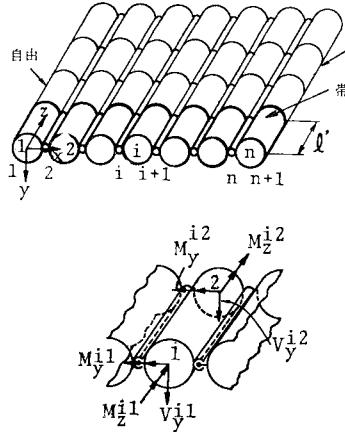


図-7 要素モデル

$$\left. \begin{aligned} v_0^i &= \sum_{m=0}^{n-1} v_{0m} \cos \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \\ \varphi_0^i &= \sum_{m=1}^n \varphi_{0m} \sin \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} p_y^i &= \sum_{m=0}^{n-1} p_{ym} \cos \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \\ m_z^i &= \sum_{m=1}^n m_{zm} \sin \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

式(18)～(20)を式(16), (17)に代入すると、級数項ごとに分離された連立常微分方程式が得られる。

ここでは、常微分方程式の解法として、はり理論における精度が保証され、かつ任意の境界条件の考慮も容易なことから、有限要素法を用いる。

図-7に示す矢板の長さ方向に直角に分割した一様な帯状要素に、外力および断面力が作用してつり合った状態を考えると、この状態に対応する全ポテンシャルエネルギー π は、

$$\pi = U - W \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

ここに、

$$\begin{aligned} U &= \sum_{i=1}^n \int_0^{l'} \frac{1}{2} \{ EI_x (v_0^{i'})^2 + GJ (\varphi^{i'})^2 \\ &\quad + K_y (v_0^i)^2 + K_\varphi (\varphi^i)^2 \} dz \\ &\quad + \sum_{i=2}^n \int_0^{l'} \frac{K_V}{2} \{ v_0^i - v_0^{i-1} - (\varphi^i + \varphi^{i-1}) r_f \}^2 dz \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

$$\begin{aligned} W &= \sum_{i=1}^n \{ V_y^{i1} v_0^{i1} + V_y^{i2} v_0^{i2} + M_x^{i1} v_0^{i1} \\ &\quad + M_x^{i2} v_0^{i2} + M_z^{i1} \varphi^{i1} + M_z^{i2} \varphi^{i2} \\ &\quad + \int_0^{l'} (p_y^i v_0^i + m_z^i \varphi^i) dz \} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

変位関数として、矢板連結方向に式(19)で示した級数解、 z 方向にはりの変位関数と同様にたわみを3次関

数、ねじりを1次関数として、次式のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} v_0^i &= \sum_{m=0}^{n-1} (v_{0m}^1 \phi_1 + v_{0m}^{1'} \phi_2 + v_{0m}^2 \phi_3 + v_{0m}^{2'} \phi_4) \\ &\quad \cdot \cos \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \\ \varphi^i &= \sum_{m=1}^n (\varphi_m^1 \psi_1 + \varphi_m^2 \psi_2) \sin \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= 2\eta^3 - 3\eta^2 + 1, \quad \phi_2 = (\eta^3 - 2\eta^2 + \eta) l' \\ \phi_3 &= -2\eta^3 + 3\eta^2, \quad \phi_4 = (\eta^3 - \eta^2) l' \\ \psi_1 &= 1 - \eta, \quad \psi_2 = \eta, \quad \eta = z/l' \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

一方、外力、断面力についても有限三角級数で表す。外力は式(20)のとおりであり、断面力は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} V_y^{ia} &= \sum_{m=0}^{n-1} V_{ym}^a \cos \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \\ M_x^{ia} &= \sum_{m=0}^{n-1} M_{xm}^a \cos \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \\ M_z^{ia} &= \sum_{m=1}^n M_{zm}^a \sin \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

式(20), (26)の各係数は有限三角級数の直交関係

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \cos \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \cos \frac{(i-\frac{1}{2})\pi k}{n} &= \begin{cases} 0 & (m=k) \\ \frac{n}{2} & (m=k=0) \\ n & (m=k=0) \end{cases}, \\ \sum_{i=1}^n \sin \frac{(i-\frac{1}{2})\pi m}{n} \sin \frac{(i-\frac{1}{2})\pi k}{n} &= \begin{cases} 0 & (m=k) \\ \frac{n}{2} & (m=k=n) \\ n & (m=k=n) \end{cases} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (27)$$

より容易に求めることができる。

剛性方程式は式(20), (24), (26)を式(22), (23)に代入し、ポテンシャルエネルギー停留条件より求まるが、式(27)の直交関係より、各級数項ごとに分離され、これを無次元化すれば、次のようになる。

$$\bar{F}_m + \bar{f}_m = [\bar{K}_m] \bar{D}_m \quad 0 \leq m \leq n \quad \dots \dots \dots \quad (28)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} {}^t \bar{F}_0 &= \{ V_{y0}^1 / El'^2, M_{x0}^1 / El'^3, V_{y0}^2 / El'^2, \\ &\quad M_{x0}^2 / El'^3 \} \\ {}^t \bar{D}_0 &= \{ v_{0m}^1 / l', v_{0m}^{1'}, v_{0m}^2 / l', v_{0m}^{2'} \} \\ {}^t \bar{F}_m &= \{ V_{ym}^1 / El'^2, M_{xm}^1 / El'^3, M_{zm}^1 / El'^3, \\ &\quad V_{ym}^2 / El'^2, M_{xm}^2 / El'^3, M_{zm}^2 / El'^3 \} \\ {}^t \bar{D}_m &= \{ v_{0m}^1 / l', v_{0m}^{1'}, \varphi_m^1, v_{0m}^2 / l', v_{0m}^{2'}, \varphi_m^2 \} \end{aligned} \right\} \quad \begin{matrix} m=0 \\ 1 \leq m \leq n \end{matrix}$$

$$\left. \begin{aligned} {}^t\bar{\mathbf{F}}_n &= \{M_{z1}/El'^3, M_{z2}/El'^3\} \\ {}^t\bar{\mathbf{D}}_n &= \{\varphi_m^1, \varphi_m^2\} \end{aligned} \right\} m=n$$

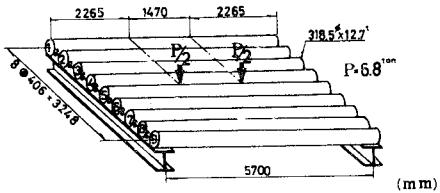
.....(29)

$\bar{\mathbf{f}}_m, [\bar{K}_m]$ は付録-2に示す。

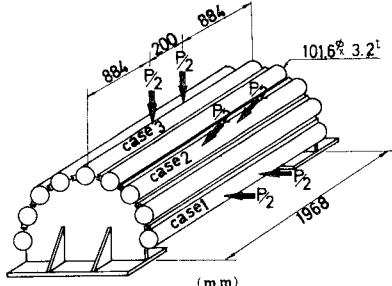
集中荷重については、作用点を要素節線とし、荷重を式(26)と同様に級数展開し、級数項ごとに節線力と考える。

(5) 模型実験との比較

図-8 の矢板が水平面内で連結された模型、I³⁾ および



(a) 模型実験 I



(b) 模型実験 II

図-8 模型実験概要

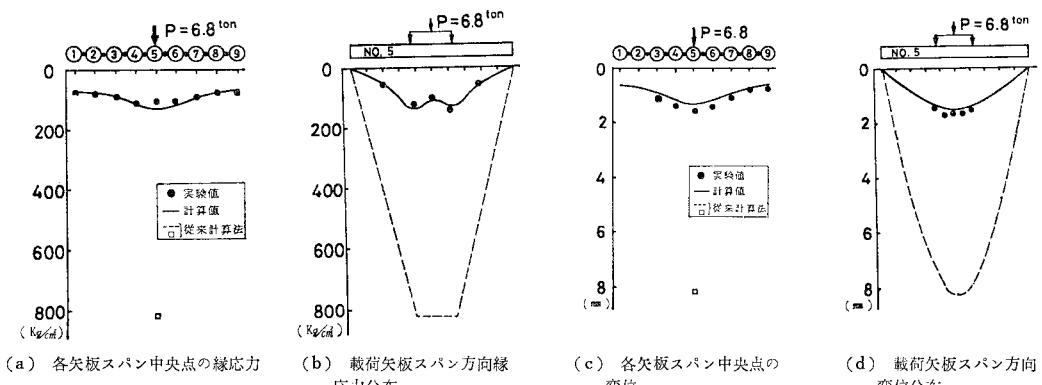


図-9 模型 I に関する比較

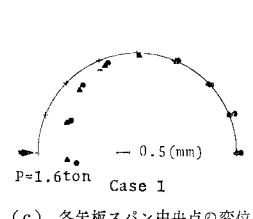
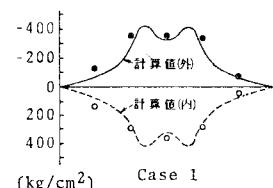
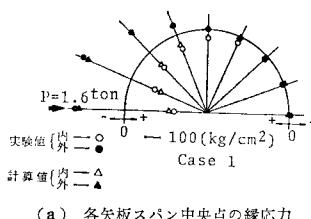


図-10 模型 II に関する比較

表-2 模型の諸元

模型	pipe (mm)	r_j (cm)	A (cm ²)	I_x (cm ⁴)	I_y (cm ⁴)	J (cm ⁴)
I	318.5 φ×12.7 t ×5700 l	20.3	—	13750	—	27510
II	101.6 φ×3.2 t ×2000 l	6.35	12.4	124.9	148.6	273.5
模型	K_V (kg/cm ²)	K_W (kg/cm ²)	E (kg/cm ²)	v		
I	—	2288	—	0.3		
II	294	1993	123000		$G = E/2(1+v)$	

より半円形に連結された模型IIの静的載荷実験により、解析モデルの検証を行った。模型ではいずれも矢板両端が単純支持ねじり固定となるように配慮されている。また、継手内にはモルタルをグラウトし、構造の一体化を図った。

理論計算では、模型の矢板両端支持条件がほぼ単純支持ねじり固定であることから、2.(3)の方法を用い、比較する力学量が収束したとみなせる級数項まで計算した。計算に用いた各諸元は表-2に示すとおりで、継手ばね定数は2.(2)の方法で求めた。

模型 I, II の計算値と実験値の比較を図-9, 10 にそれぞれ示す。これらの結果より、計算値と実験値とはよく一致しており、本解析モデルの妥当性が検証さ

るとともに、継手の連結を無視した従来の計算法は必ずしも適当でないことがわかる。

(6) 計 算 例

2.(3) で述べた解析法の適用例として、図-11 には構成矢板数 55 本の構造の中央を掘り抜いた状態の計算結果を示し、また、2.(4) の適用例として、図-12 には、構成矢板数 9 本の構造の連結方向全範囲を矢板スパン長の 1/2 まで掘削した状態の計算結果を示す。

なお、矢板両端の支持条件は前者ではすべて単純支持ねじり固定であるが、後者では鉛直変位とねじりは拘束とし、たわみ角に対する固定度は有限として数段階に変化させて計算した。

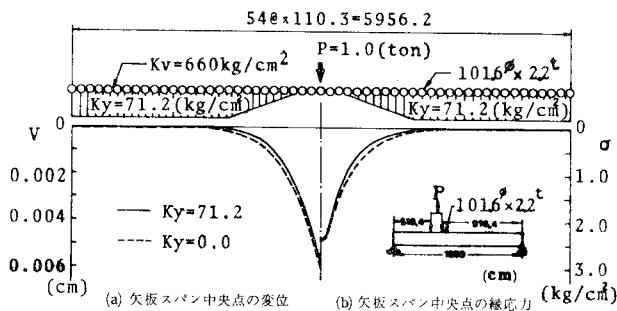


図-11 計 算 例 I

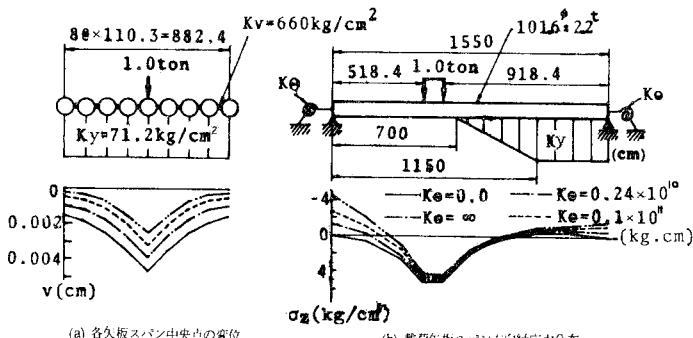


図-12 計 算 例 II

3. 荷重分配性状と簡易計算法

(1) 基本解の支配パラメーター

図-1(a)に示すような n 本の鋼管矢板を水平面内で連結し、矢板両端を単純支持、ねじり固定とした基本的な構造を検討対象とする。このときの地盤反力は K_y は均一とし、荷重は鋼管矢板断面中心軸上の鉛直荷重 P_i^y のみ考慮する。

基本式として、式(16)より m_z^i を除いたものと、式(17)とを用いる 2(3) の解法と同様、各諸量を求

板の長さ方向に三角級数で表したものを基本式に代入し、各級数項ごとに分離された式から v_{0m}^i , φ_m^i を消去し、継手作用力 q_{ym}^i で支配方程式を表せば、

$$F(i) = \left\{ \begin{aligned} & \left(1 - \frac{C_{Im}}{C_{Jm}}\right) q_{ym}^{i+1} \\ & -2 \left(1 + \frac{C_{Im}}{C_{Jm}} + \frac{C_{Im}}{2K_V}\right) q_{ym}^i \\ & + \left(1 - \frac{C_{Im}}{C_{Jm}}\right) q_{ym}^{i-1} \end{aligned} \right. \dots \dots (30)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{Im} &= EI \left(\frac{m\pi}{l} \right)^4 + K_y \\ C_{Jm} &= \left\{ GJ \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 + K_\varphi \right\} / r_j^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

式(30)は2階の階差式であり、単一荷重が k 番目の矢板に作用した場合の基本解を容易に求めることができる。

式(30)からもわかるように、基本解の支配パラメーターは C_{Im}/C_{Jm} , C_{Im}/K_V , n , k である。 C_{Im}/C_{Jm} , C_{Im}/K_V については構造特性を考慮すれば、さらに簡略化を行うことができる。

钢管矢板がほぼ等方性弹性体で、しかも薄肉パイプ断面であることから、

$$\left. \begin{array}{l} EI \doteq (1+\nu)GJ, \quad I \doteq \pi[r^4 - (r-t)^4]/4 \\ r \doteq r_j, \quad t/r \ll 1 \quad (\nu : \text{ボアソン比}) \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (32)$$

また、本構造が用いられる地盤反力ばねは小さいから、

$$K_y/EI \left(\frac{m\pi}{l} \right)^4 \ll 1, \quad K_\varphi/GJ \left(\frac{m\pi}{l} \right)^3 \ll 1$$

..... (33)

となり、式(32), (33)を C_{Im}/C_{Jm} ,
 C_{Im}/K_Y に考慮すると、

が成立し、独立なパラメーターは次のようになる。

なお基本解は、 $\lambda_m = \pi(1+\nu)$ の 3 条件で分類され、これには表-3 の変形様式が対応する。実際には、荷重が三角級数の単一項のみで表されることではなく、厳密に表-3 のような分類はできないが、一般に級数の第一項

表-3 解に対応する変形様式

入門	④ $\lambda m > \pi / i + v$	⑤ $\lambda m = \pi / i + v$	⑥ $\lambda m \leq \pi / i + v$
変形形式			

が支配的であり、鋼管矢板の場合には $\lambda_1 > \pi\sqrt{1+\nu}$ となることから、変形様式はほぼ表-3 中の ⑧のみといえる。ただ級数計算を行うときにはすべての様式を扱うことになり、還元法などの手法では ⑨の近傍で精度が劣化する。

(2) 荷重分担率

单一荷重が作用した場合の各構成矢板の分担荷重を明確にするため、 i 矢板の最大縁応力 σ_i と変位 v_i 、ならびに対応する単一矢板の値 $\bar{\sigma}$ と \bar{v} を用いて、応力および変位に関する分担率 η_{in} , η_{iv} を次式で定義する。

η_{ia} , η_{iv} とは本質的には異なる値をとるが、通常の構造では荷重を級数で表したとき、第1項が支配的である場合が多く、両者はほぼ等しいので、以後、代表して η_i と表す。また、以下の荷重項としては級数の第1項のみ考慮することにする。

(3) 荷重分配作用に及ぼす支配パラメーターの影響

a) κ_{Vr} の影響

矢板総数 9 本よりなる構造の中央矢板に載荷した場合、継手剛性に関与するパラメーター κ_V と載荷矢板の

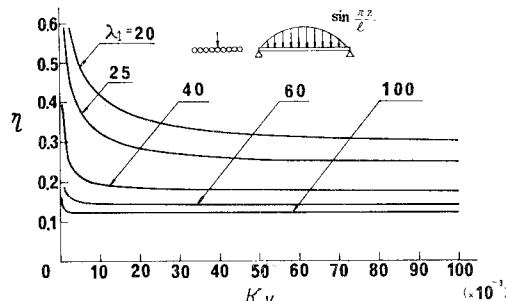


図-13 継手剛性と荷重分担率との関係

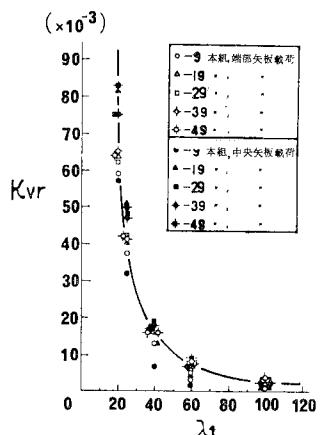


図-14 κ_{vr} と λ_1 との関係

分担率 η との関係を各 λ_1 について示したものが 図-13 である。これによれば、 κ_V の増加に対して η は減少し、他の矢板へより多くの荷重が分配されるが、ある値（以下、 κ_{Vr} と記す）以上になると荷重分担率はほとんど減少せず、 $\kappa_V = \infty$ の場合の分担率にはほぼ等しくなる。したがって、このような限界値 κ_{Vr} は継手設計上の 1 つの目安といえる。ここで、 κ_{Vr} を $(\eta - \eta_r)/\eta_r = 0.1$ (η_r : 継手を完全剛とした場合の分担率) を満足するものとして、 λ_1 、 κ_V を両軸に選び、矢板総数、載荷位置を変化させて図示すると、図-14 のようになる。この図から、 κ_{Vr} はほぼ λ_1 のみに關係すること、さらに λ_1 が小さいときには κ_{Vr} はかなり大きな値になることなどがわかる。

b) λ_1 の影響

中央矢板に載荷し、 $\kappa\nu=\infty$ とした場合について、 λ_1 と載荷矢板荷重分担率 η との関係を、構造形を表すパラメーター $(n-1)/\lambda_1$ を用いて図-15に示す。これによると λ_1 が大きいほど載荷矢板の荷重分担率は減少する。また、 $(n-1)/\lambda_1$ の増加も η を減少させるが、 $(n-1)/\lambda_1$ がある値以上になると η はほとんど変化せず、 η と λ_1 との関係は $(n-1)/\lambda_1$ によらず1本の曲線に収束し、荷重分担に関与する矢板数には限界があるといえる。さらに、 λ_1 と荷重分担に関与する限界矢板本数 n_e との関係を図-16に示す。ここでは n_e を構成矢板数無限大の構造の載荷矢板荷重分担率 ($\eta_\infty=1-1/(1+\sqrt{1+\nu}\lambda_1\pi)$) と有限の場合との差 ($(\eta-\eta_\infty)/\eta_\infty$) が 0.1 % 以内になる最小の構成矢板数とした。 n_e と λ_1 との関係は図-16に示すとおり、ほぼ比例関係にあり、図

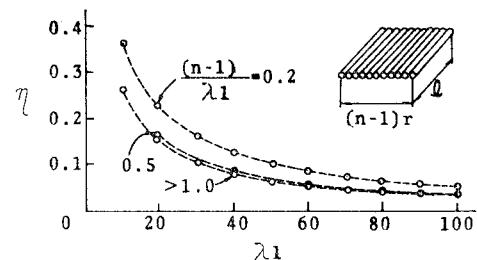


図-15 λ_1 と荷重分担率との関係

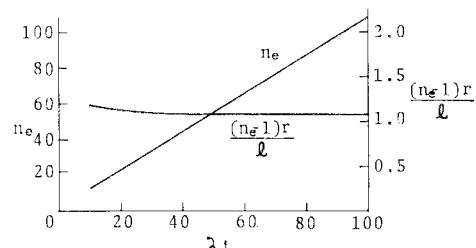


図-16 λ_1 と n_e との関係

中に併記した影響範囲 $(n_e - 1)/\lambda_1$ は λ_1 に無関係に一定値をとることがわかる。

(4) 荷重分担率表による簡易計算法

種々の支配パラメーター値についてあらかじめ計算された単一荷重に対する荷重分担率表を使用することにより、簡単な計算で各矢板の第1近似的な分担荷重を求める。

荷重分担率表の作成における整理パラメーターの簡易化のために、ここでは $\kappa_V \geq \kappa_{Vr}$ を仮定し、 κ_V を除外し、荷重は級数第1項 ($\sin(\pi z/l)$) のみで近似した。したがって最終的には λ_1, n, k (載荷矢板番号), i (矢板番号) をパラメーターとした。これに実構造の施工規模、寸法を考慮あわせ変化領域を決定した。荷重分担率表の一例は表-4に示すとおりである。

この表を用いた計算法としては、3.(2) の荷重分担率の定義からわかるように、まず单一矢板に同じ荷重が作用した場合の応力 σ 、変位 v を計算し、荷重分担率表から見い出した分担率 η_i を σ 、 v に乘することにより σ_i 、 v_i を求める。継手作用力 q_y^i は図-17 のように、各矢板の反力和 R_z^i より継手力のスパン方向の積分値 Q_z^i を計算し、継手力分布を $\sin \pi z/l$ と仮定して次式で計算することができる。

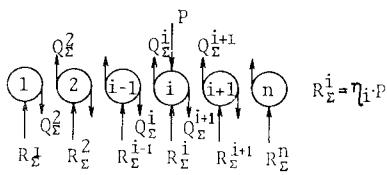


図-17 継手せん断力の算定

4. 走行列車による衝撃

水平鋼管矢板構造が鉄道線路下に用いられる図-1(a)の場合について、各矢板両端が単純支持ねじり固定の構造を対象に、数値計算により本構造特有の衝撃係数を考察する。ただし、本ケースについては、実測データが得られていないので、動的解析における以下に示す仮定は静的実験や既存資料等から妥当と考えられるもの、あるいは仮定自体が明確となるものを導入した。したが

って、本解析結果はこれら仮定の範囲内に限定されるものである。

(1) 動的応答解析

解析モデルとして水平鋼管矢板構造は上載土の質量を鋼管矢板に付加する形で考慮するほかは、2.(1)と同一のものを用い、走行列車は図-18のような上下振動とピッティングを考慮した2自由度振動系⁷⁾が定速で連行するものと考える。このとき、台車軸ねば剛性が枕ねばに比べ十分大きく、台車は鋼管矢板上面と同一変位をしている。なお、 i , $i+1$ 矢板間に台車中心が存在する場合の変位は、図-19(a)のように i , $i+1$ 矢板変位から直線補間し、輪荷重も図-19(b)のように左右車輪に等分され、 i , $i+1$ 矢板に比例配分されるものとする。

以上の仮定により運動方程式は次のようになる。ここで鋼管矢板の運動方程式は後でその解法に Galerkin 法を用いることから重み関数をつけた積分形で表示している。

○钢管矢板の運動方程式

$$\left. \begin{aligned} & \int_0^t \left(EI \frac{\partial^4 v_0}{\partial z^4} + q_y^1 - q_y^2 + K_y v_0 - p_y \right. \\ & \quad \left. + \rho \frac{\tilde{A}}{g} \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + C_v \frac{\partial v_0}{\partial t} \right) \delta v_0 dz = 0 \\ & \int_0^t \left(GJ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + (q_y^1 + q_y^2) r_j + K_\varphi \varphi \right. \\ & \quad \left. - \rho \frac{J}{g} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - C_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) \delta \varphi dz = 0 \end{aligned} \right\} \dots (38)$$

ここに、 ρ は鋼管矢板単位質量、 \tilde{A} は上載土を含めた
鋼管矢板換算断面積、 g は重力加速度、 C_v 、 C_φ は v_0 、 φ
に対する減衰係数である。

○継手の式…………式(17)と同様

○車両の運動方程式

$$\frac{m_c}{g} \ddot{D}_0 + 2 C_c \left(\dot{D}_0 - \frac{\dot{D}_1 + \dot{D}_2}{2} \right) = 0$$

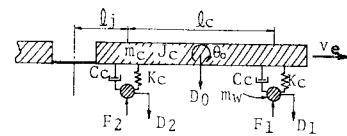


図-18 列車のモデル

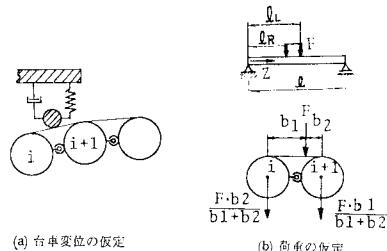


図-19 台車変位および荷重の仮定

水平鋼管矢板構造の継手による荷重分配作用の解析

$$\left. \begin{aligned} & +2K_c\left(D_0-\frac{D_1+D_2}{2}\right)=0 \\ & \frac{J_c}{g}\ddot{\theta}_0+2C_c l_c^2\left(\dot{\theta}_0-\frac{\dot{D}_1-\dot{D}_2}{2}\right) \\ & +2K_c l_c^2\left(\theta_0-\frac{D_1-D_2}{2l_c}\right)=0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(39)$$

ここに, \cdot は d/dt を表す.

○輪荷重

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{2}\left\{m_c+2m_w-\frac{m_c}{g}\dot{D}_0-\frac{J_c}{g}\ddot{\theta}_0\right. \\ &\quad \left.-\frac{2m_w}{g}(\dot{D}_0-l_c\ddot{\theta}_0)\right\} \\ F_2 &= \frac{1}{2}\left\{m_c+2m_w-\frac{m_c}{g}\dot{D}_0+\frac{J_c}{g}\ddot{\theta}_0\right. \\ &\quad \left.-\frac{2m_w}{g}(\dot{D}_0+l_c\ddot{\theta}_0)\right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(40)$$

式 (17), (38)~(40) を用いて解析を行うが, このまま直接積分したのでは, 構成矢板数が多いことと, 振動系が時間ごとに変化するため膨大な計算量となり実用的でない. したがって, 以下のような近似を行うことにより計算量の低減を図る.

まず鋼管矢板の運動方程式 (38) に対して, 列車が矢板スパン中央付近を通過し, しかもスパンが比較的短いことから矢板スパン方向に第1次振動モードのみを考慮して次のような変位近似を行う.

$$v_0 = v_{01} \sin \frac{\pi z}{l}, \quad \varphi = \varphi_1 \sin \frac{\pi z}{l} \quad \dots\dots\dots(41)$$

式 (41) を式 (38) に代入し, t に関する常微分方程式を導き, v_{01} , φ_1 を式 (11) から継手変位成分で表せば式 (38) は次式のように書き改められる.

$$\left. \begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} -q_{y1} \\ q_{y1}^2 \end{array} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} f_{y1} \\ f_{y1} \end{array} \right\} &= \frac{\rho}{4g} \left[\begin{array}{ll} M_a, M_b \\ M_b, M_a \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_1^2 \end{array} \right\} \\ + \frac{1}{4} \left[\begin{array}{ll} C_a, C_b \\ C_b, C_a \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_1^2 \end{array} \right\} + \frac{1}{4} \left[\begin{array}{ll} K_a, K_b \\ K_b, K_a \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} v_1 \\ v_1^2 \end{array} \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(42)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} M_a &= \tilde{A} + J/r_j^2, \quad M_b = \tilde{A} - J/r_j^2 \\ C_a &= C_v + C_\phi/r_j^2, \quad C_b = C_v - C_\phi/r_j^2 \\ K_a &= EI(\pi/l)^4 + K_y + GJ(\pi/l)^2/r_j^2 - K_\phi/r_j^2 \\ K_b &= EI(\pi/l)^4 + K_y - GJ(\pi/l)^2/r_j^2 + K_\phi/r_j^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(43)$$

式 (42) 中の f_{y1} は列車荷重による外力項で, 次式により与えられる.

$$f_{y1} = \mu F \left(\sin \frac{\pi l_R}{l} + \sin \frac{\pi l_L}{l} \right) / l \quad \dots\dots\dots(44)$$

ここに, μ は 図-19 (b) に示す隣接鋼管矢板の中間に輪荷重が載荷した場合の荷重の比例配分係数, l_L , l_R は左右車輪位置, F は 図-18 に示す荷重である (式 (40) 参照). さらに式 (42) を用いて, 水平鋼管矢板構造の

みにモード解析をし, 寄与率の少ない高次モードを無視した運動方程式を導いた後, これと列車の運動方程式とを連立させて, 全体の運動方程式を Newmark の β 法 ($\beta=1/6$) を用いて数値積分を行う. 以下に示す計算例では各構造について応答を1回試算し, 応力の収束状況をみて考慮すべきモード次数を決定した.

(2) 計算に用いる車両および鋼管矢板諸元

車両は在来線の電車 583 系を対象とし, その諸元は 図-18 のモデルに対応して 表-5 に示すものを用いた. これが矢板のスパン中央を定速で進行するものとし, 計算車両数は, ほぼ定常振動に達するまで, すなわち 5両目が通過するまで計算した. また, 本構造に進入前の車両の変位, およびその速度, 加速度の各成分はすべて無視した.

複線を対象とした架道橋施工実情から, 水平鋼管矢板構造の規模としては, 矢板スパン長 10~16 m, 矢板連結長 6~20 m の範囲を扱った. 鋼管矢板の断面諸元は, 継手による矢板の連結を無視した単純化とする従来の設計法で概略を決定した. このとき鋼管径は一般に用いられる $101.6 \phi(cm)$ に固定し, 板厚のみ変化させ, 継手は模型 I と同じ形状を用い, 継手ばね定数は 2.(2) の方法で求めた. 各種スパン別の鋼管矢板の諸元を 表-6 にまとめて示す.

なお, 上載土の単位面積当りの質量は $0.132(kg/cm^2)$ とし, 本構造の減衰定数は各振動モード均一に 0.1 と仮定した.

表-5 車両の諸元

m_c (kg)	j_c (kg·cm ²)	K_c (kg/cm)	$C_c / \sqrt{2K_c m_c}$ g	l_c (cm)	l_j (cm)	m_w (kg)
37 800	6.17×10^6	760	0.2	1 400	350	7 300

表-6 各種構造の諸元

pipe (cm)	r_j (cm)	A (cm ²)	I_x (cm ⁴)	J (cm ⁴)	K_V (kg/cm ²)
101.6 $\phi \times 2.2 t \times 1600 l$	55.15	2 395	849 000	1 698 000	584
101.6 $\phi \times 1.9 t \times 1400 l$	55.15	2 303	740 000	1 480 000	400
101.6 $\phi \times 1.9 t \times 1200 l$	55.15	2 303	740 000	1 480 000	400
101.6 $\phi \times 1.6 t \times 1000 l$	55.15	2 211	628 000	1 258 000	251
ρ (kg/cm ³)	g (cm/sec ²)	E (kg/cm ²)	ν		$G = E/2(1+\nu)$
0.00785	980	2.1×10^6	0.3		

(3) 走行速度と衝撃係数との関係

初めに衝撃係数の定義を行う. 水平鋼管矢板構造では一般に構成矢板全体にわたって同一の矢板を使用することから, 全矢板の寸法諸元は最大応力の生ずる矢板で決まる. したがって, ここでは衝撃係数 i を全矢板中の静的最大応力 σ_{smax} , および動的最大応力 σ_{dmax} を用いて次式のように定義する.

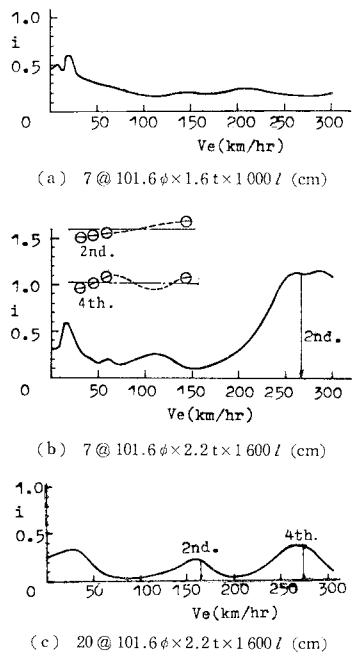


図-20 走行速度と衝撃係数との関係

式(45)は、本解析において、変位をスパン方向に第1次振動モードで近似しているため、変位に関する衝撃係数とも一致する。

走行速度と衝撃係数との関係の代表例を 図-20 に示す。これら 3 ケースの衝撲係数 i は、いずれも速度零の近傍で比較的大きな値をとり、またケース b, c では速度 100 km/hr 以上の領域で明瞭な極大値を生ずる。速度零近傍での衝撲係数 i の最大値は進入側端部矢板で生じ、これは有限な剛性を有する端部矢板に列車荷重が急激に載荷するとした初期条件の取り方によるものと考えられる。したがって、速度増加につれ、輪荷重の端部矢板付近における載荷時間が短縮され、急激な載荷の影響は減少するので、 i も減少している。一方、速度 100 km/hr 以上での i の極大値は上記の場合とは反対に、列車荷重の出口側の端部矢板近傍で生じ、図-20 に示すように、構造の偶数次固有周期と輪荷重の最小載荷周期とがほぼ一致したときであることから、いわゆる共振による⁸⁾ ものと考えられる。したがって、各構造の固有周期により共振速度が異なっており、ケース c では構成矢板数が多いため 4 次の固有周期に対応した共振が現れ、逆に固有周期の短いケース a では図示した範囲外に共振速度が存在する。

(4) 鋼管矢板連結長・スパン長と衝撃係数の関係

図-21 には在来線における最高列車速度近傍の 100 km/hrにおいて、スパン長 l が 10, 12, 14, 16 m の各

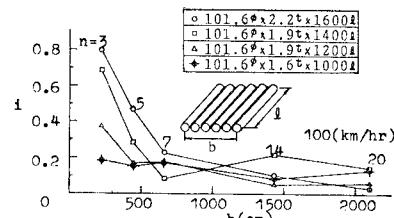


図-21 矢板連結長と衝撃係数との関係

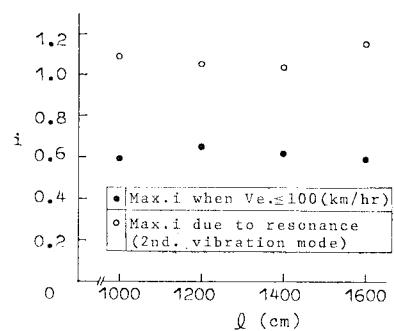


図-22 矢板スパン長と衝撃係数との関係

場合について、構成矢板数を $3 \leq n \leq 20$ の範囲内で変化させて衝撃係数 i を計算した結果を示す。これによれば矢板連結長 b が増加すると、いずれも i は減少している。また、スパン長 l に関しては、連結長 b が小さい範囲では l が大きいほど i は大きくなっているが、 $b \geq 6$ m では、 l による差は微少になる。スパン長の影響をさらに詳しくみるために $b=6$ m 近傍の構成矢板数 7 本の構造について、列車速度 100 km/hr 以内での衝撃係数の最大値、および構造の 2 次固有周期との共振速度近傍における衝撲係数の最大値を各スパン長について求めれば、図-22 のようになる。これからもスパン長が衝撲係数に及ぼす影響は小さいといえる。

5. あとがき

水平鋼管矢板構造の継手による荷重分配作用を考慮した設計法を確立するための基礎的な検討を行った。その結果、以下の諸点が判明した。

(1) 並列したはりが継手に相当する分布ばねにより、長さ方向に連結されたものとする本構造のモデル化は妥当である。また、本解析モデルは板理論との類似性により、有限帶板法と同様の手法で解析できる。

(2) 継手剛性、および鋼管形状に関するパラメータ $-K_{Vr}/Et$, l/r が大であるほど載荷矢板の荷重分担率は減少する。また、構造形状を示すパラメーター $(n-1)r/l$ でみれば、荷重が分配される範囲は l/r によらず一定である。

(3) 支配パラメーターでまとめた荷重分担率表を活

用する本簡易計算法によると、ほぼ单一はりの計算のみで、第1近似的な分担荷重を計算できる。

(4) 本構造の列車荷重に対する衝撃係数は、輪荷重の最小載荷周期と構造の固有周期がほぼ一致した場合に極大値をとる。また最大応力(変位)の生ずる矢板は速度增加とともに、列車進入側から出口側へと移行する。

(5) 一般に矢板連結長が増加すると衝撃係数は減少するが、スパン長の影響は少ない。

最後に、研究に際し有益なご討議をいただいた国鉄東京第二工事局、西松建設の方々に謝意を表します。また、本計算には住友金属工業計算機センターのIBM-3033、ならびにM168を使用した。

【付録-1】

• $[S_m]$ (4×6) (零でない要素のみ記述)

$$\begin{aligned} S_{11}^m &= -a, \quad S_{13}^m = \gamma r_{jx} a, \quad S_{14}^m = a \\ S_{16}^m &= -\gamma r_{jx} a, \quad S_{22}^m = -b, \quad S_{23}^m = -\gamma r_{jy} b \\ S_{25}^m &= b, \quad S_{26}^m = \gamma r_{jy} b, \quad S_{35}^m = c, \quad S_{36}^m = c \\ S_{41}^m &= -r_{jy} d, \quad S_{42}^m = -r_{jx} d, \quad S_{44}^m = -r_{jy} d \\ S_{45}^m &= r_{jy} d \end{aligned}$$

• $[J_m]$ (3×6)

$$\begin{aligned} -J_{11}^m &= J_{14}^m = K_U, \quad -J_{22}^m = J_{25}^m = K_V \\ -J_{33}^m &= J_{36}^m = K_W \end{aligned}$$

• F_m

$$F_1^m = f_{xm} a, \quad F_2^m = f_{ym} b, \quad F_4^m = -m_{zm} d$$

• $[C_m]$ (6×4)

$$\begin{aligned} [C_m] &= \begin{bmatrix} [PC_m(x^1, y^1)] \\ [PC_m(x^2, y^2)] \end{bmatrix} \\ [PC_m(x, y)] &= \begin{bmatrix} 1, 0, 0, -y \\ 0, 1, 0, x \\ -\gamma x, -\gamma y, 1, 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$x^1 = -r_{jx}, \quad y^1 = r_{jy}, \quad x^2 = r_{jx}, \quad y^2 = r_{jy}$$

ここに、

$$a = 1/(\gamma^4 EI_y + K_x), \quad b = 1/(\gamma^4 EI_x + K_y)$$

$$c = 1/(\gamma^2 EA + K_z), \quad d = 1/(\gamma^2 GJ + K_\phi)$$

$$\gamma = m\pi/l, \quad r_{jx} = r_j \cos \theta, \quad r_{jy} = r_j \sin \theta$$

【付録-2】

• $m=0$

\bar{f}_n

$$\begin{aligned} \bar{f}_{10} &= \int_0^1 p_{y_0} \Phi_1 d\eta / El', \quad \bar{f}_{20} = \int_0^1 p_{y_0} \Phi_2 d\eta / El'^2 \\ \bar{f}_{30} &= \int_0^1 p_{y_0} \Phi_3 d\eta / El', \quad \bar{f}_{40} = \int_0^1 p_{y_0} \Phi_4 d\eta / El'^2 \end{aligned}$$

$[\bar{K}_0]$ (4×4) (以下剛性行列は上半のみ記述)

$$\bar{K}_{11}^0 = 12 a + 13 c/35, \quad \bar{K}_{12}^0 = 6 a + 11 c/210$$

$$\bar{K}_{22}^0 = 4 a + c/105, \quad \bar{K}_{23}^0 = -6 a + 13 c/420$$

$$\bar{K}_{24}^0 = 2 a - c/140, \quad \bar{K}_{33}^0 = 12 a + 13 c/35$$

$$\bar{K}_{34}^0 = -6 a - 11 c/210, \quad \bar{K}_{44}^0 = 4 a + c/105$$

$$\bullet 1 \leq m \leq n-1$$

\bar{f}_m

$$\bar{f}_{1m} = \int_0^1 p_{ym} \Phi_1 d\eta / El', \quad \bar{f}_{2m} = \int_0^1 p_{ym} \Phi_2 d\eta / El'$$

$$\bar{f}_{3m} = \int_0^1 m_{zm} \Psi_1 d\eta / El'^2, \quad \bar{f}_{4m} = \int_0^1 p_{ym} \Phi_3 d\eta / El'$$

$$\bar{f}_{5m} = \int_0^1 p_{ym} \Phi_4 d\eta / El', \quad \bar{f}_{6m} = \int_0^1 m_{zm} \Psi_2 d\eta / El'^2$$

$[\bar{K}_m]$ (6×6)

$$\bar{K}_{11}^m = 12 a + 13 c/35 + 52 e/35$$

$$\bar{K}_{12}^m = 6 a + 11 c/210 + 22 e/105$$

$$\bar{K}_{13}^m = 7 f/10$$

$$\bar{K}_{14}^m = -12 a + 9 c/70 + 18 e/35$$

$$\bar{K}_{15}^m = 6 a - 13 c/420 - 13 f/105$$

$$\bar{K}_{16}^m = 3 f/10$$

$$\bar{K}_{22}^m = 4 a + c/105 + 4 e/105$$

$$\bar{K}_{23}^m = f/10$$

$$\bar{K}_{24}^m = -6 a + 13 c/420 + 13 e/105$$

$$\bar{K}_{25}^m = 2 a - c/140 - e/35$$

$$\bar{K}_{26}^m = f/15$$

$$\bar{K}_{33}^m = 6 + 4 h/3 + d/3$$

$$\bar{K}_{34}^m = 3 f/10$$

$$\bar{K}_{35}^m = -f/15$$

$$\bar{K}_{36}^m = -b + 2 h/3 + d/6$$

$$\bar{K}_{44}^m = 12 a + 13 c/35 + 52 e/35$$

$$\bar{K}_{45}^m = -6 a - 11 c/210 - 22 e/105$$

$$\bar{K}_{46}^m = 7 f/10$$

$$\bar{K}_{55}^m = 4 a + c/105 + 4 e/105$$

$$\bar{K}_{56}^m = f/10$$

$$\bar{K}_{66}^m = b + 4 h/3 + d/3$$

$$\bullet m=n$$

f_n

$$\bar{f}_{1n} = \int_0^1 m_{zn} \Psi_1 d\eta / El'^2, \quad \bar{f}_{2n} = \int_0^1 m_{zn} \Psi_2 d\eta / El'^2$$

$[\bar{K}_n]$ (2×2)

$$\bar{K}_{11}^n = b, \quad \bar{K}_{12}^n = -b, \quad \bar{K}_{22}^n = b$$

ここに、

$$a = I_y/l^4, \quad b = GJ/El^4, \quad c = K_y/E, \quad d = K_\phi/El'^2$$

$$e = K_V \sin^2(\pi m/2n)/E, \quad f = K_V r_j \sin(\pi m/n)/El'$$

$$h = K_V r_j^2 \cos^2(\pi m/2n)/El'^2$$

参考文献

- 1) 渡辺・塙田・和田・猪瀬：地下鉄道施工法（下），土木施工講座15-2，山海堂，昭和50年9月。
- 2) 吉田 弘：水平鋼管圧入工法（その1～9），土木施工，

- 29巻, 6号～30巻, 3号, 1974年6月～'75年3月.
- 3) 岩本・丘下部・斎藤・中山：鉄道・道路の輪荷重を受けるパイプビーム工法の実験(上, 下), 土木施工, 20巻, 4号～20巻, 5号, 1979年4月～5月.
- 4) Wah, H. and Lee R. Calcote : Structural Analysis by Finite Difference Calculus, Van Nostrand Reinhold, 1970.
- 5) Dean, D.L. and H.V.S. Ganga Rao : Macro Approach to Discrete Field Analysis, Proc. of ASCE, Vol. 96, EM 4, pp. 377～394, Aug., 1970.
- 6) Cheung, Y.K. : Finite Strip Method of Analysis of Elastic Slabs, Proc. of ASCE, Vol. 94, EM 6, pp. 1365～1378, Jun., 1968.
- 7) Frýba, L. : Vibration of Solid and Structure under Moving Loads, Noordhoff International Publishing.
- 8) 松浦章夫：高速鉄道における橋桁の動的挙動に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 256, pp. 35～48, 1978年12月.
- 9) Timoshenko, S.P. and J.M. Gere : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill Book Co., pp. 278～282, 1961.
(1979.6.6・受付)