

# クリープ変形を考慮した剛体基礎の安定計算法

## CALCULATION METHOD ON LATERAL RESTRAINT OF RIGID FOUNDATIONS IN CONSIDERATION OF CREEP DEFORMATION

足立 義雄\*・進藤 泰男\*\*・藤田 久和\*\*\*  
By Yoshio ADACHI, Yasuo SHINDO and Hisakazu FUJITA

### 1. 目 的

基礎に大きな水平力が作用したとき、長期的な安定を論ずるには地盤のクリープによる水平方向への影響が問題となる。クリープ変形を扱う方法には、村山・柴田により提案されているレオロジカルモデルによる方法<sup>1)</sup>、地盤反力を荷重とみなしてクリープひずみの数値積分によるもの<sup>2),3)</sup>、クリープ係数を用いて弾性変位に対する比率で求めるものなどがあるが、剛体基礎の安定計算に用いるには、① 現在用いられている基礎の安定計算法<sup>4)</sup>で得られる弾性変位に連続してクリープ変位を求める必要がある、② クリープ変形に伴う反力の再配分を考慮しなければならない、という 2 点を検討する必要がある。ここでは、剛体基礎の安定計算結果を初期値とみなして解を連続させることにより、クリープ変形量を逐次追跡し、反力の再配分を考慮して長期的な安定を論ずることができる計算法を提案するものである。

### 2. 式の誘導

#### (1) 仮 定

計算式を誘導するにあたり、地盤のクリープ挙動および地盤内の応力分布に関して、以下に示す仮定を考える。

① 地盤のひずみは村山・柴田のレオロジカルモデルに従い、次式で表されるものとする。

$$\epsilon = a + b \log t = \alpha D + \beta D \log t \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\epsilon$ ：地盤のひずみ、 $a, b$ ：クリープ定数、 $t$ ：時間、 $\alpha, \beta$ ：比例係数で  $1/\alpha$  は弾性係数と同じ物理量である。 $D$ ：地盤内の軸差応力。

② 比例係数は時間および応力に無関係な定数とする。

③ 軸差応力は基礎底面または側面の地盤反力に比例する。

④ クリープ変形量を求める際のひずみの有効積分領域は弾性ひずみの場合と変わらないものとする。

⑤ 比例係数はせん断ひずみに対しても変わらないものとする。

#### (2) 基本式

a) 当初の反力によるクリープ変形量

地盤のひずみを式 (1) で表すと、第 1 項は瞬時に起こる弾性ひずみを、第 2 項は時間経過に伴うクリープひずみを表すとみなし得る。したがって各項を積分すればそれぞれ弾性変形量およびクリープ変形量に相当する。変形の方法を任意に  $z$  方向とすれば、

$$\delta_z = \int_0^h (\alpha D + \beta D \log t) dz = \int_0^h \alpha D dz + \int_0^h \frac{\beta}{\alpha} \log t \cdot \alpha D \cdot dz = \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \log t\right) \int_0^h \alpha D dz \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $\delta_z$ ：クリープ変形をも含む変形量、 $h$ ：ひずみの有効積分領域。

$\int_0^h \alpha D dz$  は弾性変形量を表すことから、これを安定計算から求める変形量  $\delta_{z0}$  と等しいとすれば、

$$\delta_z = \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \log t\right) \delta_{z0} \dots \dots \dots (3)$$

以上のことから、一定の反力状態におけるクリープ変形量は一般的に次のようになる。

$$\delta_{creep} = \frac{\beta}{\alpha} \log t \cdot \delta_0 \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $\delta_{creep}$ ：クリープ変形量、 $\delta_0$ ：設計時の安定計算より得られる弾性変形量。

b) 増分反力によるクリープ変形量

地盤内の応力分布は各地層ごとにクリープ定数が異なるので時間経過につれて変化するものと考えられる。このときの軸差応力  $D$  の増分を  $D_{creep}$ 、これに伴う変形量を  $\delta'_{creep}$  とすれば、 $\delta'_{creep}$  は式 (2) と同様に次のように表される。

$$\delta'_{creep} = \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \log t\right) \int_0^h \alpha D_{creep} dz \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 $D_{creep}$  を生ずるまでの軸差応力、すなわち設

\* 正会員 建設省土木研究所

\*\* 正会員 東洋技研コンサルタント(株)

\*\*\* 正会員 東洋技研コンサルタント(株)

計時の安定計算結果に対応する軸差応力を  $D_0$  とすれば、

$$\delta'_{creep} = \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \log t\right) \int_0^h \frac{D_{creep}}{D_0} \alpha D_0 dz$$

$$= \frac{D_{creep}}{D_0} \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \log t\right) \delta_0 \dots \dots \dots (6)$$

となり、軸差応力は基礎底面または側面の反力に比例するという仮定により、

$$\delta'_{creep} = \frac{q_{creep}}{q_0} \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \log t\right) \delta_0 \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $q_{creep}$ ：反力の増分、 $q_0$ ：設計時の安定計算結果による反力。

c) クリープ変形量

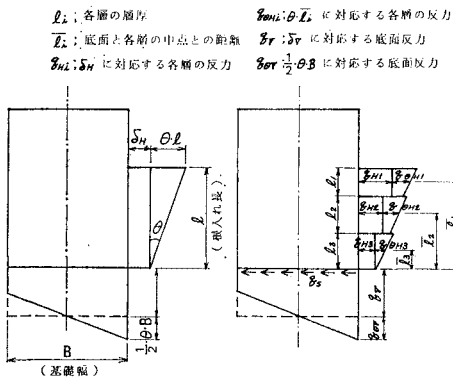
クリープによる変形量は式 (4)、(7) より次のようになる。

$$\delta_{creep} = \frac{\beta}{\alpha} \log t \cdot \delta_0 + \frac{q_{creep}}{q_0} \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \log t\right) \delta_0 \dots \dots (8)$$

(3) 計算式

変形が剛体変形であるのに対し、底面および側面各層のクリープ挙動が異なるため、クリープにより生ずる変位と反力は連立系で求める必要がある。計算の便宜上、弾性変形時の変位と反力とを 図-1 のごとくモデル化し、これに対応して、

$\delta_{Vcreep}$ ,  $\delta_{Hcreep}$ ,  $\theta_{creep}$ ：クリープ変形量



(a) 変形 (b) 反力

図-1 変形と反力の関係

$q_{Hcreep}$ ,  $q_{\theta Hcreep}$ ,  $q_{\theta Vcreep}$ ,  $q_{Screep}$ ：

クリープによる反力

とする。鉛直力に対しては底面のみで抵抗するために  $q_{Vcreep}$  は発生せず、したがって側面が  $n$  層の場合には未知数は  $(2n+5)$  個となる。

a) 力のつり合い

$\Sigma H=0$  より、

$$\sum_{i=1}^n (q_{Hcreep} + q_{\theta Hcreep}) l_i + B q_{Screep} = 0 \dots \dots (9)$$

$\Sigma M=0$  より、

$$\sum_{i=1}^n q_{Hcreep} \cdot l_i \cdot \bar{l}_i + \sum_{i=1}^n b_{\theta Hcreep} \frac{l_i}{l_i} \left(\bar{l}_i^2 + \frac{1}{12} l_i^2\right) + \frac{B^2}{6} q_{\theta Vcreep} = 0 \dots \dots \dots (10)$$

b) クリープ変形とクリープによる反力との関係

① 側面の水平変位と反力の関係

各層の比例係数を  $\alpha_{Hi}$ ,  $\beta_{Hi}$  とすれば、

$$\delta_{Hcreep} - \frac{\delta_H}{q_{Hi}} \left(1 + \frac{\beta_{Hi}}{\alpha_{Hi}} \log t\right) q_{Hcreep} = \frac{\beta_{Hi}}{\alpha_{Hi}} \log t \cdot \delta_H \dots \dots \dots (11)$$

② 側面の回転角と反力の関係

$$\theta_{creep} - \frac{\theta}{q_{\theta Hi}} \left(1 + \frac{\beta_{\theta Hi}}{\alpha_{\theta Hi}} \log t\right) q_{\theta Hcreep} = \frac{\beta_{\theta Hi}}{\alpha_{\theta Hi}} \log t \cdot \theta \dots \dots \dots (12)$$

③ 底面の鉛直変位と反力の関係

底面の比例係数を  $\alpha_V$ ,  $\beta_V$  とすれば、

$$\delta_{Vcreep} = \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t \cdot \delta_V \dots \dots \dots (13)$$

④ 底面の水平変位と反力の関係

$$\delta_{Hcreep} - \frac{\alpha_H}{q_S} \left(1 + \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t\right) q_{Screep} = \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t \cdot \delta_H \dots \dots \dots (14)$$

⑤ 底面の回転角と反力の関係

$$\theta_{creep} - \frac{\theta}{q_{\theta V}} \left(1 + \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t\right) q_{\theta Vcreep} = \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t \cdot \theta \dots \dots \dots (15)$$

以上より、側面地盤が一樣な場合には次のようにまとめられる。

$$[A][X] = [B] \dots \dots \dots (16)$$

ここに、

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{\delta_H}{q_S} \left(1 + \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{\theta}{q_{\theta V}} \left(1 + \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{\delta_H}{q_H} \left(1 + \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_1 & B & 0 & 0 & 0 & l_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_1 \bar{l}_1 & 0 & \frac{B^2}{6} & \frac{l_1}{l_1} \left(\bar{l}_1^2 + \frac{1}{12} l_1^2\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\theta}{q_{\theta H}} \left(1 + \frac{\beta_H}{\alpha_H} \log t\right) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[X] = \begin{bmatrix} \delta_{Vcreep} \\ \delta_{Hcreep} \\ \theta_{creep} \\ q_{Hcreep} \\ q_{Screep} \\ q_{\theta Vcreep} \\ q_{\theta Hcreep} \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t \cdot \delta_V \\ \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t \cdot \delta_H \\ \frac{\beta_V}{\alpha_V} \log t \cdot \theta \\ \frac{\beta_H}{\alpha_H} \log t \cdot \delta_H \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\beta_H}{\alpha_H} \log t \cdot \theta \end{bmatrix}$$

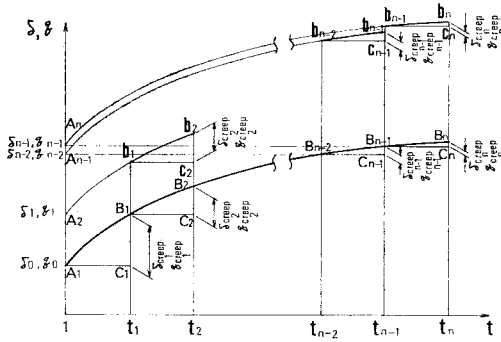


図-2 逐次計算手順

(4) 数値計算

クリープ変形の計算においては、図-2 に示すように時間  $t$  について逐次計算を行わなければならない。

a) 第1ステップ ( $t=1 \sim t_1$ )

初期値として、安定計算結果の変形量  $\delta_0$  および反力  $q_0$  を用いる。式(16)により得られる結果は図-2の  $\delta_{1creep}$ ,  $q_{1creep}$  であり、 $t_1$  時刻の  $\delta$ ,  $q$  は次のようになる。

$$\delta_1 = \delta_0 + \delta_{1creep}, \quad q_1 = q_0 + q_{1creep} \dots\dots\dots (17)$$

b) 第2ステップ ( $t=t_1 \sim t_2$ )

第2ステップの初期値として、第1ステップの結果  $\delta_1$ ,  $q_1$  を用いる。しかし  $t=t_2-t_1$  を用いると対数関係の性質上、時間経過の影響が考慮されないので、 $t=t_1$  と  $t=t_2$  の計算を行い、その差をもって第2ステップにおけるクリープ量とする。図-2 において  $A_2$  を第2ステップの初期値、 $b_1, b_2$  を  $t=t_1, t=t_2$  時の計算結果とすれば、 $b_2, c_2$  が第2ステップの  $\delta_{2creep}$ ,  $q_{2creep}$  でその値を  $B_2, C_2$  として用い時刻  $t_2$  の  $\delta, q$  は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \delta_2 &= \delta_1 + \delta_{1creep} + \delta_{2creep} \\ q_2 &= q_1 + q_{1creep} + q_{2creep} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

c) 第nステップ ( $t=t_{n-1} \sim t_n$ )

以上の手順を繰り返して、最終ステップにおいては図-2の初期値  $A_n$  により  $b_n, c_n$  を求める。時刻  $t_n$  の  $\delta, q$  は次のように表される。

$$\delta_n = \delta_0 + \sum_{i=1}^n \delta_{i,creep}, \quad q_n = q_0 + \sum_{i=1}^n q_{i,creep} \dots (19)$$

3. 計算例

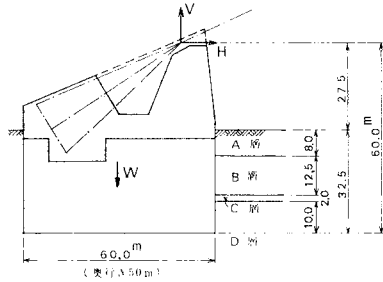


図-3 計算モデル

計算には、鉛直、水平方向のクリープが同時に起こる図-3のアンカレッジを採用する。設計時の地盤クリープ定数を表-1の基本ケースに示す。同表のケース1および2は弱層のB層、ケース3,4は強層のD層、ケース5,6は側面地盤全層のクリープ定数が、それぞれ1/10, および10倍に変化した場合を示す。これは、地質調査により得られるクリープ定数値のばらつきが大きいため、一義的に決定できない場合を想定したものである。

基本ケースの反力、変形の推移状態を図-4に示す。 $t=1$ 分の値は、設計時の安定計算結果である。結果をみると、弾性解からクリープ解へは連続性をもって移行しており、変形の進行に伴う底面を含む各地層の反力の再配分も妥当な変化を示している。図-5に基本ケースの時間経過に伴う反力の推移を示すが、反力の再配分は、 $\beta/\alpha$  値に支配されていることがわかる。 $\beta/\alpha$  値の大きな地層、すなわちクリープ変形を生じやすい地層の反力は減少し、その逆の地層では増大している。

表-2に全ケースの計算結果を示す。ケース1,2の弱層のB層についての結果をみると、変形、反力ともにほとんど変化がない。逆にケース3,4の強層のD層についてみると、クリープの進行に伴って大きな変化を示しており、クリープ変形は強層に支配されるといえる。側面全層が変化する場合5,6と、上記ケース3,4とを比較すると、100年経過時では、 $q_{Hc}$  以外の各値にはあまり差がないが、 $q_{Hc}$  のみ、変化差が激しく、かつ変化の傾向が逆転している。このことから、多層系の場合、反力の再配分はかなり敏感に生ずることがわかる。再配分される反力によっては、地盤の降伏が起こることも考えられる。

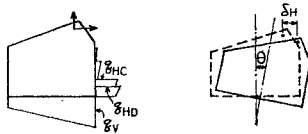
表-1 計算ケースと地盤のクリープ定数

計算 ケース	A			B			C			D		
	$\alpha$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\beta$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\beta/\alpha$	$\alpha$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\beta$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\beta/\alpha$	$\alpha$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\beta$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\beta/\alpha$	$\alpha$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\beta$ ( $\text{cm}^2/\text{kg}$ )	$\beta/\alpha$
基本ケース	$6.7 \times 10^{-2}$	$2.7 \times 10^{-3}$	0.040	$2.0 \times 10^{-2}$	$2.7 \times 10^{-3}$	0.135	$2.0 \times 10^{-3}$	$2.2 \times 10^{-4}$	0.110	$1.1 \times 10^{-3}$	$7.0 \times 10^{-5}$	0.064
ケース1	"	"	"	"	$2.7 \times 10^{-4}$	0.0135	"	"	"	"	"	"
ケース2	"	"	"	"	$2.7 \times 10^{-2}$	1.350	"	"	"	"	"	"
ケース3	"	"	"	"	$2.7 \times 10^{-3}$	0.135	"	"	"	"	$7.0 \times 10^{-6}$	0.0064
ケース4	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	$7.0 \times 10^{-4}$	0.640
ケース5	"	$2.7 \times 10^{-4}$	0.0040	"	$2.7 \times 10^{-4}$	0.0135	"	$2.2 \times 10^{-3}$	0.0110	"	$7.0 \times 10^{-6}$	0.0064
ケース6	"	$2.7 \times 10^{-2}$	0.400	"	$2.7 \times 10^{-2}$	1.350	"	$2.2 \times 10^{-3}$	1.100	"	$7.0 \times 10^{-4}$	0.640

表-2 全計算ケースのクリープ計算結果

変形、反力 計算 ケース	t=10 <sup>3</sup> 分					2年					100年				
	$\delta_H$ (mm)	$\theta$ (10 <sup>-3</sup> rad.)	qHC (t/m <sup>2</sup> )	qHD (t/m <sup>2</sup> )	qV (t/m <sup>2</sup> )	$\delta_H$ (mm)	$\theta$ (10 <sup>-3</sup> rad.)	qHC (t/m <sup>2</sup> )	qHD (t/m <sup>2</sup> )	qV (t/m <sup>2</sup> )	$\delta_H$ (mm)	$\theta$ (10 <sup>-3</sup> rad.)	qHC (t/m <sup>2</sup> )	qHD (t/m <sup>2</sup> )	qV (t/m <sup>2</sup> )
基本ケース	57.9 (100)	0.867 (100)	28.5 (100)	38.9 (100)	120.3 (100)	70.2 (100)	1.043 (100)	26.9 (100)	39.1 (100)	120.3 (100)	78.3 (100)	1.169 (100)	26.2 (100)	39.2 (100)	120.4 (100)
ケース 1	57.5 (99)	0.862 (99)	28.3 (99)	38.5 (99)	120.0 (99)	69.1 (98)	1.036 (99)	26.5 (98)	38.5 (98)	120.0 (100)	76.8 (98)	1.151 (98)	25.8 (98)	38.4 (98)	120.0 (100)
ケース 2	58.6 (101)	0.875 (101)	29.0 (102)	39.5 (102)	120.6 (100)	70.9 (101)	1.057 (101)	27.3 (101)	39.7 (102)	120.6 (100)	79.1 (101)	1.179 (101)	26.6 (102)	39.8 (102)	120.7 (100)
ケース 3	56.7 (98)	0.862 (99)	27.3 (96)	43.4 (112)	120.1 (100)	66.9 (95)	1.034 (99)	24.9 (93)	47.9 (123)	119.9 (100)	73.5 (94)	1.169 (100)	23.9 (91)	50.4 (129)	119.9 (100)
ケース 4	63.0 (109)	0.887 (102)	33.8 (119)	22.1 (57)	121.1 (101)	78.7 (112)	1.082 (104)	32.6 (121)	19.4 (50)	121.3 (101)	89.1 (114)	1.212 (104)	31.9 (122)	18.7 (48)	121.4 (101)
ケース 5	55.8 (96)	0.853 (98)	34.1 (120)	42.2 (108)	119.7 (100)	65.0 (93)	1.013 (97)	36.6 (136)	45.6 (117)	119.3 (99)	70.9 (91)	1.117 (96)	37.9 (145)	47.5 (121)	119.1 (99)
ケース 6	66.1 (114)	0.914 (105)	14.7 (52)	23.4 (60)	122.4 (100)	83.0 (118)	1.119 (107)	13.2 (49)	20.5 (52)	122.5 (102)	94.2 (120)	1.255 (107)	12.9 (49)	19.7 (50)	122.6 (102)

( ) 内の数値は、基本ケースに対する % 数を示す。



クリープの進行に伴い転倒外力は増加し、復元力は減少するので安定上不利となる。

本計算例では、100年経過時で、クリープ変形量は初期弾性変形量の70%程度(基本ケース)に達している。

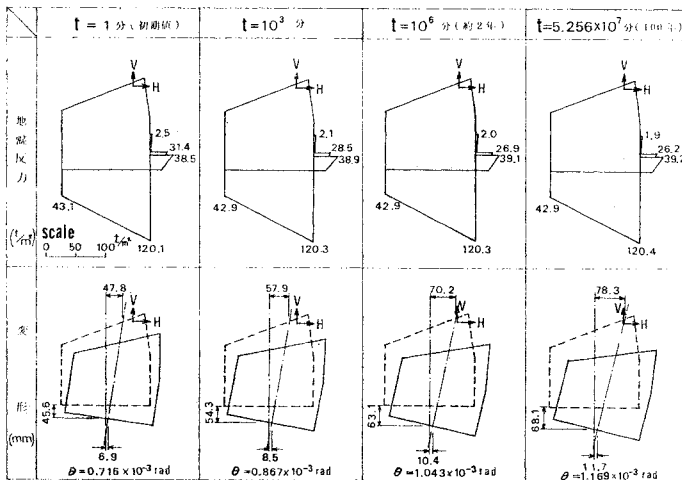


図-4 構造系全体の变形・反力の推移

#### 4. あとがき

本計算法は、設計時の安定計算と同一精度でクリープ変形や反力の再配分をと

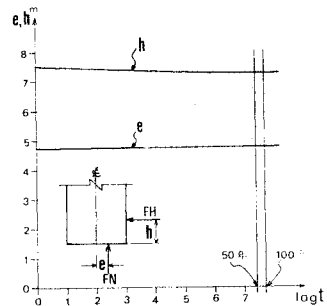


図-6 反力の合力中心の推移

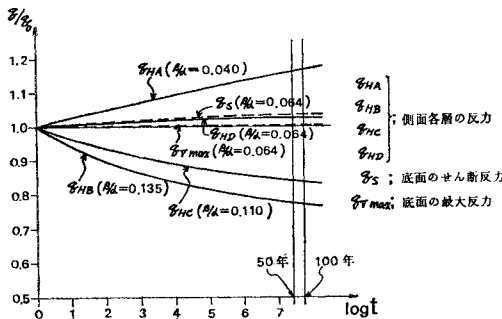


図-5 地盤反力の推移

反力分布の再配分に伴い側面、および底面に作用する反力の合力位置も変化する。その推移を基本ケースについて示したのが図-6である。底面反力の合力中心はほとんど変化せず、側面反力の合力中心は下がっている。

らえようとした一設計計算法である。このため、クリープ自体の基本的考察は含まず、従来の簡易計算法における仮定精度となら変わらない。しかし、設計計算法であるので、側面地盤の多層化や、側面と底面のクリープの同時進行、曲げ外力の考慮など、設計上の諸条件を満足し、現行の剛体基礎の安定計算とクリープ計算を同時に行い得るよう改良している。計算結果をみても、従来設計時に得られるクリープ変形量と一致しており、当初の目的は達成し得たと考えられる。

#### 参考文献

- 1) 村山朔郎・柴田 徹：粘土のレオロジー的特性について、土木学会論文集，第40号，昭和31年12月。
- 2) 浅間達雄・足立義雄：平戸大橋における地盤のクリープ変形について，土木研究所資料，第723号，昭和47年3月。
- 3) 大志万和也：平戸大橋におけるゆるい砂岩のクリープ変形について，土と基礎，Vol. 24, No. 1, 昭和51年1月。
- 4) 日本道路協会：道路橋下部構造設計指針・ケーツン基礎の設計篇，昭和45年3月。(1978.8.21・受付)