

プレート・ガーダーの曲げ耐荷力に関する新しい理論

A NEW THEORY ON ULTIMATE STRENGTH OF
PLATE GIRDERS IN BENDING長谷川 彰夫*・和田 耕造**・西野 文雄***
By Akio HASEGAWA, Kozo WADA and Fumio NISHINO

1. ま え が き

水平補剛材をもたず、垂直補剛材のみ配された薄肉ウェブのプレート・ガーダーでは、ウェブ周辺を比較的剛なフランジと垂直補剛材で拘束するため、ウェブの後座屈強度が桁の耐荷力に大きな役割を演ずるのはよく知られた事実である。その中でウェブの曲げ座屈に起因するプレート・ガーダーの曲げ耐荷力を理論的に推定、評価することは、せん断耐荷力とならんで基本的に重要な工学的課題であり、いままでも Basler・Thürlimann の理論¹⁾を初め秋田・藤井²⁾、Herzog³⁾らによって、曲げ耐荷力推定理論が提案されている。

しかし著者がすでに指摘しているように⁴⁾、Basler・Thürlimann の理論は実験値をある程度、精度よく評価するものの、その理論誘導に矛盾があること、Herzog もウェブの後座屈強度評価においては、Basler らに類似の式を用いているとともに理論的根拠が不明で実験式的な性格が強いこと、秋田・藤井の理論は、ウェブの曲げ座屈による応力欠損を考慮しているものの、ウェブ座屈後の圧縮フランジの垂直座屈現象に注目していないことなど、既存の理論にはかなりの問題点が残されている。

薄肉ウェブのプレート・ガーダーでは桁の後座屈強度が大きく、また、残留応力や初期たわみなどの初期不整の影響で明確な座屈現象が現れにくい。そのため、終局耐荷力を根拠にもつ設計が合理的と考えられるが、わが国の現行の道路橋示方書⁵⁾は、ウェブの座屈応力を計算の基本においた設計であり、後座屈強度は安全率の低減という形で評価している。その理由の1つは既存の理論が指摘したような問題点を含み、複雑な挙動をするプレ

ート・ガーダーの曲げ耐荷力を十分な根拠をもって表現できる簡単な設計式がないことである。したがって、合理的で、かつ実験的な裏づけをもち、設計式として用いることを目的として簡単化された曲げ耐荷力理論を開発することは今後の設計を合理化してゆくために重要な意味をもつ。

本研究では、プレート・ガーダーの曲げ耐荷力そのものが材料非線形性、幾何学的非線形性をもつ複雑な問題であり、かつ、残留応力、初期たわみ等のばらつきが多い初期不整量が複雑に関係しており、厳密に解析することは実用的には必ずしも有効な方法とはいえないので耐荷力モデルを仮定し、それに基づいて解析を行う。

Basler et. al., 秋田ら, Herzog の理論を始めとする従来の考え方は垂直補剛材の間隔を曲げ耐荷力を評価する際のパラメーターとしていない。これは、垂直補剛材間隔がウェブの曲げ座屈挙動に及ぼす影響が小さいと考えられていることによるものと思われる。しかし、ウェブの曲げ座屈に起因する桁の崩壊では、桁の後座屈強度をどう評価するかが問題となるのであり、ウェブ曲げ座屈後の圧縮フランジの挙動を拘束する垂直補剛材間隔は、後座屈強度も含めた桁の耐荷力にある程度影響を与えると考えられる。

本研究の耐荷力モデルでは、その影響を反映するために曲げを受ける桁の圧縮フランジは、垂直補剛材取り付け位置を端部とする圧縮力を受ける柱に近い挙動をする⁶⁾と考える。しかし、フランジがウェブにめり込む形の変形に抵抗するフランジ自身の曲げ剛性は非常に小さく、フランジ単独では簡単に座屈してしまうので、ウェブがフランジを弾力的に支持する役割を果たしているものと考える。一方、ウェブはフランジの拘束がなければ、曲げ座屈後の後座屈強度をほとんど期待できないが、フランジの拘束によりウェブ有効幅だけは耐荷力を負担し得る。

したがって、曲げ耐荷力モデルでは、ウェブの応力欠

* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 土木工学科

** 正会員 工修 運輸省第一港湾建設局

*** 正会員 Ph.D. 東京大学教授 土木工学科

損を考慮し、桁の圧縮側を圧縮フランジとウェブの有効幅よりなる垂直補剛材位置を端部とするT型の柱で評価する。桁の曲げ耐荷力は、そのT型柱の圧縮強度と、それとつり合う引張側のフランジ、およびウェブの負担する力の作るモーメントで決定する。T型の柱を考えることで、フランジがウェブに与える拘束とウェブがフランジに与える弾性支持的な役割の両方を評価することができる。さらに、曲げを受ける板要素集成構造としてのプレート・ガーダーの問題が、圧縮力を受ける柱の問題に置き換えられ、計算が非常に簡単になる。

解析においては、プレート・ガーダーの曲げ耐荷力特性を力学的に理解しやすく、かつ、実用的に便利なように曲げ耐荷力を算定するパラメーターの選択に十分な注意を払う。曲げ耐荷力の計算式を厳密に誘導した後、結果に影響を与えるパラメーターの役割、および重要性を数値的に明らかにする。その検討に基づいて簡便な設計式として用いることが可能なように簡便化した近似式を導く。さらにその近似式を過去に行われた実験結果で検証し、実用上、問題ない精度を十分確保していることを示す。

2. 曲げ耐荷力推定理論

(1) 曲げ耐荷力解析モデル

解析の対象は Fig. 1 (a) に示す垂直補剛材をもつ2軸対称のプレート・ガーダーである。曲げ耐荷力の解析モデルを Fig. 1 (b) に示す。このモデルで圧縮フランジとウェブ有効幅からなるT型断面を垂直補剛材の位置を端部とする柱とみなし、鋼柱の強度曲線に従う柱の強度 P_u を計算する。この P_u と同じ引張力を引張フランジとウェブの応力欠損による中立軸の低下を考慮した引張側ウェブで発生するものとし、その偶力を耐荷モーメントと考える。その際、モデルの桁断面に発生する直応力分布は Fig. 1 (c) に示すように圧縮側で一様分布、引張側ではウェブ部分が3角形分布、引張フランジで一様分布と仮定する。Fig. 1 には本解析に用いる幾何学的変数を一緒に与えている。

以上の曲げ耐荷力解析モデルに基づいて、耐荷力を計算する。計算にあたっては、パラメーターをすべて無次元化して表す。したがって、曲げ耐荷力も座屈を考慮しない降伏モーメント M_y で無次元化して与える。

曲げ耐荷力に影響を与えるパラメーターは、ウェブ幅厚比 h/t_w 、ウェブと圧縮フランジの面積比 A_w/A_{cf} 、ウェブパネルの辺長比 d/h 、フランジ突出脚幅厚比 $b/2t_f$ 、ウェブ有効幅厚比 h_e/t_w 、圧縮フランジの比例限界応力 σ_p と降伏応力 σ_y との比 σ_p/σ_y 、および無次元化さ

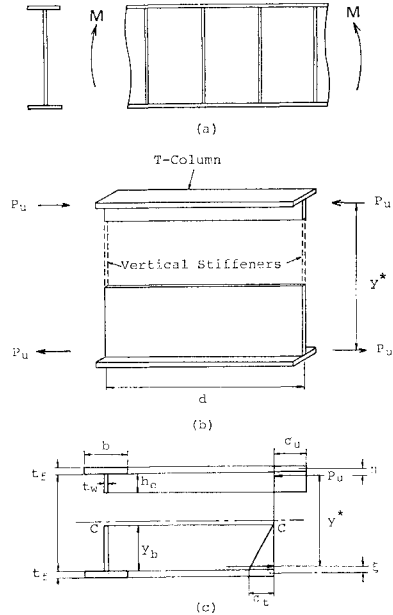


Fig. 1 Model for Analysis

れた材料定数 $g_y = \sqrt{E/\sigma_y}$ の7つである。ここで、 E は弾性定数、 σ_y は降伏応力である。 h/t_w 、 A_w/A_{cf} 、 $b/2t_f$ は、桁断面を決定するために必要なパラメーターである。 h_e/t_w は、ウェブの圧縮フランジに対する拘束を評価し、T型柱の形状を決定するために必要であり、 d/h は垂直補剛材の間隔を反映するもので、T型柱の柱長を支配するパラメーターである。 σ_p/σ_y 、 g_y は残留応力の影響や鋼種による曲げ耐荷力の違いを表現するパラメーターである。この7つのパラメーターにより、桁の形状、鋼種がすべて決定され、この耐荷力モデルの関数関係は、

$$\frac{M_u}{M_y} = f(h/t_w, A_w/A_{cf}, d/h, b/2t_f, h_e/h, \sigma_p/\sigma_y, g_y) \quad \dots\dots\dots (1)$$

となって曲げ耐荷力を評価することができる。

(2) 厳密式の誘導

無次元化された耐荷力の理論値 M_u^{th}/M_y を算定する手順を示す。計算式が複雑になるのを防ぐため、次の記号を導入する。

$$\left. \begin{aligned} \rho &= A_w/A_{cf}, \quad q = h_e/h = (h_e/t_w)/(h/t_w), \\ \frac{1}{\mu} &= \frac{h}{t_f} = \sqrt{\frac{A_w}{A_{cf}} \frac{b}{t_f} \frac{h}{t_w}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2\cdot a \sim c)$$

ここで、 ρ はウェブと圧縮フランジの面積比、 q はウェブ有効幅とウェブ高の比、 μ はフランジ厚とウェブ高の比である。

T型柱の桁面内の座屈に対する有効細長比を計算す

る。Fig. 1 (c) においてフランジ中心線から T 型柱の重心 G までの距離 η は次式で表される。

$$\eta = h \frac{q\rho(q+\mu)}{2(1+q\rho)} \dots\dots\dots (3)$$

重心 G を通り、フランジ中心線に平行な軸に関する断面 2 次モーメント I は、

$$I = A_{cf} \cdot h^2 \left[\frac{\mu^2 + q^3\rho}{12} + \frac{q\rho(q+\mu)^2}{4(1+q\rho)^2} \right] \dots\dots\dots (4)$$

回転 2 次半径 r は、

$$r = \sqrt{\frac{I}{A_{cf} + qA_w}} = h \sqrt{\frac{\mu^2 + q^3\rho}{12(1+q\rho)} + \frac{q\rho(q+\mu)^2}{4(1+q\rho)^2}} \dots\dots\dots (5)$$

垂直補剛材は圧縮フランジの垂直変位を拘束し、T 型柱の支点とみなす。支持条件は、フランジの変形が垂直補剛材軸に関して左右対称であり、垂直補剛材と圧縮フランジとは変形後も直交していると考え、固定とする。したがって T 型柱の有効長は垂直補剛材間隔の 1/2、すなわち $l_e = d/2$ となり、T 型柱の有効細長比は式 (5) を用いて、

$$\frac{l_e}{r} = \frac{1}{2} \left(\frac{d}{h} \right) \sqrt{\frac{\mu^2 + q^3\rho}{12(1+q\rho)} + \frac{q\rho(q+\mu)^2}{4(1+q\rho)^2}} \dots\dots\dots (6)$$

で与えられる。

式 (6) の有効細長比 l_e/r を用いて T 型柱の圧縮強度を求める。ここではその柱の強度曲線として残留応力を考慮する必要から、CRC 曲線を採用する⁶⁾。すなわち、T 型柱の無次元化された終局応力は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_u}{\sigma_y} &= 1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_y} \cdot \frac{1}{\pi^2 g_y^2} \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_y} \right) \left(\frac{l_e}{r} \right)^2 \\ \text{ただし、} & \left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} &\geq \frac{\sigma_p}{\sigma_y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7 \cdot a) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_u}{\sigma_y} &= \frac{\pi^2}{(l_e/r)^2} \cdot g_y^2 \\ \text{ただし、} & \left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} &< \frac{\sigma_p}{\sigma_y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7 \cdot b) \end{aligned} \right\}$$

で求められる。ここで、

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{\pi^2}{(l_e/r)^2} \cdot g_y^2$$

式 (7・a) は非弾性 CRC 曲線、(7・b) は Euler の弾性座屈公式である。

Fig. 1 (c) に示す圧縮側応力と引張側応力の合力の作用点間距離 y^* を求める。3 角形分布を仮定したウェブの引張力が 0 となる位置 C は、圧縮側ウェブの応力欠損部を除いた有効断面の図心になると仮定し、有効断面の中立軸とよぶ。このように考えたとき、Fig. 1 (c) の引張側ウェブ長 y_b は、有効断面の中立軸に関する断面一次モーメントが 0 の条件より、

$$y_b = h \left\{ \sqrt{2q + \frac{2+4q}{\rho} + \frac{4}{\rho^2}} - \left(\frac{2}{\rho} + q \right) \right\} \dots\dots (8)$$

となる。Fig. 1 (c) に仮定した応力分布のもとでは、引張側合力の作用位置と引張フランジ中心線との距離 ξ は、

$$\xi = h \frac{\rho \left(\frac{y_b}{h} \right) \left(\frac{1}{3} \frac{y_b}{h} + \frac{\mu}{2} \right)}{2 + \rho \frac{y_b}{h}} \dots\dots\dots (9)$$

と計算される。したがって y^* は式 (2・c)、(3)、(9) の μ 、 η 、 ξ を用いて

$$y^* = h \left(1 + \mu - \frac{\eta}{h} - \frac{\xi}{h} \right) \dots\dots\dots (10)$$

となる。

T 型柱の圧縮強度は式 (7) の σ_u を用いて、

$$P_u = \sigma_u (A_{cf} + qA_w) = \sigma_u A_{cf} (1 + q\rho) \dots\dots (11)$$

曲げ耐荷力を無次元化するために用いる降伏モーメント M_y は、フランジ厚がウェブ高に比べ、微小であるとして、

$$M_y = \sigma_y A_{cf} h \left(1 + \frac{\rho}{6} \right) \dots\dots\dots (12)$$

結局、式 (11)、(12) を用いて、無次元化された曲げ耐荷力は、

$$\frac{M_u^{th}}{M_y} = \frac{P_u \cdot y^*}{M_y} = \frac{\sigma_u}{\sigma_y} \frac{1 + q\rho}{1 + \frac{\rho}{6}} \frac{y^*}{h} \dots\dots\dots (13)$$

で与えられる。式 (13) が式 (1) の曲げ耐荷力に対する関数の具体的な形であり、式 (13) の ρ 、 q 、 σ_u/σ_y 、 y^*/h は以上の誘導より式 (1) で示した 7 つのパラメーターによって計算することができる。

式 (13) を用いて曲げ耐荷力を推定するためには、ウェブ有効幅 h_e 、圧縮フランジの比例限界応力 σ_p を決定することが必要である。ウェブ有効幅はウェブ剛性、フランジ剛性、垂直補剛材間隔、鋼種、作用応力等の関数であり、厳密にはこれが複雑に関係している。したがって、ウェブ有効幅を純理論的に決定するには、幾何学のおよび材料非線形性を考慮した複雑な計算が必要とされ、得られる解も簡略化された設計式にまとめるのが難しい。設計式を目的とする耐荷力モデルの性格から考えて、複雑な解析を要求するのは必ずしも適当とは思えない。

ここでは、von Kármán の純圧縮板に対する実用的な有効幅理論⁷⁾、

$$b_e/t = cg_y \quad (\text{純圧縮板では } c=1.9)$$

を準用する。ここで b_e は有効幅全幅、 t は板厚である。曲げを受けるウェブに対する特性は定数 c に反映させることを考えて、Bleich⁸⁾ や Basler の提案、実験結果¹⁾ 等を参考にして定める。

すなわち、ウェブは圧縮フランジ付近において最終的

には必ず降伏し、ウェブ有効幅 h_e は構造用炭素鋼の場合 (30~40) t_w であると推定して、その値はウェブとフランジの面積比 A_w/A_{cf} によって変化すると考える。フランジ剛性が増加すればウェブ有効幅も大きくなると考えられるので構造用炭素鋼の場合、 $A_w/A_{cf}=0.5$ で $h_e/t_w=40$, $A_w/A_{cf}=3.0$ で $h_e/t_w=30$ となる直線式、

$$\frac{h_e}{t_w} = \frac{-4.0\rho + 42}{29.58} \cdot g_y \dots\dots\dots(14)$$

を仮定する。ここで数値 29.58 は、 $\sigma_y=2400 \text{ kg/cm}^2$ を与えたときの構造用炭素鋼の $g_y = \sqrt{E/\sigma_y}$ の値である。 g_y に現れる弾性係数 E は $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ とする。式 (14) を用いて、式 (2・b) のパラメーター q を決定する。比例限界応力 σ_p は、圧縮フランジの最大圧縮残留応力が、一般に、 $0.5 \sigma_y$ 以下であることを考慮し、ここでは安全側をとって、鋼種に無関係に $\sigma_p/\sigma_y=0.5$ とする。

以上の計算式を用いて、プレート・ガーダーの曲げ耐荷力を計算することができる。本理論では降伏モーメントを上回る耐荷モーメントを計算することを対象としていない。したがって、式 (13) の M_u^{th}/M_y は 1 以下で有効とする。

Fig. 1 (c) の曲げ耐荷力の計算モデルで引張縁応力が σ_y を超えると引張側ウェブの仮定応力分布が成立しないため、引張縁応力 σ_t は降伏応力 σ_y 以下でなければならない。圧縮側合力と引張側合力が等しいことを用いて、この条件を表すと

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_y} = \frac{A_{cf} + h_e t_w}{A_{cf} + \frac{1}{2} y_b t_w} \cdot \frac{\sigma_u}{\sigma_y} \leq 1 \dots\dots\dots(15)$$

式 (7) より $\sigma_u/\sigma_y \leq 1$ であるから、 σ_u/σ_y の係数が 1 以下ならば σ_t/σ_y は 1 を超えることがない。 σ_u/σ_y の係数が 1 以下であるためには、

$$h_e/h \leq \frac{1}{2} y_b/h \dots\dots\dots(16)$$

Table 1 h/t_w and M_u^{th}/M_y Values at $\sigma_t = \sigma_u$

g_y	A_w/A_{cf}	h/t_w	$\frac{h}{t_w} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}}$	M_u^{th}/M_y	
				$d/h=2.5$	$d/h=1.5$
29.58	0.5	162.0	5.4767	1.0047	1.0173
	1.0	156.0	5.2738	1.0073	1.0154
	1.5	149.0	5.0372	1.0083	1.0149
	2.0	141.5	4.7836	1.0090	1.0149
	2.5	134.0	4.5301	1.0090	1.0144
	3.0	126.3	4.2698	1.0087	1.0138
24.15	0.5	132.4	5.4824	0.9973	1.0159
	1.0	127.2	5.2671	1.0028	1.0148
	1.5	121.5	5.0311	1.0047	1.0145
	2.0	115.5	4.7826	1.0055	1.0142
	2.5	109.4	4.5300	1.0056	1.0137
	3.0	103.1	4.2692	1.0054	1.0132
21.37	0.5	117.2	5.4843	0.9909	1.0145
	1.0	112.5	5.2644	0.9987	1.0140
	1.5	107.5	5.0304	1.0013	1.0137
	2.0	102.3	4.7871	1.0022	1.0133
	2.5	96.8	4.5297	1.0027	1.0130
	3.0	91.2	4.2677	1.0027	1.0126

式 (8) で与えるように y_b/h は $q=h_e/h$, $\rho=A_w/A_{cf}$ の関数のため、式 (16) の等号を用いることにより、 ρ =一定のもとでの h_e/h が定まり、式 (14) によって容易に $\sigma_t/\sigma_y = \sigma_u/\sigma_y$ となるときの、ウェブ幅厚比 h/t_w を求めることができる。 $b/2t_f=13$ としたとき、このようにして求めた h/t_w とそのときの曲げ耐荷力 M_u^{th}/M_y を **Table 1** に示す。ここで $g_y=29.58, 24.15$ および 21.37 はそれぞれ $\sigma_y=2400, 3600$ および 4600 kg/cm^2 に相当する。この結果によれば、 $\sigma_t/\sigma_y = \sigma_u/\sigma_y$ となるときの、曲げ耐荷力 M_u^{th}/M_y はほぼ 1 またはそれを上回り、したがって本理論の適用範囲を $M_u^{th}/M_y \leq 1$ に限れば引張縁応力が計算上、降伏応力を超えることはほとんどないと考えてよい。

3. 数値計算例の検討

構造用炭素鋼 ($g_y=29.58$) に対しフランジ突出脚幅厚比 $b/2t_f=13$ としたときに、式 (13) から得られる曲げ耐荷力曲線を **Fig. 2~4** に示し、ウェブ幅厚比 h/t_w 、ウェブとフランジの面積比 A_w/A_{cf} および辺長比 d/h が耐荷力特性に及ぼす影響について考察する。 h/t_w はウェブの曲げ座屈を支配するパラメーターであり、桁の曲げ耐荷力に与える影響も大きく、設計上最も重要なパラメーターである。

A_w/A_{cf} が 0.5 と 2.0 の場合、 $h/t_w, d/h$ と曲げ耐荷力の関係を **Fig. 2** に示す。比較のために Basler の提案曲線¹⁾も示す。**Fig. 2** によると、 h/t_w が大きくなると耐荷力の低下が急となる。この傾向は、垂直補剛材間隔すなわち辺長比の大きい方が著しい。

辺長比 d/h は、その値が実用に用いられる範囲 (0.5~1.5) にあれば、 $h/t_w=250$ 程度以下の桁の曲げ耐荷力にあまり影響を与えないことが著者らの実験¹⁵⁾から確かめられている。Basler や秋田らの曲げ耐荷力推定理論では d/h が耐荷力を評価するパラメーターとなっていない。しかし、垂直補剛材は圧縮フランジの垂直変位を拘束して、その垂直座屈による曲げ耐荷力の低下を防止する。したがって、ウェブの幅厚比が大きくなり、ウェブ剛性が減少するにつれて、垂直補剛材が圧縮フランジの挙動を拘束する効果も大きくなり、 d/h の差が曲げ耐荷力に敏感に反映されるようになると考えられる。

Fig. 2 で $A_w/A_{cf}=0.5$ のとき、 $h/t_w=350$ における辺長比による曲げ耐荷力の相違は、 $d/h=0.5$ と 1.5 の場合に対し約 5% である。この相違は A_w/A_{cf} が増すにつれて減少することが **Fig. 2** の結果より明らかであり、水平補剛材をもたないプレート・ガーダーのウェブ幅厚比としては、実用の範囲と考えられる $h/t_w=350$ 以下の桁では、辺長比が実用の範囲 (0.5~1.5) にある

限り 5% 以下であるといえる。 h/t_w が減少すれば、この相違も減少することは Fig. 2 から明らかである。しかし、 h/t_w が 350 よりさらに大きくなると、辺長比による耐力の相違も大きくなる傾向を Fig. 2 は示している。このように、 Fig. 2 は、実験結果も含め、予想される辺長比と耐力の関係をよく表している。

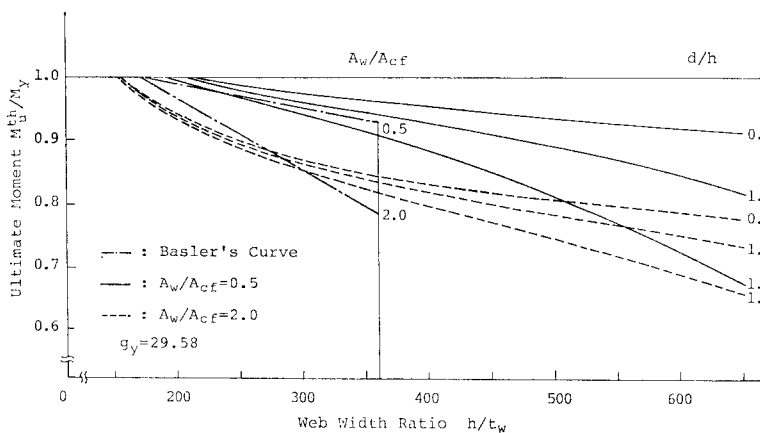


Fig. 2 Ultimate Moment Curves with Parameter of d/h

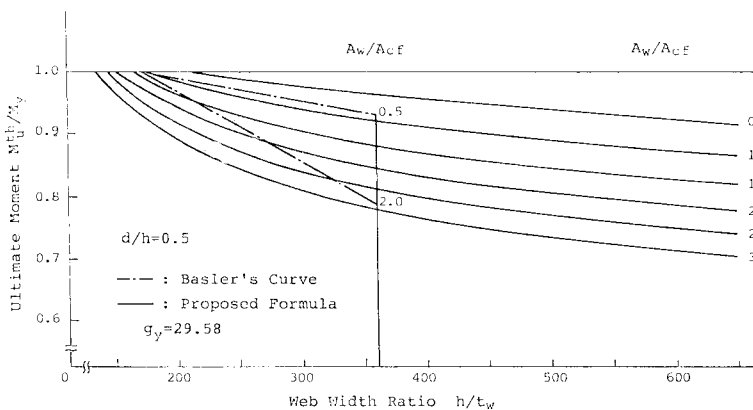


Fig. 3 Ultimate Moment Curves with Parameter of A_w/A_{cf} at $d/h=0.5$

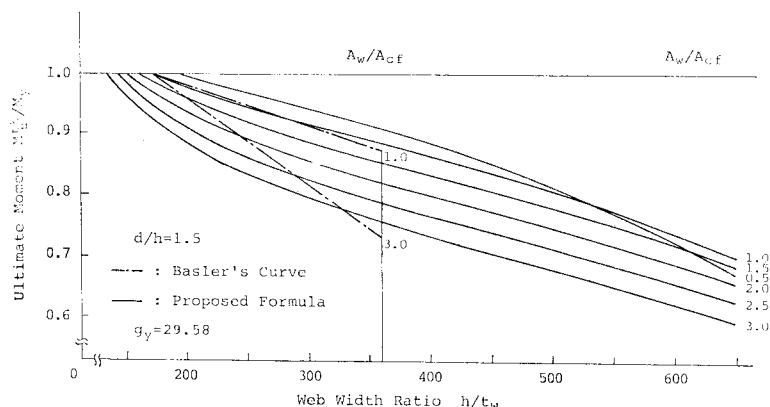


Fig. 4 Ultimate Moment Curves with Parameter of A_w/A_{cf} at $d/h=1.5$

d/h を 0.5 と 1.5 としたときの h/t_w , A_w/A_{cf} と曲げ耐力の関係を Fig. 3, 4 にそれぞれ示す。比較のため、Basler の提案曲線も示す。 A_w/A_{cf} は、フランジがウェブに与える拘束の程度を表現するパラメーターである。 $d/h=1.5$ の Fig. 4 によると、 h/t_w が大きくなれば耐力の低下が急になり、この傾向は A_w/A_{cf} の小さい方が著しい。これは、T型柱の曲げ剛性のかなりの部分がウェブ有効幅に依存しているため、フランジに比べて相対的にウェブが小さい A_w/A_{cf} の小さい桁ほど、 h/t_w の増加によるウェブ有効幅の相対的な減少の影響を強く受けるためである。

Basler や秋田らの曲げ耐力推定理論では、ウェブ幅厚比が同じであれば、 A_w/A_{cf} が小さいほど無次元化された曲げ耐力 M_u^{th}/M_y は大きくなるとされている。 Fig. 4 では、ウェブ幅厚比が小さいときには、 A_w/A_{cf} と曲げ耐力の関係は Basler, 秋田らの理論と同様の傾向を示しているが、ウェブ幅厚比が実用領域をはるかに超えた領域になると A_w/A_{cf} と曲げ耐力の関係が逆転している。これは、 h/t_w が極端に大きく、圧縮フランジの垂直座屈に対する抵抗が非常に小さいとき、フランジの断面積をある程度以上より大きくしても、曲げ耐力の増加する割合より降伏モーメントの増加する割合の方が大きくなって、無次元化された耐力 M_u^{th}/M_y は逆に小さくなることを示す。

しかし、 $d/h=0.5$ の Fig. 3 では Fig. 4 のような、 h/t_w が大きい領域での曲げ耐力の急激な減少や、 A_w/A_{cf} と曲げ耐力の関係の逆転はみられない。これは辺長比の相違によるものである。垂直補剛材の支点としての働きが、T型柱の曲げ剛性の減少を補い、フランジ剛性の増加を桁の曲げ耐力に十分に反映させる役割を果たす。

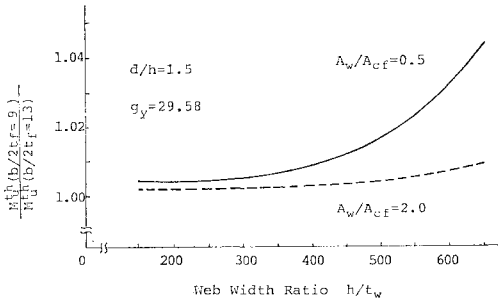


Fig. 5 Influences of $b/2t_f$ on Ultimate Moment

この曲げ耐荷力モデルのもとでは、 $M_u^h/M_y=1.0$ となるとき h/t_w の値が、 A_w/A_{cf} 、 d/h により異なっている。これは、ウェブに曲げ座屈が生じて、桁の後座屈強度により、曲げ耐荷力が降伏モーメント M_y に到達できるためである。桁の後座屈強度に影響を与える A_w/A_{cf} 、 d/h によって、 $M_u^h/M_y=1.0$ となるとき h/t_w に差がでるのは当然といえる。この差は、 d/h よりも A_w/A_{cf} の違いによる方が大きい。その理由は、ウェブ剛性が相対的に大きい場合、フランジ剛性の方が垂直補剛材間隔よりも強い影響を桁の後座屈強度に与えるためである。

フランジ突出脚幅厚比 $b/2t_f$ と耐荷力特性の関係について考察する。 $b/2t_f$ は桁断面の形状、およびT型柱の形状を決定するパラメーターである。 $g_y=29.58$ 、 $d/h=1.50$ 、 $A_w/A_{cf}=0.5$ および 2.0 のとき、 $b/2t_f=13$ と 9 とした場合の曲げ耐荷力の比を Fig. 5 に示す。

Fig. 5 によれば、 $b/2t_f$ による耐荷力の差は $h/t_w=650$ 、 $A_w/A_{cf}=0.5$ および $d/h=1.5$ のとき約 4.4% である。この差は d/h が小さくなり、 A_w/A_{cf} が大きくなるほど小さくなる。これは、 d/h が小さくなるとT型柱の細長比が小さくなることと、 A_w/A_{cf} が大きくなると、T型柱の曲げ剛性に占めるフランジの割合が小さくなることによる。

実用に用いられる桁では A_w/A_{cf} の値が 0.5 以下になることは少なく、 d/h もたとえば道路橋示方書⁵⁾で、1.5 以下とされていることなどを考えると、 $b/2t_f$ が 9 と 13 の場合の曲げ耐荷力の差は最大 4.4% 以下であるといえる。一方、 $b/2t_f$ はフランジ突出脚のねじれ座屈を考慮して、鋼種により異なるが最大でも 13 程度⁵⁾ であり、桁の水平座屈を考えると、フランジの幅厚比は大きい方が有利であることから、実用上、その変域は限られ、 $b/2t_f$ の違いによる曲げ耐荷力への影響は無視してさしつかえないであろう。以下、特に断らない限り、 $b/2t_f=13$ として計算する。

ウェブ有効幅が曲げ耐荷力に与える影響について考察する。 $g_y=29.58$ 、 $d/h=1.5$ のもとで、 $A_w/A_{cf}=0.5$ のときウェブ有効幅幅厚比 $h_e/t_w=30$ 、 $A_w/A_{cf}=2.0$ の

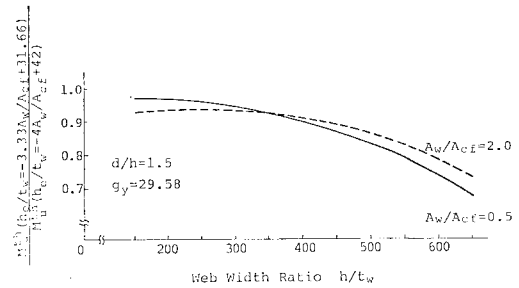


Fig. 6 Influences of h_e/t_w on Ultimate Moment

とき $h_e/t_w=25$ 、すなわち $h_e/t_w=-3.33d+31.66$ とした場合の式 (14) の場合に対する曲げ耐荷力の比を Fig. 6 に示す。 $h/t_w=400$ 以下では、 h_e/t_w による曲げ耐荷力の差は 10% 以下であるが、 $h/t_w=650$ になると $A_w/A_{cf}=0.5$ のとき 33%、 $A_w/A_{cf}=2.0$ のとき 27% にも達し、 h_e/t_w の影響は、ウェブ幅厚比が実用領域をはるかに超えた領域では非常に大きくなる。

しかし、ウェブ幅厚比が実用領域にある場合、その影響は小さいとはいえないが 10% 以下であり、 d/h が小さくなると、その差が減少すること、ウェブの有効幅を理論的に明確に定めることは前述のように困難なことなどを考えると、ウェブ有効幅を式 (14) のように仮定したことは少なくともウェブ幅厚比が実用領域にある限り、さほど問題がないと判断される。したがって、式 (14) の仮定は現段階ではやむを得ないといえるが、曲げ耐荷力の実験値と計算値の比較からウェブ有効幅 h_e/t_w を逆推定することも含め、今後、実験データの集積と精密な理論的検討によって改良の期待される仮定である。

圧縮フランジの比例限界応力と降伏応力の比 σ_p/σ_y を 0.5 と定めたが、チェックの意味で $g_y=29.58$ 、 $b/2t_f=13$ 、 $A_w/A_{cf}=0.5$ および 2.0 、 $d/h=1.5$ の場合に対して、 $\sigma_p/\sigma_y=0.75$ とした場合との曲げ耐荷力の比を Fig. 7 に示す。この場合の曲げ耐荷力の差は 10% 以下であり、 d/h が小さくなると、やはり曲げ耐荷力の差も減少すること、さらに、安全側であることから、 $\sigma_p/\sigma_y=0.5$ とすることに実用上問題はないと考えられる。

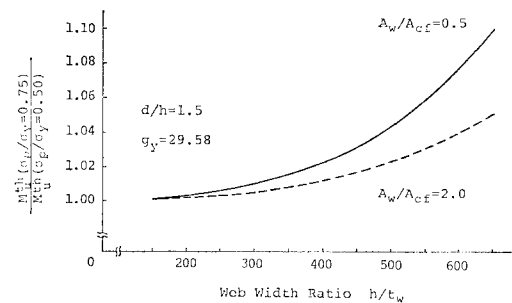


Fig. 7 Influences of σ_p/σ_y on Ultimate Moment

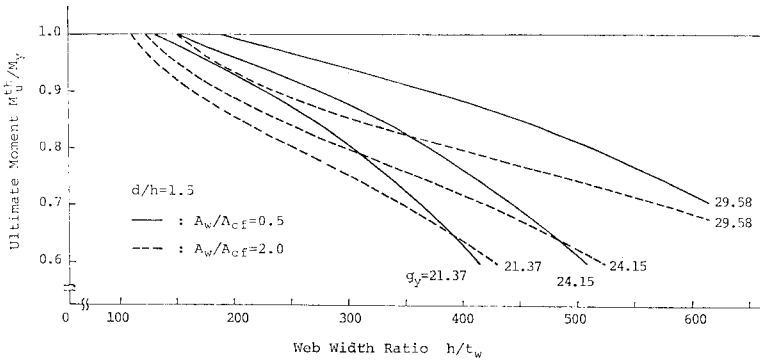


Fig. 8 Ultimate Moment vs. h/t_w with Parameter of g_y

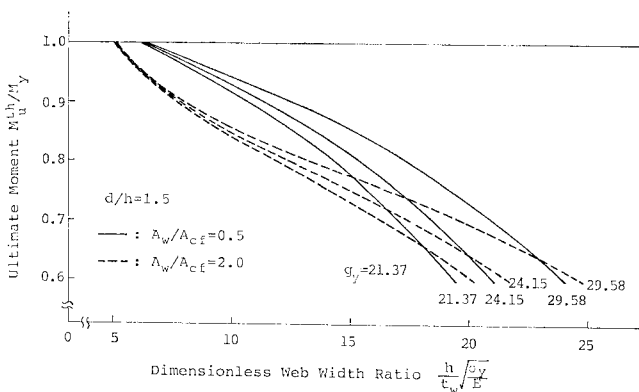


Fig. 9 Ultimate Moment vs. $h/t_w \sqrt{\sigma_y/E}$ with Parameter of g_y

無次元化された材料定数 $g_y = \sqrt{E/\sigma_y}$ は、鋼種による曲げ耐荷力の差を表すパラメーターである。 $g_y=29.58$, 24.15, および 21.37 (それぞれ $\sigma_y=2400$, 3600 および 4600 kg/cm² に相当) に対し, $d/h=1.5$, $A_w/A_{cf}=0.5$ および 1.5 の場合について計算した結果を Fig. 8, 9 に示す。 Fig. 8 は、横軸にウェブ幅厚比 h/t_w を用いた場合で同一幅厚比においても鋼種によって耐荷モーメント M_u^{th}/M_y は変化する。したがって、 $M_u^{th}/M_y=1$ を与える幅厚比も A_w/A_{cf} の値だけでなく、鋼種によっても違い、高強度鋼を用いるにつれて、その限界幅厚比が小さくなるという一般的特性が得られているとともに、その値を明らかにしている。

Fig. 9 は、同じ結果を横軸に鋼種に関して無次元化した幅厚比 $(h/t_w) \sqrt{\sigma_y/E}$ をとって表したものである。このように M_u^{th}/M_y と $h/t_w \sqrt{\sigma_y/E}$ の関係で表した場合、 Fig. 8 の場合と異なり、鋼種の変化に対してかなり集約された形で表示することができる。特に、 $M_u^{th}/M_y=1$ を与えるウェブの限界幅厚比が $h/t_w \sqrt{\sigma_y/E}$ の場合、ほぼ鋼種に無関係となっているのが注目される。しかし、板の座屈解析とは異なって、この曲げ耐荷力曲線が鋼種に無関係な 1 本の曲線とならないことは注意されてよい。これは柱の耐荷力モデルを用いながら、ウェブ

の $h/t_w \sqrt{\sigma_y/E}$ のみで曲げ耐荷力曲線を表示したため、このことは座屈現象でなく、板集成構造の耐荷力を扱っていることから、当然の結果といえよう。なお、計算によれば d/h が小さくなると、 Fig. 9 の鋼種の変化に対する違いが、より小さくなることを確かめている。

以上、プレート・ガーダーの曲げ耐荷力に対する新しい理論を検討した。この理論は基本的に柱の耐荷力のモデルを用いたものであるが、 Fig. 2~4 に示したようにウェブの幅厚比と曲げ耐荷力の関係という板構造の耐荷力特性として合理的な結果を得た。これは、ウェブ幅厚比 h/t_w の増加とともに、T型柱の有効細長比も増加するためである。 h/t_w が、桁の曲げ耐荷力に与える影響を、圧縮フランジの柱の有効細長比に正確に反映させることによって、初めて板の問題としての側面をもつ、ウェブの曲げ座屈に起因する桁の崩壊の問題を柱の問題に置き換えることができた。

4. 厳密式の近似化

いままでに検討した各パラメーターの特性を参考に、厳密な曲げ耐荷力の推定式 (13) を設計式として利用し得るように単純化した近似式に導く。

式 (13) の右辺で、 σ_u/σ_y を算出する際に必要な式 (6) の l_e/r , および式 (10) で与えられる y^*/h の計算が複雑である。近似化にあたり、フランジ突出脚の幅厚比 $b/2t_f=13$ で固定する。発見的な方法により、式 (6) で表される T型柱の有効細長比を、

$$\frac{l_e}{r} = 1.3 \frac{d}{h} \sqrt[3]{q^4 \rho} \dots\dots\dots (17)$$

で近似する。式 (10) で与えられる圧縮側合力と引張側合力の作用点間距離 y^* は、 h/t_w により、あまり変動しない数値計算結果をもとに、 $\rho=A_w/A_{cf}$ の関数として、

$$\frac{y^*}{h} = \frac{1}{8.90 \rho + 9.79} + 0.92 \dots\dots\dots (18)$$

で近似する。式 (7), (17), (18) を用いることにより厳密式 (13) に対する曲げ耐荷力の近似式として、

$$\frac{M_u^{th}}{M_y} = \left\{ 1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_y} \frac{1}{\pi^2 g_y^2} \left(1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_y} \right) \left(1.3 \frac{d}{h} \sqrt[3]{q^4 \rho} \right)^2 \right\} \times \frac{1 + q\rho}{1 + \frac{\rho}{6}} \left(\frac{1}{8.90 \rho + 9.79} + 0.92 \right)$$

ただし,

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} \geq \frac{\sigma_p}{\sigma_y} \dots\dots\dots(19 \cdot a)$$

$$\frac{M_u^{th}}{M_y} = \frac{\pi^2}{\left(1.3 \frac{d}{h} / \sqrt[3]{q^4 \rho}\right)^2 \cdot g_y^3} \times \frac{1+q\rho}{1+\frac{\rho}{6}} \left(\frac{1}{8.90 \rho + 9.79} + 0.92 \right)$$

ただし,

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} < \frac{\sigma_p}{\sigma_y} \dots\dots\dots(19 \cdot b)$$

を得る.

ここで,

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \frac{\pi^2}{\left(1.3 \frac{d}{h} / \sqrt[3]{q^4 \rho}\right)^2 \cdot g_y^3}$$

上式中の q はウェブの有効幅とウェブ高の比であり, 式 (2・b), (14) より,

$$q = h_e/h = \left(\frac{-4\rho + 42}{29.58} \right) g_y / (h/t_w) \dots\dots\dots(20)$$

で与えられる. $d/h=1.5, g_y=29.58$ で $A_w/A_{cf}=0.5$ と 2.0 のときに, 近似式 (19) と厳密式 (13) を用いて計算された曲げ耐力の比を **Fig. 10** に示す. h/t_w が小さいとき近似式の誤差が相対的に大きいのは, y^*/h を h/t_w にかかわらず一定としたため, h/t_w が小さいとき y^* の近似値が実際よりも大きめの値になったことによる. 図は $d/h=1.5$ の場合であるが, d/h がより小

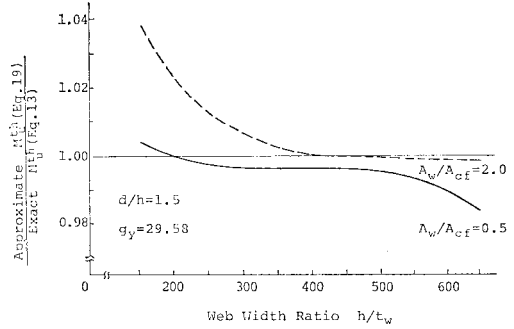


Fig. 10 Accuracy of Approximate Formula of Eq. (19)

いときの方が精度はよい. また, 誤差は $d/h \leq 2.5$ の範囲で最大の場合でも 5% 以下であることも計算により確かめられている. したがって, 式 (13) の近似式として式 (19) を用いることに問題はないと考える. 式 (19) は, さほど複雑でなく, 設計式として十分使用し得るものである.

5. 理論値と実験値との比較

過去に行われた実験により得られた結果のうちから, 最終的崩壊状況にかかわらず, ウェブの曲げ座屈によって降伏モーメント以下で崩壊したと判定されたものを選び^{9), 9)~13)}, その実験値を近似式 (19) による計算結果とともに **Table 2** に示す. この場合, 実験値での M_y の算定には表に示したフランジの実測降伏応力を用い, 理論式 (19) 右辺の g_y は, 公称降伏応力 $\sigma_y=2400$

Table 2 Comparisons of Tests with Proposed Formula

No	Ref.	Test Girders	(σ_y)web kg/mm ²	(σ_y)flange kg/mm ²	b/2t _f	d/h	h/t _w	A _w /A _{cf}	M _u ^{ex} /M _y	M _u th /M _y	M _u ^{ex} /M _u th
1	Hasegawa et al. 9)	B-25-0	33.5	24.74	12.56	1.50	256.77	1.21	0.834	0.931	0.896
2	Cooper 10)	LB-1	23.4	26.40	7.94	1.00	443.49	0.75	0.891	0.893	0.998
3	Basler et al. 11)	G2-T1	24.82	27.14	7.93	1.50	185.19	1.44	0.905	0.990	0.914
4		G2-T2	24.82	27.14	7.93	0.75	185.19	1.44	0.966	0.995	0.971
5		G4-T1	30.51	26.44	7.86	1.50	387.55	0.69	0.900	0.883	1.019
6		G4-T2	30.51	26.44	7.86	0.75	387.55	0.69	0.954	0.928	1.028
7	Konishi et al. 12)	A	28.00	28.00	10.00	1.00	266.67	1.88	0.919	0.900	1.021
8	Owen et al. 13)	TG-0	21.17	24.27	8.00	1.00	750.59	0.83	0.854	0.761	1.122
9	Wästlund et al. 14)	B-2	24.00	24.00	4.90	1.625	210.53	1.32	0.982	0.964	1.019
10	Hasegawa et al. 15)	B-21-A	32.92	28.66	11.91	0.75	212	1.20	1.00	0.975	1.026
11		B-21-B	32.92	28.66	11.95	1.50	212	1.20	0.98	0.968	1.012
12		B-25-A	32.92	28.66	11.91	0.75	252	1.43	0.92	0.936	0.983
13		B-25-B	32.92	28.66	11.91	1.50	252	1.43	0.90	0.925	0.973

Remarks : (1) Mean=0.999 and Coefficient of Variation=0.054 for M_u^{ex}/M_uth

(2) M_uth/M_y : Approximate Formula Eq.(19)

kg/cm² を用いてすべて 29.58 とした。

Table 2 に示した M_u^{ex}/M_u^{th} の平均値は 0.999, 変動係数は 5.4%, 誤差の最大値は 12.3% である。誤差が最大となったのは No. 8 の桁で, この桁の誤差が大きいのは, h/t_w が 750.59 と非常に大きく, 曲げ耐力の正確な推定が難しいことにもよるが, これだけ h/t_w が大きくなると, 実験値そのものにもかなりばらつきがあると考えられ, その影響も強いと思われる。No. 8 の桁を他の桁と比較した場合, 非常に大きな幅厚比を有しているにもかかわらず, その曲げ耐力の実験値はかなり高めの値となっている。ほかに, No. 1 と No. 3 の桁も 10.4%, 8.6% の誤差を示しているが, これらの桁は, 他のほぼ同様な断面と辺長比をもつ桁に比較して, かなり曲げ耐力の実験値が小さい。この 3 体の桁を除いた残り 10 体の桁では, 誤差は 3% 以内となっている。したがって, **Table 2** に集められた実験データの数が少なく, A_w/A_{cf} も 0.69~1.88 の範囲に限られているとはいえ, **Table 2** に関する限り近似式 (19) は, よい精度で曲げ耐力を推定しているといえる。

以上, 直接には水平補剛材をもたず, 垂直補剛材のみをもつ 2 軸対称のプレート・ガーダーに関し, 新しい理論を提案し検討を試みた。非対称のプレート・ガーダーに関しても同様な理論展開は可能となろう。水平補剛材をもつプレート・ガーダーに対しては, 圧縮フランジ, ウェブ有効幅に水平補剛材も加わった断面部分を柱断面ととらえて同様な理論を組み立てることができると思われる。この場合, もちろんウェブの有効幅の設定に新たな配慮が必要なことはいうまでもない。今後の検討課題である。

6. 結 論

ウェブの曲げ座屈に起因して崩壊するプレート・ガーダーの曲げ耐力を推定する新しい理論を開発した。本理論では, ウェブの曲げ座屈後の現象をウェブの有効幅として評価し, その有効幅と圧縮フランジは垂直補剛材位置を端部とする柱の挙動で類似させて, その圧縮強度と引張側合力の作る偶力で耐力モーメントをとらえた。

この新しい耐力モデルのもとに厳密な計算式を導いた。厳密な計算式を数値的に検討して実用設計に利用し得る簡単化された近似式を導いた。本理論によれば, 曲げ耐力 M_u^{th}/M_y を支配するおもな要因は, ウェブの幅厚比 h/t_w , ウェブと圧縮フランジの面積比 A_w/A_{cf} , 垂直補剛材の間隔すなわち辺長比 d/h , 鋼種を表す材料定数 $g_y = \sqrt{E/\sigma_y}$ である。

本理論では, 柱の耐力モデルを基本的に採用しなが

らも, 曲げ耐力曲線は A_w/A_{cf} , d/h , g_y をパラメータとした M_u^{th}/M_y と h/t_w の関係という板構造の耐力特性として一般に理解しやすい形で表現することができる。計算結果によれば, 従来指摘されている A_w/A_{cf} の値による曲げ耐力の変動のほか, 辺長比 d/h も曲げ耐力特性に影響を与える。その程度はウェブの幅厚比が大きくなるほど, また A_w/A_{cf} が小さくなるほど著しいものとなる。しかし, 実用領域でのウェブ幅厚比のもとでは d/h の影響は必ずしも大きなものではない。

降伏モーメントを期待し得るウェブの限界幅厚比 h/t_w は, 鋼種 g_y のほかに, A_w/A_{cf} , d/h によっても変化する。しかし, d/h による変化は A_w/A_{cf} による変化に比較して小さい。この限界幅厚比を $(h/t_w)\sqrt{\sigma_y/E}$ で考えれば, その値は鋼種に無関係にほぼ一定となる。しかし, 曲げ耐力曲線は横軸に $h/t_w\sqrt{\sigma_y/E}$ をとつても, 板の座屈曲線と異なって鋼種に無関係な 1 本の曲線とならない。これは柱の耐力モデルを用いながら, ウェブの $h/t_w\sqrt{\sigma_y/E}$ のみで曲げ耐力曲線を表示したため, このことは座屈現象でなく, 板集成構造の耐力を扱っていることから当然の結果といえよう。

ウェブの曲げ座屈に起因して $M_u^{ex}/M_y \leq 1$ で崩壊しているプレート・ガーダーの実験値を集め, 本理論の近似式 M_u^{th}/M_y と比較した結果, M_u^{ex}/M_u^{th} で平均値 0.999, 変動係数 5.4% となり実用上問題ない精度を十分確保していることを明らかにした。

謝 辞: 本研究は文部省科学研究費による研究の一部として行われたものである。本研究を進めるに際し, 名古屋工業大学 松浦 聖教授のご指導, ご助言を得た。ここに記して感謝する。

参 考 文 献

- 1) Basler, K. and B. Thürlimann: Strength of plate girders in bending, Proc. of ASCE, Vol. 87, No. ST 6, pp. 153~181, Aug. 1961.
- 2) 秋田好雄・藤井登喜男: 座屈と塑性を考慮した最小重量設計, 第 2 報, 造船協会論文集, 第 120 号, pp. 156~164, 1966.
- 3) Herzog, M.A.M.: Ultimate static strength of plate girders from tests, Proc. of ASCE, Vol. 100, No. ST 5, pp. 849~864, May 1974.
- 4) 長谷川彰夫・堀口隆良・西野文雄: プレート・ガーダーの耐力に関する一考察 (上), (下), 橋梁と基礎, Vol. 11, No. 4, No. 5, pp. 25~32, pp. 8~12, 1977 年 4 月, 5 月.
- 5) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, 昭和 55 年.
- 6) Johnston, B.G.: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd. Ed., John Wiley & Sons, New York, 1976.
- 7) von Kármán, T., E.E. Sechler and L.H. Donnell: The strength of thin plates in compression, Trans.

- ASME, Vol. 54, APM-54-5, p. 53, 1932.
- 8) Bleich, F. : *Buckling Strength of Metal Structures*, McGraw-Hill, New York, 1952.
 - 9) 長谷川彰夫・西野文雄・奥村敏恵：水平補剛材を有するプレート・ガーダーの曲げ耐力実験，土木学会論文報告集，第234号，pp. 33~44，1975年2月。
 - 10) Cooper, P.B. : *Strength of longitudinally stiffened plate girders*, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. ST 2, pp. 419~451, Apr. 1967.
 - 11) Basler, K., B.T. Yen, J.A. Mueller and B. Thürliemann : *Web buckling tests on welded plate girders*, W.R.C. Bulletin, No. 64, Welding Research Council, U.S.A. Sept. 1960.
 - 12) 小西一郎編：腹板座屈に関する実験的研究，プレート・
 ガーダーの耐力に関する理論と実験，関西橋梁鉄骨溶接研究会，pp. 59~118，昭和40年7月。
 - 13) Owen, D.R.J., K.C. Rockey and M. Skaloud : *Ultimate load behaviour of longitudinally reinforced web plates subjected to pure bending*, Publ. of IABSE, Vol. 30-1, pp. 113~148, 1970.
 - 14) Wästlund, G. and S.G.A. Bergman : *Buckling of webs in deep steel I girders*, Publ. of IABSE, Vol. 8, pp. 291~310, 1947.
 - 15) 長谷川彰夫・和田耕造・西野文雄：ウェブの剛性に注目したプレート・ガーダーの曲げ耐力実験，土木学会論文報告集，第305号，1981年1月（掲載予定）。

(1979.9.14・受付)