

海岸付近の通常砂層地盤における効率的な 上層取水の一方法

EFFICIENT WITHDRAWAL OF FRESH WATER THROUGH PERMEABLE STRATUM NEAR COAST

崎山 正常*・細川土佐男**・阿部孝行***・丑田敏昭****

By Masatsune SAKIYAMA, Tosao HOSOKAWA,
Takayuki ABE and Toshiaki USHIDA

1. まえがき

先に著者らは、海岸付近の淡水池地盤における上層取水において、上層取水と同時に下層排水を行えば、取水だけを行って排水を行わない場合に比較し、これが取水可能量の増加や淡塩境界面上昇防止に大きく寄与することを述べている¹⁾。

さて、今回の対象は図-1に示す上層 ABCD と下層 DCGH の 2 領域である。

また、解析については、初めに水面 AB と境界面 CD とを水平な面とみなし

て行った複素ポテンシャル理論による近似解について述べ、次に、ほぼ厳密な境界条件下での数値解析理論によるものについて述べる。

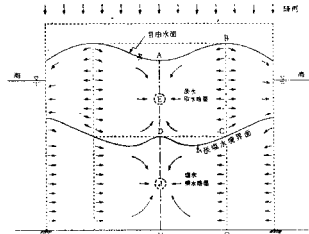


図-1 取水および排水の機構

2. 複素ポテンシャル理論による近似解析

モデル化した z 平面を 図-2 の上部に、 W 平面を中部に、これらを媒介する l 平面を下部に示している¹⁾。そこでいま、 z 平面内の直線 CD を上層と下層との対称的な軸と考えれば、いずれか片方の平面だけを解析すればこと足りる。

さて、解析手順は文献 1) のそれとほとんど同様であるので、以下にその結果のみを示すことにする。

まず、上層において、

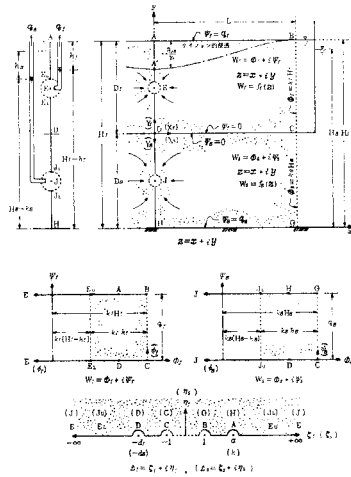


図-2 近似解析による場合の z, t および W 平面

$$\frac{K(m_f)}{K(m_f')} = \frac{L}{D_f} \dots\dots\dots (1)$$

$$Y_{f,E} = \frac{ED}{D_f} \cdot K(m_f') \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_f &= \text{sn}^2(Y_{f,E}), \quad \beta_f = m_f'^2 \cdot \alpha_f \\ \alpha_f &= \frac{2 - \beta_f}{\beta_f}, \quad a = \frac{(\alpha_f - \beta_f) + \alpha_f(1 - \beta_f)}{\beta_f(1 - \alpha_f)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$Y_{f,EU} = \frac{EU D}{D_f} \cdot K(m_f') \dots\dots\dots (4)$$

$$\zeta_{f,EU} = \frac{(d_f + a) \text{sn}^2(Y_{f,EU}) - d_f(1+a)}{(1+a) - (d_f + a) \text{sn}^2(Y_{f,EU})} \dots\dots\dots (5)$$

$$\phi_{f,EU} = \cosh^{-1}(\zeta_{f,EU}) \dots\dots\dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} q_f &= k_f h_f = \pi \phi_{f,EU} \\ \Phi_f &= k_f \{ (p_f / \gamma_f) + y \}, \quad \Psi_f: \text{流関数} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。

また、流線および等ポテンシャル線は、

$$\zeta_f = -\cosh(\phi_f) \cdot \cos(\psi_f) \dots\dots\dots (8)$$

$$\eta_f = \sinh(\phi_f) \cdot \sin(\psi_f) \dots\dots\dots (9)$$

$$\left(\frac{1+a}{d_f+a} \right) \frac{(d_f + \zeta_f)(1 + \zeta_f) + \eta_f^2}{(1 + \zeta_f)^2 + \eta_f^2} = \left\{ \frac{\text{sn}(Y_f) \text{dn}(X_f)}{1 - \text{dn}^2(Y_f) \text{sn}^2(X_f)} \right\}^2 - \left\{ \frac{\text{cn}(Y_f) \text{dn}(Y_f) \text{sn}(X_f) \text{cn}(X_f)}{1 - \text{dn}^2(Y_f) \text{sn}^2(X_f)} \right\}^2 \dots\dots\dots (10)$$

$$\left(\frac{1+a}{d_f+a} \right) \frac{(d_f - 1)\eta_f}{(1 + \zeta_f)^2 + \eta_f^2}$$

* 正会員 工博 九州産業大学教授 工学部土木工学教室
** 正会員 工修 九州産業大学助手 工学部土木工学教室
*** 正会員 九州産業大学副手 工学部土木工学教室
**** 学生会員 九州産業大学大学院工学研究科修士課程

$$= \frac{2 \operatorname{sn}(Y_f) \operatorname{dn}(X_f) \operatorname{cn}(Y_f) \operatorname{dn}(Y_f) \operatorname{sn}(X_f) \operatorname{cn}(X_f)}{[1 - \operatorname{dn}^2(Y_f) \operatorname{sn}^2(X_f)]^2} \dots\dots\dots(11)$$

ただし、

$$\phi_f = \frac{\{H_f - (\phi_f/k_f)\}}{h_f} \cdot \phi_{f,EU}, \quad \psi_f = \frac{\Psi_f}{q_f} \cdot \pi \dots\dots\dots(12)$$

$$X_f = \frac{x}{L} \cdot K(m_f), \quad Y_f = \frac{y - D_s}{D_f} \cdot K(m_f') \dots\dots\dots(13)$$

から算定される¹⁾。

次に、下層においても前述の z 平面内の直線 CD を対称的な軸と考えた記号の対応を考慮すれば同様な式が得られる。

また近似淡塩境界線 CD を求めるにあたり、図-2 の z 平面内の水平直線境界 CD 上の全域で $p_{f,CD} = p_{s,CD}$ が成立するものと仮定すれば、

$$\left. \begin{aligned} Y_{CD} &= \frac{y_{CD}}{H_s} = \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_s - \gamma_f} \right) \left(1 - \frac{h_s}{H_s} \cdot \frac{\phi_{s,CD}}{\phi_{s, JL}} \right) \\ &\quad - \left(\frac{\gamma_f}{\gamma_s - \gamma_f} \right) \left(\frac{H_f}{H_s} - \frac{h_f}{H_s} \cdot \frac{\phi_{f,CD}}{\phi_{f, EU}} \right) \\ \phi_{s,CD} &= \cosh^{-1}(-\zeta_{s,CD}), \quad \phi_{f,CD} = \cosh^{-1}(-\zeta_{f,CD}) \\ \zeta_{s,CD} &= -\frac{d_s(1+h) - h(d_s-1)\operatorname{sn}^2(X_{s,CD})}{(1+h) + (d_s-1)\operatorname{sn}^2(X_{s,CD})} \\ \zeta_{f,CD} &= -\frac{d_f(1+a) - a(d_f-1)\operatorname{sn}^2(X_{f,CD})}{(1+a) + (d_f-1)\operatorname{sn}^2(X_{f,CD})} \\ X_{CD} &= \frac{x_{CD}}{H_s} = \frac{L}{H_s} \cdot \frac{X_{s,CD}}{K(m_s)} \quad \text{or} \quad X_{CD} = \frac{L}{H_s} \cdot \frac{X_{f,CD}}{K(m_f)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

となる¹⁾。

次に、近似自由水面 AB を求めるにあたり、まず図-2 の直線境界 AB 上において、式 (12) の第 1 式に式 (7) の ϕ_f を適用すると、

$$\frac{p_{f,AB}}{\gamma_f} = H_f - y_{AB} - h_f \frac{\phi_{f,AB}}{\phi_{f,EU}} \dots\dots\dots(15)$$

が得られるが、いまの場合 $y_{AB} = H_f = \text{const.}$ であるから、

$$\frac{p_{f,AB}}{\gamma_f} = -h_f \cdot \frac{\phi_{f,AB}}{\phi_{f,EU}} \leq 0 \dots\dots\dots(16)$$

となり、直線 AB の直下の砂層内の浸透流は負圧の浸透流であることがわかる。このような負圧の浸透流を著者らはサイフォンの浸透流と定義し、図-2 の z 平面中に記入している。しかし、現地の砂層内浸透流においては、いわゆるサイフォンの浸透流は起こり得ない。そこで、直線 AB より式 (16) で算定される負圧水頭分だけ下がった曲線 A'B 上の圧力 $p_{f,A'B}$ は、淡水が流動している関係で必ずしも 0 であるとは限らないが、ほぼ 0 に近いものとしてこの曲線 A'B を近似自由水面の線と仮定すると、その算定式は、

$$\left. \begin{aligned} Y_{A'B} &= \frac{y_{A'B}}{H_s} = \frac{H_f}{H_s} - \frac{h_f}{H_s} \cdot \frac{\phi_{f,AB}}{\phi_{f,EU}} \\ \phi_{f,AB} &= \cosh^{-1}(\zeta_{f,AB}) \\ \zeta_{f,AB} &= -\frac{a(d_f+1) - d_f(a-1)\operatorname{sn}^2(X_{f,AB})}{(d_f+1) + (a-1)\operatorname{sn}^2(X_{f,AB})} \\ X_{A'B} &= \frac{x_{A'B}}{H_s} = \frac{L}{H_s} \cdot \frac{X_{f,AB}}{K(m_f)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

となる。

また、 $p_{f,C} = p_{s,C}$ 、 $p_{f,D} = p_{s,D}$ なる条件に加えて、 $y_C = y_D = D_s$ とおき、これを式 (14) に適用すれば、

$$\frac{H_f}{H_s} = \frac{\gamma_s}{\gamma_f} - \left(\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) \frac{D_s}{H_s} \dots\dots\dots(18)$$

$$\frac{h_s}{H_s} = \frac{\gamma_f}{\gamma_s} \cdot \frac{\phi_{f,D}}{\phi_{f,EU}} \cdot \frac{\phi_{s, JL}}{\phi_{s,D}} \cdot \frac{h_f}{H_s} \dots\dots\dots(19)$$

なる地下密度流の特性式が得られる。

ただし、

$$\phi_{f,D} = \cosh^{-1}(d_f) \dots\dots\dots(20)$$

$$\phi_{s,D} = \cosh^{-1}(d_s) \dots\dots\dots(21)$$

である。

3. 数値解析

まず、図-3 の下部に示す流れの場の任意点 (x, y) について、一定とみなす海水位 H_s で、

$$\left. \begin{aligned} X &= x/H_s \\ Y &= y/H_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

なる無次元化を行い、次に (Φ, Ψ) については、

$$\phi_f' = \frac{k_f H_f - \Phi_f}{k_f h_f}, \quad \psi_f' = \frac{\Psi_f}{k_f h_f} \dots\dots\dots(23)$$

$$\phi_s' = \frac{k_s H_s - \Phi_s}{k_s h_s}, \quad \psi_s' = \frac{\Psi_s}{k_s h_s} \dots\dots\dots(24)$$

なる無次元化を行う。ただし、

$$\Phi_f = k_f \left(\frac{p_f}{\gamma_f} + y \right), \quad \Phi_s = k_s \left(\frac{p_s}{\gamma_s} + y \right) \dots\dots\dots(25)$$

である。そうすると、これに対応する $\phi_f' \psi_f'$ および $\phi_s' \psi_s'$ 平面は、それぞれ図-3 の上および中部に示すようになる。なお、図中に $\infty = 2 \sim 3$ と記している意味については、文献 2) の 81 ページ右欄 9~24 行の記述を参照していただきたい。

次に、境界面 CD と水面 AB 以外の各固定境界面の境界条件は、図-3 の $\phi_f' \psi_f'$ および $\phi_s' \psi_s'$ 平面に示しているとおりで²⁾。そこで、ここでは境界面 CD と水面 AB について必要な吟味を行っておくことにする。

すなわち、式 (25) のそれぞれを式 (23) および式 (24) のそれぞれの第 1 式に適用し、さらに式 (22) の第 2 式を用いれば、境界面 CD については $p_{f,CD} = p_{s,CD}$ でなければならないから、

$$\left. \begin{aligned} Y_{CD} &= \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_s - \gamma_f} \right) \left(1 - \frac{h_s}{H_s} \phi_{s,CD}' \right) \\ &\quad - \left(\frac{\gamma_f}{\gamma_s - \gamma_f} \right) \left(\frac{H_f}{H_s} - \frac{h_f}{H_s} \phi_{f,CD}' \right) \end{aligned} \right\}$$

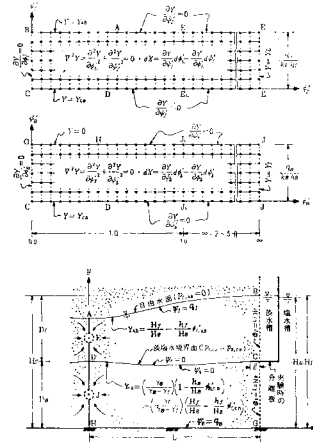


図-3 最終的な xy 平面の境界条件

$$\left. \begin{aligned} \phi'_{f,CD} &= \frac{1}{h_f/H_s} \left[\frac{\gamma_s}{\gamma_f} \cdot \frac{h_s}{H_s} \cdot \phi'_{s,CD} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{H_f}{H_s} - \frac{\gamma_s}{\gamma_f} + \left(\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) Y_{CD} \right\} \right] \dots (26) \\ \phi'_{s,CD} &= \frac{1}{h_s/H_s} \left[\frac{\gamma_f}{\gamma_s} \cdot \frac{h_f}{H_s} \cdot \phi'_{f,CD} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ \frac{\gamma_f}{\gamma_s} \cdot \frac{H_f}{H_s} - 1 + \left(\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_s} \right) Y_{CD} \right\} \right] \end{aligned} \right\}$$

が得られ¹⁾、この第1式は式(14)の第1式に対応している。また $p_{f,C} = p_{s,C}$ 、 $p_{f,D} = p_{s,D}$ なる条件と $y_C = y_D = D_s$ とおくことにより、

$$\frac{H_f}{H_s} = \frac{\gamma_s}{\gamma_f} \left(\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) \frac{D_s}{H_s} \dots (27)$$

$$\frac{h_s}{H_s} = \frac{\gamma_f}{\gamma_s} \cdot \frac{\phi'_{f,D}}{\phi'_{s,D}} \cdot \frac{h_f}{H_s} \dots (28)$$

が得られるが、これらはそれぞれ式(18)および式(19)に対応している。すなわち、与えられた D_s/H_s 、 r_s/r_f 、 h_f/H_s およびのちに述べる擬似 XY 平面の解析により十分妥当に推定し得る $\phi'_{f,D}$ および $\phi'_{s,D}$ を用いて、 $Y_C = Y_D = D_s/H_s$ となる H_f/H_s および h_s/H_s を算定することができる。そこで、式(26)~(28)の関係をここでの地下密度流の特性とよぶことにする。

次に、水面 AB については、 $p_{f,AB} = 0$ でなければならないから、式(25)の第1式より $\phi_{f,AB} = k_f \cdot y_{AB}$ となり、これを式(23)の第1式に適用し、さらに式(22)の第2式を用いれば、

$$Y_{AB} = (H_f/H_s) - (h_f/H_s) \phi'_{f,AB} \dots (29)$$

が得られる。そこで、上式の関係をここでの自由水面の特性とよぶことにする。

したがって、図-3の上および中部に示す ϕ'_f/ϕ'_f および ϕ'_s/ϕ'_s 平面における境界 CD と ϕ'_f/ϕ'_f 平面における境界 AB 上の条件式が決定される。

さて、前に述べた地下密度流の特性および自由水面の特性を満たす境界条件を、図-3の上および中部に示す ϕ'_f/ϕ'_f および ϕ'_s/ϕ'_s 平面の境界上に与えるためには $\phi'_{f,CD} - \phi'_{s,CD}$ の関係、 $q_f/(k_f h_f)$ 、 $q_s/(k_s h_s)$ 、 $\phi'_{f,A}$ および $\phi'_{s,H}$ を知らなければならない。しかしこれらはいずれも未知数である。そこでこれらを推定するために、2. で述べた式(14)で算定される近似淡塩境界線、式(17)で算定される近似自由水面の線およびその他の固定境界面の線で画定される領域をいわゆる第1近似の擬似 XY 平面¹⁾として導入する。次に、この近似淡塩境界線および近似自由水面の線の両曲線に対して、原理的にはなるべく細かな折線近似を行い、この中で、図-5の上部左に示すように、 $\nabla^2 \phi'_f = 0$ を満たす ϕ'_f の数値解を求め、これに対応する ϕ'_f を求める。そこでこの場合の数値解による $\phi'_{f,CD}$ と式(26)の第2式と同様にして得られた下層の数値解による $\phi'_{s,CD}$ および折線上の Y_{CD} を適用して算定される $\phi'_{f,CD}$ とが、図-5の最上部右に示すように、ほぼ一致すれば近似の境界線

CD 上で $p_{f,CD} = p_{s,CD}$ が保証され¹⁾、同時に、この場合の $\phi'_{f,AB}$ を式(29)に適用して算定される Y_{AB} が、近似の Y_{AB} にほぼ一致すれば近似の水面の線 AB 上で $p_{f,AB} = 0$ が保証され、この場合の擬似 XY 平面は、前に述べた地下密度流の特性と自由水面の特性とを同時にほぼ満たしていることになり、ほぼ妥当なものであるといえる。ところで、いまの場合、図-5の最上部右に示す例のように、数値解による $\phi'_{f,CD}$ と式(26)の第2式で算定されるそれとはほとんど等しいからこれらの平均値を採用することとする¹⁾。また、式(14)で算定される第1近似の淡塩境界線はほとんど水平直線状となり、折線近似をするまでもなく、図示のような $\partial \phi'_f / \partial Y = 0$ の境界条件でこと足りるようである。しかし自由水面の線については式(29)で算定されるものと式(17)で算定される第1近似のそれとは図-5の最上部左に示す程度の若干の差を生じるようである。そこでこの場合の結果を用いて式(26)で算定される淡塩境界線と、同時に式(29)で算定される自由水面の線とを第2近似のそれらとして同様な数値解析を行い、その結果を再び式(26)および式(29)に適用すれば、図-5の下部左に示す例のように、急速に満足できる状態に収斂してゆく。そこでこのような収斂が十分満足できるまでの試行を重ねれば、これまでの過程で一応の数値解を得たことにはなるが、さらに本報では、数値的実験および等ポテンシャル線と流線の描写を容易にする意図をもって、これらの試行の最終的な結果を図-3に示す ϕ'_f/ϕ'_f および ϕ'_s/ϕ'_s 平面の境界条件として適用し、これらの中で $\nabla^2 Y = 0$ を満たす Y を解き、これに対応する X を求めて、図-6の下部に示すような、最終的な xy 平面を算定し、これが上述の最終的な擬似 xy 平面とほとんど一致するものとなることを確かめている。

4. 数値計算の具体例

まず、2. で述べた近似解析に基づく数値計算例を図-4に示している。

次に、3. で述べた理論に基づく数値計算例を図-5、6に示している。

また、下層排水中止時の一般的な流れの場を図-7に示している。ところでこの場合における境界面 CD の条件式は、式(25)の第1式に $p_{f,CD} = p_{s,CD} = r_s(H_s - y_{CD})$ を適

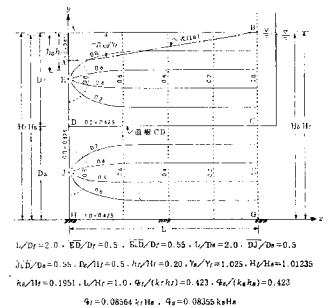


図-4 長方形領域内の流線網図の例

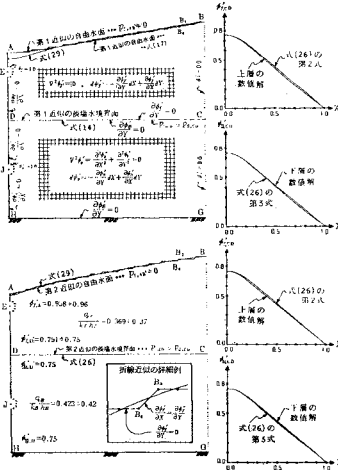


図-5 $\phi_f' \phi_f'$ および $\phi_s' \phi_s'$ 平面の境界条件の決定過程

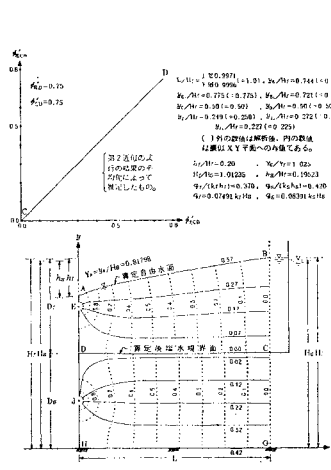


図-6 最終的な流れの場の数値解析例

用し、さらにこれを式 (23) の第 1 式に適用して式 (22) の第 2 式を用いれば、

$$Y_{CD} = \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_s - \gamma_f} \right) - \left(\frac{\gamma_f}{\gamma_s - \gamma_f} \right) \left(\frac{H_f}{H_s} - \frac{h_f}{H_s} \cdot \phi_f' \cdot \phi_f, CD \right) \dots (30)$$

$$\phi_f' \cdot \phi_f, CD = \frac{1}{h_f H_s} \left\{ \frac{H_f}{H_s} - \frac{\gamma_s}{\gamma_f} + \left(\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) \cdot Y_{CD} \right\}$$

が得られる。ところで上式を点 D および点 C に適用すれば、

$$\frac{h_f}{H_s} = \left(\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) \cdot \left(\frac{Y_D - Y_C}{\phi_f' \cdot \phi_f, D} \right) \dots (31)$$

$$\frac{H_f}{H_s} = \frac{\gamma_s}{\gamma_f} - \left(\frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) Y_C \dots (32)$$

が得られこれらの式 (30)~(32) がこの場合の地下密度流的特性式となる。なお、この場合の自由水面 AB の特性式は式 (29) と同形となる。また、この場合の $\phi_f' \phi_f'$ 平面の境界条件は図-3 の上部に示すものと同様なものとなるが、 Y_{CD} の式には式 (26) の第 1 式の代りに、いまの場合の式 (30) の第 1 式が適用される。ここでは、その結果を図-8 に例示している。

さて、上層取水量を、下層排水を行う場合とこれを行わない場合について、図-6, 8 および 8 の点 D が暗渠の下端 E_L に達した限界状態で同様にして解析した結果を例にとり、比較してみよう。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \text{図-6 においては、} & q_f \approx 0.0749 k_f H_s \\ \text{図-8 においては、} & q_f \approx 0.0012 k_f H_s \\ \text{限界状態においては、} & q_f \approx 0.0021 k_f H_s \end{aligned} \right\} \dots (33)$$

である。そこでいま、上述の限界取水量を基準として、式 (33) に示す各 q_f の比を求めてみると、

$$0.0749 : 0.0012 : 0.0021 \approx 36 : 0.6 : 1 \dots (34)$$

となり、上層取水可能量の増加に及ぼす下層排水の効果は、きわめて大きいといえる。

5. 砂模型実験による検討

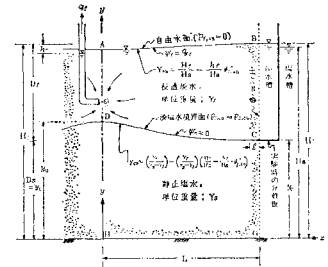


図-7 下層排水中止時の淡水塩水境界面と自由水面

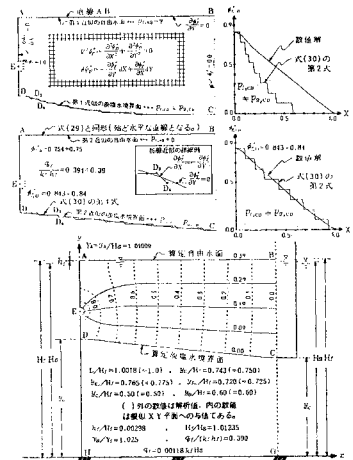


図-8 下層排水中止時の上層取水の数値解析例

実験は図-6, 8 および上述の限界状態の数値解析例について、文献 1) のそれと同様に行った。その結果、理論水理諸量は、実測値とよく一致した。

6. 結 論

(1) 海岸付近の透水性地盤において、上層の淡水を取水する場合に、下層の塩水も同時に排水すれば、取水可能量はきわめて大きくなる。

(2) 近似解析によって算定される結果を第 1 近似のそれとして、ほぼ厳密な境界条件下での数値解析を行い、第 2 近似程度までの $x-y$ 平面を決定すれば満足できる結果が得られる。

(3) 理論水理諸量は、砂模型実験による水理諸量とよく一致する。

参 考 文 献

- 1) 崎山正常ほか 3 名：海岸付近の淡水池地盤における効率的な上層取水の方法、土木学会論文報告集，第 291 号，pp. 85~99, 1979 年 11 月。
- 2) 崎山正常ほか 3 名：河口貯水池下部地層への淡水注入による塩水排除について、土木学会論文報告集，第 268 号，pp. 75~90, 1977 年 12 月。