

列車ダイヤ作成の見地よりする待避線の機能の 解析とその計画原則

PERFORMANCE ANALYSIS OF PASSING TRACK AND PLANNING PRINCIPLES FOR ITS LAYOUT

横 田 英 男*
By Hideo YOKOTA

1. ま え が き

特急、急行、普通のごとく速度種別を異にする列車群を運転する区間では、必ず高速列車による低速列車への追越しが行われる。このため中間駅には必要に応じて、待避線を設けて追越しを可能ならしめ、所要の線路容量と高速列車の速度の維持を図っている。

中間の待避駅には待避線が 1 本の場合（主として中待避形式）、2 本の場合（主として上下別待避形式）が一般的であるが、現在までのところ、その役割、使い分け、配置間隔等についての基本的検討はなされておらず、ダイヤ改正のつど、パッチワーク的に待避線新設の工事を施行している状態である。

本文は複線および単線のいわゆる列車線区を対象として、列車ダイヤにおける片道の列車時隔が最小時隔を有する指数分布に適合することから出発して、まず列車ダイヤ作成上規制されるべき現象を求め、この現象の発生確率を制限することにより、1 日当りの列車本数、列車種別ごとの割合、到達時分差（待避線の配置間隔の媒介変数を意味する）との相互関係を待合せ行列を用いて解析して、待避線の形式、その配置間隔、線路容量等の相互関係を求めたものである。

上記により複線および単線区間での待避線に関する設備計画上の原則を得たので、その成果の一部を報告する次第である。

2. 列車ダイヤにおける基本事項

(1) 列車ダイヤのパターン

本文の基本となる列車時隔の不規則性は、主としてダ

イヤパターンから生ずる。

① 平行ダイヤ型

列車の筋を等間隔に入れておき、閑散時にはこれらの筋を間引く。高速列車を割込ませる場合には速度を調節して、間引いた時隔の中に収める形式である。

国電区間、地方閑散線区に多い形で、単一列車種別型であり、列車本数の密度が極端にいずれかに偏った場合に用いられる。

② 優等列車優先型（ランダム型）

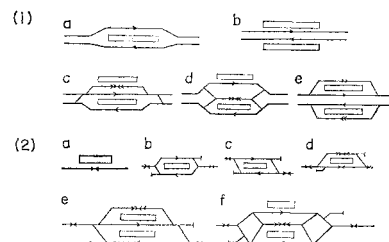
ダイヤ作成上、まず最初に特急を、次いで急行、荷物の順でダイヤの筋を決めていき、余白にローカル列車や貨物列車を挿入する。これは速度種別の違う列車が、速度の順にダイヤ上の空間を占有していくので、時隔が不規則にならび、ラッシュ帯も顕著でないという特徴を有する。幹線系、亜幹線系の線区がこれにあてはまる。

③ 規格ダイヤ型

② に ① の思想を加味して、各種列車の組合せをセットし、整然と入れると、列車本数はかなり増加できる。単線区間において列車の筋が網の目のように組まれ、増発余力のなくなったダイヤを「ネットダイヤ」という。本文はこのうち、条件の厳しい②に基づいて考察するものである。

(2) 待避線の形式

複線及び単線区間の中間駅の構内配線形式として図一がある。図一(1)において、c~e は待避線を備え



図一 中間駅の配線形式

* 正会員 日本鉄道建設公団東京支社次長（前・日本国有鉄道 鉄道技術研究所 停車場研究室長）

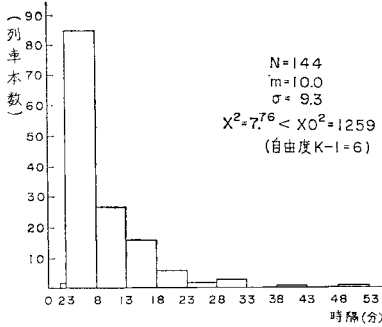


図-2 宇都宮駅到着時隔の分布

た場合の配線であるが、dはYタイプの配線で、cのように待避に当って本線横断支障はなく(中待避形式)、eは上下それぞれ独立した待避線をもっている(上下別待避形式)、dかeが常用される。図-1(2)において、e、fは追越用待避線を備えており、eの場合には、上り待避列車と下り本線列車との同時進入ができないが(外待避形式)、f(中待避形式)とともに常用されている。

(3) 複線における列車の到着時隔と到着列車本数の分布

図-2は昭和50年3月ダイヤによる東北本線宇都宮駅の上り列車の到着時隔である。列車時隔 t の確率密度関数として、最小時隔を有する指数分布の

$$a(t) = \lambda \cdot \exp^{-\lambda(t-c)} \dots\dots\dots(1)$$

につき、あてはめの検定を行ったところ、有意差はなかった。式(1)に基づけば、

$$\left. \begin{aligned} \text{平均値: } m &= c + 1/\lambda \\ \text{分散: } \sigma^2 &= 1/\lambda^2 \\ \text{確率分布: } A_0(t) &= \exp^{-\lambda \cdot (t-c)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

で表される。次にある列車が到着してから T 分間以内に列車が n 本くる確率 $A_n(T)$ は式(2)の時隔の和の逐次たたみ込みにより、

$$A_n(T) = \frac{\{\lambda(T-c \cdot n)\}^n}{n!} \cdot \exp^{-\lambda(T-c \cdot n)} \dots\dots(3)$$

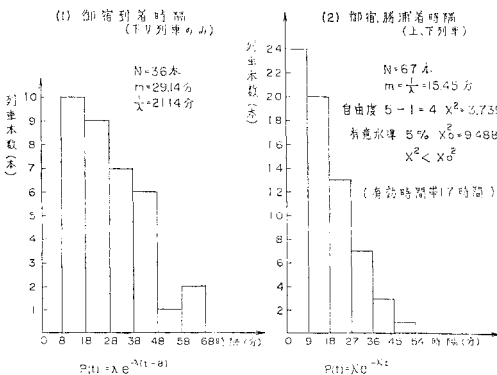


図-3 単線区間の到着時隔の分布

として求められる。式(1)~(3)の諸元を下記に示す。

- $m=1440/N$: 列車の平均時隔(分/本)
- $\lambda=1/(m-c)$: 有効列車密度(本/分)
- N : 列車本数(本/日)
- $c=3$ 分: 主要複線区間における最小時隔

式(1)は複線区間の優等列車優先型の線区で、 N が180本程度までならおおむね成立する分布であるが、それ以上では最小時隔の数が多くなって、指数分布は崩れていく。

(4) 単線における列車時隔の分布

図-3(1)は外房線御宿駅の下り列車の到着時隔の度数分布図であり、同じく式(1)が成立する。ただし本例のごとき並幹線系の線区では真夜中に列車が運転されないことがあるので、有効時間帯が制限される。最小時隔 c は対向列車への閉塞取扱時分を含めた駅間通過時分(作図上は最長のものを採用)に等しく、かつ各駅間ごとに値を異にする。

図-3(2)は同じく御宿一勝浦間の両端の駅に進入する列車を同時に考えた時隔の場合の度数分布図である。この場合は純粋な指数分布として、

$$a(t) = \lambda' \cdot \exp^{-\lambda' \cdot t} \dots\dots\dots(4)$$

ただし、

$$\lambda' = 2/m, m_1: \text{片道の列車時隔}$$

なる確率密度曲線をあてはめると、これもよく適合する。このことはある駅間の両端に対する入力はポアソン過程をなしており、各駅間ごとに独立であるといえる。

(5) 制限確率

列車ダイヤ作成に当って生ずる時隔の不規則性を利用するに当り、着眼点は禁止されるべき事項あるいは作成不能な状態を想定することにある。たとえば列車がある駅に停車中、次の列車が接近して着発線が不足する場合があります。このときには当然機外停車して、着発線の空くのを待つわけであるが、ダイヤ作成上からいえば、

- ① 所定速度種別が守れなくなる。
- ② 最小時隔を割る(図-2参照)。

などあつてはならない現象として表現される。この禁止現象の確率的用途は1%とする。これは電話回線の接続における呼損率に相当するが、これも1%を目途としており、実際のダイヤからもこの程度の例外が読取れる。

3. 複線区間におけるモデルの構成とその解法

(1) 基本モデル(列車ランク2種類)

a) 到達時分の差の分布

表-1は東北本線片岡一矢板間の下り列車の駅間到達

表一 駅間到達時分(東北本線, 片岡-矢板)

列車ラック	列車種別	列車本数	平均時分	分散	強度(本数)	フェーズの値	アーラン分布における確率密度関数
I	追越しする列車	客 特急	33	3.67'	$\sigma^2 = 0.317$ $\sigma^2 = 0.100$	135	$a(t) = \frac{495 \cdot 135}{134.1} \cdot t^{134} \cdot e^{-495t}$
II	特急しる列車	客 急行 客 特急 客 荷物	26 9 5	4.94'	$\sigma^2 = 0.697$ $\sigma^2 = 0.486$	50	$a(t) = \frac{247 \cdot 50}{49.1} \cdot t^{49} \cdot e^{-247t}$
III	待避する列車	客 急行 客 普通 客 普通 客 普通 客 普通	20 6 6 10 6 1	6.15'	$\sigma^2 = 0.685$ $\sigma^2 = 0.469$	81	$a(t) = \frac{499 \cdot 81}{80.1} \cdot t^{80} \cdot e^{-499t}$
IV	別送する列車	客 貨 客 解結	4	8.19'	$\sigma^2 = 0.239$ $\sigma^2 = 0.057$	1176	$a(t) = \frac{962 \cdot 1176}{1175.1} \cdot t^{1175} \cdot e^{-962t}$
I — II			1.27	$\sigma^2 = 0.586$	2.7	$a(t) = \frac{3.43}{2.1} \cdot t^2 \cdot e^{-3.4t}$	
II — III			1.22	$\sigma^2 = 0.956$	1.57	$a(t) = 5.97 \cdot t \cdot e^{-2.4t}$	
III — I			2.49	$\sigma^2 = 0.569$	10.9	$a(t) = \frac{27.4 \cdot 11}{10.1} \cdot t^{10} \cdot e^{-27.4t}$	

時分の分布を待避の有無により, 特急, 急行, 普通の各列車群に分類した表である. 分散がいずれも小さく, アーラン分布のフェーズの大きい場合に該当し, 分布型に負が生じていないのが特徴で, 正規分布としても表すことができる.

各列車群間の到達時分差 t_i を考えると,
 平均: $E(X_1 - X_2) = E(X_1) - E(X_2)$
 分散: $V(X_1 - X_2) = V(X_1) + V(X_2)$

が成立するから, 表一 下段のごとく平均, 分散が求められる. III-I (Ht_i) では上段の分布状態からして負を生ずることはないが, I-II (MHt_i), II-III (LMt_i) では急行列車群はちょうど, 特急と普通の間分布しているので, 到達時分差 LMt_i , MHt_i は負になることがある(普通列車に追いつかず, 特急に追越されない). したがっ

て Ht_i はアーラン分布として, LMt_i , MHt_i は正規分布として処理することが考えられる.

① 特急・普通列車群間の到達時分差 Ht_i

Ht_i の確率密度関数 $a(t)$ はアーラン分布として,

$$a(t) = \frac{(l/\bar{t}_i)^l}{(l-1)!} \cdot t^{l-1} \cdot \exp^{-l/\bar{t}_i \cdot t}$$

l : フェーズ
 \bar{t}_i : 到達時分差の平均

$$\dots\dots\dots(5)$$

で表され, 分散において $V = \bar{t}_i^2 / l$ が成立する.

ゆえに関数型を平均, 分散より一義的に決めることができるので, 表一 の下段のごとくフェーズ l を求めると, $l=11$ であり

($l=1$ ならば指数分布, $l=\infty$ ならば一定), Ht_i の分布を一定と見なすことができる.

② 急行・その他の列車群間の到達時分差 Mt_i

Mt_i の確率密度関数 $a(t)$ は正規分布として,

$$a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot \exp^{-1} \left\{ \frac{(t - Mt_i)^2}{2\sigma^2} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

で表せる. 変動係数 c_s は $c_s = \sigma / \bar{t}_i$ で表せるが, 各線区の変動係数を求めてみると, 表-2 のとおり線区による

表-2 急行列車群に対する到達時分差の変動係数

	東北(平均) $Mt_i = 1/2 \cdot Ht_i$		北陸(最大) $Mt_i = 2/3 \cdot Ht_i$	
	M-H	M-L	M-H	M-L
$c_s = \sigma / \bar{t}_i$	0.6	0.81	0.74	0.9
追越しの発生率	0.95	0.89	0.91	0.87

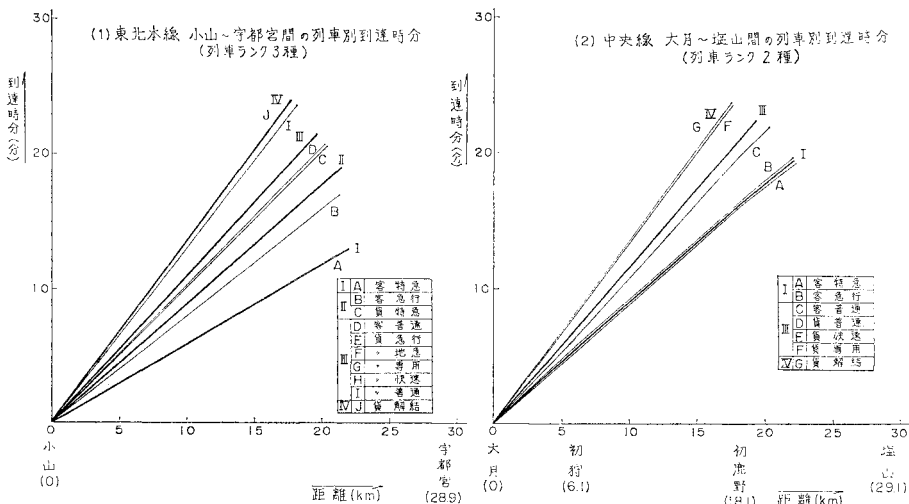


図-4 線別の列車種別到達時分

変動は小さい。すなわち式 (6) に対して変動係数を用いて表すと、

$$a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot c_s \cdot M \hat{t}_s} \cdot \exp^{-1} \left\{ \frac{(t - M \hat{t}_s)^2}{2 \cdot c_s^2 \cdot M \hat{t}_s^2} \right\} \dots\dots (7)$$

となる。また追越しが負になる組合せもたかだか 10% 以内であって、余り生じないことがわかる。

図-4 は、急行通過駅間を対象とした距離-時間曲線で、到達時分差 t_s を求めるのに必要である。同図 (1) では急行列車が特急と普通列車群の略平均に位置しているが、(2) では特急と急行との間の到達時分に差がなく、各線区ごとにその位置を異にする。もし両端が急行停車駅であれば、急行列車群に対する到達時分差 $M \hat{t}_s$ に対し、停車時分として 0.5 分、加減速時分による差としてほぼ 1 分、計 1.5 分を増減すればよい。

b) 追つき現象より定まる列車本数

単なる複雑化では優等列車による追越しができないの

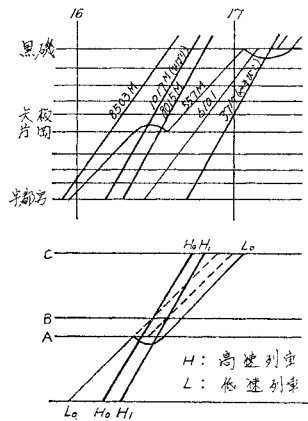


図-5 列車ダイヤにおける待避現象

で、線路容量の著増は望めない。待避線の配置間隔の限度はいかにして決まるかを高速、低速の 2 種類の場合につき考察し、3 種類のケースはそれの拡張として捉えることとする。このためまず、ある駅で上下列車が同時に待避を生じても差支えないケースについて検討する。

図-5 は東北本線

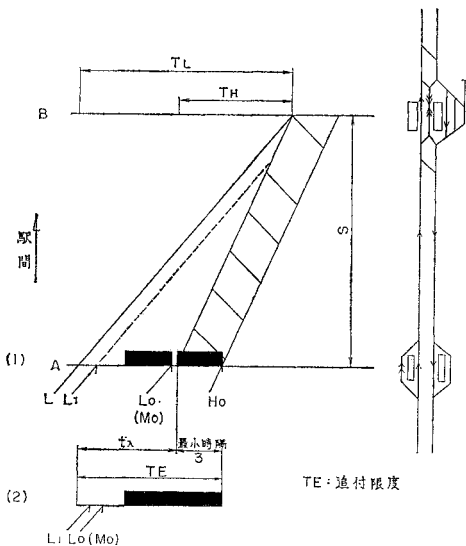


図-6 列車ダイヤ上の追つき限度

のダイヤの実例であるが、これをモデル化すれば 図-6 を得る。図-6 において低速列車 L が A 待避駅に到着して、 TE 分遅れて高速列車 H_0 が到着するものとする。この場合 TE 分をもし低速列車が待避しないで出発した場合高速列車が B 待避駅に到着するまでに高速列車との間隔が最小時隔に達する限度としよう。したがって TE 分以内に高速列車が到着するならば、低速列車はあらかじめ待避せねばならない。しかし列車密度が大きくなってくると、図-6 にみるごとく高速列車 H_0 が低速列車 L_0 を追越しても、B 駅に達するまでの間に先行低速列車 L_1 が存在するようになり、低速列車との間で最小時隔 c を割るに至る。かかる追つき現象の生じない限度 (発生確率 1%) をもって最大列車本数を考える。

前記の TE 分は 図-6 にみるごとく、A 駅で待避しない低速列車の A・B 駅間の通過時分を T_L 分、前記の平均速度を V_L km/h とし、A・B 駅間を S km、追つき限度時分を T_E 分とすると、

$$\{(TE-3) \cdot V_H + S\} / V_H \leq S / V_L \dots\dots (8)$$

しかるに、 $T_L = S / V_L$, $T_H = S / V_H$ であるから、式 (8) に代入すると、下記の式を得る。

$$T_E - 3 \leq (T_L - T_H) \dots\dots (9)$$

式 (9) が高速列車 H_0 と低速列車 L_0 とが B 駅の手前で最小時隔となる関係式である。これに対しさらに高速列車 H_0 が先行低速列車 L_1 に追つく条件を考えてみると、図-6 において明らかに TE 分以内になっているにもかかわらず L_1 が A 駅を出発した場合である。以上にに基づき任意の高速列車に着目し、低速列車の先行分に追つく現象の生ずる確率を考えると、下記のケースを両方も満足させなければならない。

- ① L, L, H の順に到着する (P_J).
- $P_J = (1-\alpha)^2 \alpha$ α : 高速列車の割合
- ② H が到着する前の TE 分間に前記の 2 本の列車が到着していた (A_2).

これは式 (3) より、

$$A_2(TE) = 0.5 \{\lambda(TE-6)\}^2 \cdot \exp^{-1} \{\lambda(TE-6)\}$$

で表される。①, ② は相互に独立であるから、追つき制限の確率 P_K は、

$$P_K = P_J \cdot A_2 = (1-\alpha)^2 \cdot \alpha \cdot 0.5 \cdot \lambda^2 \cdot (TE-6)^2 \cdot \exp^{-1} \{\lambda(TE-6)\} \leq 0.01 \dots\dots (10)$$

が得られる。よって $P_K = 0.01$ を満足する 1 日当りの最大列車本数を図化したのが 図-7 である。

以上にに基づき、想定した待避駅間距離 S から 図-4 により到達時分差 $t_s = TE - 3$ を求めれば、図-7 より運行可能の列車本数 N を求めることが可能となる。

c) 中待避線上の待避列車による占有時間

低速列車が待避した場合に生ずる平均待避時分 \bar{W}_i は、1 回の待避で n 本の通過列車があったとすると、 n

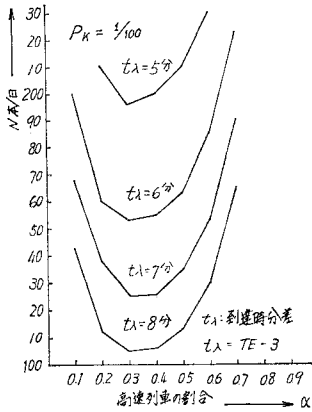


図-7 追つき制限により決まる最大列車本数 (高速・低速, 2種類)

本目の列車が到着するまでの時間の確率密度 $a_n(t)$ は $a(t)$ の n 個のたたみ込みとして求められるから, n 本待避の平均待

合せ時分 W_n は,

$$W_n = \int_{3n}^{TE} t \cdot a_n(t) \cdot dt / \int_{3n}^{TE} a_n(t) dt \dots (11)$$

として計算され, 列車本数 N とはほぼ無関係で, t_i に関係する. ゆえに待避1回当りの平均待避時分 \bar{W}_i は高速列車の通過完了後の出発待ち時分の3分を加えて,

$$\bar{W}_i = 3 + \sum_{i=1}^n P_i \cdot W_i \quad (\text{ただし, } \sum_{i=1}^n P_i = 1) \dots (12)$$

として求められる.

次にルート構成を考慮した待避列車1本当りの在線時分 τ を考えると, 待避列車 L の到着3分前に進路を構成して L を到着させ, 高速列車の通過後 L が出発しても3分後でなければ対向の待避列車は使用できないので,

$$\tau = \bar{W}_i + 6 \dots (13)$$

で表され, その結果は, 表-3のとおりに求められる.

表-3 待避1回当りのルート構成を考えた在線時分

	TE = (t _i + 3)									
	4分	5分	6分	7分	8分	9分	10分	11分	12分	
平均	12.5	13.0	13.5	14.0	14.0	14.5	15.0	15.5	16.0	

d) 上下待避列車の競合により定まる列車本数

図-8におけるB駅の待避現象を考える. ある任意の低速列車に着目し, 高速列車のために待避する条件を考えると, 少なくとも L, H の順に到着し, かつ H の到着が TE 分以内に生じなければならない.

ゆえに, 待避の有無に着目して, 待避確率 P_c を求めることとすると,

$$P_c = (1-\alpha) \cdot \alpha [1 - A_0(TE)] = (1-\alpha) \cdot \alpha [1 - \exp^{-\lambda(TE-3)}] \dots (14)$$

で表せる. またB駅における中待避線上における上下列車の競合は, 図-9の(1)か(2)で表せる. 平均在線

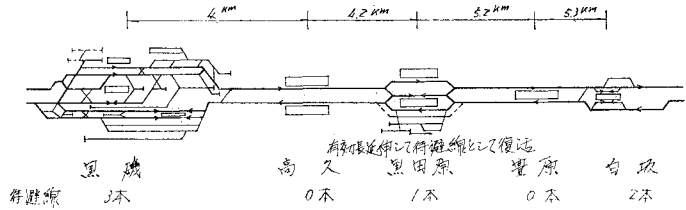


図-8 東北本線駅配置図

時分 τ は, 表-3のとおりであるが, その内容は最小時隔が到着, 出発で各3分, ルート構成で6分, 計12分が固定値であり, その分散は小さく, 各 TE 中で一定値と見なして差支えない.

ある任意の下り列車が待避する確率 P_D は式

$$P_D = \alpha(1-\alpha)[1 - \exp^{-\lambda(TE_D-3)}] \quad (14)$$

TE_D : 下り方向の追つき限度時分

その列車が待避線を占有中に上り列車が到着する確率 P_u は 図-9 のとおりで,

$$dP_u = \frac{dt}{m} \cdot A_0(t) \cdot \frac{A_0(t) - A_0(t+\tau)}{A_0(t)}$$

である.

$$\begin{aligned} \therefore P_u &= 1/m \int_0^\infty \{A_0(t) - A_0(t+\tau)\} dt \\ &= 1/m \int_3^\infty [\exp^{-\lambda(t-3)} - \exp^{-\lambda(t-3+\tau)}] dt \\ &= 1/(m \cdot \lambda) \cdot [1 - \exp^{-\lambda \cdot \tau}] \end{aligned}$$

さらにその列車が待避を起こすのであるから,

$$\bar{P}_u = (1-\alpha)\alpha [1 - \exp^{-\lambda(TE_u-3)}] \cdot 1/(m \cdot \lambda) [1 - \exp^{-\lambda \cdot \tau}]$$

上下列車が待避線上で競合する確率 P_{WD} を考えれば,

$$P_{WD} = P_D \cdot \bar{P}_u$$

で表される. その逆にある任意の上り列車が待避しており, その列車が占有中に下り列車が到着して, しかも待避を起こす確率 P_{Wu} もまったく同様で, P_{WD}, P_{Wu} は背反事象であるから, 競合確率 PW としては,

$$PW = P_{WD} + P_{Wu}$$

で表される. しかるに, $PW = 1/100$ に抑えるのであるから,

$$\begin{aligned} PW &= P_D \cdot \bar{P}_u + P_u \cdot \bar{P}_D \\ &= (1-\alpha)^2 \alpha^2 [1 - \exp^{-\lambda(TE_D-3)}] \cdot [1 - \exp^{-\lambda(TE_u-3)}] \\ &\quad \cdot 1/(m \cdot \lambda) [2 - \exp^{-\lambda \cdot \tau_u} - \exp^{-\lambda \cdot \tau_D}] \\ &\leq 1/100 \dots (15) \end{aligned}$$

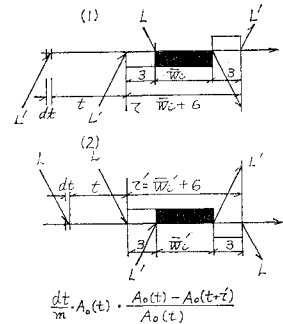


図-9 中待避線上の競合

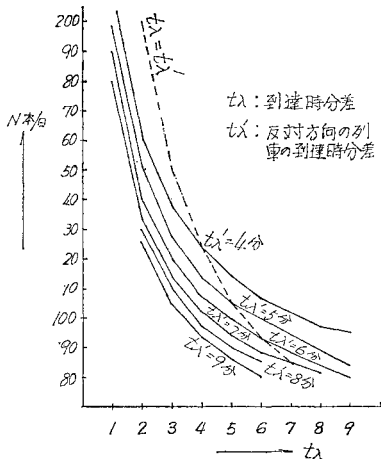


図-10 中待避線の競合により決まる最大列車本数(高速・低速, 2種類)

で表される。

式(15)でPWを最大ならしめるために $\alpha=0.5$ とし、一方の $t_1=TE-3$ を固定して、他方向の t_2' を変化させたのが図-10である。上下各方向の駅間距離Sを想定すれば、1日運行可能な列車本数Nが定まってくるのはb)のケースと同様である。また図-7, 10を比較すると、上下待避列車の競合による列車本数の制限の方がはるかに厳しく、中待避線形式には追つき現象は生じ得ないことが了解される。

(2) 各線区の列車種別と到達時分の特性

表-1においては列車を追越しのみ、追越しおよび待避の両方、待避のみの3群に分けて、特定の駅間の到達時分を求めた。ではランダム型の各線区では、上記の分類によればいかなる形態を有しているかを調査すると下記の事項が成立していることがわかる。すなわち、

- ① 常時待避する列車(L)の割合(1- α)は0.5以上である。
- ② 線区の性格により、常時追越しする列車(H)と、追越し、待避の両方をする列車(M)の割合は一定ではなく、 $\alpha_M/\alpha_H=0.6\sim 2.5$ 倍とそのばらつきは大きい。しかし、東北、常磐、高崎の各線は性格が似ており、 $\alpha_H=0.2, \alpha_M=0.25$ の近傍にある。
- ③ 急行列車群(M)中の荷物・貨物列車の割合は、 $f_c < 0.4$ 以下となっている。
- ④ M列車群の速度は、L, Hの各列車群の速度の間でH側に位置している。

上記のうち④項による到達時分差 Mt_2 は、途中の急行停車駅の有無と最高速度の差の継続時間によるもので、中央線のごとく前記いずれにおいても差のない場合には、特急、急行の区分は必要なく、前項(1)の列車

ランク2種類の基本式がそのまま使用可能である(図-4)。

(3) 列車ランク3種類の場合への適用

表-1のごとく、特急、急行、普通の3列車群に分かれる場合、急行列車群はさらに次の2グループに区分される。1つは急行旅客列車であり、急行停車の待避駅に限り待避が可能である。他は特急貨物、荷物専用列車であっていずれの待避駅に停車しても差支えない。

検討を進めるにあたり、記号の定義を下記に示す。

- α_L : 普通列車群の全列車に占める割合
- α_H : 特急列車群の全列車に占める割合
- α_M : 急行列車群の全列車に占める割合

$\therefore \alpha_L + \alpha_H + \alpha_M = 1$

TEH: 特急と普通列車間の隣接待避駅までの追つき限度時隔 ($TEH = Ht_1 + 3$)

TEMP: 特急と急行列車間の隣接待急行待避駅までの追つき限度時隔 ($TEMP = Mt_1 + 3$)

TEM: 急行と普通列車群間の隣接待避駅までの追つき限度時隔 ($TEM = Mt_2 + 3$)

f_c : 急行列車群中の荷物・貨物列車の割合

a) 追つき現象より定まる列車本数

列車種別が3ランクの場合は、L, M, Hの到着順により各ケースを分類し、式(10)の誘導と同様にして求める。サービス時間が $B(TE)$ なる確率分布を有する場合には、当該時間中に到着する列車本数の確率 $A_n'(TE)$ は、式(3),(7)を用いて下記のごとく計算される。

$A_n'(TE) = \int_0^\infty A_n(TE) \cdot dB(TE)$

において $n=2$ であり、 $TE=t_1+3, t_2$ は非負の条件より $3 < t_2 < \infty$, 連続分布であることから、

$dB(TE) = a(t_2) \cdot dt_2$

である。したがってTE分中に2本の列車の到着する確率 $A_2'(TE)$ は、

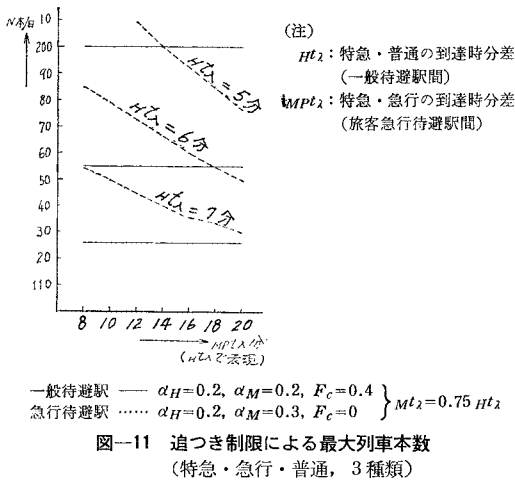
$A_2'(TE) = \int_3^\infty 0.5 \lambda^2 \cdot (t_2-3)^2 \cdot \exp^{-1}\{\lambda(t_2-3)\} \cdot a(t_2) \cdot dt_2 \dots \dots \dots (16)$

以上を総合すると表-4を得る。表-4の和に式(16)

表-4 3種類の列車群による待避確率

	到着順序	一般式
追つき制限	L・L・H L・M・H	$(\alpha_H \cdot \alpha_L^2 + \alpha_H \cdot \alpha_M \cdot \alpha_L) \cdot A_2(TEH)$
	M・L・H M・M・H	$(\alpha_M \cdot \alpha_L \cdot \alpha_H + \alpha_M^2 \cdot \alpha_H) \{ f_c \cdot A_2'(TEMP) + (1-f_c) A_2'(TEMP) \}$
PK	L・L・M	$\alpha_L^2 \cdot \alpha_M \cdot A_2'(TEM)$
	L・H M・H	$\alpha_L \cdot \alpha_H (1 - A_0(TEH))$ $\alpha_M \cdot \alpha_H (1 - f_c \cdot A_0'(TEMP) - (1-f_c) \cdot A_0'(TEMP))$
PW	L・M	$\alpha_L \cdot \alpha_M (1 - A_0(TEM))$

(注) 一般待避駅では $A_2'(TEMP) = 0, A_0'(TEMP) = 1$



を適用し、 $P_K \leq 1/100$ を満足するようにパラメーターを(2)項の条件下に変動させ1日当りの列車本数を求めたのが図-11である。図-11において $\alpha_H + \alpha_M = 0.4 \sim 0.5$ で、 α_H または α_M が 0.2 の付近にあれば P_K の値はほとんど変化しない。

b) 上下待避列車の競合により定まる列車本数

a) 項とまったく同様の手順により競合確率 P_W をまとめると表-4を得る。表-4により、最大の P_W を

生ずるパラメーターを求め、1日当りの列車本数を求めたのが図-12である。 α_H, α_M の多少の変動では P_W の値が変わらないのも P_K と同様である。

図-11, 12によれば一般待避駅間の線路容量は2種の場合と同値で、急行待避駅を含む駅間で線路容量を増加させるには、急行列車を頻繁に停車させる必要があることがわかる。

4. 複線区間における待避線への考察

(1) 東北本線黒磯-白坂間の計算実例

図-8は東北本線黒磯-白坂間の配線略図である。同区間のうち黒田原駅では、昭和53年10月のダイヤ改正に対応するため上下別待避線の復活工事が行われたもので、昭和50年3月ダイヤでは $N=118$ 本、高速列車の割合は $\alpha=0.5, \alpha_H=\alpha_M=0.25$ であった。黒田原および黒磯は急行停車駅で、白坂とともに現在は貨物扱いを行っていない。改良の必要性は黒田原の両隣の待避駅までの間隔が大きく、黒田原の中待避線において上下列車の待避をとらせても、その競合は大きく、白坂から黒磯までの追つき制限によっても列車本数が窮屈になることである。これを図-11, 12によりまとめたのが表-5である。これを図-11, 12によりまとめたのが表-5である。この隘路は今回の増設により上下両方向とも同時に解決された。

(2) 待避線の計画原則

図-7, 10, 11, 12より上記の原則が成立する。

① 線路容量は列車の運転方式により大きく変化する。線路容量増のためには旅客急行列車を極力停車させるか、急行の速度を特急に近づけるか、特急、急行の割合を均等にするか全優等列車の割合を0に近づければよい。

② 200本近い線路容量を確保するためには、上下別待避駅の配置間隔は到達時分差 n で6分以内(列車種別が2種であっても同様)にする必要がある。これは東北線でのほ

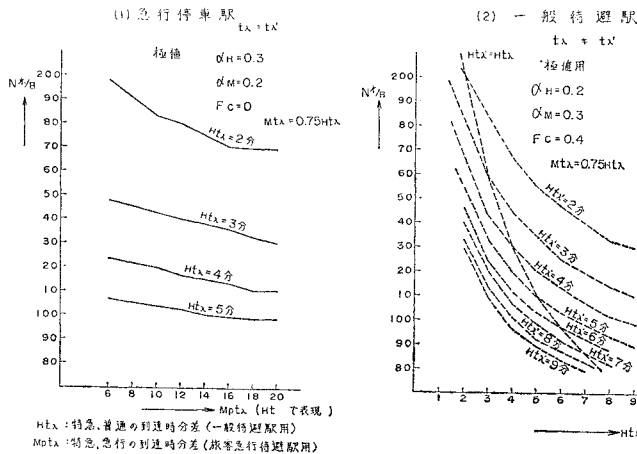


図-12 中待避線の競合により決まる最大列車本数 (特急・急行・普通, 3種類)

表-5 上り方向線路容量比較 (黒磯-白坂)

待避駅名	待避線本数	距離	考慮すべき到達時分差		現在列車本数	現在線路容量	改良後線路容量	備考
			上り t_d'	下り t_d'				
黒磯	3本	8.2 km	3.7分		118本	黒田原での競合により120本	200本以上	改良後は両駅間とも追つき現象による制限を受ける 黒田原: 急行停車 黒磯・黒田原 $MPLx=3.7分$ 黒田原・白河 $MPLx=6分$
黒田原	1本							
白坂	2本	10.5 km	4.5分	〃	120本	200本以上		

(注) 下り方向についても同値となる。

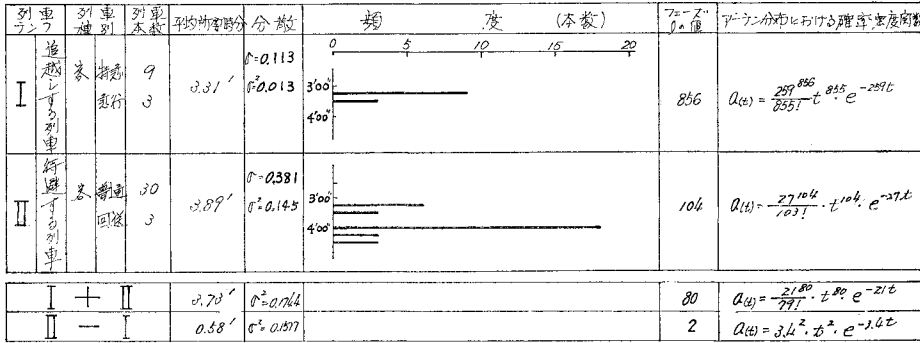


図-13 急行通過の駅間到達時分 (外房線, 本納-新茂原 3.7 km)

ほ3 駅間 (13 km 間隔) に相当する (図-4)。

③ 無待避駅の中待避駅化よりも、影響の大きさからいって既設中待避駅の上下別待避駅化の方が有効である。

④ 中待避駅は上下別待避駅間に介在させて、自駅貨物扱いか、普通列車の待避箇所を先送りをして待避時間の縮小に利用する形式が望ましい。

⑤ 待避線の増設にあたり、直接に上下別待避駅化する事が困難な中待避駅では、長い待避駅間距離の両隣に短い待避駅間距離をおくような間接的な待避線増設も有効である。

(3) 線区別の展望

上記の関係を各線区に徴すると上下別待避線の整備されているのは東海道線であり、中待避線を中心としている東北、高崎の各線区の東京周辺部分では、列車本数が200本に達し、このため各駅ごとに待避線を設けている。また近年複線化された中央、北陸の各線では待避駅間隔に大きいものがあり、線路容量を意外に小さくしていることが推察される。

5. 単線区間における行違いによる線路容量

モデルの構成とその解法

単線区間では複線区間と異なり、追越しのみならず各駅間の行違い能力が線路容量を規制する。従来本問題に対する有力な実務的支柱として、下記のような線路容量の簡易式がある。

$$N = \frac{1440}{t+c} \times f \dots\dots\dots(17)$$

- N: 線路容量 (本/日)
- t: 1 個列車の平均通過時分
- c: 閉塞取扱時分 自動閉塞区間 1.5 分
通票閉塞区間 2.5 分
- f: 線路利用率 0.6

この式は計算が容易で、各駅間における行詰まり状態

の把握に役立つ限界指標といえるが、基本的には両端の駅における配線と追越しの有無の条件が無視されている。利用率 f は実際に利用できる総列車本数と計算上可能な総列車本数の比を示すが、始発から到着までの有効時間帯の割合なのか、到着時隔のばらつきにより生ずる遊休時間を考慮した割合か、性格が不明瞭である。優等列車の占める割合は平均通過時分に反映されているが、これでは高速列車の割合に比例して線路容量が増加するなど、種々の問題を含むので、これらの諸点に対して回答を与えるモデルでなくてはならない。

(1) モデル構成上の諸因子

a) 駅間到達時分の差の分布

図-13 は単線区間の代表例として外房線を取上げ、急行通過駅間の停車時分を含まない通過時分をまとめたもので、高速列車は低速列車に対し $0.84 T_m$ になっているが、伊東、磐西の各線で調べても $0.75 \sim 0.9 T_m$ 程度の値を採っている。また、特急、急行間での速度差もなく、停車の有無のみにより、両者の到達時分の差が生ずるものと考えられる。また各列車群とも分散は小さく、一定と見なして差支えない。

b) 到着列車の待ち合せ順序

ある駅間に対する到着順序は上下それぞれ独立であり、着目した駅間の

両端駅に発生する最小到着時隔 c_D, c_U も均等でない。まず、下り到着列車に着目し、図-14 のごとく到着してから t 分後に対向の上り列車が到着する確率を考え、 $0 < t < \infty$ の間に生ずる全確率を計算する。同様にし

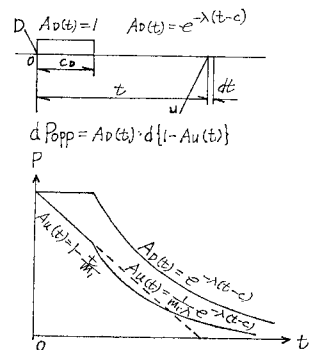


図-14 対向列車の到着する確率

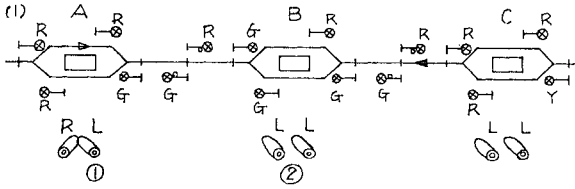


図-15 単線自動閉塞

て上り列車にも着目して対向の下り列車が到着する確率を求め、両者の平均を求めればある任意の列車の次に対向列車のくる確率 P_{opp} が求められる。

$$P_{opp} = 1/2m_1 \{c_D + c_u + 1/2\lambda\} [\exp^{-1}\{\lambda(c_D - c_u)\} + \exp^{-1}\{\lambda(c_u - c_D)\}] \div 1/2m_1 \{c_D + c_u + 1/\lambda\} = 0.5 \{1 + (c_D + c_u)/2m_1\}$$

ゆえに続行する列車のくる確率 P_{cont} は、 $P_{cont} = 0.5 \{1 - (c_D + c_u)/2m_1\}$ であり、 $(c_D + c_u)/2m_1 = \delta$ とおけば、

$$P_{opp} = 0.5(1 + \delta) \dots\dots\dots(18)$$

$$P_{cont} = 0.5(1 - \delta) \dots\dots\dots(19)$$

で表せる。

c) 単線区間の閉塞装置とサービス時間

単線自動区間では 図-15 のごとく、ある駅間を進行中の列車に対して、対向する列車が同駅間へ進入することを抑えるため、「方向てこ」を設けて列車の進行する方向を決定し、当該区間に対向列車が運転されないような連鎖を信号機に対して設けている。列車の通過時分 T_μ および閉塞取扱時分 c_μ の和を「サービス時分 $1/\mu$ 」と名づけるが、このうち閉塞取扱時分を列車ダイヤ上から調査すると、1.5 分および 0.5 分の組合せになっており、平均して 1 分である。この値は CTC (列車集中制御) 区間でも同値である。

ある急行通過駅間において、図-16 のごとく $c_\mu = 1$

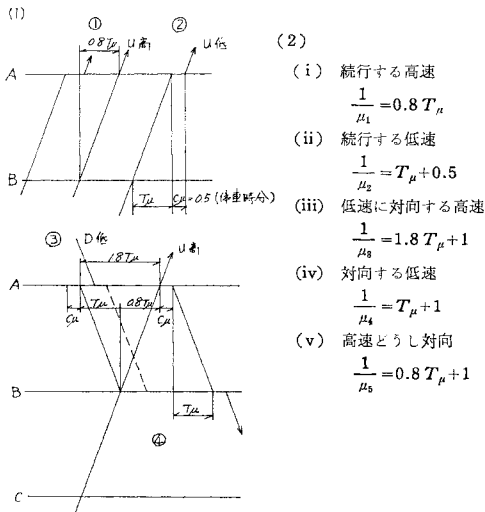


図-16 ダイアパターンとサービス時分

分、低速列車の通過時分 T_μ 分に対し、高速列車では $0.8 T_\mu$ 分を見込むと、各ケースのサービス時分 $1/\mu$ として右側が得られる。ここで注目すべきことは (iii) のケースで、A 駅に下り低速列車が到着する場合、対向する上り高速列車と A・B 間で交差しないよう、B 駅に高速列車が到着する時点よりさかのぼって、下り低速列車の通過時分の T_μ 分だけ前に方向てこを上り方向に前倒しておく点である。(iii) 以外はほぼ同じような値をとるが、ある駅間の両端に到着する列車に着目し、その先行到着列車の種別とサービス時間の相互関係につき、高速列車の割合を α として、式 (18), (19) を 図-16 に適用して整理すると、全平均サービス時間 $1/\mu$ は下記のごとくになる。

$$\frac{1}{\mu} = \{1 + (0.3 + 0.5\delta)\alpha - (0.5 + 0.5\delta)\alpha^2\} T_\mu + 0.75 + 0.25\delta - 0.25(1 - \delta)\alpha \div \{1 + (0.3 + 0.5\delta)\alpha - (0.5 + 0.5\delta)\alpha^2\} (T_\mu + 0.75) \dots\dots\dots(20)$$

これに対し急行停車駅間のサービス時分を同様にして求めると、列車間の速度差が小さいので、

$$\frac{1}{\mu_0} = T_\mu + 0.75 \dots\dots\dots(21)$$

で表される。一方 δ を構成している各最小時隔 c は、待合せ行列が発生している場合のサービス時間に等しいから、 $1/\mu_0$ を基準として片道の利用率を ρ_s で表すと、

$$\delta = \frac{c_D + c_u}{2m_1} = \frac{\eta_0(T_\mu + 0.75)}{m_1} = \eta_0 \cdot \rho_s \dots\dots\dots(22)$$

ただし、

$$\eta_0 = \frac{c_D + c_u}{2(T_\mu + 0.75)}$$

とおくことができる。ゆえに式 (20) は、

$$\frac{1}{\mu} = \{1 + (0.3 + 0.5\eta_0 \cdot \rho_s)\alpha - 0.5(1 + \eta_0 \cdot \rho_s)\alpha^2\} \cdot \{T_\mu + 0.75\} \dots\dots\dots(23)$$

で表される。低速列車と対向する後着の高速列車のサービス時分を $1/\mu_2$ 、発生確率を β_2 とおき、その他の全ケースをまとめて同様に $1/\mu_1, \beta_1$ とおくと、

$$\frac{1}{\mu} = \frac{\beta_1}{\mu_1} + \frac{\beta_2}{\mu_2} \dots\dots\dots(24)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_2 &= 0.5(1 + \eta_0 \cdot \rho_s)\alpha(1 - \alpha) \\ \frac{1}{\mu_2} &= 1.8 T_\mu + 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

であるから、式 (23), (25) を式 (24) に代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\beta_2}{\mu_2} &= 0.5(1 + \eta_0 \cdot \rho_s)\alpha(1 - \alpha)(1.8 T_\mu + 1) \\ \frac{\beta_1}{\mu_1} &= \{1 + (0.3 + 0.5\eta_0 \cdot \rho_s)\alpha - 0.5(1 + \eta_0 \cdot \rho_s)\alpha^2\} \\ &\quad \cdot \{T_\mu + 0.75\} - 0.5(1 + \eta_0 \cdot \rho_s)\alpha(1 - \alpha) \\ &\quad \cdot (1.8 T_\mu + 1) \\ \beta_1 &= 1 - 0.5(1 + \eta_0 \cdot \rho_s)\alpha(1 - \alpha) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

の関係が成立する。

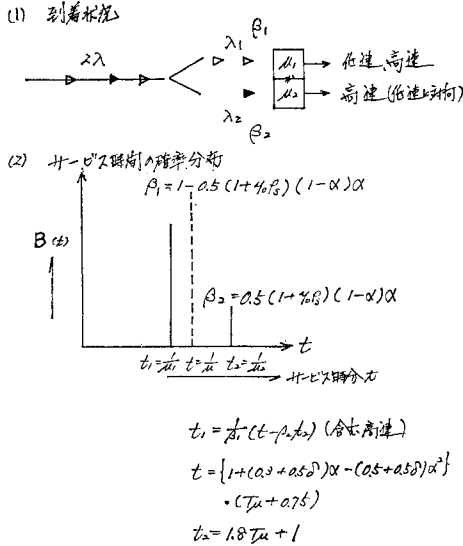


図-17 2種類の一一定サービスを有する待合せ

(2) 待行列の長さの状態確率 $\{P_n\}$

列車ダイヤ作成上、いかなる状態が発生してはならないかを考えると、

① 高速列車の筋を優先して設定し、その合間を縫って低速列車を設定しているのであるから、高速列車は機外停車することもないし、低速列車への追つきも生じない。

② どの駅間に対する到着分布をとっても指数分布であるから、列車の到着に連鎖を生じていわゆる団子運転の状態は許されない。

また、議論を進めるにあたって下記の条件をおく。

① 安全側線、警戒信号等により、上下列車の同時進入は可能とする。上下列車の1日当り本数は相等しい。

② 低・高速列車どうしのすれ違いは先着順とする。

a) 急行停車駅間の待合せ行列

前記の条件に対し、図-18のごとき配線を考える。この場合、速度による列車区分を必要とせず、しかもA・B駅間で行違いが同時に不可能であることは、A・B

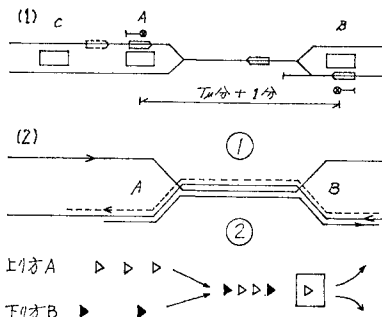


図-18 単線運転の待合せモデル

間で建築限界が競合する複線と同じであり、動線①を②に変えてもその事情は変わらない。ゆえに単線区間という1つの窓口で2列の行列ができ、上下の各行列を1本に絞って、先着順のサービスを受けさせることになる。

列車の到着がランダムで、サービス時間が一定の単一窓口 $(M/D/1(\infty))$ の定常状態における $\{P_n\}$ の公式はすでに求められており²⁾、下記のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= 1 - \rho_0 \\ P_1 &= (1 - \rho_0)(\exp(\rho_0) - 1) \\ P_2 &= (1 - \rho_0)\{\exp(2\rho_0) - (1 + \rho_0)\exp(\rho_0)\} \\ P_n &= (1 - \rho_0) \sum_{k=1}^n (-1)^{n-k} \cdot \exp(k\rho_0) \\ &\quad \times \left[\frac{(k\rho_0)^{n-k}}{(n-k)!} + \frac{(k\rho_0)^{n-k-1}}{(n-k-1)!} \right] \end{aligned} \right\} \dots (27)$$

$$\rho_0 = \frac{\lambda'}{\mu_0} = \frac{N}{30} (T_u + 0.75) \text{ : 窓口の利用率}$$

N : 1時間当り片道の列車本数

この場合、後着の高速列車を先着の低速列車より優先通過させても、行列の長さには変化を生じない。

b) 急行通過駅間の待合せ行列

(1)c) で述べたごとく、高速列車は対向の先着すべし低速列車がある場合には実質上 T_u 分早着して、 $1.8 T_u$ 分かけて通過するのと同じであるが、高速列車と同方向の先行、続行の各列車に対してはなんらの影響も及ぼさない。この状態の確率分布を図示したのが 図-17 である。

次に定常状態の状態確率 $\{P_n\}$ を求める。この場合はランダム到着、一般サービス時間 $(M/G/1(\infty))$ から2種類の一一定サービスを有する待合せとして誘導する必要があるが、その母関数は下記のとおり求まっているので¹⁾、これを z につき級数展開することにより、各項の係数として、各確率が求められる。すなわち、

$$c_i = \beta_1 \cdot \exp^{-1}(\rho_1) \cdot \rho_1^i + \beta_2 \cdot \exp^{-1}(\rho_2) \cdot \rho_2^i$$

とおくと、その母関数は、

$$G(z) = \frac{(1-\rho) \left[1 + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{c_i}{c_0 \cdot i!} - \frac{c_i \cdot z}{c_0 (i-1)!} \right) z^i \right]}{1 + \frac{c_1 - 1}{c_0} \cdot z + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{c_i z^i}{c_0 i!}} \dots (28)$$

その展開の結果は、

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= 1 - \rho \text{ (ただし, } \rho = \beta_1 \cdot \rho_1 + \beta_2 \cdot \rho_2) \\ P_1 &= \left(\frac{1}{c_0} - 1 \right) P_0 \\ P_2 &= \left(\frac{1 - c_1}{c_0} - 1 \right) \frac{1}{c_0} P_0 \\ P_3 &= \left[\left(\frac{1 - c_1}{c_0} \right) \left(\frac{1 - c_1}{c_0} - 1 \right) - \frac{c_2}{2c_0} \right] P_0 \end{aligned} \right\} \dots (29)$$

以下同様にして逐次求めることができる。

(3) 平均サービス待時間 (W_q) とその分散 (V_q)

a) 平均サービス待時間 (W_q)

(M/G/1(∞)) の場合の平均サービス待行列の長さ L_q は、

$$L_q = \frac{\rho^2(1+c_s^2)}{2(1-\rho)} \dots\dots\dots(30)$$

$$c_s: \text{サービス時間の変動係数, } \sigma_s / \mu = \mu \cdot \sigma_s$$

$$\lambda' = \frac{N}{30}: \text{平均到着率 本/分}$$

として求められており、 $W_q = \frac{1}{\lambda'} L_q$ でもあるから、

$$W_q = \frac{\rho^2(1+c_s^2)}{2(1-\rho)\lambda'} = \frac{\rho(1+c_s^2)}{2(1-\rho)\mu} \dots\dots\dots(31)$$

で表される。ゆえに急行停車駅間ではサービス時間が一定であるから、 $c_s=0$ とおいて、

$$W_q = \frac{\rho}{2(1-\rho)\mu} \dots\dots\dots(32)$$

で表せるが、急行通過駅間では $c_s=0$ でないから、次のごとく考える。すなわち、(2) の当初に述べたごとく、

① 高速列車では対向の先着高速列車に対してのみ待合せを行う。

② 低速列車では対向の先着の高速、低速列車の両方に対して待合せを行う。

のであるから、先着順サービスで、プライオリティを有する待合せ行列となる。よって高速列車だけに着目すれば、低速列車の影響をまったく受けずに通過するのであるから、これは割込優先のプライオリティそのものであり、高速列車のサービス待時分 W_{qH} を見出すには低速列車がシステム中に存在しないと考えればよい。

以上に対し、 $L_q = L_{qH} + L_{qL}$ に $W_q = \frac{1}{\lambda'} \cdot L_q$ を適用すると、

$$\left. \begin{aligned} W_q &= \frac{1}{\lambda'} L_q = \frac{\lambda_H}{\lambda'} W_{qH} + \frac{\lambda_L}{\lambda'} W_{qL} \\ &= \alpha \cdot W_{qH} + (1-\alpha) W_{qL} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

$$\therefore W_{qL} = \frac{1}{(1-\alpha)} (W_q - \alpha W_{qH})$$

ただし、

$$W_{qH} = \frac{\rho_H}{2(1-\rho_H)\mu} \quad \frac{1}{\mu} = 0.8 T_n + 1, \quad \rho_H = \frac{\alpha \cdot \lambda'}{\mu}$$

$$W_q = \frac{\rho(1+c_s^2)}{2(1-\rho)\mu} \quad c_s^2 = \mu^2 \cdot \sigma_s^2 = \mu^2 \left\{ \sum_{i=1}^2 \beta_i \left(\frac{1}{\mu_i} \right)^2 - \left(\frac{1}{\mu} \right)^2 \right\}$$

として、 W_q, W_{qH}, W_{qL} を求めることができる。

b) 平均サービス待時分の分散 (V_q)

一般にシステム中に滞在する平均待ち時間 W とサービス待ち時間 W_q との間には、 $W = W_q + \frac{1}{\mu}$ が成立するから、したがって W の分散は W_q と $\frac{1}{\mu}$ の分散の和に等しい。

$W(t)$ の分散 σ^2 は、

$$\sigma^2 = \int_0^\infty t^2 dW(t) - \bar{W}^2 \dots\dots\dots(34)$$

で表され、これにラプラス変換および母関数を用い、

$$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda'^2} P''(1) - \bar{W}^2$$

ただし、

$$P(z) = \sum_{n=0}^\infty P_n \cdot z^n$$

と変形できる。上式の $P''(1)$ の計算は元の母関数を考え、

$$\left. \begin{aligned} P(z) &= P_0 \cdot z^0 + P_1 \cdot z + P_2 \cdot z^2 + \dots \text{を2回微分して,} \\ \therefore P''(z) &= 2 P_2 + 6 P_3 \cdot z + 12 P_4 \cdot z^2 + \dots \\ \therefore P''(1) &= 2 P_2 + 6 P_3 + 12 P_4 + \dots \\ \therefore \sigma^2 &\doteq \frac{1}{\lambda'^2} (2 P_2 + 6 P_3 + 12 P_4) - \bar{W}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

ゆえに $W_q(t)$ の分散 V_q は、

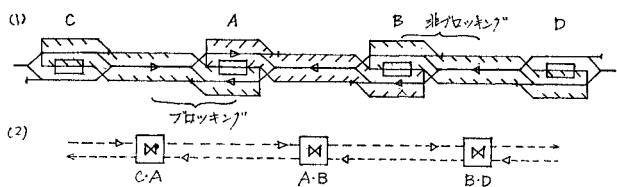
$$V_q = \sigma^2 - \sigma_s^2 \dots\dots\dots(36)$$

として計算できる。

(4) 両側単線区間における行違いによる線路容量

a) 両端駅が行違い専用駅である場合

図一19の配線に対し、高速列車による追越しが無い場合を考える。A・B 駅間をサービス箇所、A・B の各駅をサービス待ちの箇所と考え、相互に関連を有するハッチを施したサービス系における列車本数とその配列状態について考えると、サービス系の中でそれぞれ上下1本の待合せが可能である。この場合、隣接駅間にも各独立したサービス系が考えられるが、待合せの列車が隣接駅間で機外停車することは、出発すべき列車がある限り、隣のサービス系の作業を塞ぐことになり(ブロッキング)、ランダムに走行する前提を崩し、線路容量を減ずるに至る。ゆえに A・B 駅の場外に生ずる不都合な機外停車の発生状況を求め、その確率 P_{ST} を往復につき 1/100 に制限を加える。一般に M/G/1 のサービス系において、ある客がサービス中の客を含めて n 番目の待合せ順位になったことは、ちょうど $(n-1)\lambda$ の行列を作っている状態にその客が到着することであり、 n 番目にならぶ確率 \bar{P}_n は状態確率 P_{n-1} に等しい。また 図一18のごとく上下列車で2列の行列を作るが、長さがアンバランスとなるように到着する確率は極めて小さいことが計算できる。高速列車による追越しは当然中待避駅で行われるから、行違いの線路容量としては考慮する必要はない。



図一19 両側単線の基本モデル

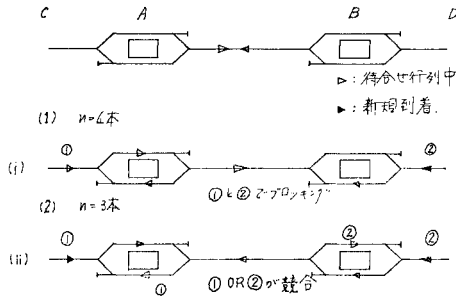


図-20 制限されるべき機外停車の発生状態

図-20 において各待合せのケースを分類し、その発生確率を考えると、制限されるべき事象は下記のとおりである。

① A・B 駅間が輻輳して、上下の別を問わず定期的に機外停車を生じている。P₄

新しく列車がくれば、上下列車に対するブロッキングとなる。

② A・B 駅間のシステムに n=3 本の列車があったときに列車が到着して機外停車となり、当該区間へ出発しようとする列車を抑える。P₄

n=3 本のときに、A・C 間で任意の列車が機外停車する確率は 0.5 P₃、当該列車が機外停車を解消するまでの時間は平均 1/2 μ であるから、その間に出発すべき列車

の存在する確率は $\lambda' \cdot \frac{1}{2\mu} = 0.5 \rho_{AC}$ 、したがって A・C 間で競合する確率は、 $P_{AC} = 0.5 \rho_{AC} \cdot 0.5 P_3 = 0.25 \cdot \rho_{AC} \cdot P_3$ となる。同様にして B・D 間でも $0.25 \cdot \rho_{BD} \cdot P_3$ であるから、以上合計して $0.25(\rho_{AC} + \rho_{BD})P_3$

以上より制限されるべき確率 P_{ST} は、①、② の和として、

$$P_{ST} = P_4 + 0.25(\rho_{AC} + \rho_{BD})P_3 \dots\dots\dots (37)$$

で表せる。式 (37) において $\eta = \frac{\rho_{AC} + \rho_{BD}}{2\rho_{AB}}$ とおく。

この η は急行停車駅間であるか否かにより、式 (22) の η₀ と多少の差ができるが、 $\eta \approx \eta_0$ であり、ほぼ駅間 A・C および B・D の距離の平均と駅間 A・B との距離の比を表す。以上より、

$$P_{ST} = P_4 + 0.5 \eta \cdot P_3 \dots\dots\dots (38)$$

で表すことができる。P₃ 以上は P_{ST} に比し微小なので無視する。式 (38) において、η=0 とおけば機外停車の競合がないところの両隣の駅間が複線の場合を示すことになる。式 (38) の計算にあたっては、

① 急行停車駅間に対しては高速・低速の区分を要しないので、式 (27) による各状態確率を、

② 急行通過駅間に対しては式 (29) による状態確率を、式 (38) にそのまま適用すればよい。

その結果を図示したのが 図-21 であり、高速列車の

表-6 各種ケースによる利用率

適用配線形式	適用公式 P _{ST}	ρ _{AB} = ρ _{AC} = ρ _{BD} の時の P _{max}		
		両隣駅急行停車	両隣駅急行通過	片側駅急行停車
(1)(i)	停 P ₃ + {α ² + α ⁴ (1-α) + (1-α) ² + (1-α) ⁴ α} × P ₃ + 0.5{α ² + (1-α) ² } × P ₄	α = 0.52" P ₀ = 0.62 α = 0.1, 0.92" P ₀ = 0.63	α _{max} = 0.42" P₀ = 0.64}	α _{max} = 0.52" P₀ = 0.68}
(1)(ii)	停 (i) に追加 + 0.5μP ₃ {1 - [α ² + α ⁴ (1-α) + (1-α) ² + (1-α) ⁴ α]} P ₃ + 0.25μP ₃ {1 - [α ² + (1-α) ²]} P ₄	α = 0.52" P ₀ = 0.56 α = 0.1, 0.92" P ₀ = 0.53	α _{max} = 0.62" P₀ = 0.64}	α _{max} = 0.52" P₀ = 0.68}
(1)(iii)	停 (i) に追加 + 0.5μP ₃ {1 - [α ² + α ⁴ (1-α) + (1-α) ² + (1-α) ⁴ α]} P ₃ + 0.125P ₃₀ {1 - [α ² + (1-α) ²]} P ₄	α = 0.52" P ₀ = 0.59 α = 0.1, 0.92" P ₀ = 0.53	α _{max} = 0.42" P₀ = 0.64}	α _{max} = 0.62" P₀ = 0.68}
(2)(i)	停 P ₃ + 0.5{1 + (1- $\frac{\eta}{2}$) ⁴ + α ⁴ } × P ₄	P ₀ = 0.69	α _{max} = 0.62" P₀ = 0.64}	α _{max} = 0.62" P₀ = 0.68}
(2)(ii)	停 (2)(i) に追加 + 0.25μP ₃₀ {1 - [(1- $\frac{\eta}{2}$) ⁴ + α ⁴]} P ₃ + 0.125P ₃₀ P ₃	P ₀ = 0.67	α _{max} = 0.62" P₀ = 0.62}	α _{max} = 0.62" P₀ = 0.67}
(2)(iii)	停 (2)(i) に追加 + 0.25P ₃₀ {0.5 - 0.5[(1- $\frac{\eta}{2}$) ⁴ + α ⁴]} × P ₄ + 0.125P ₃₀ P ₃	P ₀ = 0.68	α _{max} = 0.22" P₀ = 0.62}	α _{max} = 0.62" P₀ = 0.67}
(2)(iv)	停 (2)(i) に追加 + 0.25P ₃₀ {0.5 - 0.5[(1- $\frac{\eta}{2}$) ⁴ + α ⁴]} × P ₄	P ₀ = 0.69	α _{max} = 0.22" P₀ = 0.64}	α _{max} = 0.62" P₀ = 0.68}
	通 P ₄			

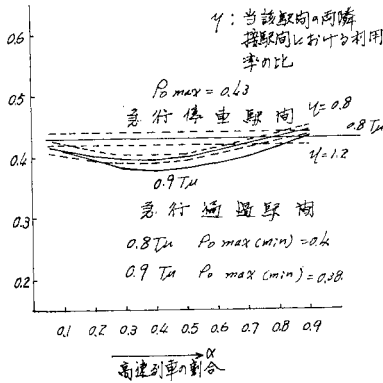


図-21 窓口の利用率の Max(Min) (両側単線)

割合を偏らせるか、その速度を高めるか、隣接駅間距離による η を小さくすれば列車本数の増が可能となる。

b) 両端駅が追越用待避駅である場合

追越用待避線としては中待避線の形式が主体であるが、その特徴としては、旅客専用駅では低速列車が追越しを受けるとき以外に中待避線を使用することはない点にあり、これは同方向の高速、低速列車どうしの交互着発をダイヤ作成上原則として認めず、追越しも行違ひの中で完了させることを意味する。以上のルールを数式化し、許容される利用率 ρ_{max} を急行停車駅間の ρ_0 に換算して、所要の各ケースにつき整理したのが表-6 である。

6. 単線区間における追越用待避線の配置

表-6 における各種配線パターンを制約する最大利用率 ρ_0 と、待避線の配線形式および配置間隔とはいかなる関係を有するかを以下に検討する。表-7 の右側は各種配線形式に対応する到達時分差を求める公式であるが、以下に示すようにして求められる。

(1) 到達時分差の分布と競合確率との関係

ある駅間の速度差のみによる到達時分差を t_0 とすれば、各駅でのサービス待ちの時間の差は平均して $W_q = W_{qL} - W_{qH}$ で表せるから、所要の追つき限度時隔 TE は追つかれる駅間での最小時隔 c 分を含んで、

$$TE = t_0 + \sum (W_{qL} - W_{qH}) + c \dots\dots\dots (39)$$

で表される。到達時分差 t_i は $t_i = TE - c$ であるから、式 (39) より右側の欄が得られる。到達時分差 t_i を一般化すれば下記のごとく 2 項よりなる。

$$t_i = \sum_n W_q(t) + \gamma \cdot T_\mu \dots\dots\dots (40)$$

式 (40) の確率分布について考えると、第 1 項は分布を有し、第 2 項は一定値をとる。第 1 項の分布を考えると、 $\sum_n W_q(t)$ の確率分布は表-8 にもみるごとく、各 W_q の平均値と $\sqrt{\text{分散}}$ がほぼ等しいこと、 $M/G/1(\infty)$ の待行列では任意時点に仮に客が到着したとする場合の待時間はマルコフ過程になることから、各 W_q の分布は指数分布型で、したがって、その n 個の和の分布も指

表-7 到達時分差 ($t_i = TE - c$) 表

	急行停車	急行通過 ($W_q = W_{qL} - W_{qH}$)
(1)	$TE = \sum W_q + t_0 + c$ $\rho_{max} = 0.53$ A, B 停車	$TE = \sum W_q + t_0 + c$ $\rho_{max} = 0.44$
(2)-①	$\rho_{max} = 0.47$ A, C 停車 $W_q(A) + W_q(B) + \gamma \cdot T_\mu(A, C)$ $t_0 \leq L \quad W_q(B) = W_{qL}(B) - W_{qH}(B)$	$\rho_{max} = 0.42$ $W_q(A) + W_q(B) + \gamma \cdot T_\mu(A, C)$
(2)-②	$\rho_{max} = 0.40 (BC)$ A, D 停車 他は通過 $W_q(A) + W_q(B) + W_q(C) + \gamma \cdot T_\mu(A, D)$ $t_0 \leq L \quad W_q(B) = W_{qL}(B) - W_{qH}(B)$ $W_q(C) = W_{qL}(C) - W_{qH}(C)$	$\rho_{max} = 0.40 (BC)$ $W_q(A) + W_q(B) + W_q(C) + \gamma \cdot T_\mu(A, D)$
(2)-③	$\rho_{max} = 0.40 (BC, CD)$ A, E 停車 他は通過 $W_q(A) + W_q(B) + W_q(C) + W_q(D) + \gamma \cdot T_\mu(A, E)$ $t_0 \leq L \quad W_q(B) = W_{qL}(B) - W_{qH}(B)$ $W_q(C) = W_{qL}(C) - W_{qH}(C)$	$\rho_{max} = 0.4 (BC, CD)$ $W_q(A) + W_q(B) + W_q(C) + W_q(D) + \gamma \cdot T_\mu(A, E)$

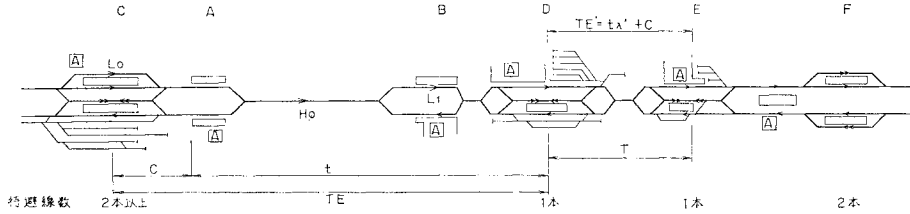


図-22 待避駅の配置関係

表-8 速度差と行違い待ちによる到達時分差

(1) $\alpha_{max} = 0.5$ 等間隔配置											
	ρ_0	Tu	$Wg(A)$	$Wg(B)$	$Wg(C)$	$\delta \cdot Tu$	ΣWg	分散の合計 ΣV	$T_2 - T_1$ ℓ	合計 T_{Σ}	備考
急行停車 (2駅間)	0.47	3	2.4	左同		0.2 Tu	4.8	$4 \times 2 = 8$	$2.9 \approx 3$	5.4	$\ell = (\Sigma Wg)^2 / \Sigma V$ $\rho_0 = \lambda(Tu + 0.75)$
		5	3.4			0.5	6.8	$9.4 \times 2 = 18.8$	$2.4 \approx 2$	7.8	
		7	4.8			1.4	9.6	$17 \times 2 = 34$	$2.7 \approx 3$	11.1	
急行通過 (2駅間)	0.42	3	2.5	左同		0.4 Tu	5.1	$4.5 \times 2 = 9$	$2.8 \approx 3$	6.7	
		5	3.8			1.2	7.6	$10.6 \times 2 = 21.2$	$2.9 \approx 3$	9.1	
		7	5.2			2.8	10.4	$19.2 \times 2 = 38.4$	$2.8 \approx 3$	13.2	
通過 (3駅間)	0.4	3	2.2	左同	左同	0.6 Tu	6.6	$4.5 \times 3 = 13.8$	$3.1 \approx 3$	8.4	
		5	3.4			3.0	10.2	$10.9 \times 3 = 32.7$	$3.2 \approx 3$	13.2	
		7	4.7			2.8	14.1	$19.8 \times 3 = 59.4$	$3.4 \approx 3$	18.3	

(2) $\alpha_{max} = 0.5$ 不等間隔配置													
	ρ_0	$3Tu$	$Wg(A)$	$Wg(B)$	$Wg(C)$	$\delta \cdot Tu$	ΣWg	分散の合計 ΣV	$T_2 - T_1$ ℓ	合計 T_{Σ}	備考		
急行停車 (3駅間)	0.44	9	3.5	2.7	3	2.2	3.5	2.7	0.4 Tu	7.6	11.9	4.9 ≈ 5	8.8
		15	5.25	3.5	4.5	3.0	5.25	3.5	1.2	10.1	26	3.8 ≈ 4	11.5
		21	7.35	5.3	6.3	3.9	7.35	5.3	1.5	14.5	46	4.6 ≈ 5	17.3

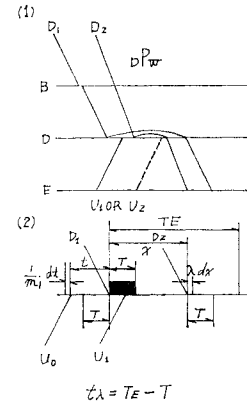


図-23 上下待避列車の競合

数型と考えられる。各 $Wg(t)$ の分散は、式 (35), (36) により求められるが、 n 個の和を考えると、各確率変数 X_i が同一確率分布で、相互に独立であれば、

$$E\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n E(X_i), V\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n V(X_i) \dots (41)$$

が成立するので、平均到達時分差 \bar{t}_i 、分散 $V(t_i)$ が求められる。以上のプロセスを考えた場合、最も t_i の分布に適合する分布型は明らかにアーラン分布である。アーラン分布の確率密度関数を $b(t)$ とおくと、式 (5) の \bar{t}_i の代りに \bar{W}_g とおくことにより、

$$b(t) = \frac{(l/\bar{W}_g)^l}{(l-1)!} \cdot t^{l-1} \cdot \exp^{-l(t/\bar{W}_g)} \dots (42)$$

で表され、 t_i の確率密度関数も $b(t)$ の座標変換として表され、 t_i に分布を考えた競合確率 $P_{WT}(t_i)$ は分布を考えない競合確率を $P_W(t_i)$ とすれば、両者の関係は、

$$P_{WT} = \int_0^{\infty} P_W(t_i) \cdot dt = \int_0^{\infty} P_W(t_i) \cdot b(t) \cdot dt \dots (43)$$

で表され、式 (40) の第 2 項が正であるから、

$$P_{WT} = \int_0^{\infty} P_W(t + \gamma \cdot T_p) b(t) dt \dots (44)$$

と誘導される。

(2) 中待避線上における競合確率

a) 上下別に設けられた追越用待避線

図-22 において C 駅で下りの H_0 が L_0 を追抜いてもなお D 駅に到達するまでに先行の L_1 に追いつく場合を式 (10) に基づき計算してみたところ、単線区間ではいったん待避線で低速列車を追越せば、次の追越用待避

駅までの距離がよほど大きくなくては先行の低速列車に追いつくことはあり得ず、追越用待避線が 1 線の場合における上下列車の競合のみが問題となる。

b) 上下共用の追越用待避線

追越用待避線が 1 線の場合には、上下待避列車の競合が問題となる。図-22 のごとく D 駅で追越しと行違いの両者が上下方向とも同時に生ずる現象を考える。前提として BD, DE の各駅間のうち大きい方のサービス時分が T 分であれば、両駅間とも対称にあるものとして同じく T 分とする。この仮定は競合確率を大きくする。図-23 は競合の状況をモデル化したもので、ここで、

- λ : 有効列車密度 $1/\lambda = m_1 - T$
- m_1 : 片道の列車の平均時隔
- T : 最小時隔 (サービス時分に等しい)
- t_i' : 次の追越待避駅までの到達時分差 $t_i' = TE' - c$
- TE' : 追つき限度の時隔
- $t' = t_{20}' + \Sigma(W_{QL} - W_{QH})$

とおく。ダッシュ記号は下り方向を表し、なければ上り方向を表す。また、D 駅がまず急行停車駅とする。以下の考え方は、式 (15) の誘導と同じであるが、待避列車の在線時間を複線のごとく一定とは見なせない点を考慮する。

ある任意の下り低速列車 D_1 が D_2 のために D 駅で待避する必要があり、方向でここで B 駅からルート構成を行ってから、D 駅で D_2 に追越されるまでの間に遅くとも上り列車 U が E 駅を出発して、しかも D 駅で U にも追越し待避が生ずることを考える。同様にして

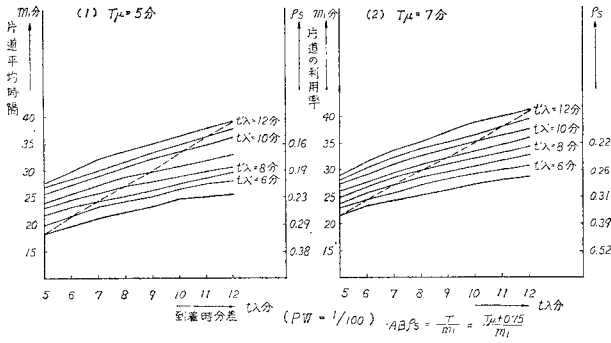


図-24 上下待避列車の競合限度

上り列車を優先させた場合を考えると、D 駅に生ずる上下列車の競合 P_W は両者の和として、下記のとおり求められる。

① D 駅が急行停車駅の場合

$$P_W = \{\alpha(1-\alpha)\}^2 \{1 - \exp^{-1}(\lambda \cdot t_i')\} \{1 - \exp^{-1}(\lambda \cdot t_i)\} \cdot \left[2 - \frac{1}{m_1 \cdot \lambda} \cdot \exp^{-1}(2\lambda \cdot T) \{2 - \exp^{-1}(\lambda \cdot t_i) - \exp^{-1}(\lambda \cdot t_i')\} \right] \dots (45)$$

② D 駅が急行通過駅の場合

D 駅では高速列車に対向列車への通過待ちは生じないから、式 (45) の $\exp^{-1}(2\lambda \cdot T)$ を $\exp^{-1}(\lambda \cdot T)$ とする。式 (45) を図化したのが 図-24 で、到達時差 t_i および t_i' の差の影響は大きく、長い中待避駅間の隣には短い中待避駅間を配置すると有効なことがわかる。

一般に中待避線上での上下待避列車の競合において各到達時差 t_i, t_i' は分布を有するから、競合の全確率 P_{WT} は式 (44) と同様にして、

$$P_{WT} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} P_W(t_i, t_i') \cdot dt_i \cdot dt_i' \dots (46)$$

で表せ、 t_i は連続分布であるから、

$$dt = a(t_0) \cdot dt_0, dt_i' = a(t_i') \cdot dt_i'$$

として式 (42), (44), (45) により計算可能である。

(3) 追越用待避駅の配置間隔

まず、3 駅間において各駅間が等間隔でなく、各駅間とも線路容量が限度いっぱいになる最悪条件を考える。

a) 急行通過駅間

等間隔に配置された場合の純通過時分を $3T_\mu$ 分とする。各駅間の最大利用率は 表-6 のとおりであるが、各駅間の最大列車本数が等しく、各利用率が限度に達している配置間隔が最大列車本数を与える。よって $\rho_0 = \frac{2(T_\mu + 0.75)}{m_1}$ であるから、各駅間の所要通過時分の関係を求める。

$$m_1 = \frac{2(ABT_\mu + 0.75)}{AB\rho_0} = \frac{2(BC T_\mu + 0.75)}{BC\rho_0} = \frac{2(CD T_\mu + 0.75)}{CD\rho_0} = \frac{2(AB T_\mu + 0.75)}{0.42}$$

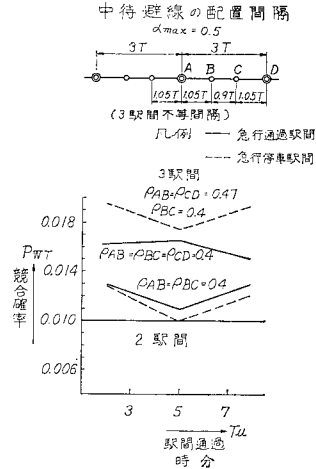


図-25 中待避線の配置間隔

$$= \frac{2(BC T_\mu + 0.75)}{0.40} = \frac{2(CD T_\mu + 0.75)}{0.42} = \frac{2(3 T_\mu + 2.25)}{1.24}$$

$$\therefore BC T_\mu = \frac{0.40}{1.24} (3 T_\mu + 2.25) = 0.97 T_\mu + 0.73$$

$$AB T_\mu + 0.75 = CD T_\mu + 0.75 = 1.02 T_\mu + 0.76$$

以上のごとく、各駅間のサービス時間はほとんど均等になるのであるから、各駅間が等間隔で、しかも上下各方向とも待避駅が対称に配置されている場合が最も条件が厳しい。

ゆえに式 (45) に対して $t_i = t_i'$ とおき、表-8 の数値により計算したのが 図-25 の実線である。

b) 急行停車駅間 (A, D 駅のみ停車)

a) と同様にして、列車本数最大を与える駅間は、

$$m_2 = \frac{2(AB T_\mu + 0.75)}{0.47} = \frac{2(BC T_\mu + 0.75)}{0.40} = \frac{2(CD T_\mu + 0.75)}{0.47} = \frac{2(3 T_\mu + 2.25)}{1.34}$$

$$\therefore BC T_\mu + 0.75 = 0.9 T_\mu + 0.67 \div 0.9 T_\mu + 0.75$$

$$AB T_\mu + 0.75 = 1.05 T_\mu + 0.79 \div 1.05 T_\mu + 0.75$$

ゆえに $\rho_0 = 2/m_1 \cdot (T_\mu + 0.75)$ を基準とした等間隔配置よりも約 10% 増が図られる。上記に基づき 表-8 により計算した結果も 図-25 に点線で示してある。本計算のごとく条件が最悪の場合においてすら、 $P_{WT} \approx 0.017$ であり、おおむね 3 駅間配置にしておけばよいことがわかる。

2 駅間配置では $P_{WT} = 0.011$ 程度なので問題はない。

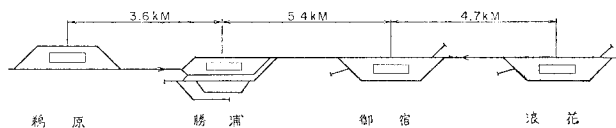


図-26 鶴原-浪花間配線略図

7. 単線区間における待避線への考察

(1) 外房線勝浦一御宿間の計算実例

図-26 は勝浦一御宿を中心とする配線略図であるが、本地区の各駅には追越用待避線が設けられておらず、このため全列車を各駅停車させている。図-3 によれば、往復で $N=67$ 本、平均時隔 $m=15.5$ 分であり、 $T_{\mu}=6.1$ 分である。よって利用率は $\rho_0=(T_{\mu}+0.75)/m=6.85/15.5=0.44$ と求められる。

しかるに駅間比率 η_0 は、図-26 によると $\eta_0=(3.6+4.7)/(2 \times 5.4)=0.77 \approx 0.8$ と計算される。

図-21 によれば、 $\eta=0.8$ では $\rho_0=0.44$ と読み取ることができ、現在でちょうど限界に達していることがわかる。なお、本区間は線増工事中である。

(2) 追越用待避線の計画原則

a) 最大列車本数は対象線区の隘路区間における図-21、表-6 の行違いの利用率により規制され、式 (27) の ρ_0 により逆算される。

b) 追越用待避線の配置間隔については、a) 項に対する補足的なチェックを下記か、式 (46) に基づき行う。

- ① 3 駅間以内の連続ならばおおむね問題を生じない。
- ② 4 駅間の連続では問題を生ずる可能性がある。ただし、両隣接追越待避駅間が 2 駅間配置なら問題ない。
- ③ 旅客専用駅にあって上下別に待避線を設けることは、待避した低速列車に生ずる待避時間の著増から得策でない。

c) 線路容量増に対して追越用待避線の新設と急行停車駅化する効果は大きく、隣接駅間距離の比率 η_0 の影響も無視できない (図-21)。

(3) 線路容量の簡易式の位置づけ

以上の解析結果により式 (17) を検討すると、

① 閉塞取扱時分 $c=1.5$ 分は、列車ダイヤ上に見込まれている大きな方の取扱時分を採用しており、同時に取扱い得るはずの上下列車の平均となっていない。続行列車では閉塞取扱時分が不要となることも考慮されていない。

② 急行通過列車の存在は対向低速列車の待合せ時分を長くし、その混入割合に応じて容量を減少させるが、通過時間の比が小さければその影響も小さくなる。

③ 線路利用率 f は窓口の利用率 ρ に対比し得るが、比較計算の結果では、少なくとも片側が中待避駅配置でしかも急行停車駅間を対象とし、終日を考えている。

など、この簡易式は線路設備の整った幹線系を対象とした限界指標といえよう。

8. む す び

以上述べたごとく、中間駅における追越用待避線の配置は線路容量と極めて密接な関係があり、複線区間では上下別に、単線区間では上下共用の形式のいずれもおおむね 3 駅ごとに配置すれば、線路容量に対する制約とはならないことがわかった。また本文では貨物設備を併設した場合の影響、複線区間における最小時隔短縮の効果および待避時間の長さについても触れていないし、単線区間における、

① 行違いの線路容量には余裕があるが、追越用待避線の配置が疎になり過ぎている場合、

② 追越用としては待避線に余裕があるが、行違いの線路容量が不足している場合、

についての対策についても触れていない。これらの問題については改めて報告することとしたい。

参 考 文 献

- 1) Harris, G.: Fundamentals of Queuing Theory, WILEY, pp. 223~250, 1974.
- 2) 西田俊夫: 待行列の理論と応用, 朝倉書店, p. 125, 1974.

(1979.4.12・受付)