

## リブアーチにおける変形の影響

## GEOMETRICAL NONLINEAR BEHAVIOUR OF RIB ARCHES

前田 幸雄\*・林 正\*\*

By Yukio MAEDA and Masa HAYASHI

## 1. 緒 言

長大アーチ橋では、アーチリブの変形により幾何学的非線形性が現れて、変位や応力は微小変位理論による値よりも大きくなることはよく知られており、この変形による影響は古くから 2 次応力解析とよばれる理論により調べられている<sup>1)</sup>。

最近では、マトリックス解析法によりアーチの飛移の問題や分岐座屈後の挙動等、高度の幾何学的非線形問題について数多くの解析結果が報告されている<sup>2)~6)</sup>。また、耐荷力についても変形の影響を考慮した弾性座屈<sup>7)</sup>や面内終局強度特性も種々のパラメーターについて明らかにされている<sup>8)</sup>。

アーチ橋の設計計算においては、上述の崩壊現象に着目した極限強度のほか、設計荷重に対する非線形挙動を知る必要がある。個々のアーチ橋についてその非線形性を調べることは比較的容易なことであるが、試算設計の段階において断面を変更するたびごとに非線形解析を行ったのでは膨大な計算が必要であり、設計荷重強度と仮定断面から応力にどの程度の非線形性が生じるかを簡単に知ることができれば便利であろうと思われる。アーチに生じる種々の非線形性については、先述の文献のほかにも過去数多くの研究が行われているが<sup>9)~11)</sup>、設計荷重強度程度の荷重が作用したときに現れる幾何学的非線形性を、パラメーターを用いて一般的に論じた研究は、過去において見受けられず、アーチリブの剛性、ライズ比、死・活荷重の強度比等と幾何学的非線形性ととの相関関係は明らかにされていない。

道路橋示方書<sup>12)</sup>では、アーチ橋の設計計算において幾何学的非線形性を考慮しなければならない場合の判定基準として、設計死荷重強度で限界値を定めているが、こ

の限界値の根拠とした式の精度と一般性について検討の余地がある。アーチでは死荷重のみが作用したときには非線形性は現れず、活荷重が加わるときに初めて非線形性が現れて、その程度は死荷重強度に最も影響されるが活荷重強度によってもかなり変化する。前述の限界値には活荷重による影響は含まれておらず、限界値の算出に用いられた式は近似式であるので種々の形式のアーチに対してどの程度の精度を有するのか、また限界値の状態において断面力にどれほどの非線形性が現れるのかが不明である。さらに、設計計算において変形の影響を考慮しなければならない場合に、通常の影響線解法が適用できない非線形問題において活荷重による最大応力を求める方法が問題になる。

そこで、本報告では放物線形状のアーチについて幾何学的面内非線形性を詳細に調べ、アーチ橋の非線形性に関する設計基準として膨大な計算資料に基づいた妥当性のある限界値を提案する。研究方法としては、アーチの幾何学的非線形性を支配する因子を無次元量として抽出し、これをマトリックス法による平面骨組構造の有限変位解析の式<sup>13)</sup>にパラメーターとして導入して、数値計算によりアーチの非線形性を定量的に明らかにする。また、この研究結果を応用して実用的なアーチの影響線解法を開発することができるが<sup>14)</sup>、本文では、等分布活荷重による最大応力を求めるためのより厳密な解法を用いた。

研究の対象としたアーチの構造形式は、等断面と変断面の固定および 2 ヒンジリブアーチである。これらのアーチに死荷重と等分布活荷重が作用した場合のたわみと曲げモーメントおよび最大緑応力度に生じる非線形性を、温度変化の影響も含めた場合について調べる。パラメトリック解析では、先述の無次元量の数値として実橋でとり得る範囲の値を与え、これらのほとんどすべての組合せについて厳密な非線形計算を行った。この有限変位解析による計算値の精度については過去の研究で検証

\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 長岡技術科学大学助教授 工学部建設系

されている<sup>13)</sup>。

前述の道路橋示方書で規定している限界値には、活荷重強度が考慮されていない。しかし、活荷重強度によりアーチに生じる非線形性はかなり変化するので、活荷重強度を考慮する方がより合理的な設計基準になることは明らかである。本報告で提示する死・活荷重強度を考慮した限界値はアーチの幾何学的非線形形状をかなりの確に表すものであり、算出根拠が明確であるとともにその精度も厳密な有限変位解析による計算結果から確かめられている。また、一般性については、パラメトリック解析により通常の鋼アーチ橋について適用可能であると考える。

### 2. 最大応力の計算法

非線形性を有する構造物では通常の影響線解法を用いることができず、各断面に最大応力を生ぜしめる活荷重位置を求めるためには特殊な計算法を用いる必要がある。吊橋の設計計算では線形化影響線解法が用いられているが<sup>14)</sup>、アーチは吊橋とは異なり活荷重載荷時に非線形性が現れることと、線形化による誤差が設計では危険側の値になるために、吊橋と同じ解法を用いることができない。

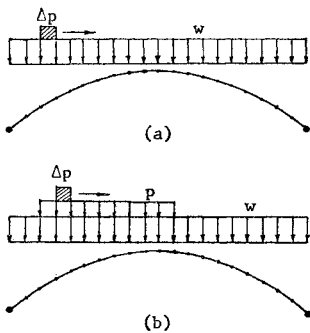


図-1 活荷重の載荷方法

ある着目した断面に最大応力が生じる集中活荷重の載荷位置を求めることは容易であるので省略することにし、ここでは等分布活荷重について考える。

まず死荷重  $w$  を全載し、この死荷重による変位を  $d_w$  とする。次に、移動荷重として単位集中荷重ではなく、設計荷重強度  $p$  を有する等分布活荷重を 図-1(a) のようにアーチリブの一部材ごとに載荷する。この活荷重を  $\Delta p$  とし、この荷重による変位増分を  $\Delta d_p$  とすれば、マトリックス解析法<sup>13)</sup>により次式が成立する。

$$\Delta K(d_w) \cdot \Delta d_p = \Delta p \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\Delta K(d_w)$  は死荷重載荷状態における接線剛性行列である。

式 (1) を用いて  $\Delta p$  をスパンの全長にわたって移動させれば一種の影響線を求めることができるので、任意の断面に最大応力が生じる等分布活荷重の載荷位置を知ることができる。しかし、式 (1) の接線剛性行列には活荷重による変形の影響が考慮されていないので、活荷

重位置が正しく求められていないことがある。そこで、式 (1) によって求めた最大応力が生じる等分布活荷重と死荷重を同時に載荷し、収束計算を行って厳密な変位  $(d_w + d_p)$  を求める。この変位を用いて、図-1 (b) のように再び  $\Delta p$  による影響線を求める。このときの線形化された平衡方程式は次式のようになる。

$$\Delta K(d_w + d_p) \cdot \Delta d_p = \Delta p \dots\dots\dots (2)$$

式 (2) による影響線から求めた活荷重位置が、最初に仮定した載荷位置と一致するまで式 (2) の計算を繰り返す。活荷重位置が収束すれば、 $d_w + d_p$  による最大応力の厳密な非線形値を求める。

結局、この計算法は式 (1) による解を初期値とし、式 (2) を用いた反復計算により最大応力を求めようとするものである。ここで、式 (2) は着目断面量ごとに成立することはいうまでもないことである。

### 3. 無次元パラメーター

図-2 に示すような2ヒンジリブアーチと固定リブアーチについて考察する。

荷重は全載等分布死荷重  $w$ 、部分載荷の等分布活荷重  $p$  のほかに、温度変化  $t$  を考える。温度変化はアーチリブの断面内において一様に生じるものとする。

アーチ軸線の形状は放物線とし、アーチリブは等断面と変断面の場合を考える。変断面リブの断面積  $A$  と断面2次モーメント  $I$  の変化は次式で与えられるものとする注1)。

$$A = A_c / \cos \phi, I = I_c / \cos \phi \dots\dots\dots (3 \cdot a, b)$$

ここに、 $A_c, I_c$  はアーチクラウンにおける値であり、 $\phi$  はアーチ軸線の傾斜角である。数値計算においてはアーチリブを水平射影長に対して20等分割し、各節点には0から20までの番号をつけた。

計算結果に一般性をもたせるために、以下の無次元量を用いる。

$$n = f/L, \lambda = L\sqrt{A/I}, \eta = y/L \dots\dots\dots (4 \cdot a \sim c)$$

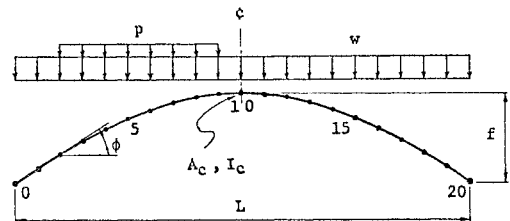


図-2 リブアーチ

注1) 2ヒンジアーチでは式(3)のような断面は用いられないが、本研究では非線形性に及ぼす断面変化による影響の一例として式(3)の変断面を用いることにした。

$$r = w/w_0, \beta = p/w, \theta = \mu t \dots\dots\dots(5 \cdot a \sim c)$$

ここに、 $n$  はライズ比、 $\lambda$  はアーチリブの細長比、 $\eta$  はアーチリブの上・下フランジの縁端距離  $y$  に関する無次元量である。また、 $r, \beta$  は死・活荷重に関する無次元量であって、 $w_0$  は無次元化のために用いた後述の基準荷重強度である。 $\mu$  はアーチリブに使用した材料の線膨張係数であって、この値を一定とすれば  $\theta$  は温度変化のみに関する無次元量となる。

変断面リブの場合には、式 (4・b) の  $A$  と  $I$  にはアーチリブの軸線に沿った平均値  $\bar{A}, \bar{I}$  を用いるものとする。アーチリブの軸線の長さを  $S$  とすれば、これらの平均値は次式で与えられる。

$$\bar{A} = \frac{1}{S} \int A ds, \bar{I} = \frac{1}{S} \int I ds$$

上式に式 (3) を代入してアーチクラウンにおける値に対する比で表すと、

$$\frac{\bar{A}}{A_c} = \frac{\bar{I}}{I_c} = \frac{8n(1+16n^2/3)}{4n\sqrt{1+16n^2} + \log_e(4n + \sqrt{1+16n^2})} \dots\dots\dots(6)$$

種々のライズ比に対する式 (6) の値を 表-1 に示す。

表-1 断面量の平均値

$n=f/L$	0.1	0.15	0.2	0.3
$\bar{A}/A_c, \bar{I}/I_c$	1.0266	1.0595	1.1048	1.2289

式 (5・a) に用いた基準荷重強度  $w_0$  として、全載等分布荷重  $w$  による放物線アーチの線形座屈強度  $w_{cr}$  の 1/8 の値を用いる。この値は 道路橋示方書<sup>12)</sup> の式 (11.3.1) で与えられている荷重強度と同じ値であり注 2)、変形による影響を考慮すべき限界の死荷重強度として定められている値である。

面内座屈による限界水平反力  $H_{cr}$  は、座屈係数  $\alpha$  を用いて

$$H_{cr} = \alpha EI/L^2 \dots\dots\dots(7)$$

で与えられるから<sup>11), 13)</sup>、この式を用いると  $w_0$  は次のようになる。

$$w_0 \equiv \frac{w_{cr}}{8} = \alpha \frac{EI}{L^3} \cdot \frac{f}{L} \dots\dots\dots(8)$$

ここに、 $E$  はアーチリブのヤング係数である。

表-2 座屈係数の値

Type		$n=f/L$	0.1	0.15	0.2	0.3
		Spec.	36.0	32.0	28.0	20.0
2 Hinged Arch	Author		36.4	32.9	28.9	20.7
	Spec.		76.0	69.5	63.0	48.0
Fixed Arch	Author		76.1	70.9	64.4	50.0

注 2) 示方書の改訂案では式 (8) の  $w_0$  より小さな値 ( $w_{cr}$  の 1/9) が採用されているが、本研究ではこの  $w_0$  を無次元化のための基準量として用いるだけであるので従来と同じ値を使用する。

示方書に示された  $\alpha$  の値とマトリックス法により等断面リブアーチについて計算した値とは 表-2 に示すようにわずかな差がある。しかし、本研究では座屈係数を式 (8) の基準荷重強度の算出に用いるだけであるので、変断面リブアーチの場合も含めて示方書の値をそのまま用いることにした。

さて、構造全体の平衡方程式をマトリックス表示で次式のように一般的に表すことができる<sup>13)</sup>。

$$K(D, t) \cdot D = P_w + P_p + P_t \dots\dots\dots(9)$$

ここに、 $K$  は温度変化による影響を含んだ非線形剛性行列<sup>14)</sup>、 $D$  は節点変位ベクトル、 $P_w, P_p, P_t$  はそれぞれ死荷重、等分布活荷重および温度変化による荷重ベクトルを表す。

式 (9) を式 (4・a), (4・b), (5) の無次元量を用いて変形すれば、次式のように無次元化することができる。

$$\bar{K}(\lambda, \theta) \cdot \bar{D} = \alpha n r \{ \bar{P}_w + \beta \bar{P}_p \} + \theta \bar{P}_t(\lambda) \dots\dots(10)$$

ここに、バーをつけた記号は無次元量であり、 $\bar{K}$  は上述の無次元量に関しては  $\lambda$  と  $\theta$  の関数になる。 $\bar{P}_w, \bar{P}_p$  は荷重の載荷位置によって定まる定数ベクトルであり、 $\bar{P}_t$  は  $\lambda$  の関数である。

表-3 無次元パラメーターの値

$n$	0.1	0.15	0.2	0.3			
$\lambda$	100	150	200	300	400		
$r$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	
$\beta$	0.01	0.05	0.1	0.2	0.4	0.6	1.0
$t$	0	30°	-30°				
$\eta$	1/80~1/200						

数値計算では、式 (4), (5) の無次元量をパラメーターとして扱い、実橋における値を考慮して 表-3 の数値を用いた。なお、線膨張係数は  $\mu = 1.2 \times 10^{-5}$  とした。

#### 4. たわみと曲げモーメントの非線形性

まず、アーチリブの各断面に生じる非線形性を知るために、等断面固定アーチの最大と最小の曲げモーメント図を 図-3 に示す。線形値は通常の影響線から求め、非線形値は 2. で述べた方法により求めた。図中の記号  $D$  は死荷重を、 $L$  は等分布活荷重を表す。図から、固定アーチではスパンの 3/10 点 (第 6 節点) で非線形性が最も強く現れ、かつこの点で曲げモーメントとともにたわみの値も大きい。また、固定端と第 6 節点の最小と最大の曲げモーメントは、等分布活荷重をスパンの約半分 (節点 0 から 9 まで) に載荷したときに生じる。

2 ヒンジアーチでは、死荷重と等分布活荷重をスパンの片側に半載したときに、スパンの 1/4 点 (第 5 節点)

でたわみと曲げモーメントの線形値と非線形値はともに最大または最小になり、線形値と非線形値の差もその点で最も大きくなる。したがって、固定アーチも含めて、等分布活荷重はスパンの片側に半載した状態において非線形性を調べるものとし、着目点は固定

アーチでは固定端と第6節点、2ヒンジアーチでは第5節点に限定する。なお、アーチリブの軸力には非線形性は現れず、線形値と非線形値の差は1%以内であるので省略した。

数値計算は、 $t$  と  $\eta$  を除く表-3 に示したすべての数値の組合せについて計算した。以下に示す計算値には、線形値  $\delta_i^0$ 、 $M_i^0$  に対する非線形値  $\delta_i$ 、 $M_i$  の増加率(%)を用いる。たとえば、たわみの増加率を次式で定義する。

$$\text{増加率} = \frac{\delta_i - \delta_i^0}{\delta_i^0} \times 100 = \frac{\Delta\delta_i}{\delta_i^0} \times 100 \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここに、添字  $i$  は節点番号である。なお、 $\delta$  と  $M$  には死荷重による値を含めている。

幾何学的非線形性を上式の増加率で表すと、式(3)で与えられる変断面リブアーチの非線形性は等断面リブアーチの値とほとんど変わらないので、図はすべて等断面の場合を示した。

無次元パラメーターと非線形性の関係を、式(11)の増加率の特性曲線として表すことにする。特性曲線図のいくつかを図-4~6に示す。

図-5は、図-4(b)についてパラメーターの表示方

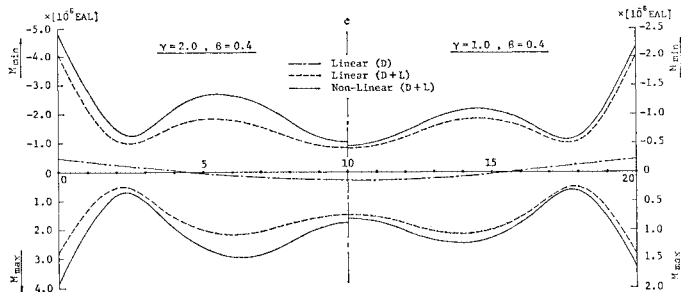


図-3 固定アーチの最大・最小曲げモーメント図 ( $n=0.15$ ,  $\lambda=200$ )

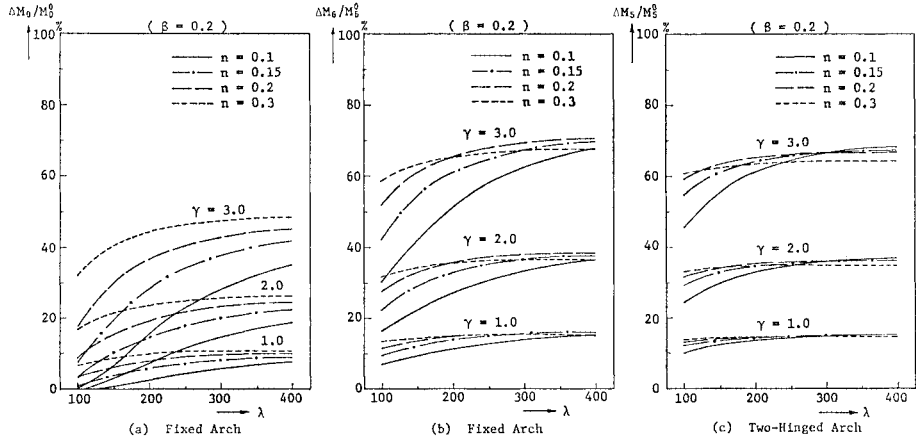


図-4 曲げモーメントの特性曲線

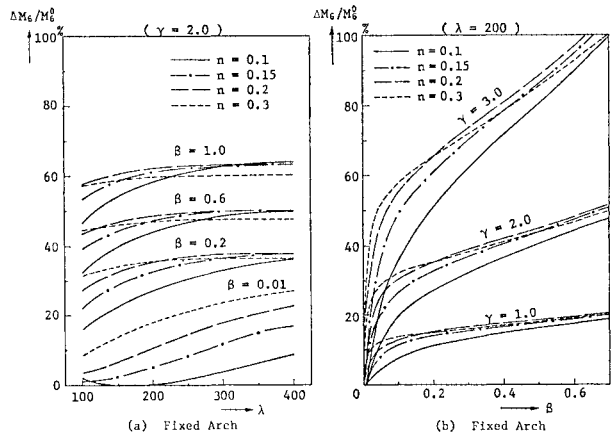


図-5 曲げモーメントの特性曲線

法を変えたものである。これらの図と図-7を比較すれば、4個のパラメーターの中では、死荷重に関する  $r$  の値が非線形性に最も影響することがわかる。図-5(a)に  $\beta=0.01$  の特性曲線を示したが、これは死荷重のみが載荷した場合における初期不整の影響を調べたものである。 $\beta=0$  のときには非線形性は現れないが、 $r$  の値が大きいつきにはごくわずかな  $\beta$  の値に対してかなりの非線形性が現れることが、図-7からわかる。

道路橋示方書では  $\beta$  の値を 0.2~0.4 の範囲で考えている<sup>12)</sup>。また、実橋の鋼リブアーチ橋では例外もあるが、そのリブの細長比  $\lambda$  の値は通常 200 以下である<sup>8)</sup>。そこで、 $0.1 \leq n \leq 0.3$ ,  $\lambda \leq 200$ ,  $\beta \leq 0.4$  の範囲における曲げモーメントとたわみの増加率の最大値を表-4に示した。この表より、式(3)のような変断面アーチの非線形性は等断面アーチの場合に比べて、その差は2ヒンジア

表-4 曲げモーメントとたわみの最大増加率(%)

$r$	Uniform cross section					Variable cross section				
	2 Hinged Arch		Fixed Arch			2 Hinged Arch		Fixed Arch		
	$\Delta M_0/M_0^0$	$\Delta \delta_0/\delta_0^0$	$\Delta M_0/M_0^0$	$\Delta M_6/M_6^0$	$\Delta \delta_6/\delta_6^0$	$\Delta M_0/M_0^0$	$\Delta \delta_0/\delta_0^0$	$\Delta M_0/M_0^0$	$\Delta M_6/M_6^0$	$\Delta \delta_6/\delta_6^0$
0.5	7.8	7.7	5.7	8.0	7.2	7.9	7.9	5.5	8.1	7.2
1.0	16.9	16.8	12.3	17.4	15.6	17.2	17.3	12.0	17.5	15.8
1.5	27.8	27.8	20.1	28.6	25.8	28.4	28.5	19.7	28.8	26.0
2.0	41.0	41.1	29.6	42.2	38.1	41.9	42.3	28.9	42.5	38.6
2.5	57.3	57.8	41.3	59.2	53.6	58.6	59.5	40.3	59.6	54.2
3.0	77.9	79.1	56.0	80.8	73.3	79.8	81.7	54.7	81.4	74.3

( $0.1 \leq n \leq 0.3, \lambda \leq 200, \beta \leq 0.4$ )

ちで 2.6% 以内、固定アーチで 1.3% 以内である。特に、 $r=1$  のときの曲げモーメントの差は 0.3% であり、縁応力度についてはさらに小さくなるので、変断面アーチの非線形性は実用上等断面アーチの場合で評価できる。

表-4 より、基準荷重強度に等しい強度の死荷重が作用した場合 ( $r=1.0$ ) には、通常の鋼アーチ橋ではアーチリブの曲げモーメントとたわみに最大 17% 程度の非線形性が現れることがわかる。細長比の範囲を 400 まで考えると上記の値は 18% になりほとんど変わらない。参考までに、この値を道路橋示方書の式 (解 11.3.1) から求めると、

$$\frac{M_D}{M_E} = \frac{1}{1 - H/H_k} = 1.143 \dots \dots \dots (12)$$

となることから、14.3%になる注3)。

長径間アーチ橋では  $\beta$  の値が 0.2 以下になることもあるので、表-4 の値は過大評価になる。そこで、等断面リブアーチの曲げモーメントについて、ライズ比が 0.1~0.3、細長比が 200 以下の場合の最大増加率を  $r$  と  $\beta$  の種々の値に対して示したものが 図-7 である。図より  $r=1.0$  のとき、 $\beta$  が 0.1 と 0.2 に対してそれぞれ 14% と 15% の変形の影響が現れる。

次に、温度変化による非線形性を調べる。このとき、温度変化のみでは非線形性は現れないので、死荷重と半載等分布荷重を同時に載荷する。温度変化は  $\pm 30^\circ\text{C}$  とした。

温度変化による概略的な非線形性状を知るために、等断面固定アーチの曲げモーメント図を 図-8 に示す。図中の記号  $D, L, T$  は、それぞれ死荷重、半載等分布活荷重、温度変化を表す。図より、曲げモーメントの最大値または最小値が生

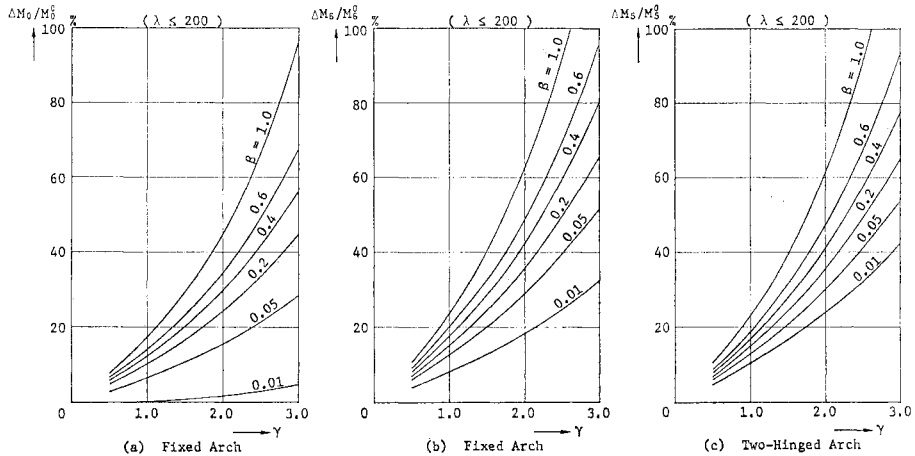


図-7 曲げモーメントの最大増加率

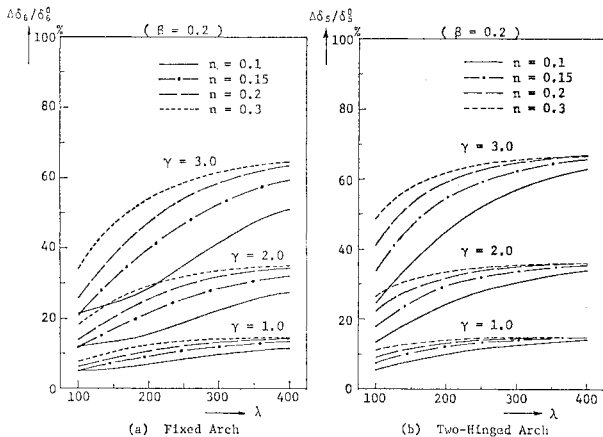


図-6 たわみの特性曲線

注 3) 示方書の改訂案では、12.5% になる。

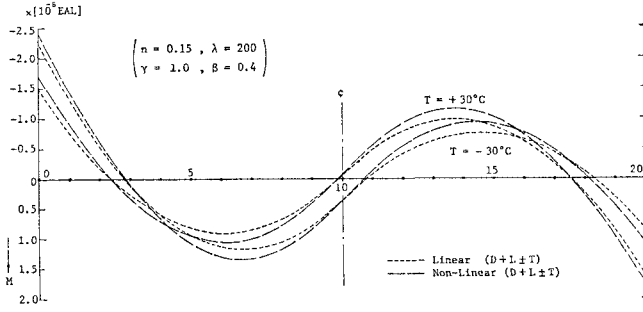


図-8 固定アーチの曲げモーメント図

じる断面は温度変化がない場合と多少異なっている。また、2 ヒンジアーチの場合も最大・最小値が生じる断面はスパンの 1/4 点よりずれる場合がある。各断面に現れる非線形性については次の 5. で調べることにし、ここでは固定アーチについては固定端と第 6 節点、2 ヒンジアーチについては第 5 節点での非線形性を考察することにする。

式 (11) で定義した増加率の特性曲線を 図 9~11 に示す。図より、温度変化を考慮した場合の非線形性は、温度変化のない場合の非線形性 (図-4~7) と同じような傾向を有していることがわかる。各図とも、温度上昇のときには非線形性は増加し、温度下降のときには減少することを示している。しかし、着目したこれら断面での絶対値は、温度下降の方が大きい。変断面アーチの温度変化による非線形性は等断面の場合とほとんど変わらない。

5. 縁応力度の非線形性

アーチリブの縁応力度には軸圧縮力による応力度の占める比率が高く、かつ軸圧縮力には非線形性が現れないので、アーチリブの断面算定には曲げモーメントの非線形性より縁応力度の非線形性を知る方がより有用である。そこで、前述の最大応力を求める手法を用いて全節点の最大・最小縁応力度の非線形性を調べる。

数値計算においては、アーチリブは上下対称な等断面とし、断面の縁端距離に関する無次元量  $\eta$  の値を、表-3 に示した 1/80 から 1/200 まで 1/10 間隔で変化させた。

計算結果の一例を 図-12, 13 に示す。図中の記号  $\sigma_u, \sigma_l$  は上・下縁の死・活荷重による最大圧縮応力度、 $\sigma_N$  はそのときの軸圧縮

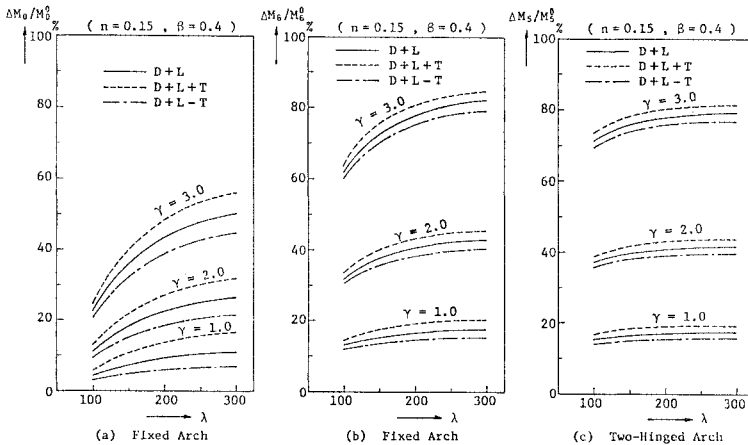


図-9 曲げモーメントの特性曲線

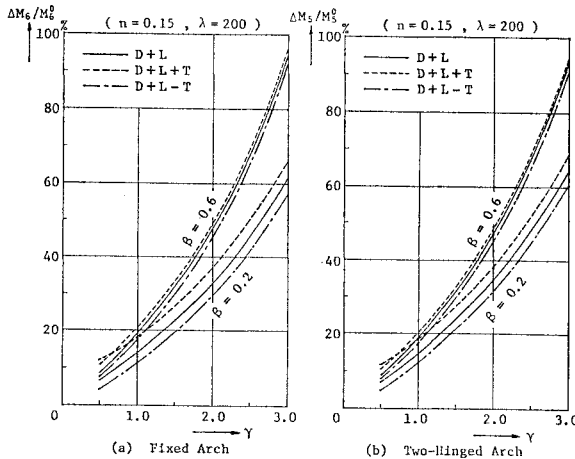


図-10 曲げモーメントの特性曲線

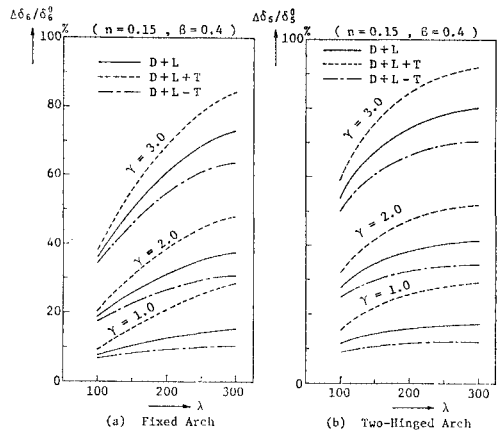


図-11 たわみの特性曲線

力のみによる応力度を表す。σ<sub>N</sub>の線形値は非線形値と1%の範囲内で一致する。

縁応力度に及ぼすηの影響は、当然のことながらηの値が小さくなるほど応力度の最大値とその非線形性は減少する。式(11)による非線形性の増加率を図-14に示す。特性曲線が不連続になっているのは、等分布活荷重の荷重位置が変わるためである。なおσ<sub>i</sub>の添字iは節点番号を、右肩の添字0は線形値を表す。

最大縁応力度のβに関する特性曲線を図-15, 16に、γに関する特性曲線を図-17, 18に示す。これらの図より、γ=1.0, β=0.4の場合には10%程度非線形性が現れている。

温度変化による非線形性を調べる。計算では、まず死荷重と温度変化を作用させ、続いて等分布活荷重を移動荷重して各断面の上・下縁応力度の最大値を求めた。

各断面に生じる最大圧縮応力度の一例を図-19に示す。これらの値はすべて非線形値である。

死・活荷重との連成効果による温度応力の非線形性を調べるために、総応力度から死・活荷重による応力度を差引いた値σ<sub>t</sub>を線形値とともに図-20に示した。この非線形の温度応力σ<sub>t</sub>は次式で与えられる。

$$\sigma_t = \sigma(D+L+T) - \sigma(D+L) \dots \dots \dots (13)$$

図-20から、固定アーチでは固定端に生じる非線形の温度応力は線形値より減少するが、スパンの中央部では増加することがわかる。2ヒンジアーチではすべての断面において上縁応力度は増加し、下縁応力度は減少する。このような温度応力の非線形性を式(11)による増加率で表し、この値を表-5, 6に示す。第2欄目の数

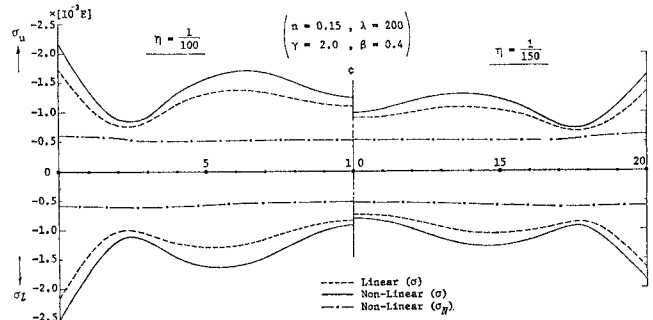


図-12 固定アーチの最大縁応力度

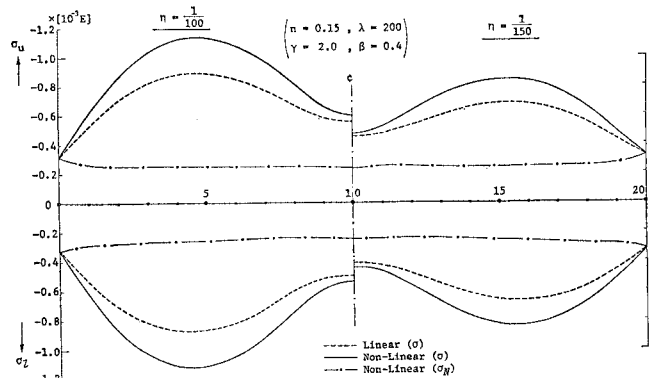


図-13 2ヒンジアーチの最大縁応力度

字(0~10)は節点番号である。また、負の増加率は非線形値が減少することを表す。

温度応力に現れる非線形性の一般的な傾向は、死荷重強度による影響が大きく、活荷重強度の影響は少ない。また、ライズ比や細長比の小さいアーチほど、温度応力の値も大きく、その非線形性も大きいので、ライズの低いアーチでは特に注意する必要がある。たとえば、n=0.1, λ=150, γ=1.0, β=0.4, η=1/100の固定アーチでは、スパンの midpoint で15%の非線形性が生じる。

2ヒンジアーチの場合には、非線形の影響は下縁の温

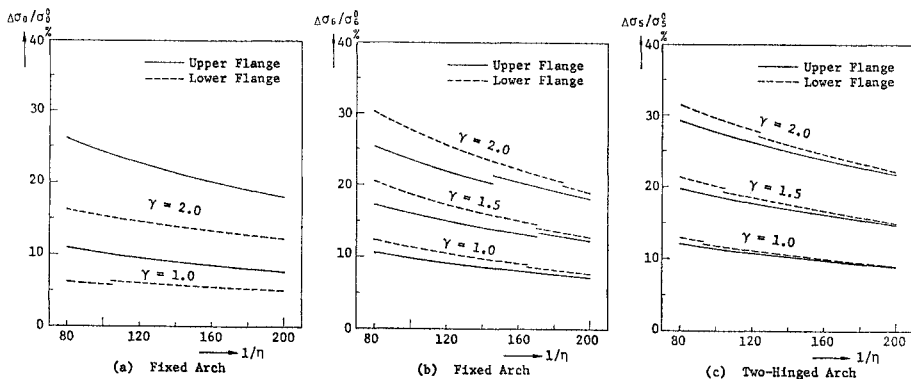


図-14 最大縁応力度の特性曲線 (n=0.15, λ=200, β=0.4)

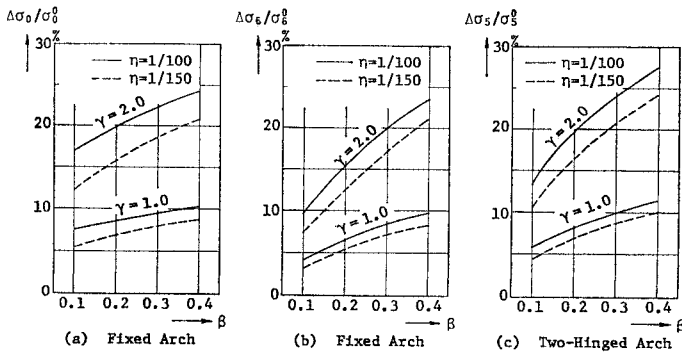


図-15 最大上縁応力度の特性曲線 ( $n=0.15, \lambda=200$ )

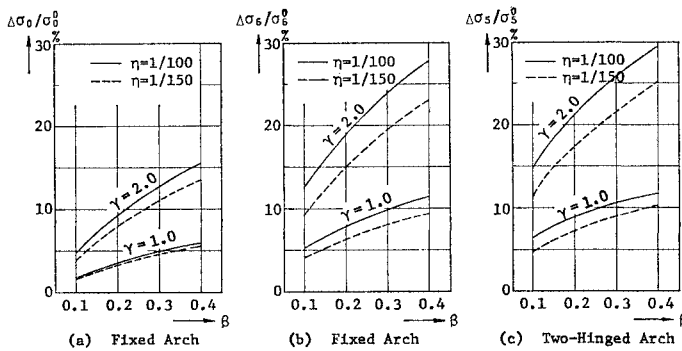


図-16 最大下縁応力度の特性曲線 ( $n=0.15, \lambda=200$ )

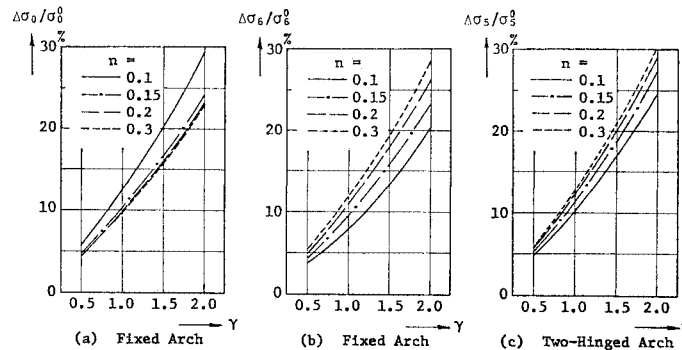


図-17 最大上縁応力度の特性曲線 ( $\lambda=200, \beta=0.4, \eta=0.01$ )

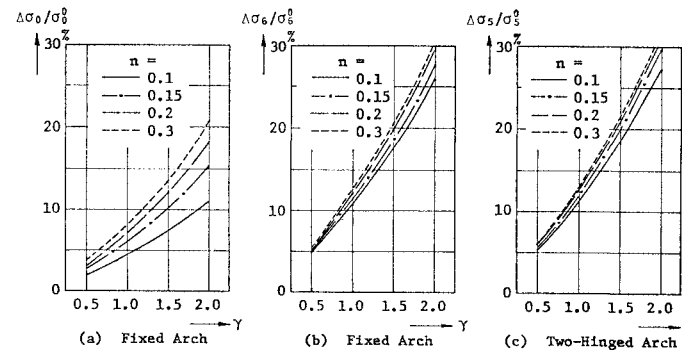


図-18 最大下縁応力度の特性曲線 ( $\lambda=200, \beta=0.4, \eta=0.01$ )

度応力には設計上安全側になり、上縁では危険側になるがその増加率は小さくて  $\lambda \geq 150, r \leq 2.0$  のときには 10% を超えることはない。

### 6. 基準荷重強度による非線形性

活荷重による変形の影響を考慮すべき限界荷重の算定式を求めるために、死荷重強度が式 (8) の基準荷重強度に等しいとき、すなわち  $r=1.0$  の場合にアーチリブの各断面に現れる非線形性を調べてみる。

まず、2. で述べた解法により、等分布死・活荷重による等断面固定リブアーチの全断面の最大・最小曲げモーメントの値とその非線形増加率を求めた。アーチリブの細長比は 200、死・活荷重の強度比は道路橋示方書で考えられている最大値 0.4 とした場合の計算値を表-7 に示す。増加率が 20% を超える断面があることがわかる。

次に、各断面の上・下縁に生じる最大圧縮応力度とその非線形増加率を表-8, 9 に示す。示方書では変形の影響を考慮すべき限界値を定めるのに何パーセントの非線形性を想定しているのか明確ではないが、限界値の算定の根拠とした式 (12) を用いると曲げモーメントに対して 14.3% となり、この値と軸方向力による応力度  $\sigma_N$  と曲げモーメントによる応力度  $\sigma_M$  との比に対する適用範囲とした値 0.7~1.3 とから<sup>12)</sup>、応力度に対する増加率を求めると 5.9~8.4% になる<sup>註4)</sup>。固定アーチではライズ比の大きい場合に、2 ヒンジアーチでは大部分の断面において表-8, 9 の増加率は上述の値を超えている。

表-8, 9 に示した値  $\sigma$  について、総応力度 ( $\sigma = \sigma_N + \sigma_M$ ) に占める  $\sigma_N$  の比率 ( $\sigma_N/\sigma$ ) を百分率で表して表-10 に示す。前述の示方書で考えられている値 0.7~1.3 を、上述の百分率に換算すると 41.2~58.8% になる。したがって、表-10 に示した値はライズ比が 0.1 以外の場合には示方書で適用範囲とされた

注 4) 改訂案では 10% と考えられている。



値の範囲外になる。しかし、 $\beta=0.4$  は実橋ではやや過大な値かもしれないが、 $\lambda=200$ ,  $\eta=1/100$  は実橋でも用いられている値であり、表-10 の値は必ずしも例外的な値であるとは考えられない。表-3 に示した無次元量の値を種々組合せて同じような計算を行った結果によれば、示方書で考えられている応力度比の範囲内に入る組合せはわずかであった。

本研究では応力度比の値とは無関係に計算しており、上述の結果とあわせて考えれば、変形の影響を照査するときには応力度比の値による適用範囲を考える必要はないといえる。

なお、式 (3) で表される変断面アーチでは、最大・最小曲げモーメントの値は等断面リブの値と最大 10% ほど異なるが、最大縁応力度の増加率および応力度比の値は 1% 異なる程度である。

7. 限界値の算定

道路橋示方書では変形の影響を考慮すべき限界値を死荷重強度のみで規定しているが、表-8,9 から活荷重強度が大きいときにはかなりの非線形性 (12~13%) が生じることがわかった。また、4. の結果から、変形の影響は死荷重強度が小さい場合 ( $r < 1.0$ ) でも活荷重強度の大きさにより変わることが確かめられた。したがって、限界

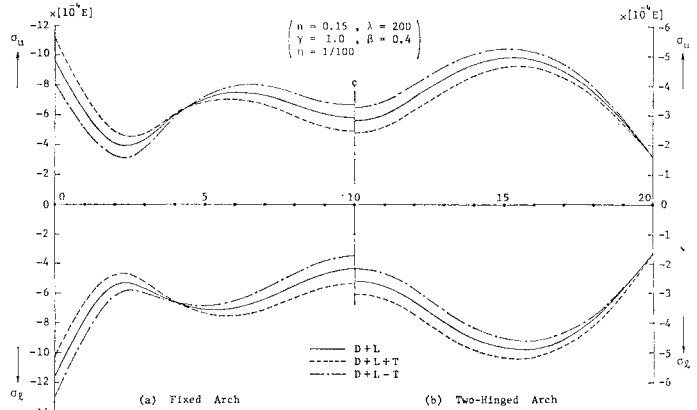


図-19 最大縁応力度

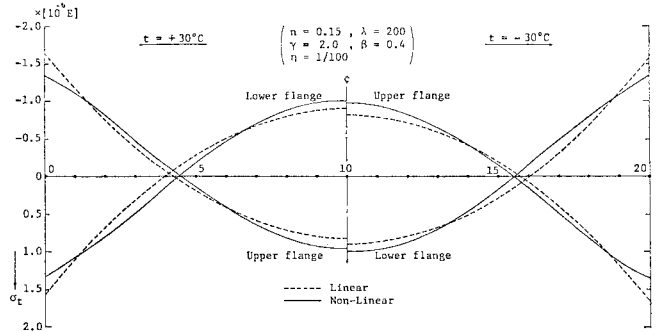


図-20 固定アーチの温度応力

値の算定には活荷重強度を考慮する方がより合理的であるので、限界値を以下のような方法で求める。

アーチリブの全節点について、最大縁応力度とその非線形増加率の大きい断面に着目し、増加率が 7% と 10

表-5 固定アーチの温度応力の増加率 (%)

n	r	beta	t	Upper Flange					Lower Flange				
				0	2	6	8	10	0	2	6	8	10
0.1	1.0	0.1	30°	-7.4	3.1	0.8	7.2	8.8	-6.2	7.9	-4.6	2.6	4.2
			-30°	-6.0	4.0	1.8	8.0	9.4	-4.9	8.4	-3.2	3.5	5.1
		0.4	30°	-8.4	3.8	-0.5	8.0	10.3	-7.3	9.2	-4.2	3.6	5.2
			-30°	-7.0	4.7	0.3	8.8	10.8	-6.1	9.9	-2.9	4.5	6.2
	2.0	0.1	30°	-15.2	6.9	1.3	16.3	19.9	-12.6	16.9	-9.8	6.5	10.0
			-30°	-13.9	7.9	2.5	17.1	20.5	-11.4	17.8	-8.4	7.5	11.0
		0.4	30°	-17.9	8.5	-1.0	18.9	23.9	-15.1	20.3	-10.1	8.8	12.1
			-30°	-16.7	9.5	0.2	19.6	26.0	-13.9	21.3	-8.9	9.7	13.1
0.15	1.0	0.1	30°	-7.4	3.3	0.0	5.3	6.7	-6.6	6.6	-3.4	2.4	3.8
			-30°	-6.8	3.8	0.5	5.7	7.0	-5.9	6.9	-2.8	2.9	4.0
		0.4	30°	-8.5	4.1	-1.2	5.8	7.8	-7.8	7.8	-3.2	3.2	4.3
			-30°	-7.9	4.6	-0.5	6.3	8.2	-6.9	8.1	-2.4	3.7	4.7
	2.0	0.1	30°	-15.4	7.3	-0.2	11.9	14.9	-13.7	13.8	-7.5	5.7	8.6
			-30°	-14.9	7.7	0.2	12.2	15.2	-13.1	14.3	-6.9	6.1	8.9
		0.4	30°	-18.2	8.9	-2.1	13.9	17.8	-15.9	16.8	-7.7	8.1	9.9
			-30°	-17.7	9.3	-1.4	14.2	18.5	-15.4	17.2	-7.3	8.0	10.3

(lambda=200, eta=0.01)

表-6 2 ヒンジアーチの温度応力の増加率 (%)

n	r	β	t	Upper Flange					Lower Flange				
				2	4	6	8	10	2	4	6	8	10
0.1	1.0	0.1	30°	0.4	0.5	1.5	2.1	2.3	-6.3	-3.2	-1.6	-0.6	-0.4
			-30°	0.9	1.2	2.2	2.9	3.1	-5.9	-2.5	-0.7	0.2	0.4
	2.0	0.1	30°	0.4	1.5	3.5	4.8	5.2	-13.3	-6.5	-2.8	-0.8	-0.1
			-30°	1.3	2.4	4.4	5.8	6.1	-12.9	-5.9	-2.3	0.0	0.4
0.15	1.0	0.4	30°	1.3	1.1	1.1	1.2	1.2	-1.2	-0.3	-1.1	-0.9	-0.9
			-30°	1.3	1.5	1.7	1.4	1.6	-7.3	-3.8	-0.8	-0.5	-0.4
	2.0	0.4	30°	4.6	4.0	4.1	3.4	2.5	-10.9	-5.5	-3.4	-2.1	-1.6
			-30°	4.6	4.4	4.1	3.9	3.2	-10.9	-5.5	-2.9	-1.6	-1.3

(λ=200, η=0.01)

表-7 固定アーチの最大・最小曲げモーメントとその増加率

Moment		n=f/L	Joint Number										
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Maximum	M × [EAL/10 <sup>9</sup> ]	0.1	924	393	111	263	605	847	968	972	880	775	740
		0.15	1621	798	321	470	871	1135	1239	1189	1019	856	805
		0.2	2086	1053	443	630	1086	1374	1468	1380	1156	955	893
		0.3	2428	1224	518	800	1295	1587	1659	1531	1267	1042	977
	ΔM/M <sup>0</sup> (%)	0.1	24.9	38.7	37.9	2.1	8.5	11.8	14.0	15.2	14.8	11.3	9.4
		0.15	15.7	22.4	18.2	5.6	10.5	13.5	15.4	16.5	15.8	11.5	9.2
		0.2	13.9	19.8	15.6	7.3	11.7	14.3	16.0	16.8	16.1	11.5	9.0
		0.3	12.8	18.5	12.4	9.7	14.7	14.9	15.8	15.9	14.1	10.5	8.2
Minimum	-M × [EAL/10 <sup>9</sup> ]	0.1	1852	1107	607	540	686	744	701	568	377	222	171
		0.15	2173	1228	620	635	922	1074	1073	933	706	513	454
		0.2	2447	1339	644	740	1122	1334	1353	1199	938	717	652
		0.3	2597	1364	614	855	1317	1570	1600	1432	1146	915	852
	ΔM/M <sup>0</sup> (%)	0.1	5.6	10.2	12.2	11.1	17.0	20.8	23.1	24.5	25.8	19.8	14.7
		0.15	7.9	13.0	13.7	9.9	15.4	18.3	19.8	20.1	18.7	14.4	11.1
		0.2	9.3	14.8	14.4	10.2	15.3	17.7	18.7	18.6	16.9	12.9	10.1
		0.3	10.5	16.5	13.9	11.6	15.6	17.1	17.3	16.5	14.2	10.7	8.8

(λ=200, r=1.0, β=0.4)

表-8 固定アーチの最大圧縮線応力度とその増加率

Stress		n=f/L	Joint Number										
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Upper Flange	-σ × [E/10 <sup>8</sup> ]	0.1	683	459	333	365	507	608	661	669	640	597	578
		0.15	956	613	407	437	602	707	751	736	674	608	583
		0.2	1135	705	445	490	675	785	823	791	705	623	595
		0.3	1242	741	443	527	723	827	851	799	692	601	572
	Δσ/σ <sup>0</sup> (%)	0.1	12.5	11.1	4.7	1.2	4.7	7.1	8.1	8.7	8.2	6.1	5.1
		0.15	10.3	10.7	5.6	2.6	6.6	9.0	9.8	10.2	9.2	6.4	5.1
		0.2	9.9	11.0	5.6	3.7	8.1	10.5	11.0	11.3	10.1	6.9	5.4
		0.3	9.8	11.5	5.4	5.7	10.1	12.0	11.9	11.8	10.0	7.1	5.5
Lower Flange	-σ × [E/10 <sup>8</sup> ]	0.1	1033	738	549	541	586	599	572	513	433	371	346
		0.15	1158	779	545	561	664	714	702	639	545	468	438
		0.2	1267	821	546	588	727	799	793	723	615	527	494
		0.3	1314	808	504	591	759	845	842	762	643	550	519
	Δσ/σ <sup>0</sup> (%)	0.1	4.5	6.4	5.4	4.6	7.9	9.9	10.7	10.1	8.0	4.2	2.5
		0.15	6.4	8.2	5.7	4.2	8.2	10.5	11.4	11.0	9.1	5.5	4.4
		0.2	7.0	9.2	6.1	5.0	9.0	11.3	12.1	11.7	9.7	6.1	5.1
		0.3	8.2	10.6	6.2	6.4	10.4	12.2	12.6	11.9	9.9	6.4	5.6

(λ=200, r=1.0, β=0.4, η=0.01)

表-9 2 ヒンジアーチの最大圧縮縁応力度とその増加率

Stress	n=f/L	Joint Number											
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Upper Flange	$-\sigma \times \left[ \frac{E}{10^6} \right]$	0.1	168	247	330	387	418	426	411	380	335	289	272
		0.15	161	275	382	454	490	497	472	428	365	305	285
		0.2	154	293	416	496	535	540	509	456	381	313	293
		0.3	133	289	418	500	536	537	500	441	362	297	277
	$\Delta\sigma/\sigma^0$ (%)	0.1	0.3	5.3	7.6	8.8	10.0	10.2	10.3	9.4	8.1	4.7	3.2
		0.15	0.1	6.9	9.2	10.3	11.5	11.5	11.6	10.7	9.3	5.4	3.3
		0.2	0.1	8.2	10.5	11.4	12.5	12.2	12.3	11.2	9.9	5.8	3.6
		0.3	0.0	10.1	12.3	12.7	13.4	12.7	12.4	11.2	9.9	5.1	3.4
Lower Flange	$-\sigma \times \left[ \frac{E}{10^6} \right]$	0.1	168	257	332	378	401	398	375	332	276	234	223
		0.15	161	285	388	453	485	481	454	399	326	272	258
		0.2	154	302	423	500	537	533	500	437	354	292	275
		0.3	133	295	424	505	542	537	499	433	347	287	269
	$\Delta\sigma/\sigma^0$ (%)	0.1	0.3	5.2	8.3	9.7	11.0	11.2	11.1	10.3	8.7	4.8	3.3
		0.15	0.1	6.8	9.3	11.2	11.8	11.8	11.9	11.0	9.2	5.1	3.7
		0.2	0.1	7.8	10.3	12.3	12.6	12.8	12.3	11.3	9.5	5.4	4.0
		0.3	0.0	9.9	12.1	13.4	13.3	13.1	12.3	11.2	9.3	5.3	4.0

(λ=200, τ=1.0, β=0.4, η=0.01)

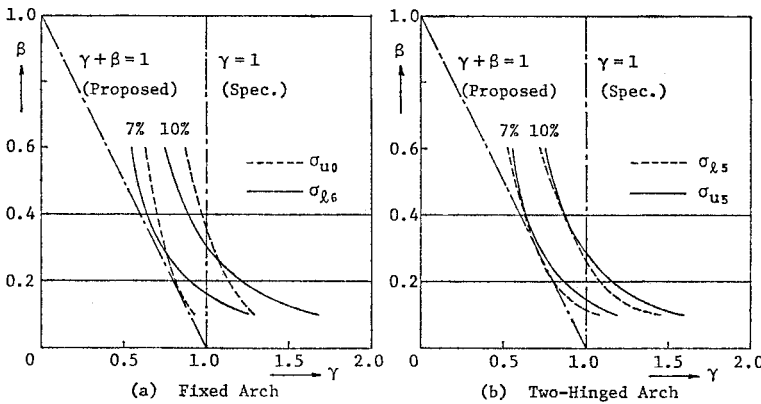


図-21 死・活荷重による縁応力度の増加率

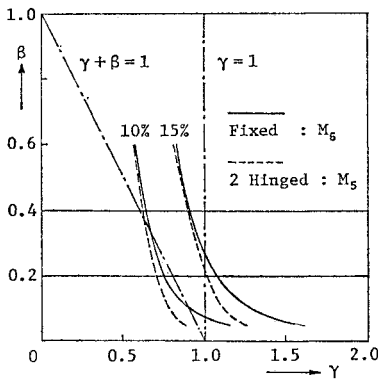


図-22 死・活荷重による曲げモーメントの増加率

％になる場合の  $r$  と  $\beta$  の値をプロットしたものが図-21 の曲線である。この曲線を直線で表すことを考え、かつ設計上安全側になるように接線で近似すると、簡潔

な式として、

$$r + \beta = k \quad (k : \text{const.})$$

$$\dots\dots\dots(14)$$

なる直線式が得られる。右辺の定数  $k$  の値として、7% の増加率に対しては  $k \approx 1.0$ 、10% に対しては  $k \approx 1.28$  になる。

したがって、変形の影響を何パーセント以内に制限するかによって  $k$  の値が変わるが、実用的に簡便な限界値の算定式として次式を提案する。

$$r + \beta = 1 \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 $r, \beta$  は式 (5・a)、(5・

b) で定義されるものである。示方書の規定では、式 (15) において  $\beta=0$  とした値を限界値としている注5)。これら2つの限界値を表す直線を 図-21 に示した。この図に示した増加率を表す曲線と  $r=1$  の直線を比較すると、式 (14) において  $\beta=0$  とした直線では  $k$  の値をどのように変えても非線形性を的確に表すことができないことがわかる。

式 (15) と最大曲げモーメントの増加率の関係を 図-22 に示した。図より、式 (15) の条件に対して曲げモーメントの増加率は最大 12% ほどになる。

図-21 に示した増加率の曲線は、 $n=0.15, \lambda=200, \eta=1/100$  の場合である。表-3 に示した無次元量の値の種々の組合せについて調べると、 $\lambda \leq 300$  ならば式 (15) の荷重条件に対して増加率は 9% 以内である。また、 $\pm 30^\circ\text{C}$  の温度変化による式 (13) の温度応力の増加率

注 5) 示方書の改訂案では、 $r=8/9$  を限界値としている。

表-10 応力度比

	$\sigma_N/\sigma$ (%)	$n=f/L$	Joint Number										
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fixed Arch	Upper F.	0.1	45.9	65.8	88.0	72.1	53.1	45.3	41.4	41.9	45.1	48.1	48.9
		0.15	32.2	47.9	69.5	57.4	42.7	36.8	34.0	35.4	39.5	43.6	44.8
		0.2	26.5	40.3	62.2	48.6	36.1	31.0	28.7	30.2	34.4	38.7	39.9
		0.3	21.8	33.9	53.2	39.2	28.4	24.0	22.1	23.3	26.8	30.6	31.7
	Lower F.	0.1	28.5	40.5	56.2	60.5	53.2	50.3	51.0	56.5	65.2	77.0	84.4
		0.15	25.7	38.0	55.2	55.8	44.5	39.8	38.9	42.3	48.1	56.5	58.5
		0.2	22.9	34.7	53.6	49.7	38.3	33.2	31.8	34.4	39.0	45.7	47.2
		0.3	20.9	32.5	51.5	42.1	30.6	25.6	24.0	24.8	28.9	33.6	34.4
2 Hinged Arch	Upper F.	0.1	100.0	55.1	40.6	34.2	32.1	31.2	33.0	35.6	41.3	47.6	51.0
		0.15	100.0	47.1	32.9	27.1	25.3	24.3	25.9	28.2	33.7	40.0	41.5
		0.2	100.0	42.1	28.4	22.8	20.9	20.0	21.3	23.3	28.3	34.0	35.3
		0.3	100.0	36.6	23.5	18.3	16.4	15.3	16.1	17.5	21.4	25.2	26.7
	Lower F.	0.1	100.0	60.4	45.4	39.5	36.1	36.2	37.3	40.9	48.9	58.8	61.4
		0.15	100.0	49.9	36.1	29.7	27.3	27.2	27.8	30.5	36.0	44.0	47.3
		0.2	100.0	44.1	30.7	24.7	22.5	21.6	22.5	24.7	29.3	35.9	38.8
		0.3	100.0	37.6	25.0	19.6	17.4	16.4	17.0	18.3	21.7	26.2	28.4

( $\lambda=200, r=1.0, \beta=0.4, \eta=0.01$ )

は、図-21(a)の固定アーチの場合は最大6.6%、図(b)の2ヒンジアーチの場合は3%である。なお、式(15)の条件のもとでは、 $\beta=0$ のときに温度応力の増加率は最も大きくなる。

式(15)には集中活荷重による影響が考慮されていないので、この影響を簡単に調べてみる。

集中活荷重の強度を  $P$  とし、これに対する無次元量を  $\rho$  として次式で定義する。

$$\rho = P/\omega L \dots\dots\dots(16)$$

この無次元量の値が  $\rho=1/200\sim 1/25$  の場合について  $P$  による最大縁応力度の増加率を求めてみると<sup>14)</sup>、

$$n=0.1\sim 0.3, \lambda=100\sim 300, \eta=0.01, r=1.0$$

のとき、最大9~10%の非線形性が現れた。この増加率は、すでに調べた死荷重と等分布活荷重とによる増加率と同程度であるので、各パラメーターが上記の値の場合には、式(15)の限界値に集中活荷重による影響を特に配慮する必要がないことがわかる。

以上の計算結果より、通常の鋼リブアーチ橋の無次元量の値に対して、式(15)の限界荷重のときに縁応力度に10%以上の非線形性が現れることはないといえる。この限界値は、道路橋示方書<sup>12)</sup>の限界値よりも厳しいものであるが(たとえば、 $\beta=0.2$ のときには20%厳しくなる)、式(15)を本研究で調べなかった円弧アーチやアーチ軸線の形状がわずかに非対称なアーチ等にも適用するならば決して厳しすぎる条件とは思われない。

8. 結 語

リブアーチにおける変形の影響について、本研究で得られた結果を以下のように要約することができる。

(1) 本報告で示した無次元量をパラメーターとした膨大な数値計算により、リブアーチの正確な幾何学的面内非線形性を明らかにすることができた。

(2) 道路橋示方書に規定されている変形の影響を考慮すべき限界値として、活荷重強度を含めたより合理的な限界値を提示した。この限界値の算出根拠は厳密な有限変位解析結果に基づくものであり、また、死・活荷重強度による非線形性状を的確に表していることから、妥当性のある値である。

(3) 本報告で示した資料は、リブアーチ橋の非線形性の照査に簡便に利用できる。

桁に軸力が生じない上・中路式の補剛アーチの幾何学的非線形性はリブアーチの場合と基本的な性状は変わらないので<sup>17)</sup>、本報告で提示した限界値を準用することができるが詳細については別の機会に報告したい。

非線形計算を伴うパラメトリック解析では膨大な数値計算が必要である。本研究では、数千ケースに及ぶ非線形解析を行ったが、このためにいくつかの専用プログラムを作成した。計算には、大阪大学大型計算機センターを利用した。

参 考 文 献

- 1) Hawranek, A. und O. Steinhardt (橋 善雄・小松定夫・共訳)：鋼橋の理論と計算，山海堂，pp. 342~357, 1965.
- 2) 西脇威夫：アーチ系橋の耐力，橋梁と基礎，Vol. 5, No. 7, 1971.
- 3) Dawe, D.J. : A Finite-Deflection Analysis of Shallow Arches by the Discrete Element Method, Int. Jour. for Num. Meth. in Eng., Vol. 3, 1971.
- 4) Masur, E.F. and D.L.C. Lo : The Shallow Arch—General Buckling, Postbuckling and Imperfection Analysis, Jour. of Struct. Mech., Vol. 1, 1972.

- 5) Sabir, A.B. and A.C. Lock : Large Deflection, Geometrically Non-Linear Finite Element Analysis of Circular Arches, Int. Jour. Mech. Sci., Vol. 15, 1973.
- 6) 前田幸雄・林 正 : 構造解析における多元連立非線形方程式の数値計算法, 日本鋼構造協会第11回マトリックス解析法研究発表論文集, 1977.
- 7) 波田凱夫・新家 徹・頭井 洋 : 伝達マトリックス法によるアーチの面内弾性座屈および2次の応力問題の解析, 土木学会論文報告集, No. 224, 1974.
- 8) 小松定夫・新家 徹 : アーチの面内耐荷力の实用算定式について, 土木学会論文報告集, No. 267, 1977.
- 9) 平田隆教・白沢和夫 : 有限要素法による円弧アーチの非線形解析, 日本鋼構造協会第7回マトリックス構造解析法研究発表論文集, 1973.
- 10) Austin, W.J. : In-Plane Bending and Buckling of Arches, Proc. of ASCE, Vol. 97, No. ST 5, 1971.
- 11) 平井 敏 : 鋼橋 III, 技報堂, pp. 784~815, 1967.
- 12) 日本道路協会 : 道路橋示方書・同解説, 丸善, pp. 227~280, 1973.
- 13) 前田幸雄・林 正・中村 守 : 増分法による平面骨組構造物の大変形解析の加速計算法, 土木学会論文報告集, No. 223, 1974.
- 14) 前田幸雄・林 正・アーチの影響線解法, 土木学会論文報告集, No. 299, 1980.
- 15) 前出, 11), pp. 400~405.
- 16) 前田幸雄・林 正・池辺公智 : 温度変化によるアーチの非線形性, 昭和52年度関西支部年次学術講演会講演概要集, I-48, 1977.
- 17) 前田幸雄・林 正・神谷伸彦 : 補剛桁を有するアーチ橋の非線形性状について, 第29回年次学術講演会講演概要集, I-107, 1974.

(1979.7.11・受付)