

洪水時の堤防の浸透解析と破壊予知に関する一考察

STUDY ON INFILTRATION ANALYSIS OF LEVEE AND
PREDICTION OF ITS FAILURE DURING FLOOD

松 尾 稔*・上 野 誠**

By Minoru MATSUO and Makoto UENO

1. はじめに

さまざまな気象災害が、毎年のように膨大な人的、経済的損失をもたらしている。中でも、豪雨に起因する斜面崩壊や洪水による河川堤防の破壊は、発生が集中的でありかつ重大な災害を誘起するので、それによる被害は甚大である。堤防の全断面破壊、すなわち、破堤は山地の斜面崩壊に比べて発生頻度は少ないが、平地部に多くの人口が集積しているわが国の現状では、いったん破堤が生ずるとその社会的影響はきわめて大きい。たとえば、昭和 51 年 9 月に岐阜県安八町地内で発生した長良川右岸堤防の破壊では、単に経済的にみただけでも総資産被害額が 200 億円にもものぼると見積られている。さらに、浸水面積が約 1700 ha に及んでいることから、破堤による有形、無形の社会的影響の大きさが理解できよう。

破堤の及ぼす経済的、社会的影響を考えると、その防止が緊急の課題であることは疑うべくもない。一般に、破堤による災害を防止するためには次の 2 つの事項が必要である。1 つは、設計および施工法の精度を高め、堤防自体の構造を強化し、洪水時にも十分な安全性を保つように築造することである。これは、最適の事前決定に関する問題に属する¹⁾。この趣旨に沿って、現在河川改修が行われているが、直轄河川においてさえも昭和 51 年末までの改修堤防延長が全体の 50% ぐらいであり、補助河川に至っては 20% 程度にすぎないという状況である²⁾。科学的な立場にたてば、たとえ現時点での最善が尽されていたとしても、絶対、すなわち 100% の確率で破堤しないなどということはできないから、すべての堤防がそれぞれの状態に応じて、なにがしかの破堤のリスクを有していると考えべきである。それゆ

え、未改修、既改修の堤防を問わず、破堤による災害を防止するための方法として、破堤時間の的確な予知が重要になる。予知ができれば、緊急対策によって破堤を防止することもでき、また、たとえ破堤が不可避な場合でも被害を最小限に食い止めることが可能となるからである。

破堤の原因としては、一般に、越流、洗掘、のり面崩壊、漏水が考えられる。破堤時にはこれらの因子が複合する場合もあるが、主因と考えた場合の破堤原因の比率は、越流 82%、洗掘 11%、漏水およびのり面崩壊 5%、その他 2% と見積られている³⁾。これらの因子のうち、特に、越流、洗掘の占める割合が高いが、これらは水理学的問題であり、将来の出水の予測と堤防高および護岸の合理的設計によって解決されるべき問題である。漏水による破堤には、堤体漏水と基礎漏水によるものがあるが、堤体漏水による破堤例の方が多³⁾。堤体漏水による破堤は、のり面崩壊と同様にすべり破壊によるものと考えてよいから、ここでは両者をまとめてすべり破壊とよぶことにする。本論文では、土質工学の立場より解決しなければならないすべり破壊による破堤の予知問題に議論を限定する。

すべり破壊を予知する場合、堤体の変位や間隙圧の計測あるいはクラック等の観察などが有効と考えられるが、豪雨や洪水時に長大な延長の河川堤防全体にこの種の観測を実施することは現実的には不可能に近い。この困難さを回避する方法として、破壊確率の遷移特性に着目した破壊予知法が筆者らによって提案されている^{4), 5)}。この予知法は一般の自然斜面崩壊を対象としたものであるが、すべり破壊による破堤に対しても十分適用可能と考えられるので、本論文では堤防の破壊確率の遷移特性を考察し、破堤予知への応用を試みる。堤防の破壊確率を計算するためには、まず、複雑に変化する河川水位(以後、外水位と称する)と降雨によって、堤防内部の水分状態がどのように変化するかについての応答解析が

* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部地盤工学教室

** 学生会員 工修 名古屋大学大学院 工学研究科博士課程土木工学専攻

必要となる。本論文では、堤防内部の水と空気の流れを考慮した2次元非定常浸透解析法を新しく開発し、これにより非定常かつ部分的に飽和な浸透を解析して堤防内部の水分状態の推定を行っている。かくして、時々刻々と変化する堤防の水分状態に対応した堤防の土質諸係数が推定され、破壊確率が計算できるのである。大型電子計算機を用いれば、きわめて短時間かつシステムチェックにこの一連の計算が可能となるから、実際問題への適用上非常に有効となるであろう。

本論文は、以上の趣旨をふまえて構成されている。

2. 2相流理論による堤防の2次元浸透解析

洪水とは、上流域に降った雨水が河道に流入し、それが下流域に伝播する現象である。したがって、洪水時に河道のある地点における水位や流量は、流域や降雨の特性によってさまざまに変化し、堤防内部の水分状態に影響を与える。また、堤防表面からは降雨による浸透が進む。それゆえ、堤防の安定に影響を及ぼす水理学的要因として非定常に変化する河川外水位と同時に降雨量を考えなければならない。このように、外水位と降雨の両方による堤防内部の水分状態を正確に推測することは、裏のり面から発達して堤防全体の破壊に至るすべり破壊型の破堤について議論する際に不可避の事項である。ところが、実際の浸透は非定常かつ部分的に不飽和な状況で生じ、それに加えて堤防の形状も一般に単純なものではないから、理論解を得ることは難しい。また、これらの複雑な現象をすべて取扱った数値解析法も、いまのところ筆者の知る範囲では見当たらない。そこで、本論文では2次元飽和-不飽和浸透に対しては、水と空気の両方の流れを考慮した2相流浸透理論を2次元問題に拡張し、しかも後に述べるように飽和状態における仮想空気帯という考えを用いて連続的に扱えるようにしている。また、外水位や降雨などの境界条件の非定常な変化と堤体水分状態の応答については、2次元飽和-不飽和浸透基礎式を差分表示することにより、数値解析法を用いて解析している。このように、本章で述べる堤防の2次元非定常浸透解析法は、従来の一般的な方法では取扱いが困難な現象に関しても、解析可能である点が顕著な特徴である。この章では、2次元非定常浸透に関する基礎事項について述べる。

(1) 基礎方程式

複数の流体の流れに関する浸透理論は最初に石油化学の分野で開発され、その後1970年頃より空気と水の2相流問題に適用されるようになった^{9),11)}。これとは別に、有限要素法を用いた非定常な飽和-不飽和浸透解析が、

Neuman⁹⁾をはじめ、赤井ら⁹⁾や駒田¹⁰⁾などによって行われてきた。この種の解析は、本研究で扱う堤防の浸透問題に対する重要なアプローチの1つである。ところで本研究の目的である堤防の破壊予知にとっては、地下水面だけでなく、不飽和状態にある土中の飽和度の分布が重要な意味をもつ。そこで、不飽和浸透に影響を与えると思われる空気の流れに対しても、取扱いが可能な2相流浸透解析の方が適切と考えたのである。

空気と水の流れを扱った2相流浸透解析は、筆者の知る限りではほとんどのものが1次元の流れに関するものであるため、2次元な堤防の浸透解析を行うには基礎方程式の拡張が必要となる。そこで、Brustkernらにより提示された⁹⁾1次元な2相流浸透の基礎方程式を、以下のように2次元問題に拡張する。最初に、空気と水の流れにDarcyの式が適用でき、かつ空気は非圧縮性流体であると仮定すると、 x (水平)、 z (鉛直)方向の空気と水の運動方程式は次式で表される。

$$V_{ax} = -\frac{k k_{ra}}{\mu_a} \frac{\partial p_a}{\partial x}, \quad V_{wx} = -\frac{k k_{rw}}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{az} &= -\frac{k k_{ra}}{\mu_a} \left(\frac{\partial p_a}{\partial z} - \rho_a g \right) \\ V_{wz} &= -\frac{k k_{rw}}{\mu_w} \left(\frac{\partial p_w}{\partial z} - \rho_w g \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 i が流体種別を、 j が方向を表す記号とすると、 V_{ij} : i なる流体の j 方向の流速、 k_{rj} : relative permeability、 k : intrinsic permeability、 p_i : 圧力、 μ_i : 粘性係数、 ρ_i : 密度である。式(1)、(2)中の添字 a, w は、それぞれ空気と水を表している。relative permeability k_{ri} とはある飽和度における流体の浸透性を表すもので、浸透性が最大の状態(たとえば、水では飽和状態)に対する比率として表示される。intrinsic permeability k とは、流体種別と無関係なその土に固有の値であり、次のように定義される。

$$k = \mu_w K / (\rho_w g) \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 K は通常用いられている透水係数である。また、空気圧 p_a と水圧 p_w の差は一般に毛管圧 p_c と定義され、 p_c は水の飽和度 S_w の関数となる。

$$p_c = p_c(S_w) = p_a - p_w \quad \dots\dots\dots(4)$$

次に、空気と水の流速の和をMorel-Seytouxはtotal velocity V と定義しており¹¹⁾、ここでは x, z 方向の V を式(1)、(2)、(4)を用いて次のように表す。

$$V_x = V_{ax} + V_{wx} = k \left(\frac{k_{ra}}{\mu_a} + \frac{k_{rw}}{\mu_w} \right) \cdot \left(-\frac{\partial p_a}{\partial x} + f_w \frac{\partial p_c}{\partial x} \right) \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$V_z = V_{az} + V_{wz} = k \left(\frac{k_{ra}}{\mu_a} + \frac{k_{rw}}{\mu_w} \right)$$

$$\cdot \left(-\frac{\partial p_a}{\partial x} + f_w \frac{\partial p_c}{\partial z} + f_w \rho_w g + (1-f_w) \rho_a g \right) \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 f_w は次式で表される。

$$f_w = 1 / \{ 1 + k_{ra} \mu_w / (k_{rw} \mu_a) \} \dots\dots\dots (7)$$

さて、水の流速 V_w と V の比を F_w と定義すると、 x, z 方向に対して F_w はそれぞれ次式のようになる。

$$F_{wx} = \frac{V_{wx}}{V_x} = f_w \left(1 + \frac{k_{ra}}{\mu_a V_x} \frac{\partial p_c}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (8)$$

$$F_{wz} = \frac{V_{wz}}{V_z} = f_w \left\{ 1 + \frac{k_{ra}}{\mu_a V_z} \left(\frac{\partial p_c}{\partial z} + \Delta \rho g \right) \right\} \dots\dots\dots (9)$$

となる。なお、 F_w は一般に fractional flow function とよばれている¹¹⁾。式(9)において、 $\Delta \rho = \rho_w - \rho_a$ である。したがって、水と空気の流速は、 x, z 方向についてそれぞれ、

$$V_{wx} = V_x F_{wx}, \quad V_{wz} = V_z F_{wz} \dots\dots\dots (10)$$

$$V_{ax} = V_x - V_{wx}, \quad V_{az} = V_z - V_{wz} \dots\dots\dots (11)$$

次に、水と空気の両方に対し、連続式は次式のように表される。

$$n \partial S_w / \partial t = -(\partial V_{wx} / \partial x + \partial V_{wz} / \partial z) \dots\dots\dots (12)$$

$$n \partial S_a / \partial t = -(\partial V_{ax} / \partial x + \partial V_{az} / \partial z) \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 n は土の間隙率を、 S_a は間隙中に占める空気の割合を表し、 $S_a = 1 - S_w$ である。式(12)、式(13)から、

$$n \partial (S_w + S_a) / \partial t = -(\partial V_x / \partial x + \partial V_z / \partial z) \dots\dots\dots (14)$$

となるが、 $S_w + S_a = 1$ であるから、結局、

$$\partial V_x / \partial x + \partial V_z / \partial z = 0 \dots\dots\dots (15)$$

と表されることがわかる。以上より、2次元的な2相流浸透においては、連続式(12)、(13)から拡張された式(15)の形で連続式を表示し得ることになる。式(15)は形式的には通常連続式で用いられる水の流速の代わりに、 V を用いた形になっている点が注目される。

さて、いま近似的に V_x, V_z がそれぞれ区間 $[x_1, x_2], [z_1, z_2]$ において積分可能と考えると、式(5)、(6)を積分することによって、以下の式が得られる。なお、式(6)の右辺第4項は微小項 ($\rho_a \ll \rho_w$) なので無視している。

$$V_x = \frac{p_a(x_1) - p_a(x_2) + \int_{x_1}^{x_2} f_w dp_c}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{k(k_{ra}/\mu_a + k_{rw}/\mu_w)}} \dots\dots\dots (16)$$

$$V_z = \frac{p_a(z_1) - p_a(z_2) + \rho_w g \int_{z_1}^{z_2} f_w dz + \int_{z_1}^{z_2} f_w dp_c}{\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{k(k_{ra}/\mu_a + k_{rw}/\mu_w)}} \dots\dots\dots (17)$$

式(16)、(17)を式(15)に代入すると、2相流理論における2次元浸透の方程式が得られ、次式で表される。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{p_a(x_1) - p_a(x_2) + \int_{x_1}^{x_2} f_w dp_c}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{k(k_{ra}/\mu_a + k_{rw}/\mu_w)}} \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{p_a(z_1) - p_a(z_2) + \rho_w g \int_{z_1}^{z_2} f_w dz + \int_{z_1}^{z_2} f_w dp_c}{\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{k(k_{ra}/\mu_a + k_{rw}/\mu_w)}} \right\} \\ & = 0 \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

式(18)は、 p_a, S_w についての方程式として表されている。式(18)において、飽和領域では p_a 以外の項がすべて一定値になるので、式(18)中の未知数は p_a だけとなる。したがって、この場合には与えられた境界条件と初期条件のもとで式(18)を解けば p_a が求められる。一方、不飽和領域や、不飽和と飽和の境界では式(18)中の S_w に関係する項も変化し、式(18)は結局 p_a, S_w を未知数とする方程式になるが、この場合には式(12)を連立させて解けばよい。いずれにしても、理論解を得るのは困難なので、後に示すような数値解析により解を求めている。

(2) 境界条件および初期条件

境界条件として、幾何学的条件と水理学的条件の2種類を考えなければならない。まず、幾何学的境界条件としては、図-1のように、台形で近似した堤防断面、およびその下部にある不透水性基礎を仮定する。実際の堤防断面は小段や犬走りをもつのが普通であるが、これらの局所的な要素が浸透解析に与える影響は工学的にはあまり問題にならないと考えられる。そこで、計算の簡便上台形断面を仮定したのである。また、現実には堤防基礎が不透水層であるとは限らないが、本論文では堤体漏水による破壊問題を扱っている関係上、基礎漏水が堤防の浸透に影響しない、すなわち基礎を不透水層とおくことにより基礎漏水の影響を除去したのである。なお、堤防は護岸や水制、あるいは天端部の舗装などにより、必ずしも外水位や降雨が直接堤体土質に作用するとは限らないが、ここでは安全側の見地、および解析の便宜上、これらの影響を無視する。

水理学的境界条件としては、図-1中の境界領域A、

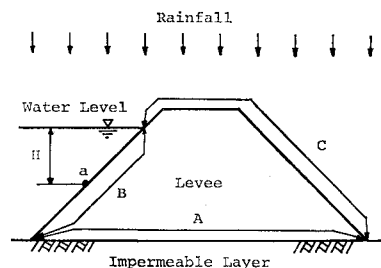


図-1 浸透解析モデルと境界条件

B, C に対してそれぞれ別途に考える。すなわち、

① 境界 A：基礎を不透水層として扱っているので、この境界を通過する水と空気の流速を零とする。

② 境界 B：この境界は外水位が作用する範囲のものであり、境界条件としては時刻 t における境界上の 1 点 a での圧力を、次のような値として与える。

$$p_a(a, t) = p_{atm} + \rho_w g H(a, t) \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 $H(a, t)$ は点 a での水位を、 p_{atm} は大気圧を表している。

③ 境界 C：この境界では、外水位による浸透はないが、降雨が浸透する。いま、時刻 t で境界 C 上の点での浸透能を $I(t)$ とすると、そのときの湛水深 $H_p(t)$ および瞬間的な降雨強度 $R(t)$ と $I(t)$ を比較することにより、2 種類のタイプに分類できる。いま δt を単位時間とすると、

(i) $I(t) > R(t) + H_p(t)/\delta t$ の場合：堤体内に供給される水量が浸透能以下となるため、湛水は生じないことになる。したがって、この場合の境界条件は次のようになる。

$$I(t) = R(t) + H_p(t)/\delta t, p_a(t) = p_{atm} \dots\dots\dots (20)$$

(ii) $I(t) \leq R(t) + H_p(t)/\delta t$ の場合：堤体の浸透能以上の雨水が供給されるわけであるから、境界を通

過する水の流速は $I(t)$ に等しくなる、したがって、 $I(t)$ は与えられた条件のもとでの水の流速に等しく、圧力の境界条件は次式で与えられる。

$$p_a(t) = p_{atm} + \rho_w g \cdot \delta t \{R(t) + H_p(t)/\delta t - I(t)\} \dots\dots\dots (21)$$

ところで、初期条件としては、堤防の間隙率、透水係数、初期空気圧、初期飽和度が必要である。本論文では堤防の間隙率 n 、透水係数 K は方向性をもたず、かつ場所的、時間的に不変と仮定している。初期空気圧に関しては、不飽和領域では大気圧に等しいと考える。飽和領域では後に述べるように、仮想空気帯を想定している関係上、空気圧は式 (19) と同様にその位置での水圧と大気圧の和で与えることにする。また、解析上必要な relative permeability k_{ra}, k_{rw} および p_c と S_w の関係については、Brustkern ら⁹⁾によって提示されたものを用いている (図-2)。

(3) 地下水面の推定

地下水面とは、一般に圧力水頭が 0 となる面として定義される¹²⁾。本研究では、水圧が大気圧に等しくなる境界を地下水面とみなすことにするが、その前に、飽和、不飽和領域における圧力について考えてみよう。飽和領域においては、式 (4) で示される毛管圧力 p_c は 0 となる。したがって、次の関係が得られる。

$$p_c = p_a - p_w = 0, \text{ i.e. } p_a = p_w \dots\dots\dots (22)$$

飽和領域には空気が存在しないから、式 (22) のように空気圧と水圧が等しいという表示は、無意味なように思われるかもしれない。しかし、仮に飽和領域内に空気帯が存在すると仮定すれば、その空気帯の圧力は式 (22) のようにその位置での水圧に等しくなるはずである。したがって、解析によって求められた p_a の値は、飽和領域においては水圧を、不飽和領域においては空気圧を表すことになる。問題は、得られた p_a の値が水圧か空気圧かを判定することであるが、それに関しては、浸透解析より得られるもう 1 つの解、すなわち S_w によって飽和か否かを判断できる。したがって、本論文では地下水面の位置を、次の条件を満たす面として推定した。

$$p_w = p_{atm} \text{ かつ } S_w = 1 \dots\dots\dots (23)$$

3. 数値計算による堤防の浸透解析

式 (12), (18) (飽和領域では両者は同値) を満たす解、すなわち、時刻 t での点 (x, z) における飽和度 $S_w(x, z, t)$ および空気圧 $p_a(x, z, t)$ の厳密解を求めることは不可能なので、ここでは次節以下に示すような差分法による数値解析を行うことにする。

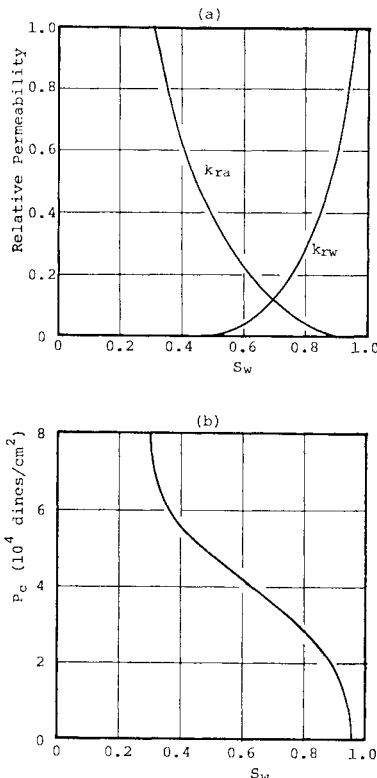


図-2 k_{ra}, k_{rw}, p_c と S_w の関係 (Brustkern ら⁹⁾による)

(1) 差分表示

図-3 に示すように解析領域を分割し、点 (i, j) の p_a, S_w が他の4点との関係で決定されるものとする。

いま n を n 番目のタイムステップとし、 V が $(n+1)$ ステップの空気圧と n ステップの飽和度から計算される諸量 Q, N, M より近似的に計算されるとすると、 V は次のように表される。

$$V_x(i, j, n+1) = \frac{p_a(i, j, n+1) - p_a(i+1, j, n+1) + Q_x(i, j, n)}{M_x(i, j, n)} \dots\dots\dots (24 \cdot a)$$

$$V_z(i, j, n+1) = \frac{p_a(i, j, n+1) - p_a(i, j+1, n+1) + N_z(i, j, n) + Q_z(i, j, n)}{M_z(i, j, n)} \dots\dots\dots (24 \cdot b)$$

ここに、

$$M_x(i, j, n) = \int_{(i,j)}^{(i+1,j)} \frac{dx}{k(k_{ra}/\mu_a + k_{rw}/\mu_w)}, \quad Q_x(i, j, n) = \int_{(i,j)}^{(i+1,j)} f_w d p_c$$

$$N_z(i, j, n) = \rho_w g \int_{(i,j)}^{(i,j+1)} f_w dz$$

であり、計算では数値積分を行って M, Q, N の値を求めている。 $M_x(i, j, n), Q_x(i, j, n)$ も同様である。これらの表示を用いると、式 (18) は次のように表される。

$$\frac{1}{\Delta x(i)} \left\{ \frac{p_a(i, j, n+1) - p_a(i+1, j, n+1) + Q_x(i, j, n)}{M_x(i, j, n)} - \frac{p_a(i-1, j, n+1) - p_a(i, j, n+1) + Q_x(i-1, j, n)}{M_x(i-1, j, n)} \right\} + \frac{1}{\Delta z(j)} \left\{ \frac{p_a(i, j, n+1) - p_a(i, j+1, n+1) + N_z(i, j, n) + Q_z(i, j, n)}{M_z(i, j, n)} - \frac{p_a(i, j-1, n+1) - p_a(i, j, n+1) + N_z(i, j-1, n) + Q_z(i, j-1, n)}{M_z(i, j-1, n)} \right\} = 0 \dots\dots\dots (25)$$

式 (25) において、 n ステップでの諸量は既知なので、未知数は $(n+1)$ ステップでの p_a になる。これらの未知数は、次の連立1次方程式で関係づけられている。

$$\begin{aligned} C(i, j) p_a(i, j, n+1) + C(i-1, j) p_a(i-1, j, n+1) \\ + C(i+1, j) p_a(i+1, j, n+1) \\ + C(i, j-1) p_a(i, j-1, n+1) \\ + C(i, j+1) p_a(i, j+1, n+1) = X(i, j) \end{aligned} \dots\dots\dots (26)$$

ここに、

$$C(i, j) = \Delta z(j) \left\{ \frac{1}{M_x(i, j, n)} + \frac{1}{M_x(i-1, j, n)} \right\} + \Delta x(i) \left\{ \frac{1}{M_z(i, j, n+1)} + \frac{1}{M_z(i, j-1, n+1)} \right\}$$

$$C(i-1, j) = -\Delta z(j) / M_x(i-1, j, n)$$

$$C(i+1, j) = -\Delta z(j) / M_x(i+1, j, n)$$

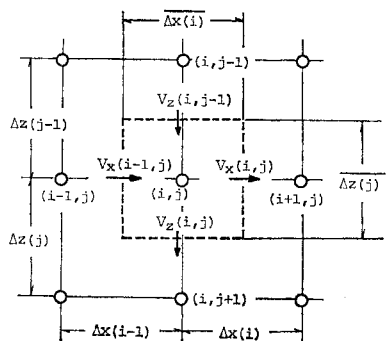


図-3 差分間隔

$$\begin{aligned} C(i, j-1) &= -\Delta x(i) / M_z(i, j-1, n) \\ C(i, j+1) &= -\Delta x(i) / M_z(i, j+1, n) \\ X(i, j) &= \Delta z(j) \left\{ \frac{Q_x(i-1, j, n)}{M_x(i-1, j, n)} - \frac{Q_x(i, j, n)}{M_x(i, j, n)} \right\} \\ &\quad + \Delta x(i) \left\{ \frac{N_z(i, j-1, n) + Q_z(i, j-1, n)}{M_z(i, j-1, n)} - \frac{N_z(i, j, n) + Q_z(i, j, n)}{M_z(i, j, n)} \right\} \end{aligned}$$

である。式 (26) を解くことにより、 $(n+1)$ ステップにおける p_a の近似解が得られ、その p_a の値を式 (24) に代入すれば V が求められる。空気と水の流速は、 V と F_w によって表すことができるが、その前に F_w を次のように表す。

$$F_{wx}(i, j, n+1) = f_w \left(i + \frac{1}{2}, j, n \right) \left\{ 1 + \frac{k k_{ra} \left(i + \frac{1}{2}, j, n \right)}{\mu_a V_x(i, j, n+1)} \cdot \frac{p_c(i+1, j, n) - p_c(i, j, n)}{\Delta x(i)} \right\} \dots\dots\dots (27 \cdot a)$$

$$F_{wz}(i, j, n+1) = f_w \left(i, j + \frac{1}{2}, n \right) \left[1 + \frac{k k_{ra} \left(i, j + \frac{1}{2}, n \right)}{\mu_a V_z(i, j, n+1)} \cdot \left\{ \frac{p_c(i, j+1, n) - p_c(i, j, n)}{\Delta z(j)} + \Delta \rho g \right\} \right] \dots\dots\dots (27 \cdot b)$$

したがって、式 (10) を参考にして、水の流速は、

$$V_{wx}(i, j, n+1) = f_w \left(i + \frac{1}{2}, j, n \right)$$

$$\left\{ \begin{aligned} &V_x(i, j, n+1) + \frac{kk_{ra}\left(i+\frac{1}{2}, j, n\right)}{\mu_a} \\ &\cdot \frac{p_c(i+1, j, n) - p_c(i, j, n)}{dx(i)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28 \cdot a)$$

$$\begin{aligned} &V_{wz}(i, j, n+1) \\ &= f_w(i, j+1/2, n) \\ &\cdot \left[\begin{aligned} &V_z(i, j, n+1) + \frac{kk_{ra}\left(i, j+\frac{1}{2}, n\right)}{\mu_a} \\ &\cdot \left\{ \frac{p_c(i, j+1, n) - p_c(i, j, n)}{dz(j)} + 4\sigma g \right\} \end{aligned} \right] \end{aligned} \dots\dots\dots(28 \cdot b)$$

と表される。かくして、(n+1) ステップにおける飽和度 S_w は、式 (12) を差分表示した次式により計算される。

$$\begin{aligned} &S_w(i, j, n+1) \\ &= S_w(i, j, n) \\ &+ \frac{dt}{n} \left\{ \frac{V_{wx}(i-1, j, n+1) - V_{wx}(i, j, n+1)}{dx(i)} \right. \\ &\left. - \frac{V_{wz}(i, j-1, n+1) - V_{wz}(i, j, n+1)}{dz(j)} \right\} \end{aligned} \dots\dots\dots(29)$$

ここに、 dt は時間の差分間隔である。

さて、ここで問題となるのは解の精度である。なぜなら、連立方程式 (26) から計算された p_a の値は、 n ステップでの S_w の値と (n+1) ステップでの境界条件のもとで得られたものであって、直接 (n+1) ステップでの S_w の値を用いた方程式の解ではないからである。すなわち式 (26) から求められた p_a の値は近似解なのであり、真の解は (n+1) ステップにおける S_w によって計算されたものでなければならない。そこで、解の精度を上げるために次の処理を行うことにする。まず、式 (29) から求められた S_w より (n+1) ステップにおける諸量 (M, Q, N) を計算する。そして、それらの値を式 (26) に代入して再び p_a に関する連立方程式を立て、それを解くことによって p_a の次の近似解を求める。こうして得られた p_a の値は、最初の近似解よりも真の値に近いものと考えられる。このようにして、(n+1) ステップにおける S_w, p_a の解の精度を上げたのである。

(2) 解析上の諸条件

解析においてまず必要となるのは、堤防の形状および堤体土の透水係数 K 、間隙率 n である。先に述べたように、 K, n が堤体内の位置や方向と無関係に一定であると仮定しているので、計算では平均的な K, n の値を採用する。実際の堤防自体が人工的な構造物であるから、コアを含むような特殊な構造を除き、上記の仮定は妥当

と思われる。 kk_{ra}, k_{rw} および p_c と S_w の関係は、図-2 に示されたものを用いる。

境界条件は 2. (2) に示したとおりであるが、外水位、降雨量に関しては、実測の連続的なデータを時間間隔 dt ごとのステップ関数で与えている。解析において、差分間隔 dx, dz, dt の選び方により解の精度および安定性の問題が生ずる。また、計算時間も問題となる。そこで、計算では解が工学的にみて許容される精度を有し、かつ安定となる範囲で、計算時間が短くなるように差分間隔を選んでいく。差分メッシュ分割の例として、図-4 に淀川実験堤防¹³⁾の解析で用いたものを示す。ここに示す差分メッシュは、 dx, dz を何通りか変えたときに、地下水面の位置に関して計算値と実験値の対応が最も良好となった差分間隔を採用したものである。タイムステップ dt は、計算時間と精度の関係より 10 分とした。

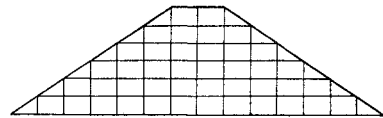


図-4 差分メッシュ分割の1例 (淀川実験堤)

(3) 解析例

解析法の精度を検証するために、建設省土木研究所により淀川で実施された実物大の実験堤防での浸透実験の結果¹³⁾と、同じ条件のもとで求められた解析値の比較を行うことにする。堤防の形状は図-5 に示すような台形であり、砂質ローム土を均等に締め固めて施工したものである。外水位は図-6 のように変化し、堤防内に設置された多孔管によって、地下水位が連続的に計測されている。実験時の堤防の土質条件は、乾燥密度 $\gamma_d = 1.44$ (t/m³)、透水係数 $K = 1.0 \times 10^{-3} \sim 5.0 \times 10^{-4}$ (cm/s) であ

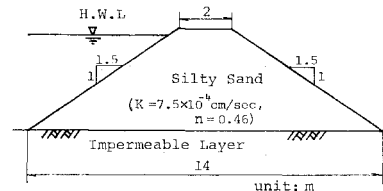


図-5 淀川実験堤防の断面 (山村ら¹³⁾による)

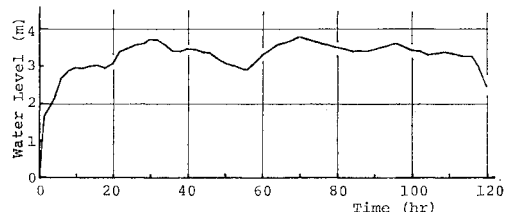


図-6 淀川堤防浸透実験における外水位の変化 (山村ら¹³⁾による)

表一 解析に用いた堤防の土質諸係数

	破堤例		非破堤例
	向島(宇治川)	安八(長良川)	実験堤(淀川)
透水係数 K (cm/s)	* 1.0×10^{-2}	1.1×10^{-3}	7.5×10^{-4}
間隙率 n	* 0.45	0.50	0.45
初期 S_w (%)	* 40.00	60.00	* 50.00
c_{max} (t/m ²)	* 0.20	図-14	* 3.00
ϕ (°)	* 30.00	図-14	* 20.00

* は仮定値を表す。

ることが報告されている。これらの実測値より、解析に必要な土の平均的な物理係数を表一のように推定した。

堤防内部の地下水面の形状に関して、実測水面と解析から求めた水面の比較を、図-7 (a)~(c) に示している。図中の実線が実測値を、破線が解析結果を表してお

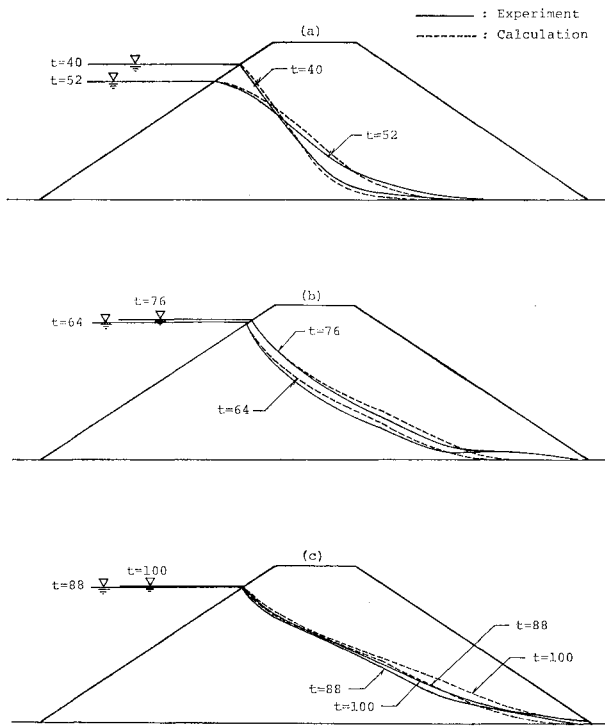


図-7 堤体浸透における地下水面の実測値と計算値の対応 (淀川実験堤)

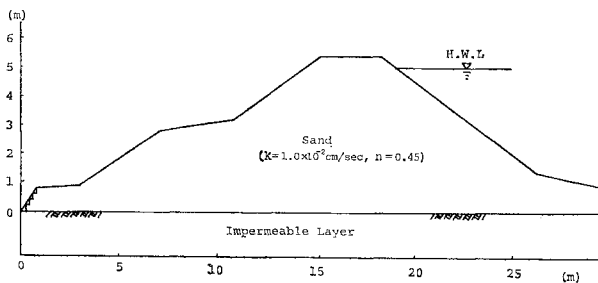


図-8 宇治川左岸堤防の概要 (向島地点)

り、図中の数字は実験開始後の時間を示している。図示された各時間における実測値と計算値を比較すれば、両者の対応が非常によいことがわかる。堤防の構造や土質は、一般のものより単純かつ均一かもしれないが、非定常な外水位変化と堤体内の地下水面の応答関係について、ここに示した方法が十分な精度を有することは注目に値する。なお、堤防の破壊確率に影響を与える地下水面以上の飽和度の分布に関しては、この堤防実験では無降雨であったため、地下水面の近傍を除いて飽和度は50%前後と、場所的、時間的にほとんど一定であった。

上記の淀川実験堤防では外水位のみによる浸透を対象としているので、次に実際の堤防での降雨時の浸透について解析した例を示そう。解析の対象は、京都府向島地区にある宇治川左岸堤防で、昭和28年9月の洪水により破堤したものである。破堤に至るまでの外水位および降雨に対し浸透解析を行った。図-8に堤防断面を、図-9に外水位および降雨の状況を示している。外水位と降雨が実際に観測されたものであるから、この解析例は現実の洪水時の堤防の浸透に相当している。堤防が砂質土で築造されていたことから、堤防の土質諸係数を表一のように推定した。解析により得られた堤防内部の地下水面の時間的な変化を、図-10に示している。この図より、地下水面の変化の様子および破堤時の地下水面の位置が推察されるであろう。実測値がないので比較はできないが、この解析結果は過去の経験に照らしても、変化の過程および破堤時の位置に関して、常識的なものと考えられる。

飽和度 S_w の分布の一例を、図-11に示して

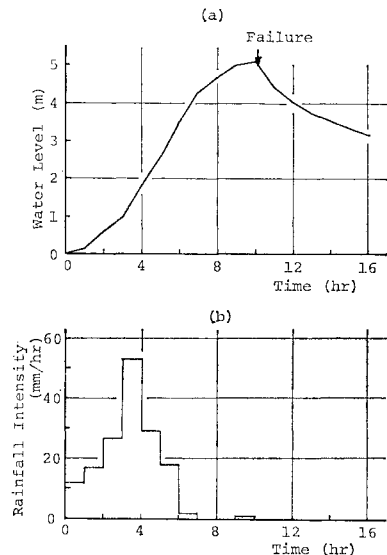


図-9 宇治川左岸堤防 (向島地点) における外水位 (a) と降雨量 (b) の変化

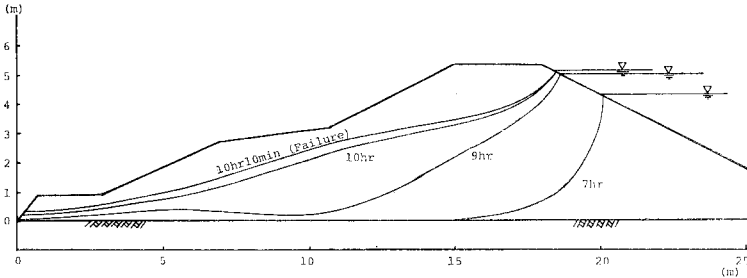


図-10 宇治川左岸堤防(向島地点)での地下水面の変化(計算値)

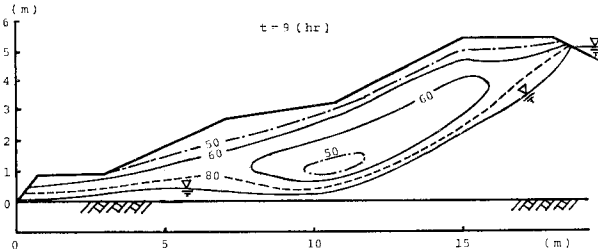


図-11 浸透時における飽和度 S_w の分布の一例(宇治川左岸堤防)

いる。この図は、9時間後の S_w の場所的な分布である。図中の実線、破線、1点鎖線はそれぞれ S_w が 60, 80, 50 (%) の位置を結んだものである。降雨の影響により、地表面から 1~2m までは S_w が 60 (%) 前後となっているが、裏のり面中央部から 2m ぐらい下のところに S_w の低い領域が現れる。これは、降雨浸透、および外水位による浸透の影響がまだ及んでいない部分と考えられる。地下水面の近傍では S_w が高くなっているが、その領域の幅はさほど大きなものではない。

4. 破壊確率を用いた破堤予知

はじめに述べたように、本論文は洪水時の堤防の破壊確率の遷移を調べ、それに基づいて破堤予知の方法を見出すことを目的としている。山地の自然斜面に対しては、破壊確率の遷移特性が破壊現象と密接に関連していることがすでに明らかにされている⁴⁾。堤防に関しても破壊現象の類似性から、この方法によって破堤予知を行うことは十分可能と思われるので、この趣旨に沿って本章では堤防の破堤予知を議論することにする。なお、堤防の危険度を破壊確率という概念で評価する根拠は、堤防を構成する土質の諸係数が本来的にばらついているという認識にたっているからにはほかならない。

(1) すべり破壊による堤防の破壊確率

最初に、すべり破壊による堤防の破壊を次のように定義する。本論文では破堤を対象としているので、堤防の全幅が破壊し河川からの水が堤内地に流入する現象を破壊と定義し、破堤にまで至らないのり面の小崩壊は破壊

とみなさない。したがって、破壊確率は堤防全体に及ぶ大規模なすべりが生ずるか、または小規模なすべりが連続して結局破堤にまで至るかのどちらかが発生する確率として定義されている。

堤防の破壊確率は、次の手順で計算される。まず、堤防の形状、洪水時の外水位および降雨のハイエトグラフ、堤防土質の水理学的性質より、浸透解析を行って任意の時刻での堤防内部の水分状態を推定する。また、安定解析に必要な堤体土の強度係数 c (粘着力)、 ϕ (せん断抵抗角) および単位体積重量 γ は、土中水分の量によって変化するので、土質試験その他の方法を用いて別途に任意時刻の水分状態に応じた値を推定する。そして、強度係数 c , ϕ は確率分布として与えられるので、安定解析によって各時刻ごとに破壊確率を計算するのである。

土の強度係数 c , ϕ と飽和度 S_w の関係は土質試験によって求められるが、土質試験を実施しない場合には、過去の研究¹⁴⁾による次の平均的な $c \sim S_w$ 関係が参考になるであろう。すなわち、みかけの粘着力 c は、ある飽和度 S_w^* の状態で最大 (c_{max}) になる。いま、 c と c_{max} の比を $c^* (=c/c_{max})$ と表すと、 c^* の平均 μ_{c^*} と飽和度の増分 $\Delta S_w (=S_w - S_w^*)$ との間に次のような線形関係が存在することがわかっている。

$$\mu_{c^*} = 1.0 - 0.018 \Delta S_w^* \dots\dots\dots (30)$$

また、平均的な S_w^* の値は、間隙比 e によって次のように推定される。

$$S_w^* = 128.8 - 100.0 e \dots\dots\dots (31)$$

したがって、ある S_w なる状態での粘着力 c の平均値は、式 (30), (31) を用いて次のように表されることになる。

$$c = c_{max} \{1.0 - 0.018(S_w - 128.8 + 100.0 e)\} \dots\dots\dots (32)$$

c のばらつきに関しては、過去の研究成果¹⁵⁾を参照して式 (32) の平均値のまわりに変動係数 (標準偏差/平均値) V_c が 0.4 (一定) の正規分布に従うものと仮定すれば十分であり、以下の計算においてもそのようにしている。一方、 $\phi \sim S_w$ 関係については、土質試験を行わない場合には S_w の大きさに無関係な¹⁴⁾、変動係数 V_ϕ が 0.2 の正規分布に従うと仮定して不当でない¹⁵⁾。 r のばらつきは、強度係数 c , ϕ に比べて 1 オーダー低く¹⁶⁾ したがってこのばらつきが破壊確率に及ぼす影響は非常に小さいので、本論文では r を確定値として与える。

安定解析には、円弧すべり面法による全応力解析を用

いる。計算にあたって、地下水面以下では飽和状態での土質諸係数を、地下水面以上ではその時点の S_w の平均的な値に対応した土質諸係数を採用する。次に、円弧を変化させながら、各円弧に沿う抵抗モーメント $M_R(c, \phi, r)$ と滑動モーメント $M_0(r)$ を求める。この抵抗モーメントと滑動モーメントの比が最小となるすべり円弧、すなわち臨界すべり面を見出し、その臨界すべり面に沿う $M_R(c, \phi, r)$ と $M_0(r)$ の比を安全係数 F とする。したがって、

$$F = M_R^*(c, \phi, r) / M_0^*(r) \dots \dots \dots (33)$$

と表される。ここに、 $M_R^*(c, \phi, r)$ 、 $M_0^*(r)$ はそれぞれ臨界すべり面に沿う抵抗モーメントと滑動モーメントである。斜面は、 $F > 1$ のときに安定、 $F \leq 1$ のときに破壊と定義する。

先に述べたように、強度係数 c 、 ϕ が正規分布に従う結確変数として与えられているので、この c 、 ϕ の線形結合（正確には c と $\tan \phi$ の線形結合であるが、通常の ϕ のばらつきの範囲では、 ϕ と $\tan \phi$ が線形関係にあると考えてよい¹⁷⁾）として表される F も、正規確率変数として近似できるはずである。実際の計算では、電子計算機の中で c 、 ϕ の母集団分布から正規乱数により1組の (c, ϕ) の値をランダムに抽出し、それを堤防の強度係数として安全係数 F を求める。これらの操作を100回程度繰り返せば、 F の分布が求められるわけである。そして、 F の分布のうちで1以下の値が発生する確率を、破壊確率 P_F と定義する。

$$P_F = \int_{-\infty}^1 f(F) \cdot dF \dots \dots \dots (34)$$

ここに、 $f(F)$ は F の確率密度関数を表す。なお式(34)では $(-\infty, 1]$ の範囲の積分になっており、負の安全係数を是認しているようである。しかし、実際問題では $(-\infty, 0]$ の範囲に F が含まれる確率が非常に小さいので、数学的取扱いの便宜上、式(34)の積分範囲を $(-\infty, 1]$ とおいたのである。

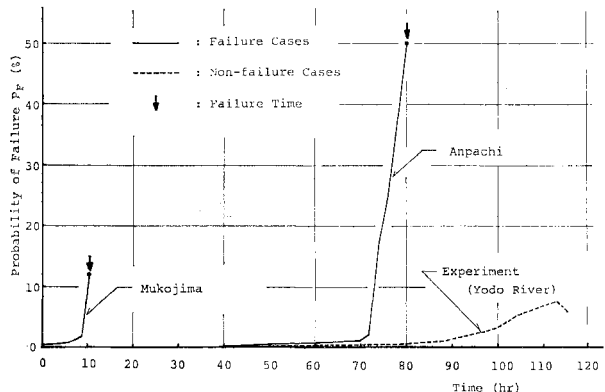
(2) 破壊確率の遷移と破壊

本節では、実際の洪水時にすべり破壊により破壊した例と、破壊まで至らなかった例について、破壊確率の時間的変化の特性と両者における差異を考察する。なお、解析に必要な土質諸係数が明確になっていないケースについては、土の種類から常識的な値を仮定した(表一)。破壊確率の計算において、河川側のり面の最下端部に外水位が達した時点をも、 $t=0$ としている。これは、河川水の浸透が、堤防のすべり破壊にとって最も支配

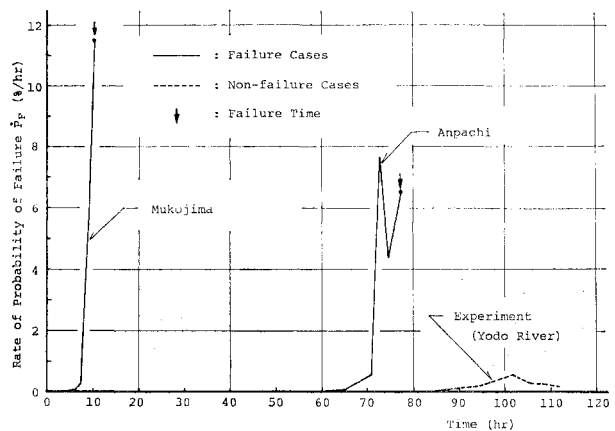
的な要素であるからである。

a) 破壊例

破壊例として、先に示した宇治川向島地区の本堤と、昭和51年9月の台風17号に伴う洪水によって破壊した長良川右岸堤(岐阜県安八地内)を選び、検討を加えた。まず、宇治川本堤の破壊は、昭和28年9月の台風25号に起因する洪水によって破壊したものである。破壊箇所付近の堤防の土質調査から、表一に示すような土質諸係数の推定値を解析に用いている。破壊確率の時間的変化が図一12に示されている(図中の矢印が、破壊時刻を表す)。図より、破壊に至るまでの P_F の変化は、自然斜面の崩壊例¹⁾とよく類似していることがわかる。すなわち、ある時点から P_F が急激に上昇し、破壊が生じているのである。破壊時の P_F の値は、12% ぐらいでありあまり高くないが、これは土質諸係数の推定に伴う誤差の影響と思われる。しかし、 P_F の時間的変化率 \dot{P}_F に関していえば、図一13に示すように破壊直前で11~12(%/h)と非常に高くなっている。この破壊時の \dot{P}_F の値は、すでに発表した自然斜面の崩壊時の値(図一14¹⁾)とよく対応している。すなわち、自然斜面の



図一12 破壊、非破壊例における破壊確率 P_F の遷移



図一13 破壊、非破壊例における破壊確率の時間的変化率 \dot{P}_F の遷移

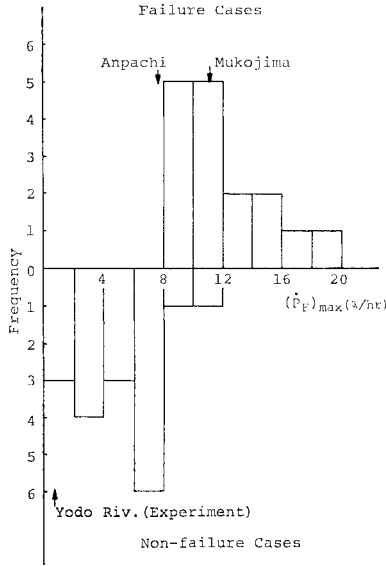


図-14 斜面崩壊に関する $(\dot{P}_F)_{max}$ の分布と、破堤、非破堤例の $(\dot{P}_F)_{max}$ の対応

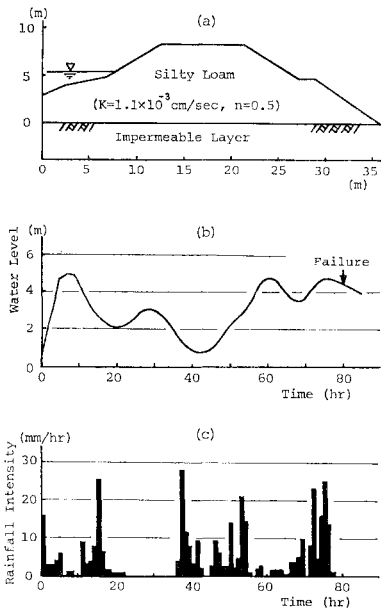


図-15 長良川右岸堤防(安八地点)の断面(a)と外水位(b)、降雨量(c)の変化

場合には \dot{P}_F の値が 8~20(%/h) の範囲、特に 8~12(%/h) で崩壊が発生している例が多いが、破堤時の \dot{P}_F の値もこの範囲に含まれている。この結果は、斜面崩壊と破堤の類似性を示すものといえる。

次に、長良川右岸堤の破堤に関しては、災害時の状況や土質諸係数が比較的明確である。図-15 に堤防断面、外水位、降雨データを併記しているが、これから外水位、降雨とも過去まれにみる大きなものであることが理解できる。堤体土の土質諸係数としては、現場付近より

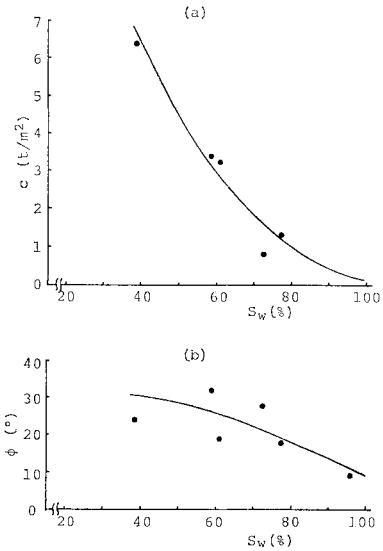


図-16 長良川右岸堤防(安八地点)の強度係数 c 、 ϕ と S_w の関係

採取した試料に対する各種物理試験および力学試験から表-1 に示す物理的諸係数の値と、図-16 に示す強度係数 c 、 ϕ と S_w の関係を得、これらを解析に用いた。計算から得られた P_F 、 \dot{P}_F の時間的変化が、それぞれ図-12, 13 に示されている。この破堤例でも先の向島の例と同様に、 P_F が急増して破堤に至っている。破堤時の P_F の値は、50% 程度(すなわち、平均安全係数 $\bar{F}=1.0$ ぐらい)で、常識的な値といえよう。これは、破堤箇所の土質諸係数の推定が正確であったことによるものと思われる。 \dot{P}_F の変化については、破堤時で必ずしも最大となっていないが、破堤時の \dot{P}_F の値とそれ以前の \dot{P}_F の最大値にはあまり差がない。破堤予知の観点からいえば、 \dot{P}_F の最大値が問題になるので、この破堤例に対して \dot{P}_F の最大値を求めると 7.6(%/h) となる。この値は、図-14 の自然斜面崩壊例での下限値 8(%/h) に比べてもほとんど差がなく、 \dot{P}_F の値が自然斜面の崩壊例によく対応していることがわかる。

b) 破堤しなかった例

破堤予知のうえで重要なことは、破堤例に対する検討と同時に、洪水時に破堤が生じなかった例についても同様な検討を行い、破堤と非破堤がいかに区別されるかを考察することである。そこで先に示した淀川実験堤について P_F の遷移を調べた。この例は現実の洪水時のものではないが、外水位の大きさおよびその継続時間、さらに各種データがよく整備されている点からみて十分検討の価値があると考えられる。 P_F 、 \dot{P}_F の変化がやはり図-12, 13 に破線で示されているが、その遷移傾向が破堤例に比べ著しく差があることは明瞭である。すなわち、 P_F 、 \dot{P}_F の遷移が非常に緩やかとなっており、破堤

例における急激な上昇傾向とはまったく異なっている。 P_F の値は最大で7%程度であり、宇治川向島での破堤例に比べあまり差はみられないが、破堤予知で最も重要な \dot{P}_F の最大値が、両破堤例に比べて極端に小さくなっていることがわかるであろう。

c) まとめ

以上より、破堤に対して破壊確率の遷移が重要な意味をもっていることは明らかである。破堤、非破堤は \dot{P}_F の大きさによって区別でき、自然斜面崩壊と同様に \dot{P}_F の大きさに基づいて破堤を予知する方法が破堤予知にも適用可能であると推察される。破堤、非破堤を識別する限界的な \dot{P}_F の値に関しては、自然斜面崩壊の例とも重ね合せて、ほぼ7~8(%/h)程度と推察されるが、今後解析例を増やしていくことによって、より正確な破堤予知が可能となるであろう。

5. おわりに

本論文は、水と空気との2相流理論を2次元モデルに拡張し、洪水時の堤防の浸透解析法を提示している。さらに、非定常な堤防内部の水分変化をもとに算定された堤防の破壊確率の遷移に着目して破堤予知を行う方法の提案を目的としている。得られた結論を、以下に簡単に列記する。

(1) 河川外水位および降雨による堤防の浸透現象は、非定常かつ部分的に飽和という複雑な様相を呈するので、これを解析するために2相流浸透に関する基礎方程式を2次元問題に拡張した。理論解を求めるのは不可能なので、本論文では差分法を用いた数値解析を行った。解析において、毛管圧と水圧、空気圧の関係を用いて、水圧が空気圧で表示できることを示した点が特徴的である。すなわち、得られた空気圧は不飽和状態では空気圧を表すが、飽和状態では水圧に相当しているため水圧を別途に求める必要がなく、かつ空気と水の相互作用を含めた形で飽和-不飽和の浸透流を連続的に扱えるのである。

(2) 淀川での堤防浸透実験に関して、堤防内部の実測水位は解析値とよく一致しており、提案した方法の解析精度が高いことが判明した。また、実際の堤防の洪水時の浸透解析の結果からも、この解析法が実際問題に十分適用できると考えられた。

(3) 過去の2つの破堤例に関して、破壊確率 P_F の時間的変化を調べたところ、 P_F が急上昇して破堤に至っていることがわかった。この P_F の遷移特性は、自然斜面の崩壊時とまったく同様である。破堤時の P_F の値にはかなり差があるが、 P_F の時間的変化率 \dot{P}_F の最大値の差は小さく、かつ自然斜面の崩壊例における \dot{P}_F の

値の範囲にほぼ含まれることが明らかになった。次に、非破堤例についても同様に P_F の変化を調べたところ、 P_F の変化はおだやかであり、しかも \dot{P}_F の値が破堤例に比べて非常に小さいことがわかった。これらの結果より、破堤に対しては自然斜面崩壊と同様に \dot{P}_F の値が強く関係していることが示唆され、破堤予知に関しても、 P_F の遷移特性および \dot{P}_F の大きさが非常に重要であることが結論された。破堤、非破堤を区別する限界的な \dot{P}_F の値については、解析結果と自然斜面崩壊の結果を参考にして、ほぼ7~8(%/h)程度とと考えてよいであろう。なお、一連の計算は大型電子計算機を利用すれば、きわめて短時間かつシステムチックに可能であることを付記する。

本研究を進めるにあたって、岐阜大学助教授 宇野高雄博士には適切なご助言を賜ったこと、また、宇治川破堤例に関する資料については、建設省近畿地方建設局淀川工事事務所発行の淀川調査実務報告書を参照させていただいたことをあわせて記し、深甚なる謝意を表する次第である。なお、本研究は文部省科学研究費の援助のもとに行われた。

参考文献

- 1) 松尾 稔・栗原則夫・一本英三郎・桑原正彦：土と基礎の情報と施工，盛土工事における実施例，施工技术，第10巻，第8号，pp. 99~106, 1977.
- 2) 谷口雅有：河川の整備現況と問題点のあらまし，土木施工，13巻，13号，pp. 75~80, 1972.
- 3) 山村和也・久楽勝行：堤防補強に関する考察，土木研究所報告，第145号，pp. 25~40, 昭和49年.
- 4) 松尾 稔・上野 誠：破壊確率を用いた自然斜面の崩壊予知に関する研究，土木学会論文報告集，第281号，pp. 65~74, 1979.
- 5) Matsuo, M. and M. Ueno: Prediction of slope slide by probability of failure, Proc. of Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Eng., Vol. 2, pp. 449~458, 1979.
- 6) Brustkern, R.L. and H.J. Morel-Seytoux: Analytical treatment of two-phase infiltration, Proc. ASCE, Vol. 96, No. HY 12, pp. 2538~2548, 1970.
- 7) Green, D.W., H. Dabih and C.E. Weinaug: Numerical modeling of unsaturated groundwater flow and comparison of the model to a field experiment, Water Resources Research, Vol. 6, No. 3, pp. 862~874, 1970.
- 8) Neuman, S.P.: Saturated unsaturated seepage by finite elements, Proc. ASCE, Vol. 99, No. HY 12, pp. 2233~2250, 1973.
- 9) 赤井浩一・大西有二・西垣 誠：有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析，土木学会論文報告集，第264号，pp. 87~96, 1977.
- 10) 駒田広也：飽和-不飽和土中の非定常浸透流解析，電力中央研究所研究報告，337015, pp. 1~36, 1978.
- 11) Morel-Seytoux, H.J.: Two-phase Flows in Porous Media, Advances in Hydroscience, Vol. 9, pp. 120~176, 1973.
- 12) Lambe, T.W. and R.V. Whitman: Soil Mechanics, John Wiley & Sons, Inc., pp. 268~275, 1969.

- 13) 山村和也・久楽勝行：堤防への浸透と堤体の安定性，土木研究所報告，第145号，pp. 41～71，昭和49年。
- 14) 松尾 稔・上野 誠：斜面崩壊防止のための信頼性設計に関する研究，土木学会論文報告集，第276号，pp. 77～87，1978。
- 15) Matsuo, M. : Reliability in Embankment Design, MIT, Dept. of Civil Engineering Report, R 76-73, pp. 1～203, 1976。
- 16) 松尾 稔・黒田勝彦：盛土建設のための土質調査と盛土の安定性に関する研究，土木学会論文報告集，第196号，pp. 75～86，1971。
- 17) 松尾 稔・黒田勝彦：不飽和土の土質諸係数と破壊確率に関する一考察，土木学会論文報告集，第208号，pp. 65～75，1972。

(1979.7.25・受付)
